

برآورد خصوصیات هیدرودینامیک اشباع خاک با روش مدل معکوس عددی

جمال محمد ولی سامانی^{۱*}، پرویز فتحی^۲

۱- دانشیار گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه کردستان

* تهران، صندوق پستی ۴۸۳۸ - ۱۴۱۵۵

J_samani2003@yahoo.com

چکیده - هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر، مهمترین خصوصیات هیدرودینامیک خاک به‌شمار می‌روند که نقشی تعیین کننده در طراحی فاصله زهکش‌ها ایفا می‌کنند. ثابت بودن تخلخل مؤثر یکی از فرض‌های اصلی در مدل‌های تحلیلی زهکشی است. این فرض باعث ایجاد خطا در پیش‌بینی نوسانات سطح ایستابی در اطراف زهکش‌ها می‌شود. مدل‌سازی عددی ابزاری کارآمد به منظور شبیه‌سازی پدیده‌های مختلف به‌شمار می‌رود. در این تحقیق با فرض ثابت و متغیر بودن تخلخل مؤثر، مدل‌های عددی بسط داده و از آنها در پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی در اطراف زهکش استفاده شد. با انتخاب الگوریتم بهینه‌سازی مناسب و ارتباط‌دهی آن به مدل‌های عددی، مدل‌های معکوس مناسب برای برآورد مقادیر میانگین خصوصیات آبی اشباع خاک طراحی شد. با طراحی و ساخت مدل فیزیکی زهکشی در آزمایشگاه، داده‌های موردنیاز برای واسنجی و آزمون مدل‌های پیشنهادی اندازه‌گیری شد. از داده‌های آزمایشگاهی محققان دیگر نیز برای ارزیابی دقت پیش‌بینی مدل‌های پیشنهادی استفاده شد. نتایج این تحقیق نشان داد که استفاده از مدل عددی با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر، باعث افزایش دقت پیش‌بینی نیمرخ سطح ایستابی در اطراف زهکش‌ها می‌شود. همچنین مدل معکوس عددی با فرض فوق، برآورد بهتری را از مقادیر میانگین خصوصیات هیدرودینامیک و اشباع خاک به‌دست می‌دهد.

کلیدواژه‌گان: مدل عددی، روش مسئله معکوس، هدایت آبی، تخلخل مؤثر.

۱- مقدمه

قدم در طراحی سیستم زهکشی در جهت افزایش تولید محصولات کشاورزی با در نظر گرفتن ملاحظات زیست‌محیطی به‌شمار می‌رود. مدل‌سازی عددی ابزاری کارآمد در طراحی سیستم‌های مختلف به‌شمار می‌رود. اعمال شرایط مرزی مختلف و فرضیات اولیه کمتر، از جمله ویژگی‌های اصلی مدل‌های عددی است. این ویژگی‌ها و همچنین وجود کامپیوترهایی با سرعت بالا باعث شده است تا

امروز نقش سیستم‌های زهکشی فراتر از اهداف مرسوم و تعریف شده برای آن است. این فناوری از یک سو باعث بهبود شرایط خاک و افزایش عملکرد محصولات شده و از طرف دیگر زه آب خروجی، باعث ایجاد مشکلات زیست‌محیطی و آلودگی منابع آبی می‌شود. مدل‌سازی ریاضی عملکرد زهکش در خروج آب‌های اضافی از خاک، مهمترین

بوسینسک بهره برده و مدل WATRCOM را بسط و توسعه داده‌اند. از این مدل می‌توان برای شبیه‌سازی حرکت آب زیرزمینی در حوزه آبریز، مشتمل بر آبراهه‌های طبیعی، کانال‌های زهکشی و نهرچه‌ها بهره برد.

مهمترین مشکل مدل‌های ریاضی (عددی و تحلیلی)، تعیین مقادیر مناسب برای پارامترهای ورودی به آنها است. خصوصیات هیدرودینامیکی خاک مهمترین پارامترهای ورودی مدل ریاضی زهکشی هستند. این خصوصیات نقشی تعیین کننده در دقت پیش‌بینی مدل‌ها ایفا می‌کنند. اندازه‌گیری و تعیین مقدار این پارامترها یکی از کارهای مشکل در پروژه‌های زهکشی به‌شمار می‌رود (Schwab et al., 1996). تغییرات این پارامترها در خاک آنقدر زیاد است که به‌سختی می‌توان با روشهای اندازه‌گیری نقطه‌ای، مقدار میانگین آنها را برآورد کرد تا با استفاده از آن و مدل زهکشی، فاصله بین زهکش‌ها با دقت خوبی تعیین شود. بنابراین با بررسی مختصر نتایج تحقیقات، می‌توان به این نکته پی‌برد که کار به ظاهر ساده تعیین مقادیر میانگین پارامترهای هیدرودینامیک خاک، مسأله مهندسی پیچیده‌ای به‌شمار می‌رود.

به دلیل دشواریهای مربوط به اندازه‌گیری مستقیم، در سالهای اخیر تلاشی شده تا این ویژگیها را از راههای غیرمستقیم با تقریبی مناسب برآورد کنند. یکی از ابزارهایی که در سالهای اخیر برای برآورد غیرمستقیم خصوصیات سیستمهای مختلف به‌کار رفته، استفاده از روش مسئله معکوس^۳ است. در این روش با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی پارامترهای ورودی به مدل شبیه‌سازی طوری تعیین می‌شود که خطای پیش‌بینی مدل به حداقل مقدار ممکن کاهش یابد. یکی از مهمترین مزایای این روش آن است که

روزبه‌روز بر دامنه کاربرد این روشها در علوم مختلف، به‌ویژه علوم سیالات اضافه شود. بدون شک پیشرفت فناوری و صنعت در سالیان اخیر مرهون استفاده از کامپیوتر و توسعه روشهای عددی بوده است. در میان روشهای عددی، روش حجم کنترل از ویژگیهای ممتازی برخوردار است. ایده اصلی در این روش، از نظر درک بسیار ساده و از نظر فیزیکی قابل تفسیر است. امروز این روش در علوم سیالات جایگزین روش دقیق اجزای محدود شده است (پاتانکار، ۱۳۸۲). در این تحقیق از روش مزبور برای شبیه‌سازی عددی جریان به طرف زهکش‌ها در حالتی مختلف استفاده شده است.

معادله بوسینسک^۱ از یکی از معادلات دیفرانسیلی است که به‌طور گسترده‌ای توسط محققان برای شبیه‌سازی جریان اشباع در محیط متخلخل به‌کار رفته است. محققان با حل عددی و تحلیلی این معادله، مدل‌های غیرماندگار مختلفی را برای تعیین فاصله زهکش‌ها ارائه کرده‌اند. خطی‌سازی معادله بوسینسک و ثابت بودن تخلخل مؤثر، فرضهای اصلی در استخراج تمامی مدل‌های تحلیلی ارائه شده در زمینه جریان غیرماندگار به‌طرف زهکش‌ها است (Kumar et al. 1994; Verma et al., 1998).

پندی و همکاران (۱۹۹۲) با اندازه‌گیری مقدار تخلخل مؤثر خاک در ارتفاعهای مختلف سطح ایستابی در اطراف زهکش برای تابع تخلخل مؤثر خاک، رابطه‌ای تجربی را ارائه کرده و سپس با استفاده از آن و روش تفاضل محدود و شمای برون‌یابی کرانک- نیکلسون^۲ به حل عددی معادله بوسینسک پرداختند.

پارسونز و همکاران (۱۹۸۷ و ۱۹۹۱ الف و ب) از روش عناصر محدود برای حل عددی معادله

1. Boussinesq equation
2. Extrapolated Crank – Nicholson

3. Inverse Problem Technique

مقادیر خصوصیات هیدرولیکی غیراشباع خاک را با استفاده از تغییرات رطوبت اندازه‌گیری شده و روش مسأله معکوس برآورد کردند.

مقال و همکاران (۱۹۹۳) در طرحی تحقیقاتی، مقادیر هدایت آبی غیراشباع را اندازه‌گیری کردند. سپس با استفاده از سه برنامه بهینه‌سازی، مقدار این خصوصیت را پیش‌بینی و با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه کردند. نتایج نشان داد که دو برنامه، مقادیر هدایت آبی غیر اشباع را با دقت بهتر و هزینه کمتری برآورد می‌کنند.

نگاهی به تحقیقات قبلی نشان می‌دهد که تعیین ورودیهای مطلوب ویژگیهای هیدرولیکی خاک هنوز به عنوان عاملی محدود کننده برای طراحان زهکشی و کاربران مدل‌های شبیه‌سازی وجود دارد. هدف از این تحقیق بسط، واسنجی و آزمون مدل‌های معکوس عددی مناسب برای برآورد مقادیر میانگین هدایت آبی اشباع، تخلخل مؤثر و پارامترهای ثابت تابع تخلخل مؤثر خاک اطراف زهکش‌ها است.

۲- مواد و روشها

۲-۱- تهیه مدل‌های عددی

در این تحقیق با استفاده از روش حجم کنترل، معادله دیفرانسیلی حاکم بر جریان اشباع به طرف زهکش در دو حالت ثابت و متغیر بودن تخلخل مؤثر، به روش عددی حل و به عنوان مدل شبیه‌سازی در روش مسأله معکوس استفاده شد. در مدل عددی، محدودیت‌های اصلی مدل‌های تحلیلی زهکشی، مانند هندسه و شرایط مرزی میدان محاسباتی از بین رفته و تحلیل دقیقتری میسر می‌شود.

۲-۱-۱- میدان حل

سطح ایستابی و علائم مربوط در اطراف زهکش

پیش‌بینی خصوصیات هیدرولیکی خاک بر پایه یک متغیر قابل دسترس (مانند اندازه‌گیری تغییرات زمانی رطوبت) در شرایط واقعی زمین صورت می‌گیرد (Ritter et al., 2003).

به تازگی از مدل‌های معکوس به‌طور گسترده‌ای در تحقیقات هیدرولیک و فیزیک خاک استفاده می‌شود (Hopmans and Simunek, 1999; Zou et al., 2001; Ritter et al., 2003).

در زمینه کاربرد این روش در مسائل مرتبط با زهکش‌های زیرزمینی تحقیقات بسیار اندکی انجام شده است.

داین و هروسکا (۱۹۸۳) برای اولین بار از این روش برای تخمین پارامترهای ثابت معادله وان‌گنوختن با استفاده از داده‌های مربوط به پروفیل رطوبتی خاک همگن بعد از آبیاری استفاده کردند. در این تحقیق دو پارامتر هیدرولیکی برآورد شده و بقیه با استفاده از روشهای آزمایشگاهی اندازه‌گیری شد.

بعد از کارهای اولیه داین و هروسکا (۱۹۸۳)، مطالعات دیگری در جهت بهبود روش مسأله معکوس و کاربرد صحرائی آن به‌منظور تعیین خصوصیات هیدرولیکی خاک، توسط محققان انجام شد (Abbaspour et al., 1999; Jhorar et al., 2002). برای مثال عباس‌پور و همکاران (۱۹۹۹) از روش مسئله معکوس برای پیش‌بینی پارامترهای ثابت منحنی رطوبتی خاک لایه‌ای استفاده کردند.

کمار و همکاران (۱۹۹۴) در طرحی تحقیقاتی، نسبت ضریب انتقال به تخلخل مؤثر خاک اطراف زهکش را با روش معکوس پیش‌بینی کردند. در این تحقیق، فقط نسبت هدایت هیدرولیکی اشباع به تخلخل مؤثر پیش‌بینی شده و هیچ یک از خصوصیات هیدرولیکی خاک به‌صورت جداگانه برآورد نشده است.

ریتزر و همکاران (۲۰۰۳) در طرحی تحقیقاتی،

این معادله بر مبنای فرضیات دوپوئی - فورشهائمر^۱ و اصل پیوستگی جریان استوار بوده و معادله دیفرانسیلی درجه ۲، سهموی و غیرخطی است. استخراج شکل کلی این معادله، به ثابت یا متغیر فرض کردن پارامتر تخلخل مؤثر بستگی دارد. با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر خاک، شکل عمومی این معادله به صورت زیر خواهد شد.

$$k \frac{\delta}{\delta x} \left[H \frac{\delta H}{\delta x} \right] = f \frac{\delta H}{\delta t} \quad (1)$$

که در آن H ارتفاع سطح ایستابی نسبت به لایه نفوذناپذیر، f, k هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر خاک، x فاصله افقی از زهکش و t زمان از شروع زهکشی است.

ب) با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر

در این قسمت برای استخراج معادله حاکم بر جریان از معادله ۲ و با تغییر متغیر استفاده می‌شود. اگر h ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکش‌ها و d_e فاصله زهکش از لایه غیرقابل نفوذ باشد، در این صورت با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر خاک شکل عمومی این معادله به صورت زیر خواهد بود:

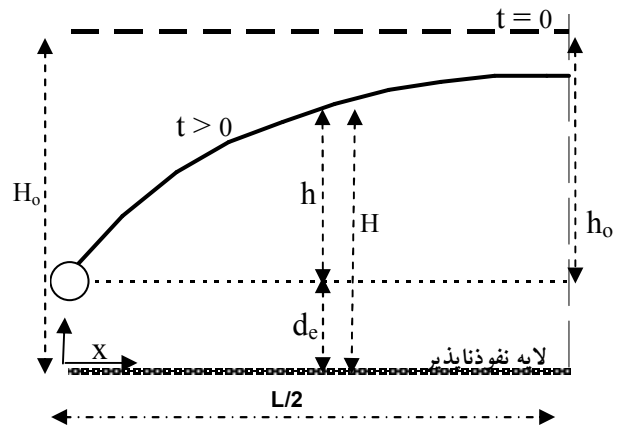
$$f_{(h)} \frac{\partial h}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial x} \left((h + d_e) \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (2)$$

که در آن $f_{(h)}$ تابع ارتباط تخلخل مؤثر خاک و ارتفاع سطح ایستابی در بالای زهکش‌ها است. در این تحقیق از رابطه تجربی پندی و همکاران (۱۹۹۲) برای توصیف ارتباط تخلخل مؤثر و ارتفاع سطح ایستابی در اطراف زهکش استفاده شد (رابطه ۱۳).

که در آن f_0 تخلخل مؤثر خاک در زمانی است که سطح ایستابی در عمق زهکشی قرار گرفته است، $f_{(h)}$ تخلخل مؤثر خاک در هر سطح ایستابی h_0, h ارتفاع سطح ایستابی در بالای زهکش در

زیرزمینی، به صورت طرحواره در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این شکل L فاصله بین دو زهکش، H ارتفاع سطح ایستابی در بالای لایه نفوذناپذیر، h ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکش‌ها و d_e فاصله عمودی زهکش تا لایه نفوذناپذیر است. در این تحقیق به منظور ملحوظ کردن انحنای جریان در اطراف زهکش و وجود جریان شعاعی، از عمق معادل استفاده شده است. H_0 و h_0 به ترتیب ارتفاع سطح ایستابی اولیه در بالای لایه نفوذناپذیر و سطح زهکش است.



شکل ۱ شماتیک و علائم توصیف کننده مسائل زهکشی زیرزمینی

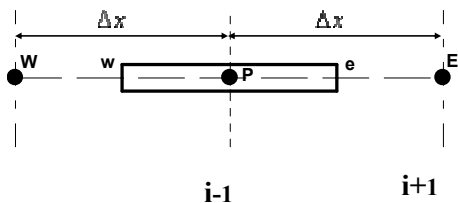
در این تحقیق با توجه به قرینه بودن جریان آب در حد فاصل دو زهکش زیرزمینی، محدوده بررسی جریان آب بطرف زهکش‌ها از محل نصب زهکش تا حد واسط دو زهکش است (شکل ۱).

۲-۱-۲- معادلات حاکم بر جریان

الف) با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر

معادله بوسینسک از جمله معادلات دیفرانسیلی است که در شبیه سازی جریان اشباع آب به طرف زهکش‌ها کاربرد وسیعی پیدا کرده است (Chauhan et al., 1968; Van Schilfgaarde, 1974).

رفته است. در این روش از معادله حاکم بر جریان روی حجم کنترل (شکل ۲) انتگرال گیری می شود.



شکل ۲ موقعیت حجم کنترل

با انجام انتگرال گیری، معادله دیفرانسیل حاکم منفصل سازی شده و به یک معادله جبری به یکی از شکلهای زیر تبدیل می شود.

الف) با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر:

$$a_i H_{i-1}^{n+1} + c_i H_{i+1}^{n+1} + d_i H_i^n = b_i H_i^{n+1} \quad (6)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{k \Delta t H_w^{n+1}}{\Delta x} & c_i &= \frac{k \Delta t H_e^{n+1}}{\Delta x} \\ d_i &= f \Delta x & b_i &= a_i + c_i + d_i \\ H_w^{n+1} &= \frac{H_{i-1}^{n+1} + H_i^{n+1}}{2} & H_e^{n+1} &= \frac{H_{i+1}^{n+1} + H_i^{n+1}}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن $H_{i-1}^{n+1}, H_i^{n+1}, H_{i+1}^{n+1}$ به ترتیب ارتفاع سطحی ایستابی در گره های $i-1, i, i+1$ و در زمان $n+1$ ، $\Delta t, \Delta x$ به ترتیب طول گام مکانی و زمانی است.

ب) با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر:

$$c_i h_{i+1}^{n+1} + a_i h_{i-1}^{n+1} + d_i h_i^n = b_i h_i^{n+1} \quad (8)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} c_i &= \frac{k \Delta t (h_e^{n+1} + d_e)}{\Delta x} & h_e^{n+1} &= \frac{h_{i+1}^{n+1} + h_i^{n+1}}{2} \\ a_i &= \frac{k \Delta t (h_w^{n+1} + d_w)}{\Delta x} & h_w^{n+1} &= \frac{h_{i-1}^{n+1} + h_i^{n+1}}{2} \\ d_i &= f \Delta x & h_i^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{h_i^{n+1} + h_i^n}{2} \\ b_i &= c_i + a_i + d_i \end{aligned} \quad (9)$$

زمان صفر و q و Z پارامترهای ثابت تجربی هستند. با در نظر گرفتن مقادیر مناسبی برای q و Z می توان انطباق خوبی بین تخلخل مؤثر محاسبه شده و آزمایشگاهی برای خاکهای مختلف ایجاد کرد (Pandy et al., 1992).

$$f_{(h)} = f_o \left[1 - \frac{q \frac{h}{h_o}}{1 - \frac{h}{h_o} + \frac{h}{Z}} \right] \quad (3)$$

۲-۱-۳- شرایط اولیه و مرزی

شرایط اولیه و مرزی مورد استفاده در این تحقیق به صورت زیر است:

الف) با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq \frac{L}{2}, \quad t = 0 \\ x = 0, \quad t > 0 \\ x = \frac{L}{2}, \quad t > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ب) با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر:

$$\begin{aligned} h(x, 0) &= h_o & 0 \leq x \leq L \\ h(0, t) &= 0 & t > 0 \\ \frac{\partial h}{\partial x} &= 0 & x = \frac{L}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

۲-۱-۴- روش حل

در این تحقیق از روش حجم کنترل برای حل عددی معادله حاکم بر جریان استفاده شد. این روش ابتدا به عنوان نوعی فرمول بندی در روش تفاضل محدود مطرح شد؛ اما بعدها به عنوان روشی جداگانه توسعه یافت و در نرم افزارهای تجارتي سیالات استفاده شد. این روش با کارایی و پایداری مناسب در علوم مختلف مهندسی به کار

است. مشاهده شد که در تمامی زمانها، نتایج مدل‌های عددی و تحلیلی گلوور- دام همخوانی مناسبی دارند. این مطلب بیانگر صحت پیش‌بینی مدل‌های عددی یک بعدی پیشنهادی است.

۳- الگوریتم بهینه‌سازی

بسط مدل معکوس مناسب مستلزم انتخاب الگوریتم بهینه‌سازی قوی در تعیین حداقل مطلق^۲ خطای پیش‌بینی مدل شبیه‌سازی است. به دلیل آنکه محدوده تغییرات مقدار تخلخل مؤثر و هدایت آبی اشباع خاک‌های زراعی معلوم و شناخته شده است، لذا در این تحقیق به علت خصوصیات طبیعی و فیزیکی پارامترهای مورد مطالعه، برای کالیبره کردن مدل باید از یکی از روش‌های بهینه‌سازی مقید استفاده شود.

در برنامه کامپیوتری تهیه شده به زبان فرترن، تابع هدفی که حداقل می‌شود، به صورت زیر تعریف شده است:

$$F = \sum_{i=1}^n (h_i^m - h_i^c)^2 \quad (12)$$

که در آن h_i^m ارتفاع سطح ایستابی اندازه‌گیری شده در بالای سطح زهکش، h_i^c ارتفاع سطح ایستابی محاسبه شده در بالای سطح زهکش‌ها که با مدل‌های عددی تهیه شده در هر نقطه و در هر زمان، محاسبه می‌شود و n تعداد نقاط اندازه‌گیری است.

باتوجه به تابع هدف مسئله که محاسبه مشتق آن امکان‌پذیر نیست، باید از روش‌های مستقیم - که نیازی به محاسبه مشتق تابع ندارند - استفاده شود.

به دلیل آنکه استفاده از روش‌های بهینه‌سازی نامقید در پژوهش‌های کاربردی، ساده‌تر از روش‌های بهینه‌سازی مقید است، لذا در این تحقیق از روش بهینه‌سازی نامقید برای حداقل‌سازی تابع هدف استفاده شد.

با اعمال معادلات جبری بر گره‌های محاسباتی، دستگاه معادلاتی تشکیل می‌شود که با اعمال شرایط اولیه و مرزی و به روش تکرار گوس - سایدل^۱، می‌توان مقادیر H و h را در زمان و مکانهای مختلف را محاسبه کرد.

۲-۱-۵- ارزیابی صحت مدل عددی

برای اثبات صحت عملکرد مدل‌های عددی، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش توسط مدل‌های عددی پیش‌بینی و با نتایج مدل تحلیلی گلوور-دام مقایسه شد (معادله ۱۰):

$$h_i^c(x, t) = \frac{4h_o}{\pi} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \cdot e^{-m^2 \cdot a' \cdot t} \cdot \text{Sin}\left(\frac{m \pi x}{L}\right) \quad (10)$$

که در آن:

$$a' = \frac{\pi^2 kD}{fL^2}, \quad D = d_e + \frac{h_o}{2} \quad (11)$$

در این معادلات D مقدار متوسط پتانسیل هیدرولیکی است.

برای ارزیابی صحت عملکرد مدل‌های عددی پیشنهادی، از داده‌های پندی و همکاران (۱۹۹۲) استفاده شد. پارامترهای ورودی دو مدل به صورت زیر در نظر گرفته شد.

الف) با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر:

$$k = 0.0375 \text{ m/day} \quad f = 0.031 \text{ m}^3/\text{m}^3 \\ L = 9.4 \text{ m} \quad d_e = 0.38 \text{ m} \quad h_o = 1.22 \text{ m}$$

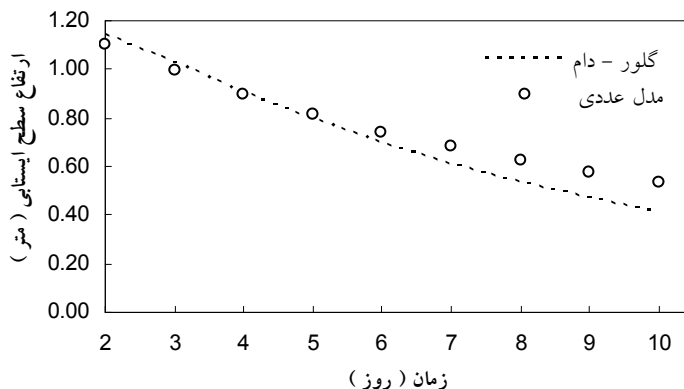
ب) با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر:

$$k = 0.0375 \text{ m/day} \quad f_o = 0.0375 \quad q = 0.8 \\ Z = 0.6 \quad L = 9.4 \text{ m} \quad d_e = 0.38 \text{ m} \quad h_o = 1.22 \text{ m}$$

مقادیر ارتفاع سطح ایستابی پیش‌بینی شده به وسیله مدل یک‌بعدی، با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر و مدل تحلیلی گلوور - دام در شکل ۳ ترسیم شده

2. Absolute minimum

1. Gauss- Seidel



شکل ۳ تغییرات زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش

بودن تخلخل مؤثر برای محاسبه تئوری ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکشی در هر زمان و در هر نقطه استفاده می‌شود.

حداقل بودن تابع هدف این مطلب را آشکار می‌سازد که مقادیری برای هدایت آبی و تخلخل مؤثر در نظر گرفته شده که در هر نقطه و در هر زمان، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی محاسبه شده از مدل عددی و تحلیلی (h_c), با تقریب خوبی به مقادیر اندازه‌گیری شده آنها (h_m) نزدیک است. به بیان بهتر، منحنی سطح ایستابی که مدل‌های عددی پیش‌بینی می‌کنند و منحنی که از آزمایش به دست آمده، با مقدار خطای حداقل بر هم منطبق خواهند شد.

۵- واسنجی مدل^۲

به‌منظور واسنجی و ارزیابی مدل‌های فوق، از داده‌های اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه استفاده شد. در این حالت برای انجام آزمایشها، یک نمونه فیزیکی زهکشی به ابعاد ۱۰۰، ۳۰ و ۸۰ سانتی‌متر ساخته شد. برای مشاهده لایه خاک در یک طرف مدل از صفحه پلکسی - گلاس شفاف استفاده شد. در داخل مدل و به فواصلی که در شکل ۴ دیده می‌شود، تعداد ۷ پیژومتر به قطر ۰/۵ سانتی‌متر

برای تبدیل مسأله مقید به نامقید از روش تابع جریمه^۱ استفاده شد. در این روش محدودیت‌های مسأله با تغییر متغیر حذف شده و در نتیجه می‌توان از یکی از روش‌های بهینه‌سازی نامقید برای این حالت استفاده کرد (Greig 1980).

روش‌های مختلف بهینه‌سازی نامقید را باکس (۱۹۶۶) برای توابع هدف ۱، ۲، ۳، ۵ و ۲۰ متغیر مستقل مقایسه کرده است. این مقایسه‌ها بر اساس تعداد متغیرهای مستقل انجام شده است. به دلیل نتایج خوب و نیاز نداشتن به محاسبه مشتق تابع هدف، روش پاول از میان روش‌های مختلف انتخاب شد.

روش پاول، روشی بسیار قوی در به‌دست آوردن نقطه حداقل توابع چند متغیره بدون محدودیت محسوب می‌شود. در این روش برای پیدا کردن نقطه بهینه با تابع هدف یا حداقل، π را امتداد هادی در نظر گرفته و روی آن حرکت می‌کنیم تا نقطه بهینه روی یکی از این امتدادها بدست آید (Greig 1980).

۴- تشریح مدل‌های معکوس

در مدل‌های معکوس پیشنهادی، از مدل‌های عددی یک‌بعدی غیرماندگار زهکشی با فرض ثابت و متغیر

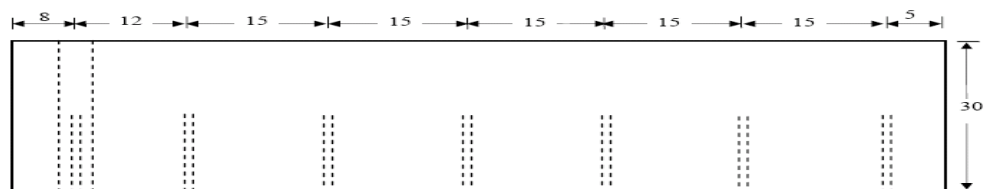
2. Calibration

1. Penalty function

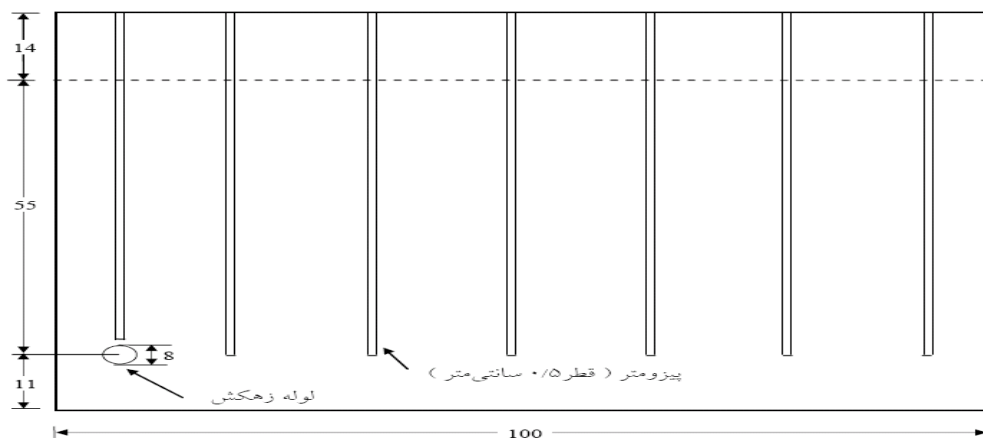
در آن به وجود آید. بعد از این مدت، در لوله زهکش باز و آب داخل خاک به طو کامل زهکشی شد. بعد از زهکشی کامل خاک، لوله زهکش بسته و بار دیگر خاک مدل به روش ذکر شده اشباع و سطح ایستابی در ارتفاع ۶۴/۵ سانتی متری تثبیت شد. با تثبیت سطح ایستابی شیر مخزن آب بسته و با باز شدن زهکش نوسانات سطح ایستابی در زمانهای مختلف اندازه گیری شد. ارتفاع سطح ایستابی در درون پیزومترها در فواصل زمانی ۱۰، ۳۰، ۵۰ و ۶۰ دقیقه قرائت و ثبت شد. هدایت آبی اشباع خاک از راه اندازه گیری زه آب خروجی و ارتفاع ثابت سطح ایستابی برابر ۹/۶۵ سانتی متر در روز اندازه گیری شد.

برای برآورد تسایع تخلخل مؤثر از روش تیلور (۱۹۶۰) و تسایع پیشنهادی پندی و همکاران (۱۹۹۲) استفاده شد.

نصب شد. لوله ای از جنس PVC با ۱/۵ درصد مساحت سوراخ شدگی جانبی و ۴ سانتی متر قطر، در یکی از دو انتهای طولی تانک نصب شد. در کف مدل و در وسط آن یک دستگاه شیر آب نصب و از آن برای اشباع تدریجی خاک از پایین به بالا و همچنین اندازه گیری هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر استفاده شد. در داخل تانک و تا ارتفاع ۵ سانتی متری شن درشت ریخته شد. خاک انتخاب شده بعد از خشک شدن با هوا، از الک دو میلی متری گذرانده شده و سپس با استفاده از آن، مدل ساخته شده تا ارتفاع ۶۶ سانتی متری پر شد. بعد از پر کردن خاک، در لوله زهکش بسته شد و با اتصال شیر آب کف مدل به یک مخزن کوچک آب، اشباع تدریجی خاک و خارج کردن هوای داخل خاک انجام شد. بعد از اشباع کامل خاک، مدل به مدت ۱/۵ ماه به صورت غرقاب به حال خود رها شد تا خاک ساختمان طبیعی تری تشکیل داده و تراکمهای لازم



پلان



ارتفاع

شکل ۴ پلان و ارتفاع مدل فیزیکی زهکشی (ابعاد بر حسب سانتی متر است).

جدول ۱ مقادیر خصوصیات هیدرولیکی اشباع برآورد شده به وسیله مدل مسأله معکوس با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر

f (m^3/m^3)	K ($m / days$)	
۰/۰۱۳	۰/۰۹۶۵	اندازه گیری شده
۰/۰۰۶	۰/۱۰۰۰	مدل معکوس عددی

جدول ۲ مقادیر خصوصیات هیدرولیکی اشباع برآورد شده به وسیله مدل مسئله معکوس با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر

Z	q	f_0 (m^3/m^3)	K ($m / days$)	
۰/۷۱۰	۰/۹۸۵	۰/۰۲۹۱	۰/۰۹۶۵	اندازه گیری شده
۰/۸۶۰	۰/۸۶۲	۰/۰۱۴۳	۰/۱۰۰۳	مدل معکوس عددی

۵-۲- واسنجی با استفاده از داده های پندی و همکاران (۱۹۹۲)

با استفاده از داده های ارتفاع سطح ایستابی، مدل های عددی پیشنهاد شده واسنجی شد. مقادیر اندازه گیری و برآورد شده خصوصیات هیدرولیکی اشباع خاک در جدول های ۳ و ۴ نشان داده شده است.

جدول ۳ مقادیر خصوصیات هیدرولیکی اشباع برآورد شده به وسیله مدل مسأله معکوس با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر

f (m^3/m^3)	K ($m / days$)	
۰/۰۳۱۰	۰/۰۳۷۵	اندازه گیری شده
۰/۰۱۷۴	۰/۰۳۷۵	مدل معکوس عددی

جدول ۴ مقادیر خصوصیات هیدرولیکی اشباع برآورد شده به وسیله مدل مسأله معکوس با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر

Z	q	f_0 (m^3/m^3)	K ($m / days$)	
۰/۶۰۰	۰/۸۰۰	۰/۰۴۸۵	۰/۰۳۷۵	اندازه گیری شده
۰/۸۸۳	۰/۳۱۷	۰/۰۲۱۸	۰/۰۳۷۵	مدل معکوس عددی

با اندازه گیری مقادیر تخلخل مؤثر نسبت به ارتفاع سطح ایستابی، از میان مقادیر مذکور بهترین منحنی برازش داده شد و مقادیر q ، Z و f_0 به ترتیب برابر ۰/۹۸۵، ۰/۶۹ و ۰/۰۲۹ تعیین شد.

برای ارزیابی بیشتر مدل های پیشنهادی از اطلاعات داده های ارائه شده توسط پندی و همکاران (۱۹۹۲) نیز استفاده شد. آنان در طرحی تحقیقاتی، نیمرخ سطح ایستابی، هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر را اندازه گیری کردند. آنها با استفاده از یک نمونه تانک ماسه نیمرخ های سطح ایستابی را در زمان های ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ روز از شروع زهکشی اندازه گیری کردند. مقدار هدایت هیدرولیکی خاک مورد آزمایش، با استفاده از روش های چاهک و چاهک معکوس برابر ۰/۰۳۷۵ متر در روز برآورد شد. مقدار تخلخل مؤثر نیز در آزمایشگاه برابر ۰/۰۳۱ اندازه گیری شد. مقادیر f_0 ، q و Z (پارامترهای ثابت تابع تخلخل مؤثر) به ترتیب برابر ۰/۰۴۸۵، ۰/۸ و ۰/۶ به دست آمد.

در این تحقیق از قسمتی از داده های ارتفاع سطح ایستابی برای واسنجی مدل های پیشنهادی و از بقیه داده ها برای ارزیابی دقت پیش بینی استفاده شد. برای واسنجی مدل، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی در زمانها و فواصل مختلف تعیین و به عنوان داده های ورودی به برنامه کامپیوتری معرفی شد. مدل اجرا شد و مقادیر بهینه هدایت آبی و تخلخل مؤثر و همچنین پارامترهای ثابت تابع تخلخل مؤثر برآورد شد.

۵-۱- واسنجی با استفاده از داده های اندازه گیری شده

مقادیر اندازه گیری و برآورد شده از مدل های معکوس عددی با فرض ثابت و متغیر بودن تخلخل مؤثر در جداول ۱ و ۲ آورده شده است.

۶- اعتبارسنجی مدل

۶-۱- اعتبار سنجی مدل با استفاده از

داده‌های اندازه‌گیری شده

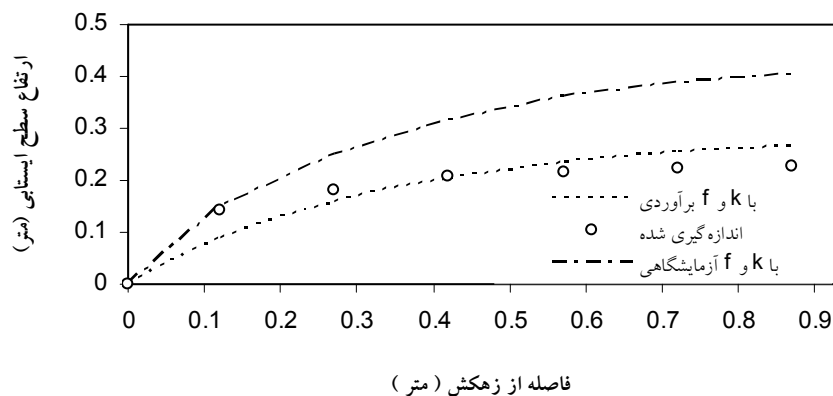
الف) مدل عددی با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر

با استفاده از مقادیر بهینه و آزمایشگاهی پارامترهای هیدرولیکی و مدلهای عددی یک‌بعدی، نیمرخ سطح ایستابی در زمانهای ۹۰ و ۱۵۰ دقیقه از شروع زهکشی پیش‌بینی شد. نیمرخ‌های پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده در زمان ۹۰ دقیقه از شروع زهکشی در شکل ۵ نشان داده شده است. همچنین با استفاده از این مقادیر تغییرات زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد فاصل دو زهکش

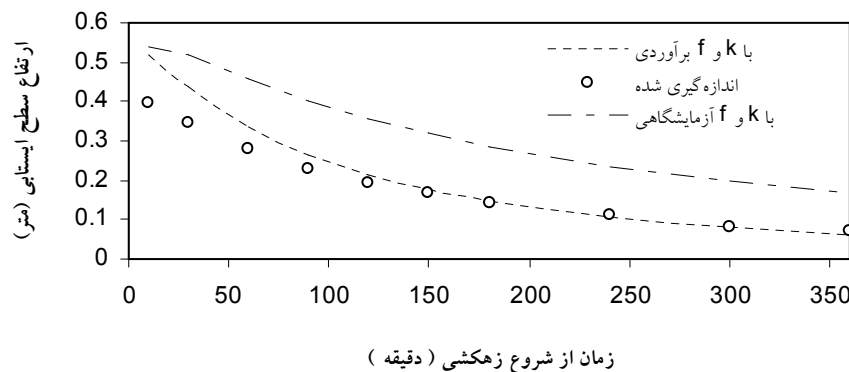
پیش‌بینی و با مقادیر اندازه‌گیری شده آنها مقایسه شد (شکل ۶).

ب) مدل عددی با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر
مشابه مدل عددی قبلی، در این حالت نیز با استفاده از مدل عددی، نیمرخ‌های سطح ایستابی در زمانهای ۹۰ و ۱۵۰ دقیقه از شروع زهکشی پیش‌بینی و با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه شد. نیمرخ سطح ایستابی پیش‌بینی شده در زمان ۹۰ دقیقه از شروع زهکشی در شکل ۷ نشان داده شده است.

در شکل ۸ مقادیر زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد فاصل دو زهکش، پیش‌بینی شده به‌وسیله مدل عددی نشان داده شده است.



شکل ۵ نیمرخ سطح ایستابی اندازه‌گیری شده و تخمینی از مدل عددی در زمان ۹۰ دقیقه از شروع زهکشی با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر



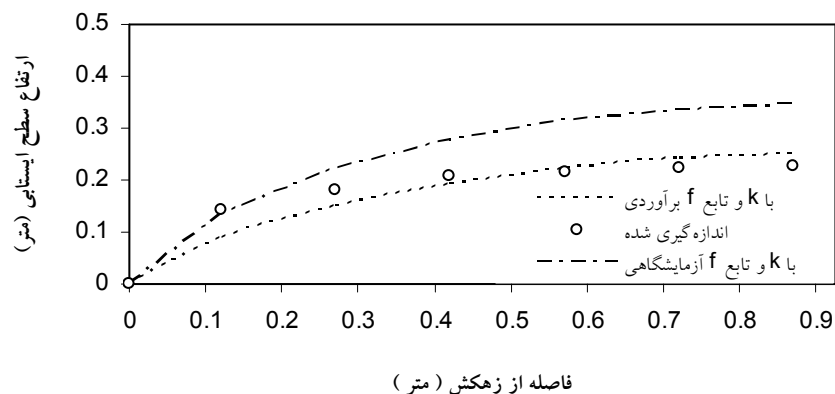
شکل ۶ تغییرات زمانی مقدار ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر

۲-۶- اعتبارسنجی مدل با استفاده از داده‌های پندی و همکاران (۱۹۹۲)

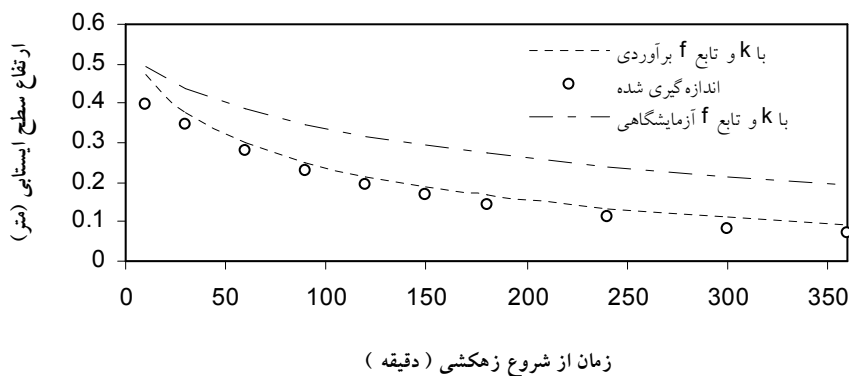
الف) مدل عددی با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر

با استفاده از مقادیر بهینه و آزمایشگاهی پارامترهای هیدرولیکی و مدلهای عددی یک‌بعدی، نیمرخ سطح

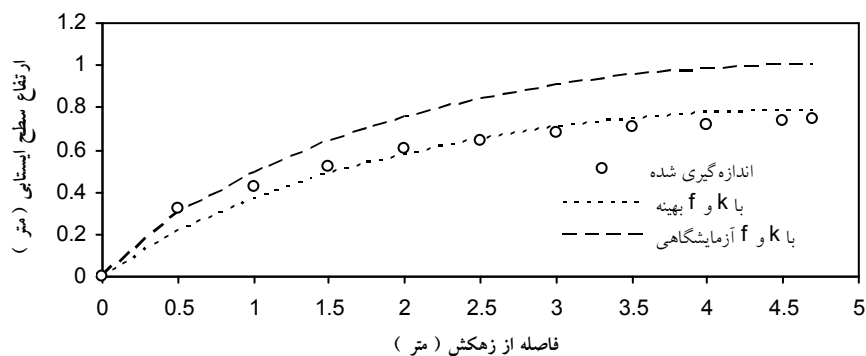
ایستابی در زمانهای ۳ و ۵ روز از شروع زهکشی پیش‌بینی شد. نیمرخ‌های پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده در زمان ۳ روز از شروع زهکشی در شکل ۹ نشان داده شده است. همچنین با استفاده از این مقادیر تغییرات زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد فاصل دو زهکش پیش‌بینی و با مقادیر اندازه‌گیری شده آنها مقایسه شد (شکل ۱۰).



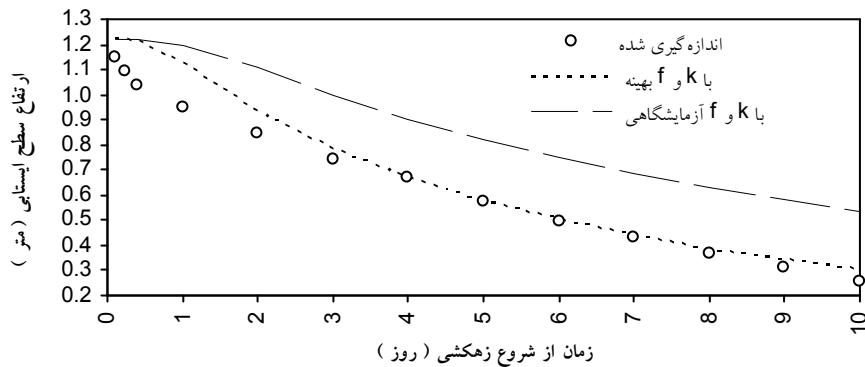
شکل ۷ نیمرخ سطح ایستابی اندازه‌گیری شده و تخمینی از مدل عددی در زمان ۹۰ دقیقه از شروع زهکشی با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر



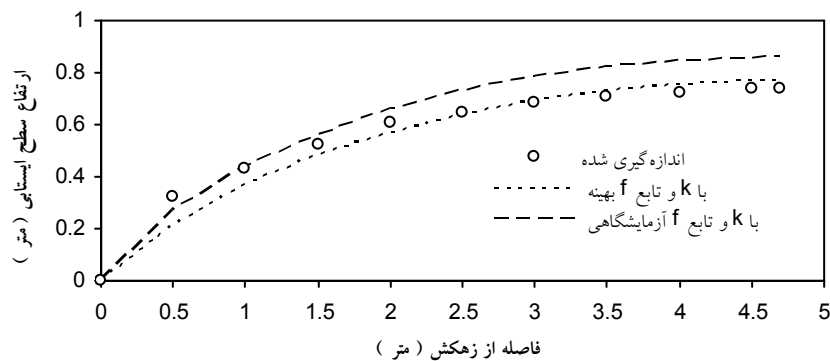
شکل ۸ تغییرات زمانی مقدار ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر



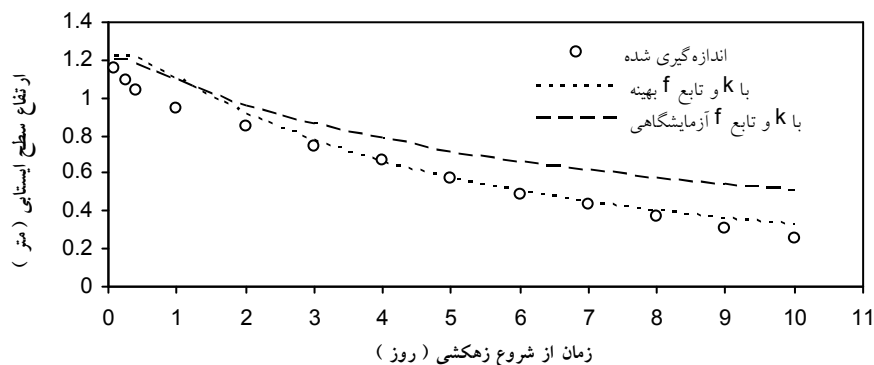
شکل ۹ نیمرخ سطح ایستابی اندازه‌گیری شده و تخمینی از مدل عددی در زمان سه روز از شروع زهکشی با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر



شکل ۱۰ تغییرات زمانی مقدار ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش با فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر



شکل ۱۱ نیمرخ سطح ایستابی اندازه‌گیری شده و تخمینی از مدل عددی در زمان سه روز از شروع زهکشی با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر



شکل ۱۲ تغییرات زمانی مقدار ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر

نیمرخ سطح ایستابی پیش‌بینی شده در زمان ۳ روز از شروع زهکشی در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در شکل ۱۲ مقادیر زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد فاصل دو زهکش، پیش‌بینی شده به وسیله مدل عددی نشان داده شده است.

ب) مدل عددی با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر

مشابه مدل عددی قبلی، در این حالت نیز با استفاده از مدل عددی، نیمرخ‌های سطح ایستابی در زمانهای ۳ و ۵ روز از شروع زهکشی پیش‌بینی و با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه شد.

$$MAPE = 0, EF = 1, ME = 0, RMSE = 0$$

خواهد بود. مقادیر محاسبه شده آماره‌های فوق برای داده‌های اندازه‌گیری شده و داده‌های پندی و همکاران (۱۹۹۲) به ترتیب در جدولهای ۵ و ۶ ارائه شده است.

۸- نتیجه‌گیری

مشاهده شکل‌های ۵ تا ۱۲ نشان می‌دهد که نیمرخ‌های سطح ایستابی پیش‌بینی شده با مقادیر برآورد شده خصوصیات هیدرودینامیک خاک، به مراتب دقیق‌تر از نیمرخ‌هایی است که با استفاده از ارقام آزمایشگاهی این خصوصیات پیش‌بینی شده‌اند. این موضوع را می‌توان به عدم تطابق شرایط واقعی هیدرولیک جریان به طرف زهکش، با شرایط آزمایشگاهی تعیین هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر مرتبط دانست.

مشاهده این شکل‌ها نشان می‌دهد که تاثیر خطای اندازه‌گیری خصوصیات فوق بر دقت پیش‌بینی مدل‌های ریاضی بسیار قابل توجه است.

مشاهده شکل‌های مزبور همچنین نشان می‌دهد که اگر از مقادیر اندازه‌گیری شده خصوصیات هیدرودینامیک خاک برای پیش‌بینی نیمرخ سطح ایستابی استفاده شود، مدل عددی یک‌بعدی با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر، دقت بالاتری در پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی دارد. اما اگر از مقادیر برآورد شده از روش پیشنهادی برای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی استفاده شود، تفاوت معناداری بین دقت نتایج مدل‌های عددی یک‌بعدی وجود ندارد (جدول ۵ و ۶). نتایج همچنین نشان می‌دهند که کارایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی در حد فاصل دو زهکش بسیار بیشتر از سایر نقاط است. در نقاط نزدیک به زهکش از آنجا که ماهیت جریان دو بعدی است، لذا مدل‌های یک‌بعدی پیشنهادی، ارتفاع سطح ایستابی را با دقت کمتری پیش‌بینی می‌کنند.

۷- مقایسه کمی مدل‌های معکوس عددی و تحلیلی

برای مقایسه کمی عملکرد مدل‌های معکوس عددی پیشنهادی می‌توان از تجزیه و تحلیل خطاهای باقیمانده^۱ و اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری و برآورد شده، استفاده کرد. آماره‌های زیادی برای ارزیابی عملکرد مدل‌ها وجود دارد ((Homaee et al. (2002)). در این مقاله از جذر میانگین مربعات خطا^۲ (RMSE)، خطای حداکثر^۳ (ME)، راندمان یا کارایی مدل^۴ (EF) و میانگین درصد خطا^۵ (MAPE) برای ارزیابی عملکرد مدل‌های معکوس عددی استفاده شد. بیان ریاضی این آماره‌ها بصورت زیر است.

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (h_i^c - h_i^m)^2}{n} \right]^{1/2} \quad (8)$$

$$ME = \max |h_i^c - h_i^m|_{i=1}^n \quad (9)$$

$$EF = \frac{\sum_{i=1}^n (h_i^m - \bar{h})^2 - \sum_{i=1}^n (h_i^c - \bar{h})^2}{\sum_{i=1}^n (h_i^m - \bar{h})^2} \quad (10)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{h_i^c - h_i^m}{h_i^m} \right|}{n} \quad (11)$$

که در آن h_i^m و h_i^c به ترتیب مقدار ارتفاع سطح ایستابی پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده، n تعداد نقاط اندازه‌گیری و \bar{h} مقدار میانگین ارتفاع سطح ایستابی اندازه‌گیری شده است.

در شرایطی که مقادیر ارتفاع سطح ایستابی پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده برابر باشند (بهترین حالت) مقدار آماره‌ها به ترتیب برابر:

1. Residual Error
2. Root Mean Squar Error
3. Maximum Error
4. Modeling Efficiency
5. Mean Absolute Percentage

جدول ۵ مقدار آماره‌ها (با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده)

آماره	یک بعدی (تخلخل مؤثر ثابت)	یک بعدی (تخلخل مؤثر متغیر)
RMSE (m)	۰/۰۲۶	۰/۰۲۳۷
ME (m)	۰/۰۶۵۷	۰/۰۵۶۴
EF (%)	۸۳/۷	۸۶/۵
MAPE (%)	۱۸/۹	۱۷/۲۷

جدول ۶ مقدار آماره‌ها (با استفاده از داده‌های پندی و همکاران (۱۹۹۲))

	مدل تحلیلی (گلور - دام)	یک بعدی (تخلخل مؤثر ثابت)	یک بعدی (تخلخل مؤثر متغیر)
RMSE (m)	۰/۰۹۸۵	۰/۰۵۱۷	۰/۰۴۸۶
ME (m)	۰/۲۷۸۶	۰/۱۹۳	۰/۱۹۷
EF (%)	۷۰/۷۲	۹۱/۹۵	۹۲/۸۷
MAPE (%)	۱۹/۷۸	۱۰/۷	۱۰/۲

دقت بسیار بالاتری صورت گرفته است.

نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد که روش مسأله معکوس با مدل‌های عددی پیشنهادی، روشی مؤثر در برآورد هدایت آبی و تخلخل مؤثر و همچنین تابع تخلخل مؤثر بوده و دقت آن بسیار بهتر از روش اندازه‌گیری نقطه‌ای این خصوصیات است. در روش پیشنهادی مقدار میانگین خصوصیات آبی اشباع خاک بین دو زهکش با دقت بالائی برآورد می‌شود، لذا قطعیت پارامترهای تخمینی بسیار بیشتر از نتایج سایر روشهای اندازه‌گیری فعلی است. با روش پیشنهادی در این تحقیق مقادیر میانگین خصوصیات هیدرولیکی اشباع خاک به‌طور همزمان برآورد می‌شود. این مشخصه در سایر روشهای اندازه‌گیری فعلی وجود ندارد و نیز مشاهده شد که انطباق خوبی بین نیمرخ‌های سطح ایستابی پیش‌بینی شده به‌وسیله مدل عددی و نیمرخ های آزمایشگاهی مشابه وجود دارد (جدول ۴ و ۵). وقتی دو نیمرخ سطح ایستابی پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده با دقت قابل قبولی بر یکدیگر منطبق شوند، هدف اصلی که همان پیش‌بینی صحیح‌تر افت سطح آب در زمانها و مکانهای مختلف بوده، برآورده شده است. یعنی طراحی فاصله زهکش‌ها با

۹- فهرست علائم

L	فاصله مابین دو زهکش
H	ارتفاع سطح ایستابی در بالای لایه نفوذ ناپذیر
h	ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکش‌ها
H_o	به ترتیب ارتفاع سطح ایستابی در بالای لایه نفوذ ناپذیر
h_o	به ترتیب ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکش‌ها و لایه نفوذ ناپذیر
d_e	فاصله عمودی زهکش تا لایه نفوذ ناپذیر
k	هدایت آبی اشباع خاک
f	تخلخل مؤثر خاک
$f(h)$	مقدار تخلخل مؤثر در ارتفاع سطح ایستابی h
f_o	مقدار تخلخل مؤثر خاک در زمانیکه ارتفاع ایستابی در سطح زهکش‌ها قرار گرفته است ($h = 0$)
q	ثابت تجربی تابع تخلخل مؤثر خاک
Z	ثابت تجربی تابع تخلخل مؤثر خاک
D	مقدار متوسط پتانسیل هیدرولیکی خاک

26: pp. 41-58.

[11] Moghal Ma., Beekma J., Beekman W. and Akhter J. (1993), Field determination of soil hydraulic properties for simulation of the optimum water table regime. *Irrigation and Drainage Systems*, 6 (4): pp. 275 – 290.

[12] Pandey R. S., Bhattacharya A. K., Singh O. P. and Gupta S. K., (1992), Drawdown solutions with variable drainable porosity, *J. Irrig. Drain. Eng.*, 118: pp. 382-395.

[13] Parsons J. E., Skaggs R. W. and Doty C. W., (1987), Application of a three dimensional water management model, *Trans. ASAE*, 30: pp. 960-968.

[14] Parsons J. E., Skaggs R. W. and Doty C. W., (1991a), Development and testing of a water management simulation model (WATERCOM): Development, *Trans, ASAE*, 34: pp.120-128.

[15] Parsons J. E., Skaggs R. W. and Doty C. W., (1991b), Development and testing of a water management simulation model (WATERCOM): Field testing, *Trans, ASAE*, 34: pp. 1674 – 1682.

[16] Ritter A., Hupet F., Carpena R. M., Lambot S. and Van Clooster M., (2003), Using inverse methods for estimating soil hydraulic properties from field data as an alternative to direct methods, *Agriculture Water Management*, 59: pp. 77-96.

[17] Schwab G. O., Fangmeir D. D. and Elliot W. J., (1996), *Soil and water management systems*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

[18] Taylor G. S., (1960), Drainage porosity evaluations from outflow measurements and its use in drawdown equation. *Soil Science*, 90 (60): pp. 338 – 343.

[19] Van Schilfgaarde, J., (1974), Non-steady flow to drains. In: J. van Schilfgaarde (Editor), *Drainage for agriculture*. American Soc. Of Agronomy, Madison, pp. 245-270.

[20] Verma A. K. and Gupta S. K., Singh K. K. and Chauhan H. S. (1998), An analytical solution for design of bi-level drainage systems, *Agricultural Water Management*, 37: pp. 75-92.

[21] Zou Z. Y., Young M. H., Li, Z. and Wierenga P. J., (2001), Estimation of depth averaged unsaturated soil hydraulic properties from infiltration experiments, *Journal of Hydrology*, 242: pp. 26 – 42.

۱۰- منابع

[۱] پاتانکار سوهاز وی. ۱۳۸۲، محاسبات عددی- کامپیوتری انتقال حرارت و حرکت سیالات. ترجمه محمد مقیمان، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ص. ۲۹۵

[2] Abbaspour K., Sonnleitner M. A. and Schulin R., (1999), Uncertainty in estimation of soil hydraulic properties by inverse modeling: example lysimeter experiments *Soil Science of American Journal*, 63: pp. 501-509.

[3] Box M. J., (1966), A comparison of several current optimization methods and use of transformation in constrained problems, *The Computer Journal*, 9: pp. 67-77.

[4] Chauhan H. S. Schwab G. O. and Hamdy, M. Y., (1968), Analytical and computer solutions of transient water tables for drainage of sloping lands. *Water Resour. Res.*, 4: pp.573 – 579.

[5] Dane J. H. and Hruska S., (1983), In – situ determination of soil hydraulic properties during drainage. *Soil Science Society of American Journal*, 47: pp. 619 – 624.

[6] Greig M. D., (1980), *Optimization*, Longman Publishing Company, New York.

[7] Homaei, M. Dirksen, C. and Feddes, R. A., (2002), Simulation of root water uptake I. non-uniform transient salinity using different macroscopic reduction functions. *Agricultural Water Management*, 57: pp. 89-109.

[8] Hopmans J. W. and Simunek J., (1999), Review of inverse estimation of hydraulic properties. In: Van Genuchten, M. TH., Leij, F. J., Wu, L. (Eds), *Proceedings of the International Workshop, characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media*, University of California, Revised, CA. PP. 713 – 724.

[9] Jhorar R. K., Bastiaansen W. G. M., Feddes R. A., and van Dam J. C. (2002), Inversely estimating soil hydraulic functions using evapotranspiration fluxes, *Journal of hydrology*, 258: pp. 198-213.

[10] Kumar S., Gupta S. K. and Ram S. (1994), Inverse technique for estimating transmissivity and drainable pore space utilizing data from subsurface drainage experiment, *Agricultural Water Management*.