

## برآورد زمان پیمایش جریان دامنه‌ای با استفاده از تقریب موج پخشی

سعید گلیان<sup>۱\*</sup>، بهرام ثقفیان<sup>۲</sup>، محمود زاگری نیری<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی عمران- آب، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- استاد پژوهشکده حفاظت خاک و آبخیزداری

۳- دانشجوی دکترای مهندسی عمران- آب، دانشگاه آزاد اسلامی- واحد علوم و تحقیقات

\* تهران، خیابان حافظ، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

s.golian@aut.ac.ir

**چکیده-** روشهای تحلیلی مختلفی مانند تقریب موج سینماتیکی (KW) و تقریب موج پخشی (DW) برای بررسی جریان در فاز دامنه‌ای وجود دارد. در این مقاله دو تقریب موج پخشی و سینماتیک در جریان ماندگار برای برخی حالتها مقایسه شده است. برای اولین بار تفاوت این دو روش در محاسبه زمان تعادل حوزه‌ای مستطیلی و موقعیت خطوط هم‌پیمایش و نیز اثر شیب کف بر زمان پیمایش بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که زمان تعادل به‌دست آمده برای صفحه مستطیلی با استفاده از تقریب موج پخشی بیشتر از زمان تعادل به‌دست آمده از تقریب موج سینماتیکی است. برای مثال با کاهش شیب بستر از ۰/۰۱ به ۰/۰۰۱، زمان تعادل در تقریب موج سینماتیکی ۹۹٪ و در تقریب موج پخشی ۱۳۰٪ افزایش می‌یابد، ضمن اینکه اختلاف نسبی این دو روش نیز نزدیک به ۱۴٪ افزایش می‌یابد. همچنین با کاهش شیب کف برای زمانهای پیمایش برابر، فاصله خطوط هم‌پیمایش به‌دست آمده از حل موج سینماتیکی و موج پخشی نسبت به هم اختلاف بیشتری خواهند داشت. همچنین به ازای ۱۰٪ اختلاف نسبی بین زمان تعادل تقریب موج پخشی و موج سینماتیک، معیار  $K_0 F_0^2 < 5$  برآورده می‌شود.

**کلید واژگان:** موج پخشی، موج سینماتیکی، زمان تعادل، خطوط هم‌پیمایش، شیب اصطکاکی.

### ۱- مقدمه

متخصصین علوم آب بوده است. روشهای تحلیلی و عددی متنوعی برای تحلیل جریان دامنه‌ای پیشنهاد شده است که از آن میان می‌توان به تقریب موج سینماتیکی (KW) و تقریب موج پخشی (DW) اشاره کرد. در حل

تحلیل جریان در فاز دامنه‌ای<sup>۱</sup> به عنوان یکی از اجزای مهم تشکیل دهنده رواناب سطحی همواره مورد توجه

1. Overland Flow

کوچک و  $K_0$  کوچک، مناسبتر از تقریب موج سینماتیکی است.

Govindaraju et al. (1988) نیز به نتیجه مشابهی رسیدند. Ponce (1991) دریافت که با تعمیم تقریب موج سینماتیکی به تقریب موج پخشی، تقریباً مسائل جریان آب سطحی دامنه‌ای را می‌توان با دقت قابل قبول حل نمود. Richardson and Julien (1994) اندازه نسبی عبارتهای معادله ممتنم را برای جریان دامنه‌ای یک‌بعدی محاسبه کردند و دریافتند که سه عبارت آخر سمت راست معادله (۱) با  $K_0$  نسبت عکس دارند. همچنین اندازه نسبی این سه عبارت در مقایسه با هم، در حالت جریان فوق بحرانی متفاوت با جریان زیربحرانی است. هنگامی که هر دو عبارت  $K_0$  و  $F_0$  بزرگ باشند، می‌توان از تقریب موج سینماتیکی استفاده کرد اما تقریب موج پخشی فقط برای جریانهای زیربحرانی مناسب است.

Singh and Aravamuthan (1997) پس از بررسی دقت تقریب موج پخشی و سینماتیک برای جریان دائمی دریافتند که تقریب موج پخشی برای  $K_0 F_0^2 \geq 7.5$  کمتر از ۱٪ خطا و برای  $K_0 F_0^2 \leq 0.75$  تا ۱۲٪ خطا داشتند و تطابق خوبی با موج دینامیکی دارد.

Singh et al. (2005) پس از بررسی خطای تقریب موج پخشی و سینماتیک در جریان دائمی با در نظر گرفتن نفوذ دریافتند که موج پخشی نسبت به موج سینماتیک، تطابق بیشتری با موج دینامیکی دارد.

با وجود آنکه حل معادله موج سینماتیک با روشهای تحلیلی در حالت‌های خاصی از شرایط مرزی امکان‌پذیر است، برای تحلیل جریان دامنه‌ای با استفاده از تقریب موج پخشی از روشهای عددی استفاده شده است (Moramarco and Singh, 2002).

تقریب موج سینماتیکی از عوامل شتاب و گرادیان فشار معادله بقای حرکت صرف‌نظر می‌شود، بنحوی که شیب اصطکاکی ( $S_f$ ) برابر شیب کف ( $S_0$ ) فرض می‌شود. در حل تقریب موج پخشی، گرادیان فشاری  $(\frac{\partial h}{\partial x})$  نیز در نظر گرفته می‌شود و شیب اصطکاکی معادل شیب پروفیل سطح آب فرض می‌شود. با توجه به معادله اندازه حرکت برای سیال در حال حرکت در بستر عریض داریم (Henderson, 1966):

$$S_f = S_0 - \frac{1}{g} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \frac{\bar{u}}{g} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} \quad (1)$$

که در آن  $h$  عمق جریان،  $\bar{u}$  سرعت متوسط جریان در عمق،  $g$  شتاب گرانش،  $S_0$  شیب بستر و  $S_f$  شیب اصطکاکی است. در تقریب موج سینماتیکی از سه ترم آخر سمت راست معادله (۱) صرف‌نظر می‌شود و لذا  $S_f = S_0$ . در تقریب موج پخشی عبارت آخر معادله (۱) یعنی ترم گرادیان فشار حفظ می‌شود (Lighthill and Whitham, 1955) به نحوی که:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2)$$

Woolhiser and Liggett (1967) عدد موج سینماتیکی را با رابطه  $K_0 = \frac{S_0 L_0}{H_0 F_0^2}$  معرفی کردند و دریافتند که تقریب موج سینماتیکی (KW) برای  $K_0$  بزرگتر از ۱۰ مناسب است. در این رابطه  $L_0$  طول حوضه،  $H_0$  عمق آب در خروجی و  $F_0$  عدد فرود در خروجی حوضه است.

Morris and Woolhiser (1980) معیار جدیدی را بر اساس ترکیب  $K_0$  و  $F_0$  تعریف کردند. بر این اساس استفاده از تقریب موج سینماتیکی هنگامی که  $F_0 < 0.5$  و  $K_0 F_0^2 < 5$  باشد، نامناسب است. آنها پیشنهاد کردند که روش کاربرد تقریب موج پخشی (DW) در مقادیر  $F_0$

جست یا عبارت  $\frac{\partial h}{\partial x}$  را به صورت تقریبی برآورد کرد. در ادامه موقعیت خطوط هم‌پیمایش از دو تقریب موج سینماتیک و موج پخشی محاسبه و با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

زمانی که طول می‌کشد تا موج از موقعیت  $x_1$  تا  $x_2$  را پیماید، از رابطه زیر به دست می‌آید (Saghafian and Julien, 1995):

$$t_w = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{c} \quad (3)$$

که در آن  $c$  سرعت موج از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$c = \frac{\partial Q}{\partial A} = \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dh}{dA} \quad (4)$$

که  $Q$  دبی جریان،  $h$  عمق جریان و  $A$  سطح مقطع جریان است. رابطه بین دبی واحد عرض  $q$  و سرعت جریان  $v$  با عمق  $h$  در بستر عریض از رابطه (۵) - که رابطه مقاومت نامیده می‌شود- به دست می‌آید (Saghafian and Julien, 1995):

$$v = \alpha \cdot h^{\beta-1} \quad (5)$$

$$q = \alpha \cdot h^{\beta}$$

که  $\beta$  و  $\alpha$  پارامترهای معادله هستند. به ازای رابطه مانینگ،  $\alpha = \frac{\sqrt{S_f}}{n}$  و  $\beta = \frac{5}{3}$  است که در آن  $n$  ضریب زبری مانینگ نامیده می‌شود.

پس از رسیدن به حالت تعادل، دبی عبوری  $Q_e$  از هر مقطع دلخواه ثابت می‌ماند. با توجه به رابطه مساحت (A) و شعاع هیدرولیکی (R) با عمق جریان،  $h$  همچنین رابطه پیوستگی، می‌توان عمق تعادل ( $h_e$ ) را به دست آورد.

دبی تعادل در موقعیت  $x$  برابر  $q_e(x) = ix$  است که در آن  $i$  شدت بارش یکنواخت مکانی است. بنابراین با توجه به رابطه (۵) می‌توان عمق تعادل را در موقعیت  $x$  به دست آورد:

یکی از مفاهیم پایه در روشهای تبدیل بارش به رواناب، مفهوم زمان تعادل ( $T_e$ ) است که در مقوله هیدرولوژی از آن به عنوان زمان تمرکز یاد می‌شود. بر طبق تعریف، زمان تعادل عبارت است از مدت زمان لازم برای حصول دبی حداکثر در شرایط برقراری جریان ماندگار در حوضه، ناشی از رگباری مؤثر و با شدت ثابت در زمان (Singh, 1996).

(Saghafian and Julien, 1995) رابطه عمومی زمان تعادل حوضه آبریز در دو فاز جریان دامنه‌ای و جریان در کانال اصلی را با استفاده از تقریب موج سینماتیکی به دست آوردند. (Yen et al. 1997) نیز از تقریب موج سینماتیکی برای به دست آوردن زمان تعادل صفحه V شکل استفاده کردند. شکوهی و ثقفیان (۱۳۸۵) روشهای تجربی استخراج خطوط هم‌پیمایش را بررسی و با حل تحلیلی موج سینماتیک مقایسه کردند. بر طبق اطلاع نویسندگان، هنوز کاری در زمینه کاربرد محاسبه زمان پیمایش موج پخشی گزارش نشده است.

در این تحقیق اثر در نظر گرفتن گرادیان فشار بر موقعیت خطوط هم‌پیمایش حوضه‌ای مستطیلی در قالب تقریب موج پخشی بررسی و با نتایج موج سینماتیک مقایسه می‌شود. همچنین تأثیر شیب کف صفحه بر فاصله بین خطوط هم‌پیمایش مطالعه می‌شود.

## ۲- روش تحقیق

ابتدا تعریف زمان پیمایش در حالت کلی با ذکر معادلات مربوط بیان می‌شود. سپس به بررسی و مقایسه این رابطه در دو حالت حل موج سینماتیک و حل موج پخشی پرداخته می‌شود. حل تحلیلی زمان پیمایش جریان یک‌بعدی دامنه‌ای با تقریب موج سینماتیک درست است، اما در تقریب موج پخشی یا باید از روشهای عددی سود

تقریب موج پخشی و موج سینماتیکی برآورد و با یگدیگر مقایسه می‌شود. این سه گزینه به شرح زیر است:  
گزینه اول- با جایگذاری معادله (۷) در معادله (۸) رابطه زیر به دست می‌آید که با حل عددی آن، مقدار  $x$  متناظر با هر زمان پیمایش دلخواه به دست می‌آید:

$$T_{e(DW)}(x) = \frac{3}{5} \cdot \frac{n^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}}} \int_0^x \frac{x^{-\frac{2}{5}}}{\left( S_0 - \frac{1}{\beta} \left( \frac{i}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot x^{\frac{1}{\beta}-1} \right)^{\frac{3}{10}}} dx \quad (11-الف)$$

گزینه دوم- جایگذاری شیب متوسط سطح آب از بالادست صفحه ( $x=0$ ) تا فاصله  $x$  در معادله (۸) بطوری که:

$$T_{DW}(x) \cong \frac{n^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}} \cdot \left( S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{\frac{3}{10}}} \quad (11-ب)$$

که در آن  $\frac{\partial h}{\partial x}$  میانگین شیب سطح آب از بالادست صفحه تا نقطه مورد نظر است.

گزینه سوم- در این حالت فقط شیب پروفیل سطح آب در محل  $x$  در محاسبه زمان تعادل دخالت داده می‌شود. با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۸) و با فرض ثابت بودن  $\frac{\partial h}{\partial x}$  رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$T_{e(DW)} \cong \frac{n^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}} \cdot \left[ S_0 - \frac{1}{\beta} \left( \frac{i}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot x^{\frac{1}{\beta}-1} \right]^{\frac{3}{10}}} \quad (11-ج)$$

به ازای مقادیر مختلف زمان پیمایش، می‌توان  $x$  متناظر را از حل معادله بالا به دست آورد.

$$q_e(x) = \alpha h_e^\beta(x) \Rightarrow h_e(x) = \left( \frac{ix}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (6)$$

با مشتق‌گیری از معادله بالا نسبت به  $x$ ، رابطه زیر برای عبارت  $\frac{\partial h}{\partial x}$  به دست می‌آید:

$$\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_x = \frac{1}{\beta} \left( \frac{i}{\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}} \cdot x^{\frac{1}{\beta}-1} \quad (7)$$

با جایگذاری عمق تعادل در رابطه (۴) و سپس در رابطه (۳) و پس از ساده‌سازی به ازای رابطه مانینگ و با فرض یکنواخت بودن شدت بارش و ضریب زبری، زمان تعادل حوضه در فاز دامنه‌ای در هر موقعیت  $x$  از بالادست صفحه به صورت زیر به دست می‌آید (Saghafian and Julien, 1995):

$$T_{eo}(x) = \frac{3}{5} \cdot \frac{n^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}}} \int_0^x \frac{\tau^{-\frac{2}{5}}}{S_f^{\frac{3}{10}}} d\tau \quad (8)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۸) برای صفحه مستطیلی در هر موقعیت  $x$  از بالادست صفحه به ازای فرض موج سینماتیکی ( $S_0 = S_f$ ) زمان تعادل به دست می‌آید (Saghafian and Julien, 1995):

$$T_{e(KW)} = \frac{n^{\frac{3}{5}} \cdot x^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}} \cdot S_0^{\frac{3}{10}}} \Rightarrow T_{e(KW)} = \frac{x^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}} \cdot \alpha^{\frac{3}{5}}} \quad (9)$$

در حل موج پخشی با جایگذاری رابطه (۲) در معادله (۸)، رابطه کلی زیر برای محاسبه زمان پیمایش به دست می‌آید:

$$T_{e(DW)}(x) = \frac{3}{5} \cdot \frac{n^{\frac{3}{5}}}{i^{\frac{2}{5}}} \int_0^x \frac{\tau^{-\frac{2}{5}}}{\left( S_0 - \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{\frac{3}{10}}} d\tau \quad (10)$$

اکنون سه گزینه برای محاسبه عبارت گرادیان فشار پیشنهاد می‌شود و فاصله خطوط هم‌پیمایش در هر دو

در شکل ۱ پروفیل سطح آب برای شیبهای ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ با استفاده از دو تقریب حل موج پخشی و موج سینماتیکی به عنوان نمونه ترسیم شده است.

برای ترسیم پروفیل سطح آب به تقریب موج پخشی از جایگذاری رابطه (۱۳) در رابطه (۱۰) استفاده شده است.

برای مقایسه نتایج این تحقیق با کارهای قبلی، از عدد موج سینماتیک  $(K_0 = \frac{S_0 L_0}{H_0 F_0^2})$ ، عدد فرود

$(F_0 = \frac{V_0}{\sqrt{g.H_0}})$  و  $K_0 F_0^2 < 5$  استفاده می‌شود که در

آن؛  $H_0 = \left(\frac{iL_0}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}}$ ،  $V_0 = \alpha H_0^{\beta-1}$ ،  $V_0$  سرعت آب در

خروجی حوضه و  $g$  شتاب ثقل زمین است. موقعیت خطوط هم‌بیمایش از تقریب موج پخشی با استفاده از سه گزینه فوق محاسبه می‌شود. انتظار می‌رود که گزینه اول دقیق‌ترین جواب‌ها را نتیجه دهد.

در روابط (۱۱- الف) و (۱۱- ج) رابطه  $\alpha = \frac{\sqrt{S_f}}{n}$  جایگزین شده است.

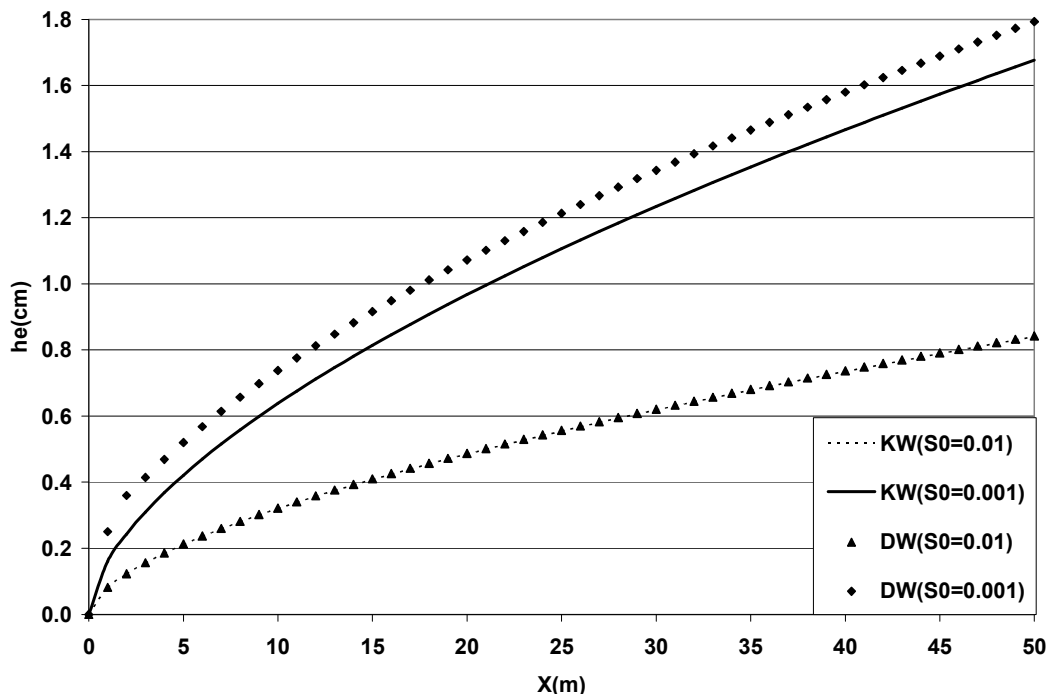
با توجه به رابطه (۲) و (۷) داریم:

$$\alpha = \frac{\sqrt{S_0 - \frac{1}{\beta} \left(\frac{i}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}} . x^{\frac{1}{\beta}-1}}}{n} \quad (12)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود در رابطه (۱۲) بار دیگر  $\alpha$  ظاهر شده است. برای نیل به همگرایی سریع می‌توان در

این مرحله  $\alpha = \frac{\sqrt{S_0}}{n}$  را با تقریب قابل قبول در رابطه (۱۲) جایگذاری کرد:

$$\alpha = \frac{\sqrt{S_0 - \frac{1}{\beta} \left(\frac{i.n}{\sqrt{S_0}}\right)^{\frac{1}{\beta}} . x^{\frac{1}{\beta}-1}}}{n} \quad (13)$$



شکل ۱ پروفیل سطح آب در حالت تعادل برای دو شیب ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ با دو تقریب موج پخشی و سینماتیک

$$ER = \frac{T_{e(DW)} - T_{e(KW)}}{T_{e(DW)}} \times 100 \quad (14)$$

که در آن  $ER$  درصد خطای نسبی است. در حالت بالا داریم:

$$ER = \frac{10.17 - 10.08}{10.17} \times 100 = 0.9\%$$

به همین ترتیب برای شیب  $0.001$  داریم:

$$F_0 = 0.10 \quad \text{و} \quad K_0 F_0^2 = 2.98 < 5$$

$$T_{e(KW)} = 20.12 \text{ min}$$

$$T_{e(DW)} = 23.54 \text{ min} \quad \text{با استفاده از گزینه اول (۱۱-الف)؛}$$

$$T_{e(DW)} = 21.94 \text{ min} \quad \text{با استفاده از گزینه دوم (۱۱-ب)؛}$$

$$T_{e(DW)} = 21.52 \text{ min} \quad \text{با استفاده از گزینه سوم (۱۱-ج)؛}$$

$$ER = \frac{23.54 - 20.12}{23.54} \times 100 = 14.5\%$$

در این شیب، معیار Morris and Woolhiser (1980) که برای  $F_0 < 0.5$  و  $K_0 F_0^2 < 5$  استفاده از تقریب موج سینماتیک را نامناسب معرفی می‌کند، معتبر است.

### ۳-۱- حل موج سینماتیکی

زمان تعادل به  $M$  قسمت تقسیم شده و فاصله خطوط هم‌پیمایش متناظر با هر زمان از معادله (۹) به دست می‌آید:

$$\Delta t = \frac{T_{KW}}{M}$$

$$t_j = j \times \Delta t = \frac{x_j^{3/5}}{i^{2/5} \cdot \alpha^{3/5}} \rightarrow x_j = \left( j \times \Delta t \times i^{2/5} \times \alpha^{3/5} \right)^{5/3} \quad (15)$$

که در آن  $t_j$  زمان پیمایش زامین خط هم‌پیمایش و  $x_j$  فاصله آن از بالادست است.

نتایج محاسبه موقعیت خطوط هم‌پیمایش تقریب موج سینماتیکی به‌ازای  $M = 10$  و  $S_0 = 0.01$  در ستون ۳ جدول ۱ آورده شده است. در این جدول،  $\text{delx}$  فاصله بین دو خط هم‌پیمایش مجاور از بالادست صفحه است.

با مقایسه نتایج هر سه گزینه موج پخششی با نتایج موج سینماتیک (رابطه ۹) می‌توان به میزان افزایش دقت موقعیت خطوط هم‌پیمایش در تقریب موج پخششی پی برد.

### ۳- مطالعه موردی

صفحه‌ای مستطیلی به طول ۵۰ متر و ضریب زبری یکنواخت  $0.05$  را در نظر بگیرید. نتایج برای دو حالت شیب کف  $0.01$  و  $0.001$  محاسبه می‌شود. شدت بارندگی یکنواخت  $i = 5 \text{ cm/hr}$  به مدت نیم ساعت اعمال می‌شود. ضریب  $\beta$  در معادله (۵) به ازای جریان آشفته برابر  $\frac{5}{3}$  است.

ابتدا مقادیر  $F_0$  و  $K_0 F_0^2$  برای شیب  $0.01$  محاسبه می‌شود:

$$F_0 = 0.29 \quad \text{و} \quad K_0 F_0^2 = 59.51 > 5$$

با استفاده از روابط (۹) و (۱۱-الف) تا (۱۱-ج) داریم:

$$T_{e(KW)} = 10.08 \text{ min}$$

$$T_{e(DW-1)} = 10.17 \text{ min} \quad \text{با استفاده از گزینه اول (۱۱-الف)؛}$$

$$T_{e(DW-2)} = 10.13 \text{ min} \quad \text{با استفاده از گزینه دوم (۱۱-ب)؛}$$

$$T_{e(DW-3)} = 10.11 \text{ min} \quad \text{با استفاده از گزینه سوم (۱۱-ج)؛}$$

از آنجاکه برای محاسبه موج پخششی در گزینه اول از رابطه کلی (۱۰) استفاده شده و دقت آن بیش از دو روش دیگر است، لذا گزینه ۱ به‌عنوان زمان تعادل موج پخششی انتخاب می‌شود.

با توجه به نتایج مطالعات Singh and Aravamuthan (1997) و Singh et al. (2005) و اینکه در موج پخششی عبارت فشاری نیز در نظر گرفته شده است، دقت تقریب موج پخششی بیشتر از موج سینماتیک است. بنابراین می‌توان خطای حاصل از اعمال موج سینماتیک را نسبت به موج پخششی با رابطه درصد خطای نسبی محاسبه کرد:

جدول ۱ فاصله خطوط (دو خط متوالی) هم پیمایش در گزینه‌های مختلف موج پخشی و حالت موج سینماتیکی برای  $S_0 = 0.01$

زمان پیمایش تا خروجی		تقریب موج سینماتیکی $T_e = 10/08 \text{ min}$	گزینه اول تقریب موج پخشی $T_e = 10/17 \text{ min}$	گزینه دوم تقریب موج پخشی $T_e = 10/13 \text{ min}$	گزینه سوم تقریب موج پخشی $T_e = 10/11 \text{ min}$
n	T	delx(m)	Delx(m)	delx(m)	delx(m)
۱	$0.1 T_e$	۸/۰۵	۸/۰۹	۸/۰۰	۸/۰۷
۲	$0.2 T_e$	۷/۴۸	۷/۵۲	۷/۵۰	۷/۴۹
۳	$0.3 T_e$	۶/۸۸	۶/۹۱	۶/۹۰	۶/۸۹
۴	$0.4 T_e$	۶/۲۵	۶/۲۷	۶/۳۰	۶/۲۵
۵	$0.5 T_e$	۵/۵۹	۵/۶۰	۵/۶۰	۵/۶۰
۶	$0.6 T_e$	۴/۸۹	۴/۹۰	۴/۹۰	۴/۸۹
۷	$0.7 T_e$	۴/۱۴	۴/۱۲	۴/۱۰	۴/۱۳
۸	$0.8 T_e$	۳/۳۰	۳/۲۷	۳/۳۰	۳/۲۹
۹	$0.9 T_e$	۲/۳۴	۲/۳۰	۲/۳۱	۲/۳۴
۱۰	$T_e$	۱/۰۸	۱/۰۲	۱/۰۸	۱/۰۶

### ۳-۲- حل موج پخشی

در شکل ۱، پروفیل سطح آب در حالت تعادل برای دو شیب ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ با دو تقریب موج پخشی و سینماتیک دیده می‌شود. همچنین با استفاده از سه گزینه مزبور، فاصله خطوط هم‌پیمایش موج پخشی برای شیب‌های کف ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ محاسبه و نتایج در جدول‌های ۱ و ۲ و شکل‌های ۲ و ۳ آورده شده است. در این جدول‌ها  $delx$  فاصله بین دو خط هم‌پیمایش متوالی و  $T_e$  زمان تعادل در هر یک از دو تقریب موج پخشی و موج سینماتیکی است.

همان‌طور که در جدول ۲ و شکل ۳ دیده می‌شود، در گزینه سوم تقریب موج پخشی حل عددی برای بالادست جریان دچار ناپایداری می‌شود؛ در نتیجه محاسبه فاصله خطوط هم‌پیمایش ممکن نیست.

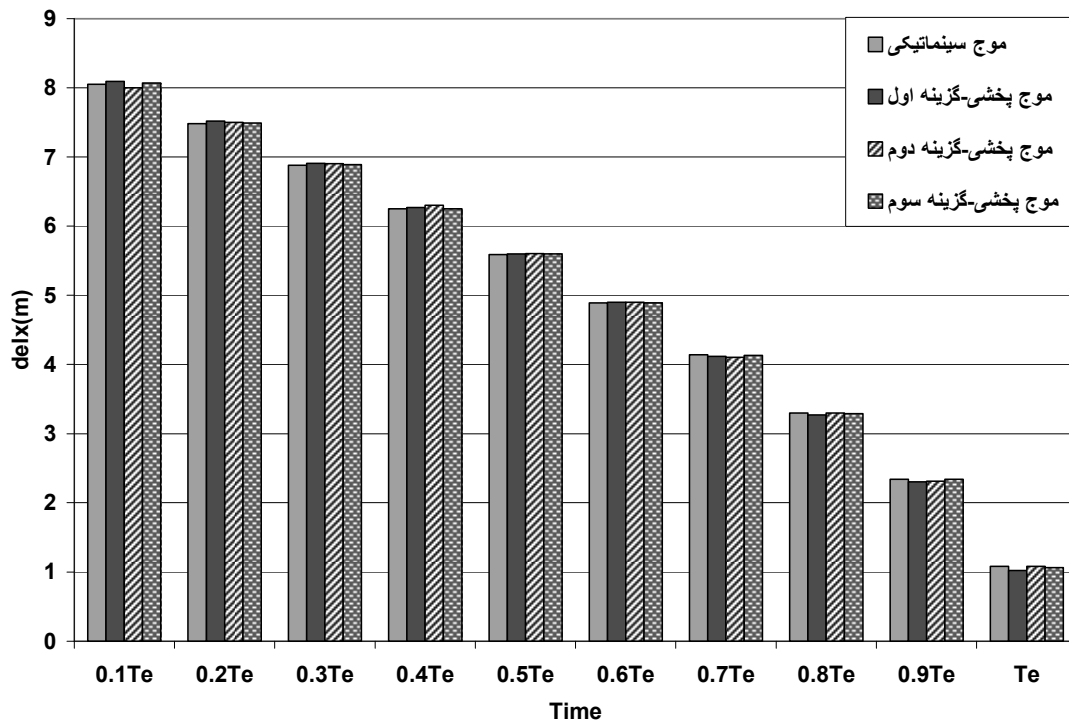
### ۴- تحلیل نتایج

در شکل ۴ موقعیت خطوط هم پیمایش متناظر از بالادست صفحه با استفاده از دو تقریب موج پخشی (گزینه اول) و موج سینماتیکی برای شیب کف ۰/۰۰۱ نشان داده شده است. در این شکل منظور از  $T_e$  زمان تعادل در هر یک از دو تقریب موج پخشی و موج سینماتیکی می باشد.

با توجه به اینکه شیب پروفیل سطح آب و تغییرات آن در قسمت بالادست صفحه زیاد است، بنابراین عبارت  $\frac{\partial h}{\partial x}$  در این قسمت، تأثیر بیشتری در محاسبات دارد. در نتیجه در تقریب موج پخشی مقدار  $S_0 - \frac{\partial h}{\partial x}$  منفی شده و حل دچار ناپایداری عددی می‌شود. لذا در محدوده ابتدایی از بالادست که در آن عبارت گرادیان فشاری بیشتر از شیب کف است باشد، از تقریب موج سینماتیک برای محاسبات استفاده شد.

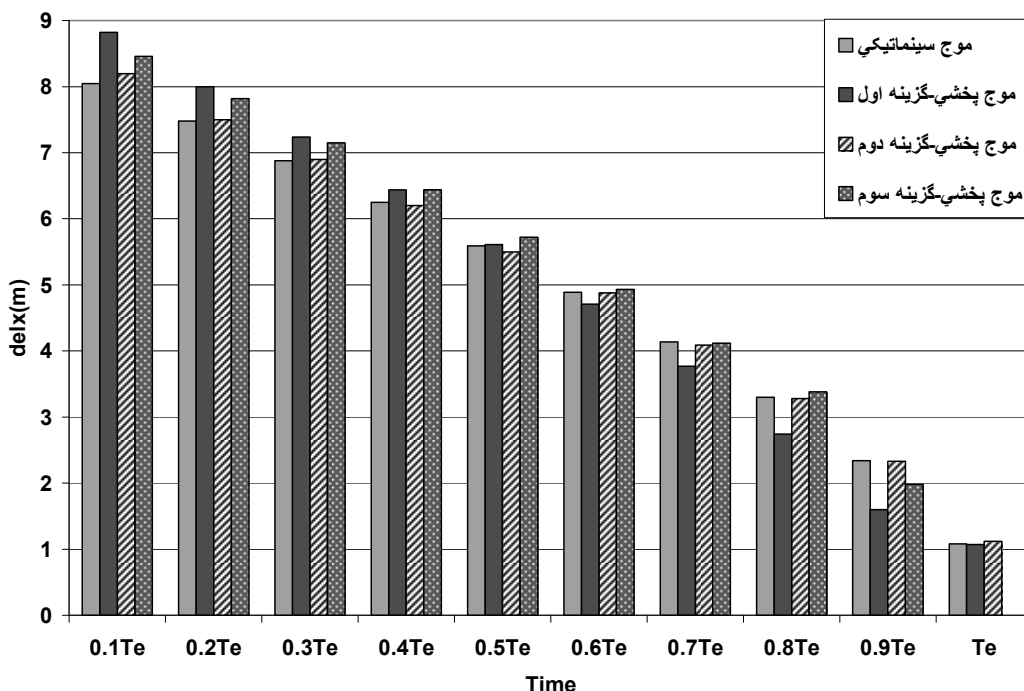
جدول ۲ فاصله خطوط (دو خط متوالی) هم پیمایش در گزینه‌های مختلف موج پخشی و حالت موج سینماتیکی برای  $S_0 = 0.001$

زمان پیمایش تا خروجی		تقریب موج سینماتیکی $T_e = 20/12 \text{ min}$	گزینه اول تقریب موج پخشی $T_e = 23/54 \text{ min}$	گزینه دوم تقریب موج پخشی $T_e = 21/94 \text{ min}$	گزینه سوم تقریب موج پخشی $T_e = 21/52 \text{ min}$
n	t	delx(m)	delx(m)	delx(m)	delx(m)
۱	$0.1 T_e$	۸/۰۵	۸/۸۲	۸/۲۰	۸/۴۶
۲	$0.2 T_e$	۷/۴۸	۸/۰۰	۷/۵۰	۷/۸۲
۳	$0.3 T_e$	۶/۸۸	۷/۲۴	۶/۹۰	۷/۱۵
۴	$0.4 T_e$	۶/۲۵	۶/۴۴	۶/۲۰	۶/۴۴
۵	$0.5 T_e$	۵/۵۹	۵/۶۱	۵/۵۰	۵/۷۲
۶	$0.6 T_e$	۴/۸۹	۴/۷۱	۴/۸۸	۴/۹۳
۷	$0.7 T_e$	۴/۱۴	۳/۷۷	۴/۰۹	۴/۱۲
۸	$0.8 T_e$	۳/۳۰	۲/۷۴	۳/۲۸	۳/۳۸
۹	$0.9 T_e$	۲/۳۴	۱/۶۰	۲/۳۳	۱/۰۶
۱۰	$T_e$	۱/۰۸	۱/۰۷	۱/۱۲	---

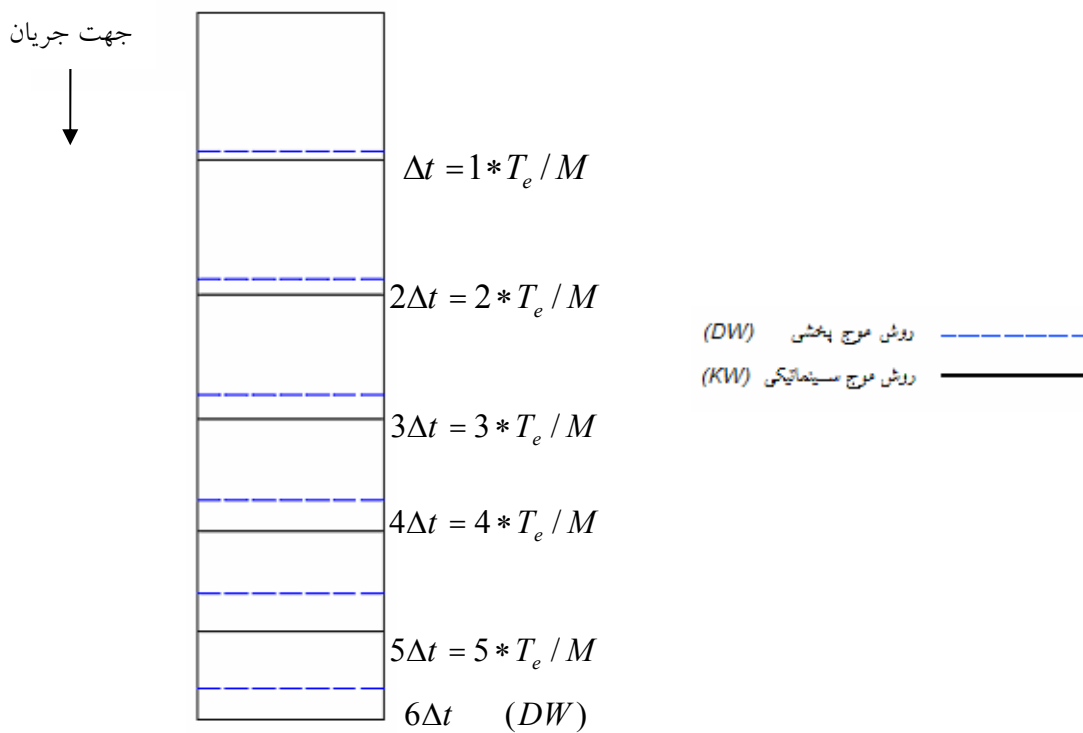


شکل ۲ مقایسه فاصله بین خطوط (دو خط متوالی) هم پیمایش در دو تقریب موج پخشی و سینماتیک برای شیب ۰/۰۱





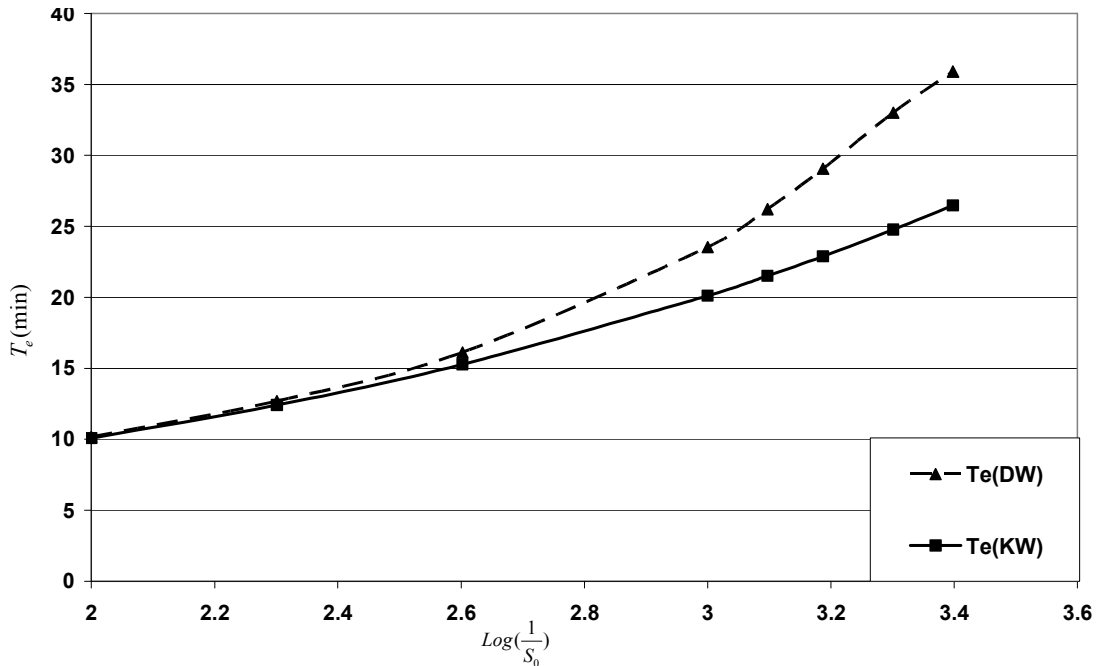
شکل ۳ مقایسه فاصله بین خطوط (دو خط متوالی) هم پیمایش در دو تقریب موج پخشی و سینماتیک برای شیب ۰/۰۰۱



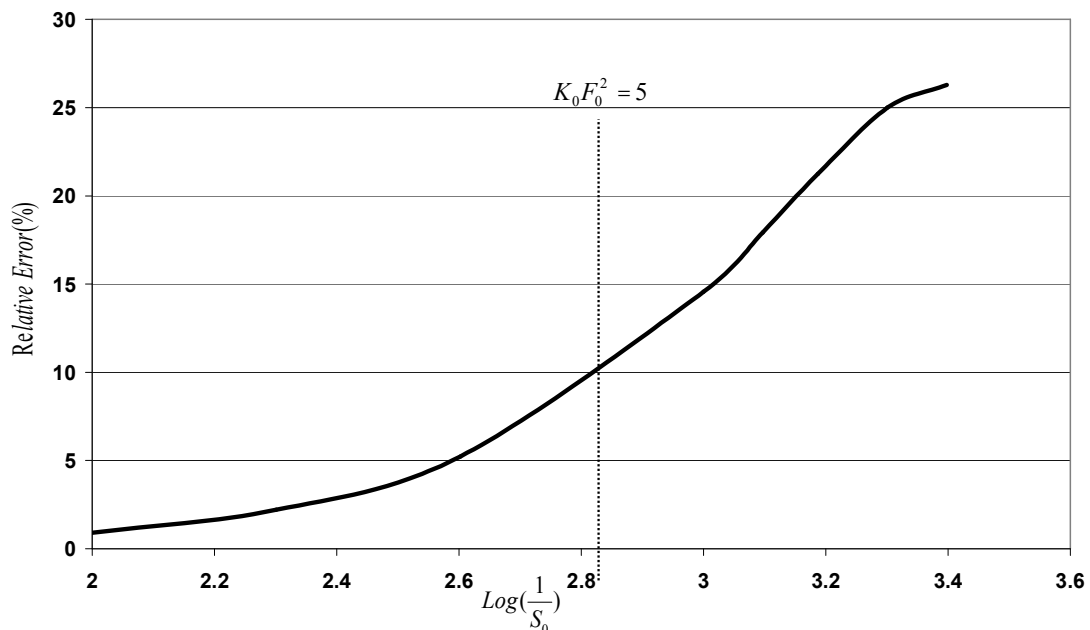
شکل ۴ مقایسه موقعیت خطوط هم پیمایش مناظر از بالادست صفحه با دو تقریب موج پخشی (گزینه اول) و موج سینماتیکی برای شیب کف ۰/۰۰۱

۶ نشان می‌دهند که اختلاف زمان‌های تعادل به‌دست آمده از دو روش برای ضریب زبری یکنواخت با کاهش شیب کف از ۰/۰۱ به ۰/۰۰۱ بیش از ۱۴٪ افزایش می‌یابد.

با توجه به نتایج تحقیق، زمان تعادل صفحه مستطیل شکل با استفاده از تقریب موج پخشی همواره بیشتر از زمان تعادل به‌دست آمده از تقریب موج سینماتیکی است. شکل‌های ۵ و



شکل ۵ مقایسه زمان تعادل حاصل از تقریب موج پخشی و موج سینماتیکی برای شیب‌های مختلف



شکل ۶ درصد خطای زمان تعادل با تقریب موج سینماتیکی نسبت به تقریب موج پخشی

اینکه اختلاف نسبی این دو روش نیز نزدیک به ۱۴٪ افزایش می‌یابد (شکل‌های ۵ و ۶).

۲- از شیب کف می‌توان به‌عنوان عاملی برای تعیین روش محاسبه زمان تعادل استفاده کرد. برای مثال برای مطالعه موردی تحقیق حاضر، برای  $S_0 < 0.0015$  و ضریب زبری یکنواخت  $n = 0.05$  استفاده از تقریب موج پخشی ضروری است، زیرا خطای نسبی زمان تعادل دو روش بیش از ۱۰٪ است. همچنین ملاحظه می‌شود که معیار  $K_0 F_0^2 < 5$  با این میزان خطای نسبی (۱۰٪) تقریب موج سینماتیکی نسبت به تقریب موج پخشی تطابق دارد (شکل ۶).

۳- با کاهش شیب کف، تراز سطح آب در پروفیل طولی افزایش می‌یابد، ضمن اینکه در تقریب موج پخشی این افزایش بیشتر از تقریب موج سینماتیکی است؛ برای مثال با کاهش شیب از ۰/۰۱ با ۰/۰۰۱ تراز سطح آب در خروجی در تقریب موج سینماتیکی نزدیک به ۱۰۰٪ و در تقریب موج پخشی بیش از ۱۱۲٪ افزایش می‌یابد (شکل ۱).

همچنین برای صفحه‌ای مستطیل شکل با طول ثابت و ضریب زبری یکنواخت، با کاهش شیب کف، تأثیر عبارت  $\frac{\partial h}{\partial x}$  در معادله ممتد بیشتر شده و فاصله خطوط هم‌پیمایش موج سینماتیکی نسبت به موج پخشی نسبت به هم دارای اختلاف بیشتری خواهند بود (شکل‌های ۲ و ۳). برای اولین بار در این تحقیق، رابطه عمومی محاسبه زمان پیمایش موج پخشی (رابطه ۱۰) استخراج و برای محاسبه آن سه گزینه پیشنهاد شد. در گزینه‌های دوم (۱۱-ب) و سوم (۱۱-ج)، عبارت  $S_0 - \frac{\partial h}{\partial x}$  یکنواخت در نظر گرفته می‌شود و مقدار تقریبی  $\frac{\partial h}{\partial x}$  از پروفیل سطح آب در حالت حل موج سینماتیکی و یا رابطه (۷) به‌دست می‌آید. فرض یکنواخت بودن  $S_0 - \frac{\partial h}{\partial x}$  در گزینه اول به عنوان بهترین گزینه ضرورتی ندارد و حالت کلی در این گزینه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۲ و ۳ دیده می‌شود، حل موج پخشی به روش گزینه‌های دو و سه بسیار شبیه به یکدیگرند و نسبت به گزینه اول به‌طور متوسط ۷٪ خطا دارد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق نتایج ذیل به‌دست آمد:

۱- زمان تعادل صفحه مستطیلی با استفاده از تقریب موج پخشی بیشتر از زمان تعادل تقریب موج سینماتیکی است و با کاهش شیب کف، اختلاف دو تقریب موج پخشی و سینماتیکی به‌صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. برای مثال با کاهش شیب بستر از ۰/۰۱ به ۰/۰۰۱، زمان تعادل در تقریب موج سینماتیکی ۹۹٪ و در تقریب موج پخشی ۱۳۰٪ افزایش می‌یابد، ضمن

## ۶- فهرست علائم

$\beta$ و $\alpha$	پارامترهای رابطه مانینگ
$M$	تعداد خطوط هم‌پیمایش
$Q$	دبی جریان (مترمکعب بر ثانیه)
$q$	دبی در واحد عرض (مترمربع بر ثانیه)
$ER$	درصد خطای نسبی
$t_j$	زمان پیمایش زامین خط هم‌پیمایش (ثانیه)
$T_{e(DW)}$	زمان تعادل در تقریب موج پخشی (ثانیه)
$T_{e(KW)}$	زمان تعادل در تقریب موج سینماتیکی (ثانیه)
$\bar{u}$	سرعت متوسط جریان در عمق (متر بر ثانیه)
$c$	سرعت موج (متر بر ثانیه)

Morris E.M., Woolhiser D. A., (1980). "Unsteady one-dimensional flow over a plane: Partial equilibrium and recession hydrographs", Water Resour. Res., 16(2), pp. 355-360.

Moramarco T., Singh V.P., (2002), "Accuracy of kinematic wave and diffusive wave for a spatial-varying rainfall excess over a plane", Hydrological Process, 16, pp. 3419-3435.

Ponce V. M., (1991). "Kinematic wave controversy", J. Hydraul. Eng., 117(4), pp. 511-525.

Richardson J. R., Julien P. Y., (1994). "Suitability of simplified overland flow equations", Water Resour., Res., 30(3), pp. 665-671.

Saghafian B., Julien P. Y., (1995), "Time to equilibrium for spatially variable watersheds", J. of Hydrology, 172, pp. 231-245.

Singh V.P., (1996). "Kinematics Wave Modeling In Water Resources Engineering", John Wiley & Sons Inc., New York, USA.

Singh V.P., Aravamuthan V., (1997). "Accuracy of kinematic wave and diffusion wave approximations for time-independent flow with momentum exchange included", Hydrological Processes, 11, pp. 511-532.

Singh V.P., Jain S. K., Sherif M. M., (2005). "Errors of kinematic wave and diffusion wave approximations for time-independent flows with infiltration and momentum exchange included", Hydrological Processes, 19, pp. 1771-1790.

Yen B.C., Lee K.T., (1997). "Unit hydrograph derivation for ungaged watersheds by stream order laws", J. Hydr. Eng., ASCE 103(1), pp. 1-9.

Woolhiser D. A., Ligget J. A., (1967). "Unsteady one-dimensional flow over a plane: The rising hydrograph", Water Resource, Res., 3(3), pp. 753-771.

$A$	سطح مقطع جریان (مترمربع)
$v$	سرعت جریان (متر بر ثانیه)
$V_0$	سرعت آب در خروجی حوزه (متر بر ثانیه)
$i$	شدت بارندگی (متر بر ثانیه)
$g$	شتاب گرانش زمین (متر بر مجذور ثانیه)
$S_0$	شیب بستر
$S_f$	شیب اصطکاکی
$n$	ضریب زبری مانینگ
$L_0$	طول حوضه (متر)
$K_0$	عدد موج سینماتیکی
$H_0$	عمق آب در خروجی (متر)
$h$	عمق جریان (متر)
$F_0$	عدد فرود در خروجی حوضه
$x_j$	فاصله خطوط هم‌پیمایش از بالادست
$delx$	فاصله بین دو خط هم‌پیمایش متوالی

## ۶- منابع

شکوهی ع. و تقفیان ب.، (۱۳۸۵). مقایسه روشهای استخراج خطوط همزمان پیمایش برای استفاده در روش روندیابی زمان-مساحت، تحقیقات منابع آب ایران، سال دوم شماره ۳.

Govindaraju R. S., Jones S. E., and Kavvas M. L., (1988). "On the diffusion model for overland flow I: Solution for steep slope", Water Resour. Res., 24(5), pp. 734-744.

Henderson F. M., (1966), "Open Channel Flow", MACMILAN PUBLICATION CO., Inc., New Yourk.

Jain M. K., Singh V. P., (2005). "DEM-based modelling of surface runoff using diffusion wave equation", J. of Hydrology, 302, pp. 107-126.

Lighthill M. J., and Whitham G. B., (1955), "On kinematic waves. I: Flood movement in long rivers", Proc., Royal Society, London, England, A229, pp. 281-316.