

شبیه‌سازی عددی جریان متلاطم روی دیون ماسه‌ای

رضا افشین شریفان^{۱*}، سید علی اکبر صالحی نیشابوری^۲، حبیب موسوی جهرمی^۳

۱- عضو هیأت علمی گروه مهندسی آب، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شیراز

۲- استاد هیدرولیک، پژوهشکده مهندسی آب، دانشگاه تربیت مدرس

۳- استادیار آبیاری، گروه مهندسی آب، دانشگاه شهید چمران اهواز

*شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، گروه مهندسی آب

afshinsharifan@iaushiraz.ac.ir

چکیده- در این مقاله، یک مدل عددی دو بعدی براساس معادلات رینولدز در ترکیب با مدل‌های آشفتگی $(k - \varepsilon)$ و تنش جبری صریح (EASM)، برای پیش‌بینی تطبیقی جریان با سطح آزاد روی توپوگرافی صلب دو بعدی (دیون)، ارائه شده است. کاربرد مدل نشان می‌دهد که برای شبیه‌سازی صحیح جریان و آشفتگی روی دیونها، مدل $(k - \varepsilon)$ ناکافی است و حداقل باید اصلاح شود (به علت وقوع جدایش و انحنای خطوط جریان) در این حالت، به‌کارگیری مدل تنش جبری - که روش اقتصادی محاسبه تنشهای آشفتگی بدون حل کامل معادلات انتقال آنهاست - می‌تواند روش بهتری باشد؛ بنابراین در این تحقیق از نسخه صریح آن (Wallin and Johansson (2000) استفاده شده است. معادلات دیفرانسیلی حاکم، با روش حجمهای محدود بر روی یک شبکه محاسباتی جابه‌جا نشده حل شده است. به منظور اجتناب از تقریب مرزها، از سیستم مختصات منحنی غیرمتعامد استفاده شده است. نتایج (میدان سرعت، خصوصیات تلاطمی و توزیع اصطکاک) با اطلاعات آزمایشگاهی Mierlo and Ruiter (1988) مقایسه و موافقت کلی خوبی نشان داده شده است. جزئیات محاسبات نشان می‌دهد که استفاده از مدل تنش جبری، پیش‌بینی خصوصیات تلاطمی و طول ناحیه برخاستگی را بهبود نسبی می‌بخشد و این مدل، بستر مناسبی را برای توسعه مطالعات بار بستر، مقاومت جریان و مهاجرت دیونها فراهم می‌سازد.

کلید واژگان: دیون، جدایش و اتصال مجدد، مدل آشفتگی $k - \varepsilon$ ، مدل آشفتگی تنش جبری، روش حجم محدود.

۱- مقدمه

(Simons and Senturk, 1992; Van Rijn, 1990). از سوی دیگر، مطالعه انتقال رسوب با روشهای آزمایشگاهی به زمان زیادی نیاز دارد و پرهزینه است. بنابراین این گونه مطالعات باید با مدل‌های ریاضی که بتوانند اطلاعات جریان متلاطم بر روی شکل بستر را به دست دهند، تکمیل شود. با رشد قدرت رایانه‌ها، در دهه‌های اخیر مدل‌های عددی ارزشمندی ارائه شده است. در این مدل‌ها با استفاده از روشهای محاسباتی که به طور مستقیم معادلات بقایی متوسط‌گیری شده در زمان را

شکل‌های بستر تحت اثر متقابل جریان و مواد بستر در رودخانه‌ها و کانال‌های آبرفتی به وجود می‌آیند و تأثیر زیادی بر روی زبری و مقاومت جریان دارند. ارتباط پیچیده بین هندسه شکل بستر، حمل رسوب و جریان متلاطم آب، توانایی دانشمندان را برای تخمین دقیق شدت جریان، تنشهای برشی مرزی، نرخ حمل رسوب و تغییرات مورفولوژیک (که مشکلات عملی فراوانی هم در پی دارد)، محدود ساخته است.

(1988) Lyne (1993) Bennett and Best (1995) و Fernandez and Best (1999).

- مدل‌های ریاضی ارائه شده توسط محققان مختلف مانند:

Haqua and Mahmood (1983) که از روش اجزای محدود برای حل معادله چرخشی لزج در منطقه بیرون ناحیه جدایش استفاده کرده‌اند. خروجی مدل شامل شکل و طول ناحیه برخاستگی بوده و نتایج آنها صرفاً موافقت کیفی را با اندازه‌گیریها نشان می‌دهد.

Nelson and Smith (1989) مدل جریان لزج سه لایه را ارائه کرده‌اند. جدایش در محاسبات در نظر گرفته می‌شود، اما طول ناحیه باید به عنوان ورودی معلوم باشد. فرضیات گوناگون، این مدل را ناکارآمد می‌سازد و به ورودیهای تجربی زیادی نیاز دارد.

McLean and Smith (1986) از مدل آشفتگی مبتنی بر فرضیه طول اختلاط همراه با بعضی روابط تجربی برای شناخت رفتار ناحیه برخاستگی استفاده کرده‌اند.

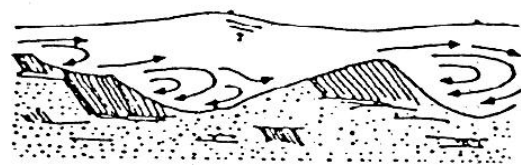
Jhons et al. (1993) مدل آشفتگی یک معادله‌ای را بکار گرفته‌اند و نتایج آنها موافقت خوبی با اطلاعات تجربی نشان نمی‌دهد.

Sunderman and Puls (1980) و Termes (1988) از مدل $(k-\varepsilon)$ و سیستم مختصات کارتیزین استفاده کرده‌اند و هندسه دیون به صورت تخمینی شبیه‌سازی شده است. Peric et al. (1988) از مدل $(k-\varepsilon)$ استفاده کرده‌اند. زبری ذرات از طریق توابع دیوار شبیه‌سازی شده است. آنها پیش‌بینی کاملاً واقعی را از جنبه‌های مهم جریان به دست آورده‌اند.

Mendoza and Shen (1990) مشابه پریک و همکاران عمل کرده‌اند، ولی انحراف قابل ملاحظه‌ای در پیش‌بینی ناحیه جدایش و اتصال مجدد مشاهده کرده‌اند.

Yoon and Patel (1996) از مدل آشفتگی $(k-\omega)$ بدون اعمال توابع دیوار استفاده کرده‌اند. ورودی با روش تکرار شونده تعیین گردیده و بهبود نسبی در نتایج بدست آمده است.

همراه با مدل آشفتگی مناسبی حل می‌کنند، تجزیه و تحلیل واقعی جریان متلاطم بر روی شکلهای بستر انجام می‌شود و همه آنها تحت فرضیات جریان دو بعدی شبه پایدار و شکل صلب بستر پایه‌گذاری شده‌اند. از آنجا که بیشترین اطلاعات آزمایشگاهی در دسترس، مربوط به نوعی از شکل بستر موسوم به دیون^۱ است، مطالعات شبیه‌سازی نیز در این حالت انجام شده است (شکل ۱).



شکل ۱ فرم بستر دیون

در شبیه‌سازی جریان بر روی دیون، به دلیل وقوع جدایش^۲، اتصال مجدد^۳ در پایین‌دست تاج و انحنای خطوط جریان، مدل‌های آشفتگی ساده‌ای مانند $(k-\varepsilon)$ ناکارآمد هستند (Bradshaw, 1973; Rodi, 1993) شجاعی فرد و نورپور هشترویدی، (۱۳۷۹).

بنابراین تاکنون از مدل‌های آشفتگی دیگری مانند $(k-\omega)$ و $(k-\varepsilon)$ اصلاح شده نیز در حل این مسأله استفاده شده است (Yoon and Patel, 1996; Cheong and Xue, 1997). به کارگیری این مدلها سبب بهبود نسبی نتایج، به‌ویژه در منطقه برخاستگی و اتصال مجدد شده است. با وجود این همچنان انحرافهای قابل ملاحظه‌ای نسبت به اندازه‌گیری وجود دارد و لازم است مطالعات ادامه یابد.

خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده تاکنون به شرح زیر است:

- مطالعات آزمایشگاهی برای بررسی خصوصیات جریان مانند کارهای Rudkivi (1963), Mierlo and Ruiter

1. Dune
2. Separation
3. Reattachment

۳- مدل‌های آشفتگی

مدل‌های آشفتگی، رویه‌هایی محاسباتی برای بستن سیستم معادلات هستند، به گونه‌ای که بتوان به وسیله آنها اثر آشفتگی بر جریان متوسط را ملاحظه کرد.

معروفترین آنها مدل $K-\epsilon$ استاندارد (برای اعداد رینولدز بالا) است که در طی آن دو معادله انتقال برای انرژی جنبشی تلاطمی و نرخ استهلاك آن حل می‌شود. تنشهای رینولدز نیز با استفاده از فرضیه لزجت گردابه‌ای به نرخ متوسط کرنش ارتباط داده می‌شود (Launder and Spalding, 1974):

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

که در آن k انرژی جنبشی تلاطمی، μ_t ضریب لزجت گردابه‌ای دینامیکی، ϵ نرخ استهلاك انرژی جنبشی تلاطمی، δ_{ij} دلتای کرونکر و C_μ ثابتی تجربی است. معادلات انتقال انرژی جنبشی تلاطمی و نرخ استهلاك آن به ترتیب عبارتند از (Rodi, 1993):

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + p_k - \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} p_k - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

که در آن ν_t لزجت گردابه‌ای سینماتیکی، p_k تولید انرژی جنبشی تلاطمی و $C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}, \sigma_\epsilon, \sigma_k$ ثابتهای مدل هستند. در این مدل جمله تولید انرژی جنبشی تلاطمی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

ثابت‌های استفاده شده در مدل عبارتند از (Rodi, 1993):

$$C_\mu = 0.09, C_{1\epsilon} = 1.44, C_{2\epsilon} = 1.92, \sigma_k = 1, \sigma_\epsilon = 1.3$$

مدل $K-\epsilon$ به دلیل فرض همسانی لزجت آشفتگی و استخراج ثابت‌های مدل در شرایط خاص، برای جریانهای توأم با کرنشهای سریع اضافی (انحنا) و جریانهای جدا شده ناکافی است و حداقل باید اصلاح شود.

Cheong and Xue (1997) مدل $(k-\epsilon)$ اصلاح شده

همراه با رفتار سه لایه در مجاورت دیوار را به کار برده‌اند.

تأثیر انحنا و ناهمسانی تنشهای رینولدز با روش Rodi (1984) شبیه‌سازی شده است. آنها بهبود نسبی را در

نتایج مشاهده کرده‌اند.

در مقاله حاضر، مطالعات قبلی ادامه داده شده است.

جریان به صورت شبه پایدار متلاطم در نظر گرفته می‌شود. برای شبیه‌سازی آشفتگی، علاوه بر مدل $(k-\epsilon)$ ،

از مدل تنش جبری صریح Wallin and Johansson

(2000) نیز با سه جمله کرنش- فشار مختلف استفاده

می‌شود. سرانجام نتایج با اندازه‌گیریهای Mierlo and

Ruiter (1988) مقایسه شده و مطالعه‌ای تطبیقی انجام

می‌شود.

۲- معادلات حاکم

رفتار جریان با اصول کلاسیک بقاء جرم و اندازه حرکت

تشریح می‌شود. معادلات ناویر- استوکس^۱ متوسط‌گیری

شده در زمان (رینولدز^۲) برای جریان تراکم ناپذیر، شبه

پایدار و دو بعدی در شکل تانسوری کارتزین عبارتند از:

$$\frac{\partial(u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (2)$$

که در آن پانویسهای $(i, j=1, 2)$ بسته به شماره آنها،

امتداد محورهای مختصات (y, x) ، u_i و u_j بسته به

شماره پانویس اجزای کارتزین سرعت متوسط (v, u) ،

u'_i و u'_j نوسانات سرعت (v', u') ، p فشار، ρ

جرم حجمی، μ ضریب لزجت دینامیکی سیال و

$-\rho \overline{u'_i u'_j}$ تنشهای رینولدز ناشی از متوسط‌گیری هستند.

جهت بستن معادلات، تنشهای رینولدز باید با یک مدل

آشفتگی مناسب به جریان متوسط ارتباط داده شوند.

1. Navier-Stokes

2. Reynolds

مدل‌سازی ارائه شده است. به عنوان مثال در مدل LRR:

$$\pi_{ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - \frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k) - \frac{30C_2 - 2}{55} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) k - \frac{8C_2 - 2}{11} \left(D_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k \right) \quad (9)$$

C_1 و C_2 ضرایب ثابت بوده و بقیه عوامل هم قبلاً معرفی شده‌اند. این ضرایب در حقیقت تابعی از نسبت $\frac{P_k}{\varepsilon}$ و عدد رینولدز هستند، اما (Launder et al. (1975) با کالیبراسیون تنشهای رینولدز عمودی در جریانهای برشی تقریباً همگن، مقادیر $1/5$ و $0/4$ را به ترتیب برای آنها پیشنهاد کرده‌اند. (Lumley (1978) با واسنجی مجدد برای یک دامنه وسیع از شرایط مختلف جریان مقادیر $1/8$ و $0/56$ را مناسب‌تر دانسته است. بر این اساس، Wallin and Johansson (2000) نیز مدل کرنش-فشار SIM را با همان شکل معادله (9) و ضرایب لاملی ارائه کرده‌اند. مدل SSG، از نظر شکل ظاهری تفاوتی با رابطه (9) دارد، که البته با اعمال برخی تغییرات جبری، این دو قابل تبدیل به یکدیگر هستند. در این مدل ضریب C_1 تابعی از $\frac{P_k}{\varepsilon}$ و ضرایب جملات دوم تا چهارم سمت راست، مستقل از یکدیگر (و نه تابع C_2) هستند و بنابراین به نظر می‌رسد بهتر از سایرین باشد (Speziale et al. (1991).

به هر حال مدل انتقال تنش رینولدز از نظر محاسباتی بسیار پیچیده و هزینه‌بر بوده و برای کاهش مشکلات آن مدل‌های تنش جبری بسط و توسعه داده شده است. مدل تنش جبری، روش اقتصادی محاسبه ناهمسانی تنشها بدون حل معادلات انتقال تنش است (شجاعی فرد و نورپور هشترودی، ۱۳۷۹).

Rodi (1972) برای اولین بار، با فرض متناسب بودن انتقال تنش با انتقال انرژی جنبش تلاطمی، تخمین کلی زیر را ارائه کرده است:

آزمایشهای Bradshaw (1973) نشان داده که تنش برشی و درجه ناهمسانی بین تنشهای عمودی، به انحنا حساس هستند. (Launder et al. (1977) نتیجه‌گیری کرده است که این حساسیت با مدل استاندارد پیش‌بینی نمی‌شود. Speziale (1987) بر پایه مدل $k - \varepsilon$ ناهمسان، بهبود قابل ملاحظه‌ای را در پیش‌بینی متغیرهای جریان برای مسأله پله پشت به جریان به دست آورده است. بر همین اساس Cheong and Xue (1997) نیز از نسخه اصلاح شده مدل استاندارد برای شبیه‌سازی جریان بر روی دیون استفاده کرده‌اند. در مدل آنها تأثیر انحنا و ناهمسانی براساس روش Rodi (1984) با استفاده از یک جمله اضافی منعکس‌کننده تأثیر نیروی بدنه (وابسته به انحنا)، در نظر گرفته می‌شود.

به هر حال در این نوع مسائل، استفاده از مدل پیشرفته انتقال تنش رینولدز، روش واقعی‌تری است. در این مدل، معادلات انتقال برای خود تنشها به شکل زیر استخراج می‌شود (شجاعی فرد و نورپور هشترودی، ۱۳۷۹) و (Rodi, 1993):

$$\frac{D \overline{u'_i u'_j}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} + \pi_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (8)$$

که در آن P_{ij} تولید تنش، D_{ij} جمله پخش^۱، π_{ij} عبارت کرنش-فشار^۲ و ε_{ij} استهلاک لزجی هستند که همگی دارای ارتباطات پیچیده‌ای می‌باشند.

برای بستن و حل معادلات، بجز جمله تولید $(P_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \overline{u'_j u'_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j})$ ، سایر عبارات باید مدل‌سازی شوند. در این میان جمله کرنش-فشار (π_{ij}) مشکل‌ترین و مهم‌ترین عبارت در دقت مدل بوده و شامل ارتباط بین فشار نوسانی و نرخ کرنش می‌باشد. مدل‌های مختلفی نیز مانند LRR (Launder et al. (1975)، SSG (Speziale et al. (1991) و SIM (شکل ساده شده (Wallin and Johansson (2000) برای

1. Diffusion
2. Pressure-Strain

انرژی جنبش تلاطمی از یک مقدار ثابت در حال تعادل استفاده کرده‌اند. در سالهای اخیر (1996) Grimaje و (2000) Wallin and Johansson این مدلها را متحول کردند و معادله‌ای غیر خطی را برای محاسبه نسبت مذکور بدون فرض تعادل ارائه کرده‌اند.

در این مقاله، از نسخه عدد رینولدز بالای مدل Wallin and Johansson (2000) با امکان استفاده از چند مدل کرنش-فشار-که جدیدتر از سایرین نیز هستند- استفاده می‌شود. در این مدل، ابتدا معادله تنش جبری رودی (۱۱) با اعمال چند تغییر متغیر به رابطه‌ای ضمنی برای تعیین ناهمسانی تنشهای رینولدز (اختلاف مقادیر واقعی با اندازه اختصاص یافته در حالت همسان $(\frac{2}{3}k)$) تبدیل می‌شود. در این رابطه، ماتریسهای ناهمسانی تنش رینولدز، کرنش متوسط و چرخش^۱ متوسط به شکل تانسوری زیر تعریف می‌شوند:

$$a = [a_{ij}] \quad \text{و} \quad a_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad (13)$$

$$S = [S_{ij}] \quad \text{و} \quad S_{ij} = \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{و} \quad \tau = \frac{k}{\varepsilon} \quad (14)$$

$$W = [W_{ij}] \quad \text{و} \quad W_{ij} = \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (15)$$

که در آن τ مقیاس زمانی تلاطم است. سپس جملات شرکت کننده در رابطه (۱۱) با توجه به تعریف P_{ij} و معادلات (۷، ۹ و ۱۳) به صورت توابعی از تانسورهای مذکور، تبدیل و در آن جایگزین می‌شود:

$$\frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} = a_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \quad \text{و} \quad \frac{P_{ij}}{\varepsilon} = a_{ik} S_{kj} \quad (16)$$

$$\frac{P_{ij}}{\varepsilon} = -\frac{4}{3} S_{ij} - (a_{ik} S_{kj} + S_{ik} a_{kj}) + (a_{ik} W_{kj} - W_{ik} a_{kj}) \quad (17)$$

$$\frac{\pi_{ij}}{\varepsilon} = -C_1 a_{ij} + \frac{4}{5} S_{ij} + \frac{9C_2 + 6}{11} (a_{ik} S_{kj} + S_{ik} a_{kj}) - \frac{2}{3} a_{km} S_{mk} \delta_{ij} + \frac{7C_2 - 10}{11} (a_{ik} W_{kj} - W_{ik} a_{kj}) \quad (18)$$

معادله ضمنی نهایی عبارتست از:

$$\frac{Du'_i u'_j}{Dt} - D_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \left(\frac{Dk}{Dt} - Diff(k) \right) \quad (10)$$

با ترکیب روابط ۵، ۸ و ۱۰ معادله اساسی تنش جبری رودی به شکل زیر استخراج می‌شود:

$$P_{ij} + \pi_{ij} - \varepsilon_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} (P_k - \varepsilon) \quad (11)$$

در نهایت با فرض همسانی استهلاك لزجی $(\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij})$ ، جایگذاری π_{ij} از رابطه (۹) و صرف نظر کردن از جملات سوم و چهارم سمت راست آن، معادلات دیفرانسیل به یک سری معادلات جبری تبدیل شده‌اند:

$$\overline{u'_i u'_j} = k \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1 - \frac{C_2 + 8}{11}) (\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P_k}{\varepsilon})}{C_1 + \frac{P_k}{\varepsilon} - 1} \quad (12)$$

اشکال مهم این مدل، ضمنی بودن معادلات است. اجرا در جریانهای پیچیده مشکل است، زیرا ارتباط تنش-کرنش صریح نیست؛ تنشهای رینولدز در دو طرف معادلات ظاهر می‌شوند و همگرا کردن روند حل به سختی صورت می‌گیرد.

موانع فوق منجر به توسعه مدلهای تنش جبری صریح شده است. Pope (1975) برپایه مدل ضمنی رودی و استفاده از نظریه هامیلتون، رابطه‌ای صریح را برای تعیین ناهمسانی تنشهای رینولدز به صورت تابعی از ده گروه تانسوری مستقل (که خود توابعی از تانسورهای کرنش و چرخش متوسط هستند)، ارائه کرد. وی جمله کرنش-فشار را با مدل LRR (۱۹۷۵) مدل سازی کرده و نسبت تولید به استهلاك انرژی جنبشی $(\frac{P}{\varepsilon})$ را به صورت ضمنی فرض کرده است.

Gatski and Speziale (1993) مدل پاپ را با استفاده از یک رابطه کرنش-فشار خطی کلی، برای جریانهای سه بعدی بسط داده‌اند. آنها برای نسبت تولید به استهلاك

البته در جریانهای دوبعدی فقط گروههای تانسوری

$$T_4 = SW - WS \quad \text{و} \quad T_2 = S^2 - \frac{1}{3} II_S I, \quad T_1 = S$$

(باضرایب $\beta_4, \beta_2, \beta_1$) و اینواریانتهای II_W و II_S

مستقل‌اند و بقیه حذف می‌شوند. بنابراین داریم:

$$a = \overbrace{\beta_1 S + \beta_2 (S^2 - \frac{1}{3} II_S I) + \beta_4 (SW - WS)}^{a^{ex}} \quad (23)$$

$$II_S = tr\{S^2\}, II_W = tr\{W^2\}$$

با جایگذاری رابطه صریح (23) در معادله ضمنی (20)،

(با فرض N معلوم) یک سیستم معادلات خطی برای

ضرایب β به دست می‌آید. سیستم معادلات خطی با

استفاده از تئوری پیچیده گیلی-هامیلتون حل شده و

ضرایب به صورت تابعی از N به شکل زیر محاسبه

می‌شود:

$$\beta_1 = -\frac{A_1 N}{Q} \quad \text{و} \quad \beta_2 = 2\frac{A_1 A_2}{Q} \quad \text{و} \quad \beta_4 = -\frac{A_1}{Q} \quad (24)$$

$$Q = N^2 - 2II_W - \frac{2}{3} A_2^2 II_S \quad (25)$$

سپس یک معادله اسکالر غیرخطی با جایگذاری پاسخهای

ضرایب β در تانسور کثیرال جمله‌ای معادله (23) و

ترکیب معادله حاصل با رابطه (20)، برای N استخراج و

حل می‌شود. برای اجتناب از طولانی کردن مطالب، از بیان

این معادله صرف‌نظر می‌شود (جزئیات را در

Wallin and Johansson (2000) و شریفان (1383)

ببینید).

معادلات تنش جبری والین و جانسون قابلیت تبدیل و

ارائه در شکلی مشابه با مدل $K - \varepsilon$ استاندارد را نیز دارند

(ترکیب معادله (23) $(a_{ij} = \beta_1 S_{ij} + a_{ij}^{ex})$ با روابط

(13-15) و مقایسه با معادله (3)):

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - \rho k a_{ij}^{ex} \quad (26)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu^{eff} \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu^{eff} = \frac{-1}{2} \beta_1 \quad (27)$$

در نهایت معادلات انتقال ε, k (5 و 6) نیز باید حل

$$(C_1 - 1 + \frac{P}{\varepsilon}) a_{ij} = -\frac{8}{15} S_{ij} + \frac{7C_2 + 1}{11} (a_{ik} W_{kj} - W_{ik} a_{kj}) - \frac{5-9C_2}{11} (a_{ik} S_{kj} + S_{ik} a_{kj} - \frac{2}{3} \delta_{ij} a_{ik} S_{kl}) \quad (19)$$

که می‌توان با اعمال ضرایب $A_1 = \frac{88}{15(7C_2 + 1)}$

$$A_4 = \frac{11}{7C_2 + 1} \quad \text{و} \quad A_3 = \frac{11(C_1 - 1)}{7C_2 + 1}, \quad A_2 = \frac{5-9C_2}{7C_2 + 1}$$

آن را در حالت کلی و در برگیرنده مدل‌های کرنش - فشار

مختلف به شکل ماتریسی زیر بیان کرد:

$$Na = -A_1 S + (aW - Wa) - A_2 (aS + Sa - \frac{2}{3} tr\{aS\}I) \quad (20)$$

$$N = A_3 + A_4 \frac{P}{\varepsilon} \quad (21)$$

علامت tr نشان دهنده مجموع عناصرقطر اصلی ماتریس

داخل کروشه و I ماتریس همانی است. ضرایب A_1 تا

A_4 به ازای مدل‌های کرنش-فشار مختلف در جدول ۱

درج شده است.

جدول ۱ ضرایب معادله تنش جبری به ازای جملات

کرنش-فشار مختلف

مدل	A_4	A_3	A_2	A_1
L.R.R	۲/۸۹	۱/۴۵	۰/۳۷	۱/۵۴
SIM	۲/۲۵	۱/۸۰	۰	۱/۲۰
S.S.G	۲/۳۷	۰/۸۸	۰/۴۷	۱/۲۲

حل معادله (20) در حالت کلی، تابع صریح

$a = f(S, W)$ بوده و با استفاده از روشهای جبر خطی و

پایه های انتگرالی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$a = \sum_{\lambda=1}^{10} \beta_\lambda T_\lambda \quad (22)$$

T_λ (T_1 تا T_{10}) گروههای تانسوری مستقل و تابعی از

W, S هستند. ضرایب β_λ (β_1 تا β_{10}) نیز تابعی از ۵

اینواریانت^۱ مستقل آنها هستند.

1. Invariant

می‌دهد.

– Yoon and Patel (1996) نشان داده‌اند که این روش فقط در ناحیه جدایش تأیید نمی‌شود و حتی در ناحیه متأثر از اتصال مجدد، به اندازه کافی خوب است.

– Cheong and Xue (1997) با به‌کارگیری مدلی سه لایه در مجاورت دیوار (به جای توابع دیوار استاندارد)، هیچ تغییر قابل ملاحظه‌ای در پیش‌بینی طول منطقه جدایش و محل نقطه اتصال مجدد مشاهده نکرده‌اند. همچنین بررسی نتایج آنها در محاسبه پروفیل‌های انرژی جنبشی تلاطمی و تنش رینولدز برشی، حاکی از بهبود نسبی نتایج، صرفاً در مجاورت بستر است. مقادیر حداکثر توسط هر دو مدل تقریباً یکسان و با انحراف قابل ملاحظه‌ای نسبت به مقادیر اندازه‌گیری شده پیش‌بینی می‌شود. در مجموع بهبود کلی فقط زمانی بدست آمده است که اصلاح مربوط به انحنا هم وارد محاسبات شده است.

در روش توابع دیوار استاندارد، مرکز نخستین حجم کنترل مجاور دیوار (P) بیرون از زیر لایه آرام و بالای المانهای زبری تعیین محل می‌شود. مرز این منطقه با شرط $n_p^+ = \frac{n \cdot u_\tau}{\nu} \leq 11.63$ تعیین می‌شود (n فاصله عمودی گره اول از بستر، $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ سرعت برشی و ν لزجت سینماتیکی است). در این حالت نقطه P در ناحیه قانون لگاریتمی توزیع سرعت قرار می‌گیرد. در این ناحیه تولید و استهلاك انرژی جنبشی تلاطمی در تعادلند و فرض می‌شود که تنش رینولدز برشی و تنش برشی دیوار برابر هستند:

$$u_p^+ = \frac{u_p}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(En_p^+), \quad \frac{\partial u_p}{\partial n} = \frac{u_\tau}{\kappa n} \quad (28)$$

تنش برشی دیوار و سرعت برشی با همین قانون به بردار سرعت مربوط می‌شود. رابطه بهینه با ترکیب خصوصیات ناحیه لگاریتمی عبارت است از:

شوند؛ تنها تفاوت با حالت استاندارد، محاسبه مستقیم جمله تولید انرژی جنبشی و استفاده از C_μ مؤثر در شبیه‌سازی جمله پخش آنها است.

۴- شرایط مرزی

حل معادلات جریان با روش عددی مناسب، نیازمند اطلاعاتی در باره متغیرهای مجهول در مرزهای جریان است. در مسأله مورد بحث، شرایط مرزی باید در ورودی و خروجی میدان، بستر صلب و سطح آزاد تعیین شود.

بستر صلب: شرط اختصاصی برای مؤلفه‌های سرعت، عدم لغزش است ($u=v=0$). بنابراین اجزای کارترین سرعت، نوسانات آنها، انرژی جنبشی تلاطمی، لزجت گردابه‌ای و شارهای جابه‌جایی در محل وجه‌های مرزی سلولهای مجاور بستر، برابر صفر است. این موضوع شامل مقادیر شارهای پخش معادلات انتقال ε ، k نیز می‌شود. در مدل $k-\varepsilon$ استاندارد سایر شرایط مانند مقادیر گرادین سرعت و جمله پخش معادلات اندازه حرکت در محل بستر -که تولید کننده نیروی برشی در امتداد محورهای مختصات است- میزان متوسط تولید و استهلاك انرژی جنبشی تلاطمی در درون سلولهای مرزی یا میزان نرخ استهلاك در مرکز آنها، با استفاده از توابع بهینه دیوار -که از تأثیرات لزجت صرف نظر می‌کنند- تعیین می‌شود (Rodi, 1993).

برای مدل تنش جبری صریح نیز همین روش استفاده می‌شود. تنها تلاشی که جهت اصلاح رفتار در مجاورت دیوار صورت می‌گیرد، تصحیح مقیاس زمانی تلاطم است. علل این موضوع به شرح زیر است:

- اصولاً نسخه استفاده شده از مدل تنش جبری در این تحقیق، مخصوص اعداد رینولدز بالاست. مدل در این حالت هم به اندازه کافی پیچیده بوده و تلاش برای شبیه‌سازی صحیح رفتار در اعداد رینولدز پایین یا مجاورت دیوار، مشکلات را افزایش می‌دهد. اما به هر حال زمینه‌ای را برای تکمیل تحقیقات آینده تشکیل

صحیح رفتار نزدیک دیوار، تصحیح می‌شود.

$$\tau = \max\left(\frac{k}{\varepsilon}, C_\tau \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}\right), \quad C_\tau = 6 \quad (33)$$

ورودی: در بالادست تاج دیون در نظر گرفته می‌شود. برای تعیین توزیع متغیرها، امکان استفاده از پروفیل‌های اندازه‌گیری شده، پروفیل‌های استاندارد (کانال‌های باز) و پروفیل‌های محاسبه شده با شرایط مرزی تکرار شونده وجود دارد.

به منظور یافتن بهترین گزینه، هر سه حالت آزمایش شد. تجزیه و تحلیل نتایج حاکی از کسب بیشترین انطباق در حالت استفاده از اندازه‌گیری‌ها است. بنابراین روش تعیین توزیع متغیرها در ورودی، متفاوت با Cheong and Xue (1997) و Yoon and Patel (1996) خواهد بود (هر چند که در حالت تکرار شونده، بی‌نیاز از پروفیل‌های اندازه‌گیری بوده و این یک امتیاز محسوب می‌شود).

خروجی: منطبق بر محل جریان کاملاً توسعه یافته نبوده و شرط گرادیان صفر در آن مناسب نیست. بنابراین مطابق توصیه Cheong and Xue (1997) از روش برون‌یابی استفاده شده و مقادیر متغیرهای وابسته در محل وجه‌های مرزی سلول‌های مجاور خروجی با استفاده از مقادیر آنها در مراکز سلول‌های بالا دستی محاسبه می‌شود.

سطح آزاد: در جریان‌های زیر بحرانی، سطح آب روی تاج دیون پایین آمده و در فاصله کمی، پایین‌دست نقطه اتصال مجدد، بالا می‌رود (شکل ۱). میزان این تغییرات تابعی از عدد فرود جریان است و با کاهش آن تقلیل می‌یابد. بر این اساس، Alfrink and Van Rijn (1983) و Mendoza and Shen (1990) نشان داده‌اند که در اعداد فرود کوچک می‌توان سطح آزاد را به شکل صفحه تقارن شبه صلب بدون اصطکاک (با رقوم متوسط سطح آب واقعی) تقریب زد.

در این حالت فشار در طول آن ثابت نیست و مؤلفه قائم سرعت و گرادیان همه متغیرهای جریان (به جز ε) برابر صفر در نظر گرفته می‌شود (بنابراین مقادیر این متغیرها

$$\tau_w = \rho u_\tau u_\tau = \rho k_p^{1/2} C_\mu^{1/4} \frac{u_p}{u_p^+} \quad \text{و} \quad u_\tau = \frac{|\tau_w|}{\tau_w} \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}} \quad (29)$$

در این روابط u_p ، مؤلفه موازی با بستر سرعت در نقطه ρ ، P جرم حجمی، K ثابت فون کارمن و E پارامتر زبری است که به عدد رینولد زبری $K_S^+ = \frac{u_\tau K_S}{\nu}$ مربوط می‌شود (سایر پارامترها قبلاً بیان شده‌اند):

$$K_S^+ \leq 5 \quad \text{و} \quad E = 9.793 \quad (30\text{-الف})$$

$$K_S^+ \geq 70 \quad \text{و} \quad E = \exp\left(k\left(8.5 - \frac{1}{k} \ln K_S^+\right)\right) \quad (30\text{-ب})$$

K_S زبری بستر است که در محاسبات معادل D_{50} ذرات در نظر گرفته شده است.

محاسبه تنش برشی بستر از روابط مذکور، همراه با سعی و خطاست و با توجه به روش تکراری معادلات، در هر مرحله با استفاده از آخرین مقادیر در دسترس عوامل شرکت‌کننده تعیین می‌شود. پاسخ آن نیز در نهایت باید به نیروی برشی تبدیل، در امتداد محورهای مختصات تصویر و در معادلات اندازه حرکت متناظر اعمال شود.

در این روش، مقادیر انرژی جنبشی تلاطمی و نرخ استهلاك آن در مجاورت دیوار نیز از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{kn} \quad \text{و} \quad k_p = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (31)$$

بدین ترتیب برای سلول‌های مرزی مجاور بستر، مقادیر نرخ استهلاك در مرکز با استفاده از رابطه (۳۱) تعیین می‌شود و میزان تولید و استهلاك متوسط حاضر در معادله انفصالی انتقال K ، با انتگرال‌گیری روی حجم‌های کنترلی و اعمال خصوصیات ناحیه لگاریتمی به دست می‌آید. چنانچه مرکز حجم کنترلی، داخل زیرلایه آرام واقع شود، توزیع سرعت خطی و تنش برشی بر اساس آن محاسبه می‌شود:

$$\tau_w = \mu \frac{u_p}{n} \quad (32)$$

در مدل تنش جبری، مقیاس زمانی تلاطم برای شبیه‌سازی

تعدادی حجم کنترل - که هر کدام یک گره را (واقع در مرکز آن) احاطه می کند و دارای ۴ وجه (شمالی n ، جنوبی s ، شرقی e و غربی w) است - تقسیم می شود. چگونگی این کار، به شکل فیزیکی مسأله و سیستم مختصات انتخابی بستگی دارد. در اینجا با توجه به هندسه نامنظم و ضرورت توصیف و تشریح دقیق مرزها، از سیستم مختصات منحنی غیر متعامد (با اجزای تانسوری i^j) استفاده شده و ناحیه فیزیکی با خطوطی که از هندسه نامنظم پیروی می کند، شبکه بندی شده است. سپس مکان مرکز (به عنوان نمونه گره P) و وجوه هر یک از حجمهای کنترلی نیز تعیین شده است (در همسایگی هر گره P چهار گره دیگر W, E, S, N قرار دارد که مراکز حجمهای کنترلی مجاور هستند). برای اجتناب از مشکلات غیر یکنواختی شبکه به وجود آمده در قلمرو فیزیکی و اعمال ساده تر شرایط مرزی، فضای یکنواخت محاسباتی تعریف و انتقال به آن نیز انجام شده است.

سپس معادلات دیفرانسیل انتقالی (ϵ, k, v, u) - که همگی از یک اصل بقای کلی تبعیت کرده و با استفاده از اپراتور دیورژانس به شکل کلی زیر قابل بیان هستند - بر روی هر یک از حجمهای کنترلی انتگرال گیری می شوند:

$$\text{Div}(\rho U \phi) = \text{Div}(\Gamma \text{grad} \phi) + S_\phi \quad (35)$$

در این رابطه ϕ متغیر وابسته (ϵ, k, v, u) ، Γ ضریب پخش، U بردار سرعت متوسط $(U = u\vec{i} + v\vec{j})$ و S_ϕ عبارت چشمه است (با مقایسه رابطه مذکور و هر یک از معادلات انتقالی (۲، ۵، ۶)، می توان مقادیر پارامترهای معادل را استخراج کرد). استراتژی اتخاذ شده نیز، انتگرال گیری مستقیم در ناحیه فیزیکی و وارد کردن روابط بین نواحی فیزیکی و محاسباتی است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\int_{\Omega} \text{Div}(\rho U \phi) dV = \int_{\Omega} \text{Div}(\Gamma \text{grad} \phi) dV + \int_{\Omega} S_\phi dV \quad (36)$$

انتگرالهای روی حجم کنترل (در قلمرو فیزیکی) با کاربرد

در محل وجه مرزی سلولهای مجاور سطح آب با مقادیر آنها در مراکز سلولها برابرند). (Rodi (1993) رابطه تجربی زیر را برای محاسبه ϵ ارائه کرده است:

$$\epsilon_s = k_s^{1.5} / 0.43h \quad (37)$$

که در آن k_s انرژی جنبشی تلاطمی در سطح آب و h عمق جریان است.

در حالت طبیعی، به رغم تغییرات رقوم سطح آزاد در طول دیون، فشار در تمامی نقاط آن ثابت و برابر فشار محیطی است. با تخمین مذکور، توزیع فشار روی سطح که در حقیقت مرز ثابت بدون برش است، به طور مشابه با فشار حاصل از رقوم سطح آزاد (در حالت طبیعی) روی سیال عمل می کند. به طوری که می توان با یک فرض هیدرواستاتیک آنها را به یکدیگر تعبیر کرد.

(Knapp et al. (1991, Yoon and Patel (1996) و Cheong and Xue (1997) نیز از همین روش بهره گرفته اند.

این رویه در مدل حاضر نیز پذیرفته می شود، اما باید توجه کرد که چنانچه سطح آزاد هم واقعاً تغییراتی نداشت، تخمین فوق فاقد اثرهای کامل سطح آزاد بر ساختار آشفتگی بوده و علت استفاده از آن فقدان اطلاعات آزمایشگاهی کافی در این زمینه است. خوشبختانه Nezue and Rodi (1986) نشان داده اند این تأثیرها صرفاً به ناحیه مجاور سطح آب محدود می شود.

۵- روش محاسباتی

معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم، با روش عددی حجمهای محدود بر روی شبکه محاسباتی جابه جا نشده^۱ حل می شوند.

جزئیات آن توسط Melaan (1990, 1992) تشریح شده است. براین اساس برنامه رایانه ای اجرای مدل نیز توسط نگارندگان مقاله (۱ و ۲)، نوشته شده است.

در این روش، ابتدا قلمرو فیزیکی، شبکه بندی و به

1. Non-staggered

خطی به شکل $a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b$ برای هر حجم کنترل به دست می‌آید. ϕ_p و ϕ_{nb} به ترتیب مقادیر متغیر وابسته در گره مرکزی و گره‌های همسایه آن، a_p و a_{nb} ضرایب متناظر آنها و b ثابت معادله است.

تقریب متغیر ϕ با روش مذکور، برای محاسبه شارهای جابه‌جایی $(\rho U \phi)$ در محل وجوه صورت می‌پذیرد. انجام صحیح این کار، یکی از مهم‌ترین قسمت‌های مدل است و عدم توجه به آن، سبب ناپایداری و پیدایش جوابهای غیر فیزیکی می‌شود. در این مدل تقریب شارهای جابه‌جایی با طرح قاعده توانی Patankar (1980) صورت می‌پذیرد.

در این مدل برای حل توأم سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. دستیابی به ارتباط قوی سرعت و فشار و غلبه بر مشکلات شبکه جابه‌جا نشده (نوسانات سرعت و فشار) نیز با روش میان‌یابی رای و چاو میسر می‌شود (Melaan, 1990).

روش حل معادلات جبری حاصل، تکرار خط به خط و استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری است. در روش تکراری، فرایند حل با میدان حدسی برای متغیرهای وابسته شروع و سپس تلاش می‌شود با استفاده از معادلات جبری، میدانی با مقادیر بهتر به دست آید (ضرایب معادلات در هر تکرار بصورت صریح محاسبه می‌شوند). سرانجام تکرارهای متوالی منجر به پاسخهایی می‌شود که به اندازه کافی به جوابهای معادله نزدیک هستند.

برای حصول همگرایی از روش زیر تخفیف استفاده شده که در طی آن، تغییر مقادیر متغیر وابسته، از تکراری به تکرار دیگر، کند می‌شود. شاخص همگرایی، حداکثر باقیمانده قابل قبول کلیه معادلات است که نباید از مقدار تعیین شده (بدون بعد شده) (10^{-4}) بیشتر باشد. این معیار با بررسی صدق کردن متغیرهای محاسبه شده در معادلات انفصالی هر گره، محاسبه مجموع باقیمانده گره‌ها و تعیین حداکثر، در پایان هر تکرار به دست می‌آید.

قضیه گاوس-دیورژانس به انتگرال روی سطح تبدیل شده و یک معادله بقای شار برای هر متغیر دلخواه ϕ به دست می‌آید. این معادله با اعمال تغییر متغیر $(\tilde{J} = \rho U \phi - \Gamma \text{grad} \phi)$ عبار تست از:

$$\sum_{C,S} \tilde{J} \cdot \vec{A} = \int_{C,V} S_{\phi} dV \quad (37)$$

C,S نشان‌دهنده سطح کنترل (وجوه حجم کنترل)، $\vec{A}$ بردار مساحت و جمله سمت چپ، شار خالص خروجی $\tilde{J}$ از حجم کنترل است که از جمع مقادیر برداری آن در محل وجوه به دست می‌آید:

$$\sum_{C,S} \tilde{J} \cdot \vec{A} = \tilde{J} \cdot \vec{A}|_e - \tilde{J} \cdot \vec{A}|_w + \tilde{J} \cdot \vec{A}|_n - \tilde{J} \cdot \vec{A}|_s \quad (38)$$

جمله سمت راست معادله نیز با استفاده از تعریف مقدار متوسط هر خاصیت محاسبه می‌شود $(\int_{C,V} S_{\phi} dV = \bar{S}_{\phi} \cdot \delta V = \bar{S}_p)$. این جمله اغلب تابعی از متغیر وابسته ϕ است و به واسطه حل معادلات انفصالی با تکنیکهای جبر خطی، معمولاً لازم است به شکل خطی با تغییر شکل $\bar{S}_p = \bar{S}_{1p} + \bar{S}_{2p} \phi_p$ یابد.

در نهایت، فرایند گسسته‌سازی معادله حاصل، با جایگذاری نوعی اختلاف محدود ضمنی برای عبارتهای مشتق $(\text{grad} \phi)$ در هر یک از وجوه و اعمال روابط بین نواحی فیزیکی و محاسباتی

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x^i} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi^j} \cdot \frac{\partial \xi^j}{\partial x^i} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi^j} \cdot \frac{A_j^i}{J} \right),$$

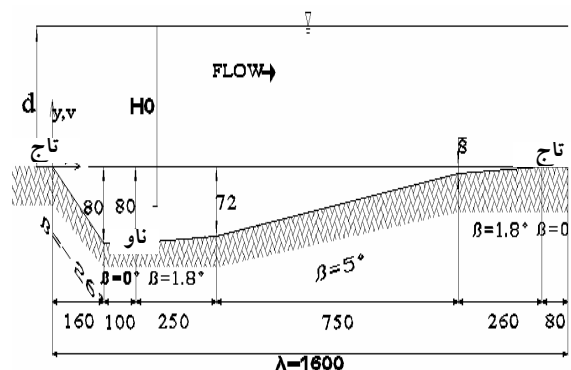
محاسبه بردار مساحت $(A^{(k)} = e(l) * e(m))$ با استفاده از تعریف بردارهای قائم

$$(e^{(i)} = \frac{\partial \xi^i}{\partial x^k} i_k) \text{ و مماسی } (e^{(i)} = \frac{\partial x^k}{\partial \xi^i} i_k),$$

صریح $\bar{S}_p, U, \Gamma$ (با توجه به روش تکراری حل معادلات، این پارامترها برای هر متغیر وابسته به تناسب مدل انتخابی از روابط ۳ و ۴ یا معادلات تنش جبری ۲۶ و ۲۷ با استفاده از آخرین مقادیر در دسترس متغیرها به دست می‌آیند) و تقریب متغیر وابسته ϕ در هر وجه بصورت تابعی ضمنی از مقادیر آن در گره‌های احاطه کننده‌اش، تکمیل شده و یک سیستم معادلات جبری

۶- آزمایشهای اعتبار مدل

مطالعات آزمایشگاهی مختلفی در رابطه با چگونگی جریان روی شکلهای دو بعدی شبیه دیون صورت پذیرفته است. با وجود این، فقط تعدادی از آنها خصوصیات تلاطمی جریان را اندازه گیری و گزارش کرده اند. ارزیابی مدل حاضر، براساس آزمایشهای Mierlo and Ruiter (1988) در آزمایشگاه هیدرولیک دلفت هلند پایه گذاری شده است. در این آزمایشها ۳۳ دیون بتنی همسان به طول موج $1/6$ متر و ارتفاع $0/08$ متر در کف فلوم مستقیم به عرض $1/5$ متر و طول تقریبی ۵۵ متر نصب و ساخته شده است. شیب جانبی دیونها 26° درجه بوده و روی آنها با لایه ای از ذرات ماسه ای تقریباً یکنواخت با قطر متوسط $1/6$ میلی متر و انحراف استاندارد $1/1$ روکش شده است. ضخامت این لایه بین یک تا دو برابر قطر ذرات گزارش شده است. شکل ۲ پروفیل دیون نمونه را به صورت طرحواره نشان می دهد.



شکل ۲ پروفیل دیون نمونه (میرلو و رویتز ۱۹۸۸)

ابعاد به میلی متر

۷- اجرا و ارزیابی مدل

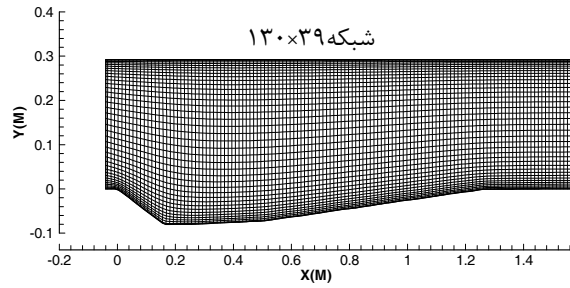
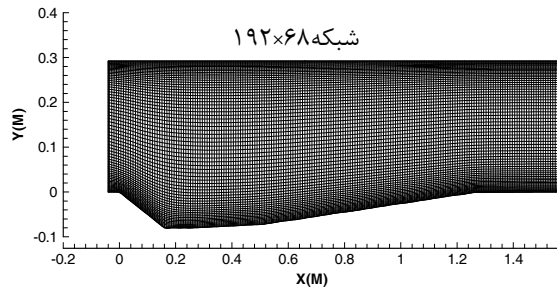
برای دستیابی به میدان مستقل، از تعداد و ابعاد سلولهای محاسباتی، مدل با چند شبکه مختلف 10×32 (درشت)، 19×63 ، 39×130 (متوسط) و 68×192 (ریز) اجرا و نتایج هر یک با حالت ریز مقایسه شده است. این مقایسه حاکی از مناسب بودن شبکه 39×130 با خطای نسبی میدان سرعت معادل $0/21$ درصد (درحد قابل قبول) است (شکل ۳). با وجود این با توجه به گرادیان تند متغیرها در جهت قائم، شبکه 68×130 مبنای محاسبات نهایی قرار گرفت.

۸- تجزیه و تحلیل نتایج

پس از تعیین ورودیها، محاسبات با مدل $k-\epsilon$ و تنش جبری صریح در سه حالت: جمله کرنش-فشار LRR، SSG و SIM اجرا و نتایج با یکدیگر و با اندازه گیریها مقایسه شده است.

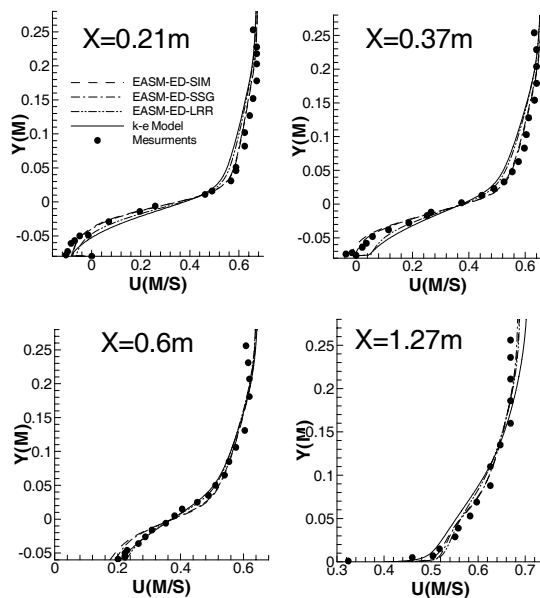
آزمایشها در دو حالت مختلف از شرایط جریان با برنامه های T_5 و T_6 اجرا شده است.

آزمون T_6 با عمق جریان بیشتر برای ارزیابی مدل انتخاب شده است. در این اجرا، شدت جریان $0/257$ متر مکعب بر ثانیه، عمق متوسط آب (H_0) $0/334$ متر، فاصله سطح آب تا تاج (d) $0/292$ متر، فاصله سطح آب تا ناو $0/372$



شکل ۳ شبکه‌های محاسباتی روی دیون

کرده‌اند. این موضوع ممکن است به دلیل پیش‌بینی بهتر آنها از تنشهای رینولدز عمودی باشد که (Speziale (1988) نیز به آن اشاره کرده است.



شکل ۴ پروفیل مؤلفه افقی سرعت متوسط اندازه‌گیری شده و محاسبه شده با مدل‌های مختلف

در منطقه برخاستگی (بخصوص محدوده سرعت‌های منفی) مدل‌های SSG و SIM مشابه یکدیگر عمل کرده و نتایج بهتری نسبت به $k-\epsilon$ و LRR به دست داده‌اند. این نتیجه که منجر به تخمین مناسب‌تری از طول منطقه جدایش می‌شود، در ایستگاه $x=0.37m$ مشهودتر است (فقط مدل SIM قادر به پیش‌بینی حضور سرعت‌های منفی بوده است و مدل SSG هم اختلاف ناچیزی با آن دارد). دلیل اختلاف نتایج مدل‌های تنش جبری، احتمالاً تفاوت

شکل‌های ۴ تا ۷، پروفیل مؤلفه افقی سرعت و خصوصیات تلاطمی جریان (انرژی جنبشی - تنشهای رینولدز برشی و عمودی) محاسبه و اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهند. برای جلوگیری از طولانی شدن مطالب، میدان فیزیکی به سه ناحیه تقسیم و نتایج صرفاً برای نمایندگان هر یک نشان داده شده است.

- ناحیه برخاستگی (حد فاصل $x=0.06m$ تا $x=0.4m$) با ایستگاه‌های $x=0.21m$ (اواسط منطقه) و $x=0.37m$ (اواخر). ایستگاه دوم به دلیل رخداد بیشترین مقادیر خصوصیات تلاطمی در آن حائز اهمیت است.

بسیاری از مدل‌های ارائه شده تا کنون، قادر به پیش‌بینی خوب، در این محل نبوده و قرارگیری آن در ناحیه برخاستگی را نیز محاسبه نکرده‌اند.

- ناحیه متأثر از اتصال مجدد جریان (حد فاصل $x=0.4m$ تا $x=0.7m$) با ایستگاه $x=0.6m$. مقادیر بالای خصوصیات تلاطمی در این ایستگاه مشهود است.

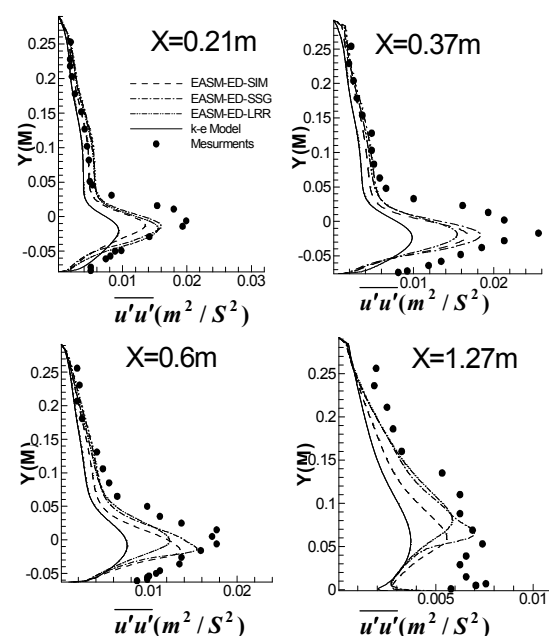
- منطقه توسعه جریان (حد فاصل $x=0.7m$ تا $x=1.27m$) با ایستگاه $x=1.0m$.

۸-۱- مؤلفه افقی سرعت

شکل ۴، پروفیل مؤلفه افقی سرعت متوسط اندازه‌گیری شده و محاسبه شده با مدل‌های مختلف را نشان می‌دهد. نتایج همه مدل‌ها، موافقتی کلی با اندازه‌گیری‌ها دارند. این مؤلفه، به جز در ناحیه جدایش، خوب تا عالی محاسبه شده است. مدل‌های تنش جبری در کل میدان نتایج بهتری (تطابق بیشتر با اندازه‌گیری) نسبت به $k-\epsilon$ ارائه

ملاحظه‌ای را در پیش‌بینی این متغیر (در کل میدان) نشان می‌دهند که ناشی از احتساب ناهمسانی آنهاست. محاسبات همه مدلها در مجاورت بستر دارای انحراف است. دلیل این موضوع ممکن است استفاده از توابع دیوار استاندارد و عدم اصلاح جمله کرنش - فشار برای تأثیرات دیوار باشد.

به طور کلی بستر در مجاورت خود ناهمسانی تنشهای رینولدز عمودی را افزایش داده، نوسانات سرعت عمودی را مستهلک نموده، نوسانات سرعت افقی و $\overline{u'u'}$ را افزایش می‌دهد. همچنین همه مدلها در پیش‌بینی حداکثر تنش ناتوان هستند.



شکل ۵. پروفیل تنش رینولدز عمودی اندازه‌گیری و محاسبه شده با مدل‌های مختلف

البته نتایج مدل‌های تنش جبری بسیار بهتر می‌باشند، اما انحرافهای آنها ممکن است از عدم شبیه‌سازی کامل اثرهای انحنا (افزایش ناهمسانی) یا عدم کفایت ضرایب عبارات کرنش-فشار سرچشمه بگیرد. در ناحیه برخاستگی مدل SSG بهتر از سایر مدلها عمل می‌کند. این موضوع با توجه به اینکه مؤلفه

ضرایب مدل کرنش-فشار است. این ضرایب در محاسبه $N, \beta_4, \beta_2, \beta_1$ مؤثر بوده و از این طریق مقادیر لزجت دینامیکی مؤثر و شارهای ناهمسانی شرکت کننده در معادله اندازه حرکت را تغییر می‌دهند. به عنوان مثال در حالت ساده شده SIM، ضریب β_2 معادل صفر بوده و جمله دوم معادله (۲۳) حذف می‌شود. نتایج بهتر مدل‌های SSG و SIM با توجه به ضرایب مناسب‌تر آنها در جمله کرنش - فشار (رابطه ۹) مورد انتظار است (Wallin and Johansson, 2000).

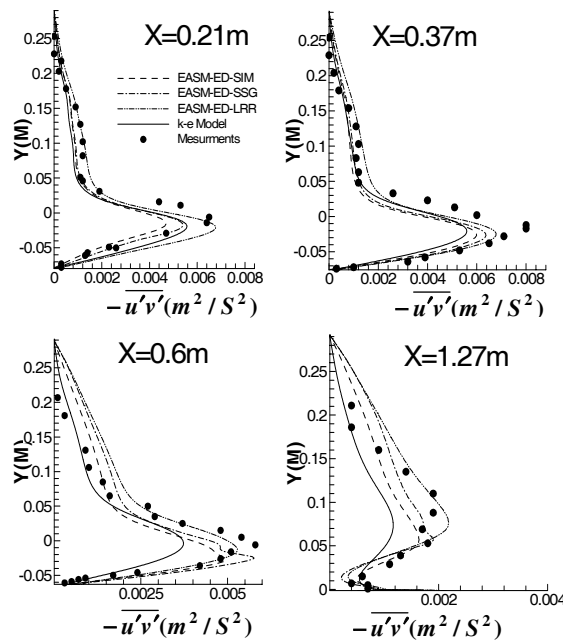
در ایستگاه متأثر از اتصال مجدد ($X = 0.6m$)، اختلاف نتایج محسوس نیست و حتی مدل $k-\epsilon$ (به جز در محدوده سطح آب) به نحو بسیار خوبی عمل کرده است. بنابراین به نظر می‌رسد، در این ناحیه استفاده از قانون توزیع لگاریتمی سرعت در مجاورت بستر (توابع دیوار استاندارد) مناسب باشد. در منطقه توسعه، در مجموع انحرافات برای کلیه مدلها کاهش می‌یابد. مدل‌های تنش جبری تطابق بیشتری نشان می‌دهند، اما میزان اختلاف با مدل $k-\epsilon$ اندک است.

در کل میدان جریان، سرعت محاسبه شده در سطح آب بزرگتر از مشاهدات است. علت این پدیده اعمال شرط مرزی صفحه تقارن صلب بدون اصطکاک (صرف نظر کردن از تنشها در سطح آزاد) است.

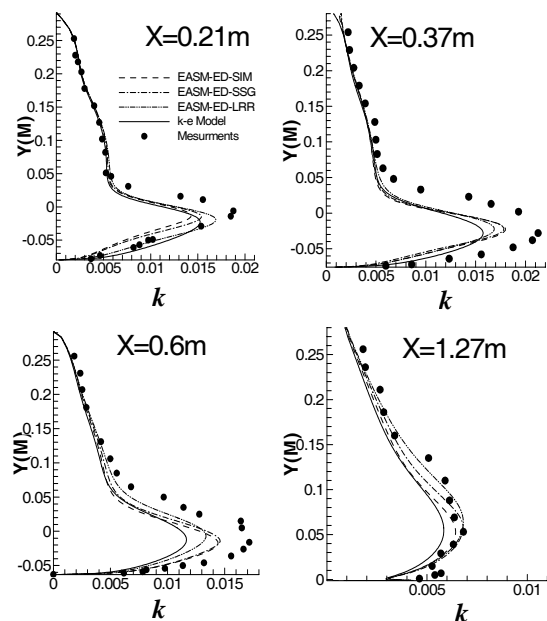
۸-۲- تنش رینولدز عمودی

شکل ۵، پروفیل تنش رینولدز عمودی ($\overline{u'u'}$) اندازه‌گیری و محاسبه شده با مدل‌های مختلف را در ایستگاههای مورد نظر نشان می‌دهد. نتایج همه مدلها، موافقت کلی با اندازه‌گیریها دارند. حساسیت نتایج به مدل‌های آشفتگی در کل میدان محسوس و در نواحی جدایش و اتصال مجدد قابل ملاحظه‌تر است. بیشترین انحرافها در ناحیه جدایش وجود دارد. مدل $k-\epsilon$ ، عدم تطابق و انحراف قابل ملاحظه‌ی نسبت به اندازه‌گیری نشان می‌دهد. مدل‌های تنش جبری بهبود قابل

خصوصیات را در کل میدان ارائه کرده‌اند. بهبود نسبی در نیمه دوم ناحیه جدایش ($x=0.37m$) و منطقه متأثر از اتصال مجدد ($x=0.6m$) هم وجود دارد. با وجود این، مدل‌های تنش جبری هم توانایی پیش‌بینی حداکثر متغیرها را ندارند.



شکل ۶ پروفیل تنش رینولدز برشی اندازه‌گیری و محاسبه شده با مدل‌های مختلف



شکل ۷ پروفیل انرژی جنبشی تلاطمی اندازه‌گیری و محاسبه شده با مدل‌های مختلف

$\overline{u'u'} = a_{11} + \frac{2}{3} a_{12}$ ماتریس ناهمسانی تنش رینولدز بر اساس اندازه‌گیری‌ها و محاسبات، مثبت بوده و عموماً با تأثیر ضرایب مناسب‌تر این مدل در رابطه (۲۳)، بزرگتر از سایر مدل‌ها محاسبه می‌شود، مورد انتظار است (بر خلاف a_{12}) (Wallin and Johansson 2000). برای دو نوع جریان برشی همگن و لایه لگاریتمی نشان داده‌اند. در ایستگاه‌های $x = 0.37m$ و $x = 0.6m$ ، مدل SIM هم نتایج نسبتاً بهتری در محاسبه حداکثر تنش نسبت به LRR داشته که احتمالاً با واسنجی مجدد برای دامنه وسیع‌تری از شرایط جریان ارتباط دارد.

در ناحیه متأثر از اتصال مجدد، نتایج مانند ناحیه قبل است، اما خطای تخمین حداکثر تاحدی کاهش می‌یابد. در ناحیه توسعه، در مجموع انحرافها کاهش می‌یابد و نتایج مدل‌های تنش جبری به‌جز در محدوده بستر تا محل حداکثر خوب هستند.

به طوری که مشاهده می‌شود، در اغلب ایستگاه‌ها، $\overline{u'u'}$ در مجاورت سطح آزاد، مقداری کمتر از واقعیت پیش‌بینی می‌شود (با همه مدل‌ها) که ممکن است به دلیل عدم کفایت شرایط مرزی استفاده شده باشد.

Komori et al (1987) نشان داده است که سطح آزاد سبب افزایش این متغیر در مجاورت خود می‌شود.

۸-۳- تنش رینولدز برشی و انرژی جنبشی تلاطمی

شکل‌های ۶ و ۷، به‌ترتیب پروفیل تنش رینولدز برشی ($-\overline{u'v'}$) و انرژی جنبشی تلاطمی (k) اندازه‌گیری شده و محاسبه شده با مدل‌های مختلف را نشان می‌دهند. نتایج همه مدل‌ها، موافقتی کلی با اندازه‌گیری‌ها دارند. حساسیت نتایج به مدل‌ها در کل میدان محسوس و در ناحیه برخاستگی و اتصال مجدد قابل ملاحظه‌تر است. حداکثر انحرافها در ناحیه جدایش مشاهده می‌شود. مدل‌های تنش جبری در مجموع پیش‌بینی بهتری از این

تأثیر ضرایب در روابط ۲۳ و ۲۴)، بزرگتر از سایر موارد محاسبه می شود (بر خلاف a_{11}). Wallin and Johansson (2000) نیز این موضوع را برای دو نوع جریان برشی همگن و لایه لگاریتمی مشاهده کرده اند، اما در هر دو حالت مقادیر اندازه گیری کمتر از پیش بینی LRR و نزدیک تر به نتایج مدل های SSG و SIM بوده است. بنابراین از نظر آنها باز هم دو مدل مذکور برتری نسبی داشته اند.

- اصولاً انرژی جنبشی تلاطمی حساسیت کمتری نسبت به مدل کرنش-فشار نشان می دهد. زیرا مجموع عناصر قطری تانسور π_{ij} که در معادله انتقال k شرکت می کنند، بر اساس قانون پیوستگی برابر صفر است و ناهمسانی تنش های رینولدز فقط در مقدار جمله تولید k مؤثرند (Rodi, 1993).

در ناحیه متأثر از اتصال مجدد ($x=0.6m$)، مدل های تنش جبری در کل عرض جریان و حتی مجاورت بستر (احتمالاً به علت اصلاح مقیاس زمانی تلاطم) نتایج را بهبود داده اند. با استفاده از جمله کرنش-فشار SSG و SIM حداکثر انرژی مقداری بهتر پیش بینی شده است. علت این موضوع احتمالاً محاسبه بهتر محل اتصال مجدد است.

در ناحیه توسعه در مجموع انحرافها کاهش می یابد و مدل های تنش جبری بهبود نسبی را در نتایج نشان می دهند.

به طوری که مشاهده شد، میزان انحرافها و عدم تطابق با اندازه گیریها برای انرژی جنبشی تلاطمی بیشتر از تنش رینولدز برشی است، که مورد انتظار هم هست. علت این موضوع ممکن است وابستگی مقادیر انرژی جنبشی به حرکت گردابه در لایه برشی باشد (Yoon, 1996).

در اغلب ایستگاهها، $(-\overline{u'v'})$ در مجاورت سطح آزاد مقداری بیشتر از واقعیت پیش بینی می شود (با همه مدلها) که ممکن است به دلیل عدم کفایت شرایط مرزی باشد. سطح آزاد سبب کاهش این متغیر در مجاورت خود

با توجه به نتایج تحقیقات (Cheong and Xue (1997) رخداد این موضوع، از اعمال توابع دیوار استاندارد سرچشمه نمی گیرد، اما ممکن است به دلایل زیر باشد:

۱- به علت عدم اندازه گیری در خط مرکزی جریان، ممکن است نتایج تحت تأثیر جریانهای ثانویه قرار گرفته و اساساً کمتر از مقادیر ثبت شده باشند.

۲- به هر حال مدل های تنش جبری صریح ممکن است نتوانند اثر انحنا را بطور کاملاً صحیح شبیه سازی نمایند و بنابراین انرژی جنبشی تلاطمی هم به اندازه کافی سریع رشد نخواهد کرد. علت این امر آسان سازی به کار رفته در فرمولاسیون آنهاست. در این مدلها با یک فرض تعادلی از جملات پخش و جابه جایی معادله دقیق انتقال ناهمسانی تنش های رینولدز صرف نظر می شود. انحنای خطوط جریان، بر درجه ناهمسانی بین تنش های رینولدز عمودی تأثیر زیادی دارد و سبب تغییرات بزرگی در ساختمان آشفتگی می شود. کرنش های مماسی ناگهانی ناشی از انحنا، سبب افزایش تولید انرژی جنبشی تلاطمی می شود.

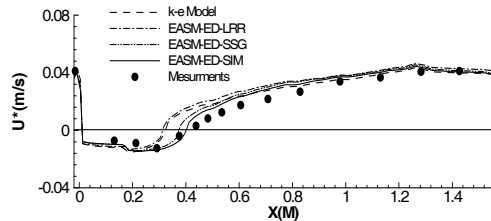
۳- معادله انتقال نرخ استهلاك انرژی جنبشی تلاطمی ($\mathcal{E}$) استفاده شده نیز یکی از منابع اصلی محدودیت دقت مدل های تنش جبری بوده و استفاده از آن در جریانهایی که نرخ تغییر شکل بزرگ دارند مورد تردید است. با توجه به اینکه معادلات مدل های تنش جبری در نهایت با معادلات انتقال k و $\mathcal{E}$ ترکیب می شوند، طبیعی است که برخی از مشکلات آنها را هم در بر داشته باشند.

در ایستگاه ($x=0.21m$)، مدل LRR یک بهبود نسبی در پیش بینی حداکثر متغیرها را نسبت به سایر مدلها نشان می دهد که برای انرژی جنبشی تلاطمی اندک و در مورد تنش رینولدز برشی بیشتر است. برای این موضوع دو علت احتمالی وجود دارد:

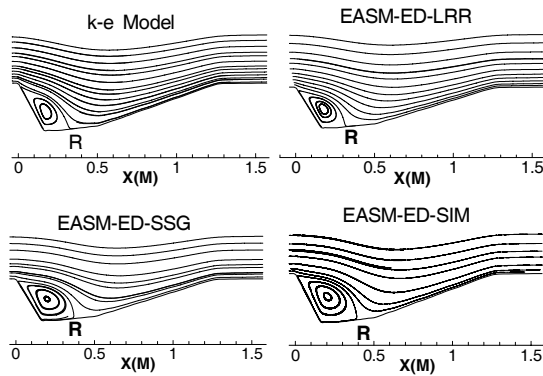
- مؤلفه a_{12} $(\frac{-\overline{u'v'}}{k} = -a_{12})$ ماتریس ناهمسانی تنش رینولدز منفی است و عموماً قدر مطلقش با مدل LRR

می‌شود (Nezu and Naka Gawa, 1993).

(1997) با مدل $k-\varepsilon$ اصلاح شده دارای آثار انحنا، اقدام به شبیه‌سازی جریان بر روی دیون کرده‌اند.



شکل ۸: پروفیل سرعت برشی اندازه‌گیری و محاسبه شده در طول دیون



شکل ۹: خطوط جریان و محل اتصال مجدد (R) محاسبه شده

چئونگ و زو (برخلاف تحقیق حاضر) از آزمون T_5 آزمایشهای میرلو و روتر با یک میدان آشفتگی کوچکتر برای ارزیابی مدل خود استفاده کرده‌اند. براین اساس و با توجه به این که اصولاً با کوچک شدن میدان آشفتگی توانایی مدلها افزایش می‌یابد، امکان مقایسه کمی و کیفی نتایج مدلهای تنش جبری حاضر با نتایج آنها وجود ندارد. البته آنها هم بیشترین انحرافات را در ناحیه جدایش و اتصال مجدد مشاهده کرده و طول ناحیه برخاستگی را کمتر از واقعیت محاسبه کرده‌اند.

متأسفانه Yoon and Patel (1996) نتایج مدل خود را فقط در سه ایستگاه $x=0.13m$ ، $x=0.48m$ و $x=1.27m$ منتشر کرده‌اند (نتایج برای ایستگاههای $x=0.21m$ و $x=0.37m$ که دارای بیشترین خصوصیات تلاطمی است، ارائه نشده است). بنابراین به مقایسه نتایج در ایستگاههای

۴-۸- تنش برشی بستر، خطوط جریان و طول ناحیه برخاستگی

(Mierlo and Ruiter 1988) سرعت و تنش برشی بستر را با تجزیه و تحلیل پروفیل‌های سرعت اندازه‌گیری شده در هرایستگاه محاسبه کرده‌اند. این محاسبات در این تحقیق نیز مبنای مقایسه قرار می‌گیرد. شکل ۸، پروفیل طولی سرعت برشی $(U_* = u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho})$ اندازه‌گیری شده و محاسبه شده با مدلها را نشان می‌دهد (τ_w تنش برشی بستر است).

مدلهای تنش جبری SIM و SSG بهبود قابل ملاحظه‌ای را در پیش‌بینی تنش برشی بستر و طول ناحیه برخاستگی نسبت به مدلهای $k-\varepsilon$ و LRR به دست داده‌اند. علت این موضوع احتمالاً محاسبه بهتر و توأم میدان سرعت و خصوصیات تلاطمی است که در قسمتهای قبل نیز به آن اشاره شد (مطابق رابطه (۲۹)، تعیین کننده علامت تنش برشی بستر بوده و با مدلهای مذکور بهتر محاسبه شده است). در شکل ۹ نیز خطوط جریان و محل اتصال مجدد محاسبه شده با مدلهای مختلف، منعکس شده است.

شکلهای ۸ و ۹ نشان می‌دهند که مدل SIM با پیش‌بینی فاصله ۰/۳۸ متری از تاج دیون برای محل اتصال مجدد، نتیجه بسیار خوبی (۵ درصد خطا) را نسبت به اندازه‌گیری (۰/۴ متری از تاج) به دست داده است. با مدل SSG نیز این فاصله برابر ۰/۳۶۹ متر محاسبه شده که ۷/۷ درصد خطا دارد. مدلهای $k-\varepsilon$ و LRR نیز با محاسبه فاصله ۰/۳۲ متری از تاج دیون، پیش‌بینی کمتری نسبت به واقعیت داشته‌اند.

۹- مقایسه نتایج با سایر تحقیقات

به‌طوری‌که قبلاً اشاره شد، در سالهای اخیر Yoon and Patel (1996) با مدل $k-\omega$ و Cheong and Xue

مدلهای تنش جبری در هر دو ایستگاه نتایج را بهبود قابل ملاحظه‌ای بخشیده‌اند (به‌خصوص $X=0.13m$). مدل یون و پاتل علاوه بر این که در پیش‌بینی حداکثر متغیرها خطای بیشتری دارد، در حد فاصل آنها و سطح آب هم انحراف زیادی نشان می‌دهد. البته ممکن است این موضوع با استفاده آنها از شرایط مرزی تکرار شونده در ورودی هم ارتباط داشته باشد. در ناحیه توسعه ($X=1.2m$) نتایج مدلها مشابه و رضایت بخش بوده است.

۱۰- نتیجه‌گیری

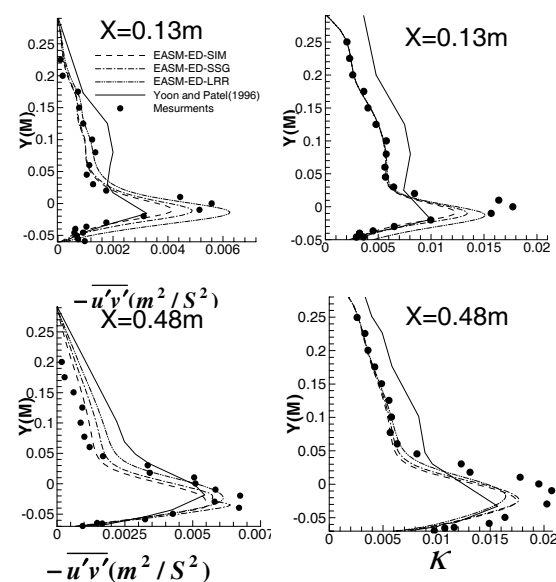
در این مقاله یک مدل عددی دو بعدی برای پیش‌بینی جریان با سطح آزاد روی توپوگرافی صلب دو بعدی ارائه شد. برای شبیه‌سازی آشفتگی علاوه بر مدل $k-\epsilon$ ، مدل تنش جبری صریح والین و جانسون با سه جمله کرنش-فشار مختلف ارزیابی شده و در نهایت مقایسه‌ای تطبیقی بین نتایج و اندازه‌گیریهای انجام شده توسط میرلو و رویتز انجام شد. نتایج همه مدلها موافقتی کلی با اندازه‌گیریها داشتند. بیشترین انحرافها در ناحیه جدایش و اتصال مجدد مشاهده شد. مدلهای تنش جبری در مجموع بهبودی نسبی را در پیش‌بینی میدان سرعت، متغیرهای تلاطمی، تنش برشی بستر و طول ناحیه جدایش نشان دادند. بیشترین بهبود برای همه مدلها در محاسبه تنشهای رینولدز عمودی و برشی و پیش‌بینی طول منطقه جدایش بود و به نظر می‌رسد که در مجموع SSG بهتر از سایر مدلها عمل کرده است. به هر حال به رغم این بهبود، انحرافهای قابل ملاحظه‌ای در ناحیه جدایش و اتصال مجدد وجود دارد. از جمله دلایل ناکافی بودن مدلهای تنش جبری ممکن است عدم توانایی آنها در شبیه‌سازی صحیح اثر انحنا باشد. استفاده از توابع دیوار استاندارد و عدم اصلاح جمله کرنش فشار برای تأثیر دیوار نیز می‌تواند به بروز خطا در مجاورت بستر منجر شود. کاربرد معادله انتقال ($\mathcal{E}$) استفاده شده نیز مورد تردید است. احتمال بهبود بیشتر نتایج هنگامی وجود دارد که

موجود اکتفا می‌شود.

مؤلفه افقی سرعت متوسط با مدل آنها، به طور مشابه با مدلهای تنش جبری، به طور رضایت بخشی پیش‌بینی شده است. نتایج در ایستگاه $X=0.37m$ در دسترس نیست، اما با توجه به اینکه محل اتصال مجدد در فاصله 0.38 متری تاج دیون محاسبه شده، به نظر می‌رسد حضور سرعتهای منفی در این ایستگاه پیش‌بینی شده باشد، هر چند که این موضوع با توجه به سایر نتایج آنها قابل تأمل است.

نتایج پیش‌بینی تنش رینولدز عمودی ($\overline{u'u'}$) با مدل آنها ارائه نشده و به نظر می‌رسد که صرفاً به محاسبه ضمنی آن برای اعمال در معادلات اندازه حرکت اکتفا کرده‌اند (مانند اغلب محققان دیگر).

در شکل ۱۰، پروفیل تنش رینولدز برشی ($\overline{u'v'}$) و انرژی جنبشی تلاطمی (k) اندازه‌گیری و محاسبه شده با مدلهای تنش جبری و نتایج یون و پاتل نشان داده شده است.



شکل ۱۰ پروفیل تنش رینولدز برشی و انرژی جنبشی تلاطمی اندازه‌گیری و محاسبه شده با مدلهای مختلف

β_1, β_4	ضرایب رابطه ۲۲	ساده‌سازی به‌کار رفته در فرمول‌بندی مدل تنش جبری
ε	نرخ استهلاک انرژی جنبشی تلاطمی	حذف شده یا تخمین تعادلی در سیستم مختصات منحنی
ε_{ij}	تانسور استهلاک لزجی	اعمال شود همچنین از توابع دیوار مناسب تر به جای
ϕ	متغیر وابسته در رابطه ۳۵	توابع استاندارد استفاده شود و اثر بستر بر تنشهای رینولدز
Γ	ضریب پخش	با یک تصحیح مناسب به جمله کرنش فشار وارد شود.
k	انرژی جنبشی تلاطمی	البته اعمال موارد مذکور - که تعدادی از آنها هنوز در
μ	لزجت دینامیکی	مرحله تحقیق است - ممکن است با پیچیده کردن بیش از
μ_t	لزجت گردابه ای دینامیکی	حد معادلات تنش جبری، اقتصادی بودن آنها را تضعیف
ν_t	لزجت گردابه ای سینماتیکی	کند. به هر حال این موضوعات در مطالعات تکمیلی بیشتر
π_{ij}	عبارت کرنش-فشار	می‌توانند بررسی شوند.

ρ	جرم حجمی
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	ثابتهای مدل $k - \varepsilon$
τ	مقیاس زمانی تلاطم
τ_w	تنش برشی دیوار
II_S, II_W	اینوریانت

۱۲- منابع

- [۱] شجاعی فرد، م.ح. و نور پور هشترودی، ع. (۱۳۷۹). "مقدمه‌ای بر دینامیک سیالات محاسباتی". انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران.
- [۲] شریفان، ر.ا. (۱۳۸۳). "شبیه‌سازی دو بعدی مهاجرت دیونها در رودخانه ها و کانالهای آبرفتی". رساله دکتری رشته ساختمانهای انتقال و توزیع آب، دانشگاه آزاد اسلامی وا حد علوم و تحقیقات.
- [۳] شفاعی بجستان، م. (۱۳۷۳). "هیدرولیک رسوب". انتشارات دانشگاه شهید چمران.
- [4] Alfrink, B.J. and van Rijn, L.C. (1983). "Two-Equation Turbulence Model for Flow in Trench". Journal of Hydraulic Engineering. ASCE, 109(7), pp. 941-958.
- [5] Bennett, S.J. and Best, J.L. (1995). "Mean Flow and Turbulence Structure over Fixed Two Dimensional Dunes". Sedimentology, pp. 491-514.
- [6] Bradshaw, P. (1973). *Effects of Streamline Curvature on Turbulent Flows*.

۱۱- فهرست علائم

a	ماتریس ناهمسانی تنش
A_1, A_2	ضرایب رابطه ۲۰
A_3, A_4	ضرایب رابطه ۲۱
C_1, C_2	ضرایب ثابت رابطه ۹
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$	ثابتهای رابطه ۶ (مدل $k - \varepsilon$)
C_μ	ثابت تجربی رابطه ۴
D_{ij}	تانسور پخش تنش
E	پارامتر زبری
h	عمق جریان
K_S	زبری بستر
p	فشار
p_{ij}	تانسور تولید تنش
P_k	تولید انرژی جنبشی تلاطمی
S	ماتریس کرنش متوسط
S_ϕ	جمله چشمه در رابطه ۳۵
T_λ	گروههای تانسوری مستقل
U	بردار سرعت
u_i	اجزا کارترین سرعت
u'_i	نوسانات سرعت
u_τ	سرعت برشی
w	ماتریس چرخش متوسط

- [17] Launder, B.E. and Spalding, D.B. (1974). "The Numerical Computation of Turbulent Flow". Comput. Methods Appl. Mech. Eng, Vol. 3, pp. 269-289.
- [18] Lumley, J.L. (1978). "Computational Modeling of Turbulent Flow". Adv. Appl. Mech., Vol. 18, pp. 123-176.
- [19] Lyn, (1993). "Turbulent Measurements in Open Channel Flow over Artificial Bed Forms". Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 119, No.3, pp. 306-326.
- [20] Mclean, S.R. and Smith, J.D. (1986). "A Model for Flow over Two Dimensional Bed Forms". J. Hydr. Engrg, ASCE, 112(4), pp. 300-317.
- [21] Melaen, M.C. (1990). *Analysis of Curvilinear Non-Orthogonal Coordinates for Numerical Calculation of Fluid Flow in Complex Geometries*. Thesis for DR. ING. Degree, University of Trondheim, Norway.
- [22] Melaen, M.C. (1992). "Calculation of Fluid Flow with Staggered and Nonstaggered Curvilinear Non-Orthogonal Grids". Numerical Heat transfer, part B, Vol. 21, pp. 1-19.
- [23] Mendoza, C., and Shen, H.W. (1990). "Investigation of Turbulent Flow over Dunes". J. Hydr. Engrg., ASCE, 116(4), pp. 459-477.
- [24] Nelson, J.M., and Smith, J.D. (1989). "Mechanics of flow over ripples and dunes". J. Geophysics Res., 94(C6), pp. 8146-8162.
- [25] Nezu, I. and Nakagawa, H. (1993). *Turbulence in open channel flows*. Balkema/Rotterdam.
- [26] Nezu, I. and Rodi, W. (1986). "Open Channel Flow Measurements with a Laser Doppler Anemometer". Journal of Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 112, pp. 335-355.
- [27] Patankar, S.V. (1980). *Numerical Heat Transfer & Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation Taylor, New York.
- [28] Peric, M., Ruger, M., and Cheurerer, G. (1988). "Calculation of Two Dimensional Turbulent Flow over a Sand Dune Model". Rep. No. SRR-TN-88-02, Univ. of Erlangen, Germany.
- [29] Pope, S.B. (1975). "A More General AGARDograph (169).
- [7] Cheong, H.F. and Xue, H. (1997). "Turbulence Model for Water Flow over Two Dimensional Bed Forms". Journal of Hydraulic Engrg., Vol. 123, No.5, pp. 402-409.
- [8] Fernandez, R. and Best, J. (1999). "Mean Flow Structure over Dunes with Superimposed Smaller Bed Forms". XVIII International IAHR Congress, Austria.
- [9] Gatski, T.B and Speziale, C.G. (1993). "On Explicit Algebraic Reynolds Stress Models for Complex Turbulent Flows". Journal of Fluid Mechanics, Vol. 254, pp. 59-78.
- [10] Grimaj, S.S. (1996). "Fully-Explicit and Self-Consistent Algebraic Reynolds Stress Model". Theor. and Comp. Fluid Dynamic. 8, pp. 387-402.
- [11] Haqua, M.I., and Mahmood K. (1983). "Analytical Determination of form Friction Factor". J. Hydr. Engrg., ASCE, Vol. 109(4), pp. 590-610.
- [12] Jhons, B., Soulsby, R.L., and Xing, J. (1993). "A Comparison of Numerical Model Experiments of Free Surface Flow over Topography with Flume and Field Observation". J. Hydr. Res. 31(2), pp. 215-228.
- [13] Knapp, F., Mierlo, M. and Officier. (1991). *Measurement and Computations of Turbulent Flow Field above Fixed Bed Forms*. Eurmech, Balkema.
- [14] Komori S., Hiraga Y., Murakami Y., and Ueda H. (1987). "The Generation of Surface-Renewal Eddies in an Open Channel Flow". Proc of Second. Int. Sym. on Transport Phenomena in Turbulent Flow, Tokyo, pp. 75-85.
- [15] Launder, B.E, Priddin, C.H., and Sharma, B.S. (1977). "The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces". J. Fluids Engrg., 99(1), pp. 231-239.
- [16] Launder, B.E. and Reece, G.J. and Rodi, W. (1975). "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure". Journal of Fluid Mechanics. Vol. 68 Part 3, pp. 537-566.

- [36] Termes, A.P.P. (1988). *Application of mathematical models for a turbulent flow field above artificial bed forms*. Delft Hydr. Rep. TOW, A56, Q787, Delft, The Netherlands.
- [37] VanMierlo, M.C.M.L., and De Ruiter, J.C (1988). *Turbulence Mesurments above Artificial Dunes*. Delft Hydr. Rep. TOW, A55, Q789, Delft, The Netherlands.
- [38] van Rijn, L. (1990). *Principles of Sediment Transport in River, Estuaries & Coastal Sea*. Delft Hydraulic, Aqua Publication.
- [39] Wallin, S. and Johansson, A.V. (2000). "An Explicite Algebraic Reynolds Stress Model for Incompressible Turbulent Flows". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 403, pp. 89-132.
- [40] Yoon, J.Y., and Patel, V.C. (1996). "Numerical Model of Turbulent Flow over Sand Dunes". *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 123, No .5, pp. 10-18.
- Effective Viscosity Hypothesis". *Journal of Fluid Mecha-nics*, Vol 72, part 2, pp. 331-340.
- [30] Raudkivi, A.J. (1963). "Study of Sediment Ripple Formation". *J. Hydr. Engrg, ASCE*, No.(1), pp. 5-33.
- [31] Rodi, W. (1993). *Turbulence Models & Their Application in Hydraulics*. IAHR, Delft, The Netherlands.
- [32] Simons, Senturk (1992). *Sediment Transport Tecnology*. Water Resource Publication.
- [33] Speziale, C.G. (1987). "on Nonlinear $k-l$ and $k-\varepsilon$ Models of Turbulence". *J. Fluid Mech.*, pp. 178, 459-475.
- [34] Speziale, C.G., Gatski, T.B. and Sarkar, S. (1991). "Modeling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: an Invariant Dynamical System Approach". *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 227, pp. 245-272.
- [35] Sunderman, J., and Puls, W. (1980). "Numerical Model of Sediment Transport in Coastal Waters". *Mathematical Modeling of Estuarin Physics*, Vol. 1, Springer Verlag, New York, N.Y, pp.253-265.