

شیب‌بندی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب در مناطق مسطح با استفاده از روش درخت فراگیر در حال رشد و جستجوی تابو

علی حقیقی^{۱*}، امین ابراهیم بخشی پور^۲، شهرام بیگ^۳

۱- استادیار، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران- سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه شهید چمران اهواز

۳- کارشناس ارشد عمران- سازه‌های هیدرولیکی

* اهواز، صندوق پستی ۶۱۳۵۷۴۳۳۷

a.haghighi@scu.ac.ir

چکیده- به منظور یافتن شیب‌بندی یا پیکربندی بهینه شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب، به‌ویژه در مناطق مسطح، تحقیق حاضر به معرفی یک مدل بهینه‌سازی مبتنی بر روش جستجوی تابو و روش درخت فراگیر در حال رشد می‌پردازد. برای منطقه در دست طراحی ابتدا تمام حالت‌های امکان‌پذیر جانمایی مجاری فاضلاب‌رو در نظر گرفته می‌شوند. این مهم منجر به شکل گرفتن یک گراف بسته بدون جهت خواهد شد. برای استخراج یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب از این گراف پایه، لازم است تا یک لوله از هر حلقه برش داده شود. برای این منظور از روش درخت فراگیر در حال رشد بهره گرفته شده است که با تعریف ریشه گراف (در اینجا نقطه خروجی فاضلاب شهر) به تولید یک شبکه شاخه‌ای امکان‌پذیر می‌پردازد. با توجه به ویژگی‌های خاص شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب، علاوه بر اصول کلی درخت فراگیر در نظریه گراف‌ها، اصلاحاتی در این تحقیق به آن افزوده شده است. متغیرهای تصمیم‌گیری در این روش شامل لوله‌هایی می‌شوند که قرار بر برش آنهاست، لذا شماره و محل برش لوله‌ها مشخصات پیکربندی سیستم را رقم می‌زند. با تعریف یک تابع هدف بر اساس طول و دبی لوله‌ها، از روش جستجوی تابو برای بهینه‌سازی متغیرهای تصمیم‌گیری استفاده می‌شود. قابلیت روش با تعریف یک مثال فرضی و طراحی بخشی از شبکه جمع‌آوری فاضلاب شهر هندیجان در جنوب کشور ارزیابی می‌شود. نتایج حاکی از قابلیت بالای روش در حل مسائل بزرگ مقیاس در مناطق مسطح و سادگی پیاده‌سازی آن است.

کلیدواژگان: شیب‌بندی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب، درخت فراگیر، بهینه‌سازی، جستجوی تابو.

سیستم زهکشی آب‌های سطحی، نخستین پرسشی که ذهن طراح را با خود درگیر می‌سازد، نحوه جانمایی

۱- مقدمه
در طراحی یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب شهری یا یک

(و البته آب‌های سطحی) در مقایسه با سیستم‌های آبرسانی از قیود و پیچیدگی‌های بیشتری برخوردار است. همین موضوع کاربرد روش‌های شناخته شده در ریاضیات گسسته و نظریه گراف‌ها را در خصوص شبکه‌های فاضلاب محدود می‌سازد. در طی دو دهه گذشته محققان بسیاری در تلاش برای رفع این محدودیتها و ارتقای الگوریتم‌های بهینه‌سازی شبکه لوله‌ها بوده‌اند. به عنوان مثال در خصوص شبکه‌های آبرسانی می‌توان به تحقیقاتی همچون (Murphy et al. 1993), Walters and Afshar, (1995), Lohbeck (1993), and Jabbari (2008) و Geem et al. (2000) اشاره کرد که جز مورد آخر که در آن از روش جستجوی هارمونی^۱ استفاده شده است، سایرین از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی جانمایی خطوط لوله بهره گرفته‌اند.

با تمرکز بر روی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب می‌توان به تحقیقات دیگری اشاره داشت که در ارتباط نزدیک تری با موضوع تحقیق حاضر هستند. از آن جمله، Li and Matthew (1990) با معرفی روشی تحت عنوان جستجوی جهت‌دار^۲ به بهینه‌سازی ترتیبی شبکه و مشخصات لوله‌ها پرداختند. در آن کار، ابتدا یک شبکه امکان‌پذیر بصورت اتفاقی تولید می‌شود. سپس برای آن، مشخصات سیستم شامل قطر لوله‌ها، اعماق کارگذاری و موقعیت ایستگاه‌های پمپاژ با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا طراحی می‌شود. طی یک فرایند تکراری، موقعیت لوله‌ها در پیکربندی شبکه آنقدر جابجا شده تا کمترین هزینه حاصل شود. مبنای این جابه‌جا سازی، انتقال لوله‌های با دبی کمتر به سمت سرشاخه‌ها می‌باشد. این روش اگرچه روند حل مسأله را قانون‌مند ساخته، اما علاوه بر آن که حجم محاسبات بسیار بالایی را می‌طلبد، به حدس اولیه وابسته بوده و قادر به یافتن پاسخ بهینه مطلق برای شبکه نیز نیست.

لوله‌ها یا به تعبیری شیب‌بندی یا پیکربندی شبکه است. این مهم هم به لحاظ فنی و هم اقتصادی کل طرح را تحت الشعاع قرار می‌دهد. بدون تردید مشخصه‌های شبکه پس از این مرحله، شامل قطر لوله‌ها، اعماق کارگذاری، تعداد و موقعیت ایستگاه‌های پمپاژ همگی تحت تأثیر پیکربندی لوله‌ها قرار خواهند داشت. بنابراین تولید و انتخاب جانمایی مناسب از حساس‌ترین بخش‌های طراحی یک سیستم جمع‌آوری فاضلاب محسوب می‌شود. این مهم بویژه در حوضه‌های مسطح همچون شهرهای کویری و ساحلی بسیار تعیین کننده است. نظر به اهمیت این موضوع، تحقیق حاضر بر روی توسعه یک مدل بهینه‌سازی برای استخراج شبکه بهینه جمع‌آوری فاضلاب از بین کلیه حالات امکان‌پذیر تمرکز دارد.

شبکه‌ها و بهینه‌سازی آنها، اعم از شاخه‌ای، حلقوی، مختلط، با و یا بدون جهت بودنشان، موضوع جدیدی در ریاضیات و مهندسی نیست. با این حال بنا به پیچیدگی‌های خاصی که دارند، همچنان از مباحث مورد علاقه محققان و مورد توجه صنعت قرار داشته و هم‌پا با رشد رایانه‌ها و الگوریتم‌های بهینه‌سازی در حال پیشرفت هستند. شبکه‌ها در حوزه‌های گسترده‌ای یافت می‌شوند که در هر حوزه ویژگی‌های منحصر بفردی به آنها اتلاق می‌شود. همین ویژگی‌ها منشأ بروز پیچیدگی‌های فراوانی در مسائل طراحی شبکه‌ها محسوب می‌شوند. در این میان سیستم‌های آبرسانی، جمع‌آوری فاضلاب و زهکشی آب‌های سطحی از جمله حوزه‌هایی در مهندسی عمران هستند که به‌طور مستقیم با مسأله شبکه‌ها در ارتباطند. به عنوان مثال نوع شبکه لوله‌ها در سیستم‌های آبرسانی یک گراف حلقوی یا مختلط، بدون جهت و شامل چند ریشه (مخازن) بوده حال آن که شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب و آبهای سطحی شامل یک گراف باز درخت‌وار، جهت‌دار و حاوی یک یا چند ریشه (خروجی سیستم مثلاً تصفیه‌خانه) می‌باشند. با این تعریف ساده کمابیش مشخص می‌شود که بحث شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب

1. Harmony Search Method
2. Searching Direction Method

۲- مفاهیم پایه در نظریه گراف‌ها

از نظر ریاضی، یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب شامل یک گراف با خصوصیات تعریف شده می‌باشد. به عنوان یکی از شاخه‌های مهم ریاضیات گسسته، نظریه گراف‌ها به مطالعه و بیان ریاضی گراف‌ها و تبیین روابط حاکم بین آنها می‌پردازد. در ارتباط با اهداف تحقیق حاضر که به موضوع شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب معطوف است، برخی از مفاهیم مورد استفاده از نظریه گراف‌ها به شرح زیر مرور می‌شوند. شایان ذکر است که تعاریف ذیل عمدتاً برگرفته از مرجع Fournier (2009) می‌باشند:

✓ گراف بدون جهت: یک گراف بدون جهت G با

استفاده از دو مجموعه اعداد متناهی تعریف می‌شود که عبارتند از: مجموعه ناتهی X از عناصری که رأس خوانده می‌شوند و مجموعه (تهی یا ناتهی) E که یال نامیده می‌شوند. شکل ۱- ج این دو مجموعه را برای یک گراف نمونه نشان می‌دهد. در این شکل مجموعه رئوس گراف عبارت است از $X = \{1, 2, 3\}$ و مجموعه یال‌ها نیز $E = \{1, 2, 3\}$ می‌باشد. در اینجا، رئوس گراف در واقع آدم‌روهای اصلی در یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب و یال‌ها لوله‌های فاضلاب‌رو هستند. تعداد آدم‌روها (اعضای X) و تعداد فاضلاب‌روها (اعضای E) به ترتیب با n و m نشان داده می‌شوند.

✓ گراف جهت‌دار: گراف جهت‌دار نیز همچون گراف

بدون جهت با دو مجموعه متناهی از رئوس X و یال‌های جهت‌دار A تعریف می‌شوند. تفاوت اصلی این گراف با حالت قبل در آنست که یال‌ها ($e \in E$) دارای جهت مشخص هستند و هر یک بصورت دوگانه $e = (x, y)$ تعریف می‌شود که در آن x و y دو گانه x دم یال نامیده می‌شوند.

به عنوان مثال شکل ۱- ب یک گراف جهت‌دار را نشان می‌دهد که در آن مجموعه یال‌ها عبارت است

برخی محققان به توسعه الگوریتم‌های کاملاً شمارشی دست زدند که در آن کلیه درخت‌های فراگیر^۱ قابل قبول برای یک شبکه تولید شده و برای هر یک مشخصات لوله‌ها محاسبه می‌شوند. پس از ارزیابی کلیه طراحی‌ها، مناسب‌ترین آنها انتخاب می‌شود. از این میان می‌توان به تحقیقات Pereira (1988)، Diogo et al. (2000) و Diogo and Graveto (2006) اشاره کرد. اگرچه این روش‌ها در یافتن پاسخ بهینه مطلق بسیار امیدبخش هستند، اما از نظر پیاده‌سازی پر هزینه بوده و تنها در خصوص سیستم‌های کوچک کاربرد دارند، چرا که تعداد درخت‌های فراگیر یک گراف پایه با ابعاد مسأله (تعداد لوله‌ها) بطور نمایی رشد می‌کند.

گروهی از محققان با تعریف یک تابع هدف ساده شده بر اساس طول لوله‌ها و دبی تجمعی آنها، مسأله طراحی شیب‌بندی شبکه را از محاسبات اندازه لوله‌ها مجزا ساختند. در این روش‌ها بیشتر به الگوریتم تولید درخت فراگیر امکان‌پذیر از گراف مبنا (که می‌تواند جهت‌دار یا بدون جهت باشد) پرداخته شده است. در این قالب کارهایی همچون Liebman (1976)، Bhavani (1983)، Tekel and Belkaya (1986) و Haghghi (2012) قابل ذکر هستند. تحقیق حاضر نیز در همین چارچوب به توسعه الگوریتمی برای بهینه‌سازی شیب‌بندی شبکه‌های فاضلاب می‌پردازد. پیش از آن مروری اجمالی بر مفاهیم و تعاریف پایه در نظریه گراف‌ها ارائه می‌شود. سپس الگوریتم استخراج درخت فراگیر معرف شبکه تشریح می‌شود. این الگوریتم که بر گرفته از ریاضیات گسسته است، با اصلاحاتی برای شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب مجهز می‌شود. سپس با تعریف یک ساختار بهینه‌سازی جستجوی تابو^۲ (TS) روش بهینه‌سازی شبکه تشریح شده و در نهایت با تحلیل دو مسأله مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

1. Spanning Trees
2. Tabu Search

(ریشه)، موانع موجود در مسیر لوله‌ها، آبراه‌ها و مسیل‌های شهری، تأسیسات و همچنین خطوط لوله موجود فاضلاب، یک گراف پایه مطابق شکل ۲-۲-۲ می‌توان برای شهر در دست طراحی تولید نمود. هر آدم‌رو در گراف پایه این امکان را دارد که جریان فاضلاب را از رئوس مجاور خود دریافت کند و یا به آنها انتقال دهد؛ لذا گراف پایه به مثابه فضای تصمیم‌گیری در خصوص طراحی شیب‌بندی یا جانمایی لوله‌های شبکه فاضلاب می‌باشد که همه حالت‌ها را در بر می‌گیرد. بسیاری از این حالت‌ها، غیرقابل قبول هستند و تنها بخشی از آنها امکان‌پذیر است. در بخش بعد به این موضوع پرداخته می‌شود.

۳- شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب

بایدها و نبایدهای فنی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب، قیود مسأله حاضر را تشکیل می‌دهند. برای استخراج یک زیرگراف از لوله‌ها و آدم‌روها (به عنوان شبکه قابل قبول) از گراف پایه، لازم است قیود زیر تأمین شوند:

- ۱- هیچ حلقه‌ای پذیرفته نیست. بنابراین زیرگراف شبکه یک درخت است.
- ۲- کلیه آدم‌روها (رئوس) در گراف پایه باید در زیر گراف متوجه نیز وجود داشته باشند. لذا، زیرگراف حاصل یک درخت فراگیر است.
- ۳- کلیه فاضلاب‌روها (یال‌ها) در گراف پایه می‌بایست در درخت فراگیر شبکه موجود باشند، چرا که هر یک مسئول زهکشی یک خیابان مشخص هستند.
- ۴- یک نقطه خروجی (ریشه) در درخت شبکه وجود دارد که تمام یال‌ها به سمت آن جهت‌دار می‌شوند.
- ۵- تعداد دلخواهی فاضلاب‌رو می‌توانند به یک آدم‌رو وارد شوند، اما جز برای ریشه، دقیقاً یک فاضلاب‌رو از هر آدم‌رو در جهت ریشه خارج می‌شود.

از: $A = \{(2,1), (1,3), (3,2)\}$ و همچنین یک گراف جهت‌دار می‌تواند بسته (شامل حلقه) و یا باز (بدون حلقه) تعریف شود. شکل ۱-۱ ب یک گراف جهت‌دار بسته را نشان می‌دهد و شکل ۱-۲ الف یک گراف جهت‌دار باز است که گاهی درخت جهت‌دار نیز نامیده می‌شود.

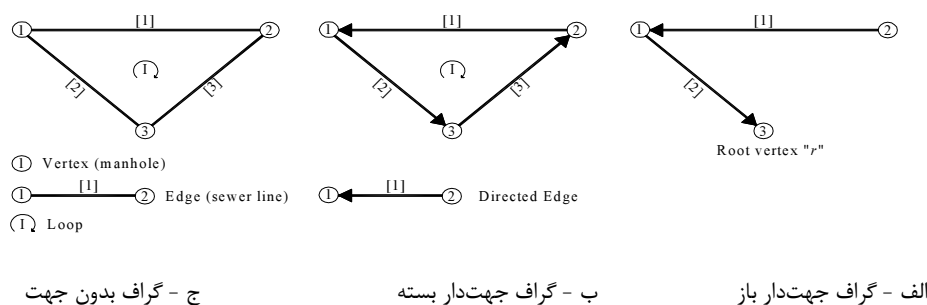
✓ **گراف همبند:** گراف G همبند نامیده می‌شود چنان‌چه هر دو رأس آن توسط یک یال به هم متصل شده باشند (شکل های الف تا ج در شکل ۱). در غیر این صورت گراف غیرهمبند است.

✓ **درخت فراگیر:** زیرگراف (گراف زیر مجموعه) G را درخت فراگیر گویند هرگاه اولاً به شکل درخت باشد، یعنی بدون حلقه و ثانیاً شامل تمام رئوس گراف پایه شود. شکل ۱-۲ الف یک درخت فراگیر منشعب از شکل ۱-۱ ب را نشان می‌دهد.

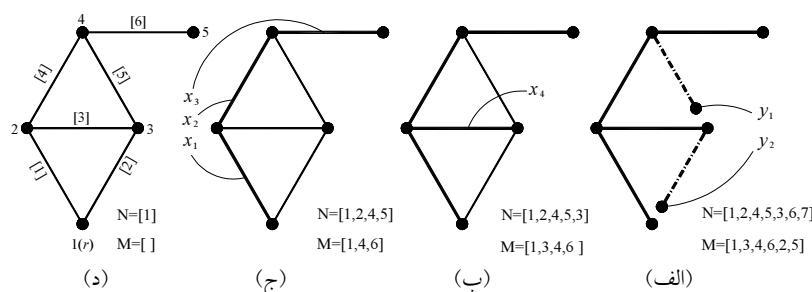
✓ **ریشه:** منظور از ریشه در یک گراف جهت‌دار، رأسی است به نام r که برای هر رأس دیگری در گراف همچون x یک مسیر جهت‌دار از یال‌ها به سمت r وجود داشته باشد. از خود ریشه هیچ یالی خارج نمی‌شود. رأس شماره ۳ در شکل ۱-۲ الف ریشه درخت فراگیر نشان داده شده است.

✓ **درخت‌واره:** عبارت از گرافی است متشکل از یک درخت فراگیر جهت‌دار شامل یک ریشه.

بر اساس این مفاهیم پایه می‌توان گفت که شیب‌بندی یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب یک زیرگراف متشکل از آدم‌روهای اصلی (رئوس) و فاضلاب‌روها (یال‌ها) می‌شود که از یک گراف پایه استخراج می‌شود. در گراف پایه، کلیه حالت‌های جمع‌آوری و انتقال فاضلاب در سطح شهر لحاظ می‌شوند و به این ترتیب یک گراف بسته حلقوی و بدون جهت شکل می‌گیرد. در واقع با توجه به خیابان‌بندی شهر، توپوگرافی، نقطه خروجی فاضلاب



شکل ۱ گراف‌های نمونه (Fournier, 2009)



شکل ۲ تولید درخت فراگیر از گراف پایه

می‌شود که از آن پس گراف وزن دار نامیده می‌شود. سپس با تعریف یک تابع هدف خطی متشکل از وزن هر یال ضرب در طول آن، با استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی، درخت فراگیری حاصل می‌شود که فاصله رئوس آن تا ریشه حداقل ممکن شود. همچنین روش‌های مختلفی ممکن است برای حل این مسأله برنامه‌ریزی خطی مورد استفاده گیرند که در مراجع مرتبط با نظریه گراف‌ها از جمله Rosen (2003) و Fournier (2009) یافت می‌شوند. اگر چه در نگاه نخست، مسأله طراحی جانمایی خطوط لوله در شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب بسیار شبیه به مسائل متعارف درخت فراگیر در ریاضیات است، اما وجود چند قید مشخص حل این مسأله را قدری دشوار می‌سازد. بنابراین روش‌های معمول برنامه‌ریزی خطی که در نظریه گراف‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند، در اینجا کاربرد ندارند. دلایل به شرح زیرند:

در نتیجه می‌توان گفت که یک شیب‌بندی امکان‌پذیر برای یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب عبارت است از یک درخت فراگیر جهت‌دار، شامل یک ریشه که می‌تواند یک تصفیه‌خانه فاضلاب و یا محل تلاقی شبکه با یک خط لوله جمع‌کننده باشد. در مواردی که تعداد بیش از یک نقطه خروجی برای سیستم وجود داشته باشد، شامل nr ریشه، جنگلی متشکل از nr درخت فراگیر معرف شیب‌بندی شبکه خواهند بود.

جستجو برای بهترین درخت فراگیر یک گراف پایه، بر اساس وزن دهی به یال‌ها و تعریف یک تابع برانزنگی و اعمال یک روش بهینه‌سازی انجام می‌شود. این فرایند در نظریه گراف‌ها به حل مسائل کوتاهترین مسیر^۱ مشهور است. به طور معمول برای یافتن پاسخ بهینه در این مسائل، اوزان ثابتی به یال‌های گراف پایه اختصاص داده

1. Shortest-Path Problems

لاجرم حذف می‌شود. اما در مورد شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب این کار سبب پیدایش یک شبکه غیرقابل قبول خواهد شد، چرا که لازم است تمام یال‌ها (فاضلاب‌روها) در درخت شبکه حفظ شوند. بر این اساس می‌توان گفت که برای تولید یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب امکان‌پذیر، به جای آن که یک یال از هر حلقه در گراف پایه حذف شود باید برش داده شود. این قید نیز یکی از عوامل عمده بروز تفاوت در بحث حاضر با مسائل متعارف درخت‌های فراگیر در ریاضیات و حتی با مسأله جانمایی شبکه‌های آبرسانی، گازرسانی و مخابرات است که توزیع و جمع‌آوری داده‌ها تنها در گره‌ها صورت می‌گیرد (از منظر طراحی) و یال‌ها تنها وظیفه ارتباطی دارند.

برای رفع این محدودیت در تحقیق حاضر، روش متعارف درخت فراگیر در حال رشد^۲ از ریاضیات گسسته پذیرفته شده و با اعمال اصلاحاتی فرایند برش به جای حذف در تولید درخت شبکه‌های فاضلاب اعمال می‌شود.

۴- روش تولید درخت فراگیر

فارغ از این که بهینه‌یابی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب در چه سطحی دنبال شود (با طراحی و برآورد هزینه کل سیستم و یا بکارگیری توابع هدف ساده شده) و یا با استفاده از چه روشی انجام پذیرد (روش‌های خطی یا غیرخطی، کاوشی یا فراکاوشی)، لازم است که یک الگوریتم مناسب برای استخراج درخت فراگیر از گراف پایه در اختیار داشت. در این تحقیق از روش درخت فراگیر در حال رشد استفاده می‌شود که در ادامه به تشریح اجزاء و الگوریتم پیاده‌سازی آن پرداخته می‌شود.

شکل ۲- د یک گراف پایه حلقوی بدون جهت از یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب را نشان می‌دهد. در این شبکه آدم‌روی r ریشه گراف یا نقطه خروجی فاضلاب است. تعداد لوله‌ها m ، تعداد آدم‌روها n و تعداد حلقه‌ها c در

اول آن که، وزن هر فاضلاب‌رو در شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب مقدار ثابتی نیست و وابسته به هزینه اجرای آن است که خود تابعی از قطر، عمق کارگذاری و بود یا نبود ایستگاه پمپاژ در آن است. هیچ یک از این موارد به طور صریح مشخص نیستند و تعیین آنها خود تابعی از جانمایی شبکه است. با این حال توابع ساده‌کننده‌ای برای این مهم تعریف شده که به طور غیرمستقیم هزینه اجرای هر یال را منعکس می‌کنند. از نمونه این روابط می‌توان به معادله پیشنهادی (Walters and Lohbek (1993) اشاره کرد که در آن وزن هر یال را بصورت یک معادله غیرخطی مقعر شامل جذر دبی یال ضرب در طول آن ارائه می‌دهد. بر اساس این فرض ساده‌کننده، تابع هدف مسائل بهینه‌یابی شیب‌بندی شبکه خطوط لوله توسط (Walters and Smith (1995) معرفی شد که توسط محققان دیگری نیز بعدها مورد استفاده قرار گرفت. تحقیق حاضر نیز در حل مسائل به این تابع هدف استناد می‌کند:

$$Cost = \sum_{i=1}^m L_i \times Q_i^{0.5} \quad (1)$$

در این رابطه $Cost$ مقدار تابع هدف، L طول فاضلاب‌رو و Q دبی تجمعی آن است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود حتی اگر از این معادله نیز استفاده شود، گذشته از غیرخطی بودن آن، از آنجا که مقدار دبی تجمعی فاضلاب‌روها از پیش مشخص نیست و خود به صورت ضمنی با جانمایی لوله‌ها تعیین می‌شود، بازهم روش‌های معمول بهینه‌سازی خطی درخت فراگیر (با اوزان ثابت برای یال‌ها) در اینجا قابل کاربرد نیستند. برای رفع این محدودیت از روش‌های برنامه‌ریزی غیرخطی و روش‌های بهینه‌سازی فراکاوشی^۱ استفاده می‌شود.

دوم آن که، طبق تعریف در مسائل درخت فراگیر تنها لازم است که کلیه رئوس (آدم‌روها) در گراف پایه در درخت حاصل نیز حفظ شوند. به این ترتیب یک یال از هر حلقه

گراف پایه در نظر گرفته می‌شود.

در روش درخت فراگیر در حال رشد، هر درخت از ریشه شروع به نمو می‌کند. به این منظور، سه بردار در حال رشد تعریف می‌شوند که عبارتند از: بردار M ، حاوی یال‌های موجود در درخت در حال رشد، بردار N ، حاوی رئوس موجود در درخت در حال رشد و بردار AM که حاوی یال‌هایی از گراف پایه است که در همسایگی درخت در حال رشد قرار دارند. هریک از این یال‌ها به عنوان متغیر تصمیم‌گیری می‌توانند جهت ساخت یک شاخه دیگر از درخت در حال رشد انتخاب شوند. براساس این پیش تعاریف، الگوریتم رشد درخت فراگیر از گراف پایه بر گرفته از Walters and Smith (1995) به شرح زیر است:

۱- شناسایی آدم‌روی خروجی، ریشه شبکه r

۲- بردار رئوس درخت در حال رشد با یک عضو تشکیل می‌شود به قسمی که $N=[r]$

۳- در این مقطع هنوز هیچ یالی انتخاب نشده و لذا بردار یال‌های درخت در حال رشد تهی است. به عبارتی

$$M=[]$$

۴- بردار یال‌های در همسایگی درخت در حال رشد در هر مرحله قابل تعیین هستند. در ابتدا تنها یال‌هایی در نظر گرفته می‌شوند که یک رأس آنها گره ریشه r است. در واقع

$$AM=[\text{یال‌هایی در گراف پایه که به ریشه متصلند}]$$

۵- یک یال مثلاً a از ماتریس AM انتخاب می‌شود که این انتخاب می‌تواند تصادفی، به دلخواه کاربر بر اساس قضاوت مهندسی و یا بطور سیستماتیک توسط یک روش بهینه‌سازی انجام شود. در واقع انتخاب این یال متغیر تصمیم‌گیری در طراحی درخت در حال رشد است. در این تحقیق، تعیین یال a در هر مرحله با تعریف متغیر تصمیم‌گیری x_i انجام می‌شود که $(i=1:n-1)x_i$ یک مقدار حقیقی نرمال (بین 0 و 1) است. n تعداد کل رئوس در گراف

پایه است). این متغیر شماره یال a در لیست AM را در همسایگی درخت در حال رشد بدست می‌دهد. این شماره با na_i در اینجا تعریف می‌شود. اگر تعداد یال‌های موجود در همسایگی در هر مرحله با H نشان داده شود، شماره یال a از متغیر تصمیم‌گیری x_i از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$na_i = \text{round}(1 + x_i \times (H - 1)) \quad (2)$$

در این رابطه تابع round نزدیک‌ترین عدد صحیح داخل پراتنز را بر می‌گرداند.

۶- حال می‌توان بردار یال‌های موجود در درخت را به

$$M=M+[a]$$

۷- با انتخاب یال a یک رأس جدید b به درخت در حال رشد افزوده می‌شود لذا می‌بایست که بردار

$$N=N+[b]$$

۸- تمامی یال‌های متصل به رأس b (تازه وارد به درخت) شناسایی شده و با $ab(i)$ نام‌گذاری می‌شوند. بدیهی است که یال a باید از این لیست حذف شود، چرا که قبلاً در نظر گرفته شده است.

۹- بردار AM با وجود یال‌های همسایگی جدید به روز شده و یال a از آن حذف می‌گردد. همچنین در این مرحله یال‌های غیرقابل قبول نیز از لیست حذف خواهند شد. در نتیجه AM تنها شامل یال‌های امکان‌پذیر خواهد بود که هر کدام می‌تواند به عنوان یال بعدی درخت در حال رشد انتخاب شود. تنها نکته مبهم در این مرحله تعریف معیار امکان‌پذیری یال‌ها و شناسایی و حذف یال‌های غیر قابل قبول می‌باشد که به شرح زیر دنبال می‌شود:

- پس از آن که یال‌های همسایگی جدید (متناسب با رأس جدید b) شناسایی شدند و در AM قرار گرفتند، نوشته می‌شود $AM=AM-a$
- برای هر یال $ab(i)$ در AM دو سؤال مطرح است، الف- آیا $ab(i)$ پیش از این در AM بوده است؟

پیاده‌سازی الگوریتم فوق را برای یک گراف پایه به طور شماتیک نشان داده شده است.

با بکارگیری الگوریتمی که ارائه شد در نهایت یک درخت فراگیر منتهی به ریشه بر اساس متغیرهای تصمیم‌گیری x_i ($i=1:n-1$) تولید می‌شود که در آن به تعداد حلقه‌های موجود در گراف پایه c ، یال (مجاری فاضلاب‌رو) حذف شده است. این فاضلاب‌روها می‌بایست در شبکه جمع‌آوری فاضلاب باشند. در ادامه گام‌های اصلاحی برای تأمین این قید به الگوریتم افزوده می‌شوند:

۱۵- با فرض m تعداد یال‌ها در گراف پایه، تعداد یال‌ها در درخت فراگیر رشد یافته تا انتهای گام ۱۴ برابر با $m - c$ می‌باشد. در این گام یال‌های حذف شده با نام $ac(i)$ ($i=1:c$) شناسایی شده و به بردار M اضافه می‌شوند.

۱۶- از آنجا که یال‌های حذف شده به درخت فراگیر باز گردانده شده‌اند، می‌بایست برای اجتناب از بروز حلقه‌ها، برش داده شوند. به این منظور رئوس دو سر یال $ac(i)$ در بردار رئوس درخت تولید شده N شناسایی می‌شوند.

۱۷- یکی از دو رأس نام برده (برای هر یال در ac) در گام قبل برای برش انتخاب می‌شوند. این انتخاب یکی دیگر از متغیرهای تصمیم‌گیری در مسأله حاضر را تشکیل می‌دهد که با متغیر باینری y_i ($i=1:c$) نشان داده می‌شود که یا ۰ است (نشانه رأس بالادست) و یا ۱ است (نشانه رأس پایین دست). هر رأسی که برای $ac(i)$ انتخاب شد، این یال از آن محل بریده شده و به جای رأس انتخابی یک رأس با نام جدید به درخت اضافه می‌شود. شماره رأس جدید $n + i$ قرار داده می‌شود.

۱۸- الگوریتم به گام ۱۶ باز می‌گردد و این فرایند تا زمانی که کل اعضای ac برش داده شوند، دنبال می‌شود.

در خاتمه کلیه یال‌های کنار گذاشته شده به درخت افزوده

- اگر پاسخ مثبت است آنگاه $AM = AM - ab(i)$ (یال $ab(i)$ به این دلیل حذف می‌شود که انتخاب آن منجر به پیدایش یک حلقه در درخت در حال رشد خواهد شد).
- اگر پاسخ منفی است، ب- آیا هر دو رأس $ab(i)$ در N هستند؟
- اگر پاسخ مثبت است، $AM = AM - ab(i)$ ، چرا که انتخاب $ab(i)$ در این صورت منجر به ایجاد یک حلقه می‌شود.
- اگر پاسخ منفی است، بردار AM به همین شکل (حاوی $ab(i)$) قابل قبول است.

۱۰- الگوریتم به گام ۵ باز می‌گردد و روند رشد درخت ادامه می‌یابد تا بردار AM تهی شود. در این شرایط یک شاخه اصلی (یک جمع‌کننده اصلی) برای درخت در حال رشد تولید شده است که شامل s رأس از گراف پایه و $s-1$ یال می‌باشد. به عبارتی متغیرهای x_1 تا x_{s-1} این مسیر اصلی را تعیین کرده‌اند.

۱۱- سپس به بردار رئوس N مراجعه می‌شود. رئوسی از گراف پایه که در این بردار نیستند شناسایی می‌شوند. تعداد این رئوس $n-s-1$ می‌باشد.

۱۲- یکی از رئوس غایب در N انتخاب شده و به N منتقل می‌شود. بردار AM شامل یال‌های همسایگی درخت متصل به این رأس به روز می‌شود. سپس الگوریتم به گام ۵ باز می‌گردد و با استفاده از رابطه (۲) یال جدید در درخت حاصل می‌شود.

۱۳- الگوریتم به گام ۶ می‌رود و بردار M به روز می‌شود. بردار AM نیز تهی می‌شود.

۱۴- الگوریتم از گام ۶ مستقیماً به گام ۱۲ جهش می‌کند و این فرایند تا آنجا ادامه می‌یابد که کلیه رئوس غایب، در N جاسازی شوند.

برای روشن‌تر ساختن روش، در مجموعه شکل ۲ فرایند

تعداد آدم‌روهای اصلی و c تعداد لوله‌ها در گراف پایه می‌باشند. اکنون می‌توان جهت یافتن بهترین شیب‌بندی متناسب با تابع هدف (۱)، از یک روش بهینه‌سازی بهره گرفت. بر اساس آنچه تاکنون از نظر گذشت، برنامه‌ریزی مسأله بهینه‌سازی حاضر به شکل رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$\text{minimize Cost} = \sum_{i=1}^m L_i \times Q_i^{0.5} \quad (3)$$

Subject to:

$$X: 0 \leq x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1} \leq 1$$

$$Y: \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_c\} \in [0, 1]$$

با توجه به شکل غیرخطی تابع هدف و ماهیت ترکیبی گسسته و پیوسته متغیرهای تصمیم‌گیری، نوع برنامه‌ریزی فوق، غیرخطی مختلط اعداد صحیح^۱ MINLP نامیده می‌شود که از مسائل پیچیده در ریاضیات و مهندسی است. برای حل مسأله حاضر در این تحقیق، روش جستجوی تابو (TS) استفاده می‌شود. روش جستجوی تابو یک الگوریتم بهینه‌سازی قطعی^۲ و فراکاوشی برای حل مسائل شمارشی^۳ است که از اصلاح روش‌های ساده جستجو با هدف فرار از دام اکسترمم‌های محلی توسعه یافته است (Glover 1989; 1990).

با آگاهی از نقص اساسی روند جستجوی محلی همچون روش‌های تپه‌نوردی^۴ HC یا جستجوی جهت‌دار کاهشی^۵ DS، روش جستجوی تابو ایده‌ای را مطرح می‌کند که به کمک آن می‌توان از متوقف شدن عملیات جستجو در یک مسأله چند قله‌ای رهایی یافت. به منظور بهبود بازده کاوش در یک فضای تصمیم‌گیری، مفید است که علاوه بر اطلاعات محلی (مانند مقدار محلی تابع هدف)، بخشی از اطلاعات مربوط به مسیرها و فرایند کاوش نیز در حافظه الگوریتم ذخیره شوند. این استفاده سیستماتیک از

شده، در حالی که c رأس جدید (c تعداد حلقه‌ها) با نام های $n+1$ تا $n+c$ در درخت ایجاد می‌شوند. اکنون یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب امکان‌پذیر در دست است که به سادگی با توجه به موقعیت رأس ریشه r می‌توان یال‌های آن را جهت‌دار نمود. شکل ۲-د اصلاح درخت فراگیر را بر اساس گام‌های تکمیلی ۱۵ تا ۱۸ نشان می‌دهد.

اکنون این سؤال مطرح است که در استفاده از الگوریتم فوق، با چه مکانیزمی می‌توان شبکه‌های امکان‌پذیر دلخواه ساخت؟ و در مناطق مسطح که شیب معنی‌داری در سطح زمین مشاهده نمی‌شود، شیب‌بندی بهینه شبکه چگونه است؟ در بخش بعد به این سؤالات پاسخ داده می‌شود.

۵- جستجوی تابو و روش حل مسأله

به طور معمول شیب‌بندی یا پیکربندی یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب از شیب عمومی‌زمین طبیعی تبعیت می‌کند. در واقع شیب زمین ابزار مناسبی در اختیار طراح قرار می‌دهد تا بتواند با قضاوت مهندسی و بر اساس تجربه‌ای که دارد در خصوص شبکه در دست طراحی تصمیم‌گیری کند. اما در مناطق مسطح همچون شهرهای ساحلی، کویری و یا مناطق توسعه یافته در دشت‌ها، شیب قابل توجهی در سطح زمین مشاهده نمی‌شود. در این شرایط تعداد گزینه‌های امکان‌پذیر شبکه به طور نمایی با تعداد لوله‌ها افزایش می‌یابد. در این موارد حتی با تجربه‌ترین مهندس‌ها نیز با سردرگمی روبرو می‌شوند. در این شرایط استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی و بهینه‌سازی بسیار مفید خواهد بود. در تحقیق حاضر الگوریتم درخت فراگیر در حال رشد جهت تولید شبکه فاضلاب از یک گراف پایه معرفی شد. بر این اساس یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب امکان‌پذیر بر پایه دو نوع متغیر حقیقی نرمال X و باینری Y از گراف پایه به دست می‌آید، به طوری که $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ و $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_c\}$ که n

1. Mixed Integer Non-Linear Programming
2. Deterministic
3. Combinatorial
4. Hill Climbing
5. Direct Search

حافظه یکی از ویژگی‌های اساسی جستجوی تابو است. دلایل اصلی انتخاب روش جستجوی تابو در این تحقیق عبارتند از ۱- شمارشی بودن و امکان معماری الگوریتم جستجو، ۲- قطعی بودن و عدم استفاده از فرایندهای تصادفی در حین جستجو و ۳- تجربه یک روش متفاوت با پیش زمینه ریاضی (برخلاف سایر روش‌های تکاملی که الهام گرفته شده از طبیعت هستند) برای حل مسائل بزرگ مقیاس و پیچیده مهندسی. الگوریتم جستجوی تابو توسعه یافته در این تحقیق جهت حل برنامه‌ریزی (۳) به شرح زیر است:

۱- یک جواب اولیه i در فضای امکان‌پذیر مسأله S انتخاب می‌شود. قیود معادلات (۳)، فضای S را معرفی می‌کنند. همچنین قرار داده می‌شود $i^*=i$ که i^* معرف بهترین پاسخ یافته شده تاکنون است.

۲- پاسخ i در لیست تابو قرار داده می‌شود. این لیست از تکرار پاسخ‌های پیشتر به دست آمده در تکرارهای بعدی جلوگیری می‌کند و به این ترتیب مانع از افتادن الگوریتم حل در حلقه‌های تکرار می‌شود.

۳- با تعیین همسایگی $N(i)$ برای i ، یک زیرمجموعه V^* از جواب‌ها در $N(i)$ تولید می‌شود، به قسمی که $V^* \subset N(i) - T$. تعریف همسایگی $N(i)$ بر این اساس است که فاصله 0 تا 1 برای متغیرهای x به چند قسمت مشخص تقسیم می‌شود (بر اساس حداکثر تعداد لوله‌های متصل به هر گره در شبکه) و برای متغیر باینری y نیز کد 1 حکم همسایگی 0 را دارد و برعکس. از آنجا که ترکیب حالات همسایگی در $N(i)$ می‌تواند بسیار زیاد باشد، لذا در هر تکرار، جزئی از آن در نظر گرفته می‌شود که با V^* نشان داده شد. در این تحقیق از الگوی جستجوی تک‌جهته^۱ برای تولید V^* استفاده می‌شود که در آن نقاط همسایگی با افزایش یا کاهش مقدار یک متغیر در

جواب در دست i و با ثابت نگه داشتن سایر متغیرها به دست می‌آیند.

۴- بهترین جواب j در V^* به گونه‌ای یافت می‌شود که به ازای هر جواب k در V^* شرط $f(j) \leq f(k)$ برقرار باشد. قرار داده می‌شود $i=j$ و چنانچه،

۵- $f(i) < f(i^*)$ سپس قرار داده می‌شود $i^* = i$ (در واقع بهترین پاسخی که در هر تکرار پذیرفته می‌شود، i الزماً از بهترین پاسخ تا کنون یافته شده، i^* بهتر نیست).

۶- اگر یکی از شروط همگرایی (قابل تعریف توسط کاربر) رخ داد، جستجو متوقف شده و در غیر این صورت به گام ۲ باز می‌گردد. در جستجوی تابو چند شرط همگرایی وجود دارد که اگرچه هیچ یک تضمینی در رسیدن به پاسخ بهینه مطلق نیست، اما ابزار قضاوت مناسبی جهت توقف روند جستجو فراهم می‌آورند. این شروط به قرار زیرند:

- همسایگی در یک تکرار تهی شود.
- تعداد تکرارها از یک مقدار بیشینه (پیش تعریف شده توسط کاربر) فراتر رود.
- در تعداد تکرار قابل توجهی، بهترین پاسخ i^* تغییر نکند.
- شواهدی به دست آید که نشان دهد الگوریتم به حل بهینه رسیده است. به عنوان مثال در مسائل حداقل مربعات با توجه به معلوم بودن حداقل مطلق تابع هدف (برابر با صفر)، اعمال این شرط عملی است.

تعریف همسایگی به صورت $N(i) - T$ باعث می‌شود که برخی از حل‌های اخیراً رویت شده، از $N(i)$ حذف شوند. آنها به عنوان حل‌های تابو که می‌بایست در تکرارهای بعدی از آنها پرهیز نمود، در نظر گرفته می‌شوند. پیش‌تر اشاره شد که این گونه جستجوی مبتنی بر حافظه، به صورت جزئی از گرفتار شدن در حلقه جلوگیری می‌کند. برای مثال نگه‌داری یک لیست تابو با

می‌کند. همچنین در فاز تشدید می‌توان همسایگی حل کنونی را با تعداد نقاط بیشتری باز تولید کرد. به عبارتی V^* را در $N(i) - T$ پر بارتر (با تعداد نقاط بیشتری و فواصل کمتری نسبت به نقطه کنونی) اختیار کرد. این روش در مسائل ترکیبی^۵ با فضای حل گسسته می‌تواند بسیار مفید واقع شود.

پس از گذشت تعداد مشخصی تکرار، معمولاً تشدید برای تعداد معدودی تکرار اعمال می‌شود و پس از آن بهتر است نواحی دیگری از S مورد جستجو قرار بگیرند. پراکنش تلاشی است برای گسترش و پراکنده‌سازی جستجو در نواحی مختلف S . به این منظور نیز میتوان یک قسمت دیگری (تابع جریمه) را به تابع هدف الحاق نمود که عملکرد آن دقیقاً در مقابل تشدید است. به واسطه این تابع جریمه جدید، اینبار آن دسته از حل‌هایی که به حل کنونی نزدیک‌ترند جریمه شده و حل‌های دورتر شانس بیشتری برای انتخاب شدن می‌یابند. به این ترتیب موتور جستجوگر از محدود شدن به یک بخش از فضای تصمیم‌گیری آزاد شده و موقعیت‌های دیگر را نیز مورد کاوش قرار می‌دهد. این فاز نیز برای تعداد معدودی تکرار اعمال می‌شود. هر دو جزء تشدید و پراکنش، وزن‌هایی دارند که در طول فرایند کاوش به گونه‌ای اصلاح می‌شوند تا این دو فاز متناوباً تکرار شوند. تابع هدف اصلاح شده یا تابع برازندگی \bar{f} بر این اساس عبات است از:

$$\bar{f} = f + \text{Intensification} + \text{Diversification} \quad (4)$$

و به بیان ریاضی می‌توان نوشت:

$$\bar{f}(j) = f(j) + k \times Pi(d_{i,j}) + l \times Pd(1/d_{i,j}) \quad (5)$$

که در آن $f(j)$ و $\bar{f}(j)$ به ترتیب مقدار تابع هدف و برازندگی (تابع هدف اصلاح شده) در نقطه j در همسایگی نقطه کنونی i می‌باشند. همچنین Pi و Pd به ترتیب توابع جریمه مربوط به اعمال تشدید و پراکنش هستند که تابعی از فاصله اقلیدسی^۶ (یا هندسی) d_j بین

اندازه $|T|$ از آخرین پاسخ‌های دیده شده، از پدیدار شدن حلقه‌های باطل در جستجو، دست‌کم تا $|T|$ تکرار جلوگیری می‌کند. انتخاب طول لیست تابو نیز از دیگر فاکتورهای مهم در این روش محسوب می‌شود که می‌تواند بصورت کوتاه (شامل چند تکرار آخر) و یا طویل (شامل کلیه تکرارهای حل) در نظر گرفته شود. در این تحقیق نوع آخر مد نظر قرار گرفته است.

تاکنون تقریباً بیشتر اجزای جستجوی تابو معرفی شد. با این حال موضوع تدقیق جواب‌های بدست آمده طی فرایند حل و اطمینان از جستجوی کلیه فضای تصمیم‌گیری برای دستیابی به پاسخ بهینه مطلق از مهم‌ترین موضوعات روش‌های فراکاوشی می‌باشند. این مهم معمولاً با جایگزین ساختن تابع هدف اصلی با یک تابع برازندگی^۱، اعمال سیاست‌های ویژه‌ای در فرایند تولید همسایگی و یا ترکیبی از هر دو، در این روش‌ها پیگیری می‌شود. در جستجوی تابو، دو فاز تکمیلی با نام‌های تشدید^۲ و پراکنش^۳ در کنار تعریف تابع هدف به صورت برازندگی \bar{f} می‌توانند کیفیت جستجو را بهبود بخشیده و دغدغه تدقیق جواب‌ها و رسیدن به بهینه مطلق را تا حد زیادی پاسخگو باشند.

در طی فرایند کاوش، گاهی مفید است که در برخی مناطق، جستجو تشدید یابد، چرا که ممکن است آن مناطق حاوی جواب‌های قابل قبول‌تری، اما در فواصل نزدیک به هم باشند. چنین تشدیدی می‌تواند توسط دادن اولویتی بالا به حل‌هایی که با حل کنونی خصوصیات مشترک دارند، اعمال شود. بدین منظور می‌توان قسمتی به تابع هدف الحاق کرد که به واسطه آن حل‌هایی که با حل کنونی فاصله دارند جریمه شوند. در واقع این قسمت اضافی یک تابع جریمه^۴ است که جریمه‌ای متناسب با فاصله نقاط در همسایگی نسبت به نقطه کنونی تولید

1. Fitness Function
2. Intensification
3. Diversification
4. Penalty Function

5. Combinatorial Problems
6. Euclidean Distance

شبکه فرضی قابل حل با شمارش کامل و مثال دوم شبکه جمع‌آوری فاضلاب شهر هندیجان واقع در استان خوزستان است.

۶-۱- شبکه فرضی

شبکه جمع‌آوری فاضلاب کوچکی شامل ۶ لوله در اینجا در نظر گرفته می‌شود. گراف پایه‌ای شامل دو حلقه و ۵ گره در ابتدا برای این شبکه مطابق با شکل ۳-۳a تعریف می‌شود. مشخصات مربوط به لوله‌های شبکه نیز در جدول ۱ ارائه شده است. شایان ذکر است که این شبکه در منطقه‌ای کاملاً مسطح با رقوم توپوگرافی یکسان برای همه گره‌ها در نظر گرفته شده است.

جدول ۱ مشخصات شبکه مثال فرضی

Pipe	Up Node	Down Node	Discharge (l/s)	Length (m)
1	1	2	5.00	300.00
2	2	4	10.00	100.00
3	2	3	10.00	200.00
4	1	3	20.00	210.00
5	3	4	15.00	110.00
6	4	5	5.00	100.00

مطابق با روش پیشنهادی در این تحقیق، برای تولید یک جانمایی امکان‌پذیر برای شبکه جمع‌آوری فاضلاب این مثال، لازم است که از هر حلقه در گراف پایه یک لوله برش داده شود. بر این اساس تعداد ۳۲ درخت امکان‌پذیر برای شبکه حاضر قابل تولید است که همگی در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. برای هریک از درخت‌واره‌های منتجه مقدار تابع هدف از رابطه ۳ محاسبه شده و در زیر آن ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود درخت ab کمترین مقدار تابع هدف برابر با ۴۱۷۳/۹ واحد را به خود اختصاص داده است و لذا بهینه مطلق شبکه این مثال می‌باشد.

پاسخ‌های i و z از رابطه (۶) به دست می‌آیند:

$$d_{i,j} = \sqrt{\sum_1^n (i-j)^2} \quad (6)$$

در این رابطه نیز n معرف تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری و یا تعداد مؤلفه‌های موجود در هر یک از بردارهای پاسخ i و z می‌باشد. در رابطه (۵) همچنین دو عملگر l و k دیده می‌شود که وظیفه‌شان کنترل تناوب تشدید و پراکنش و اساساً بود و نبود این دو فاز است. لذا این دو عملگر در واقع دو عدد صحیح باینری (0 یا 1) هستند که قید زیر بر آنها حاکم است:

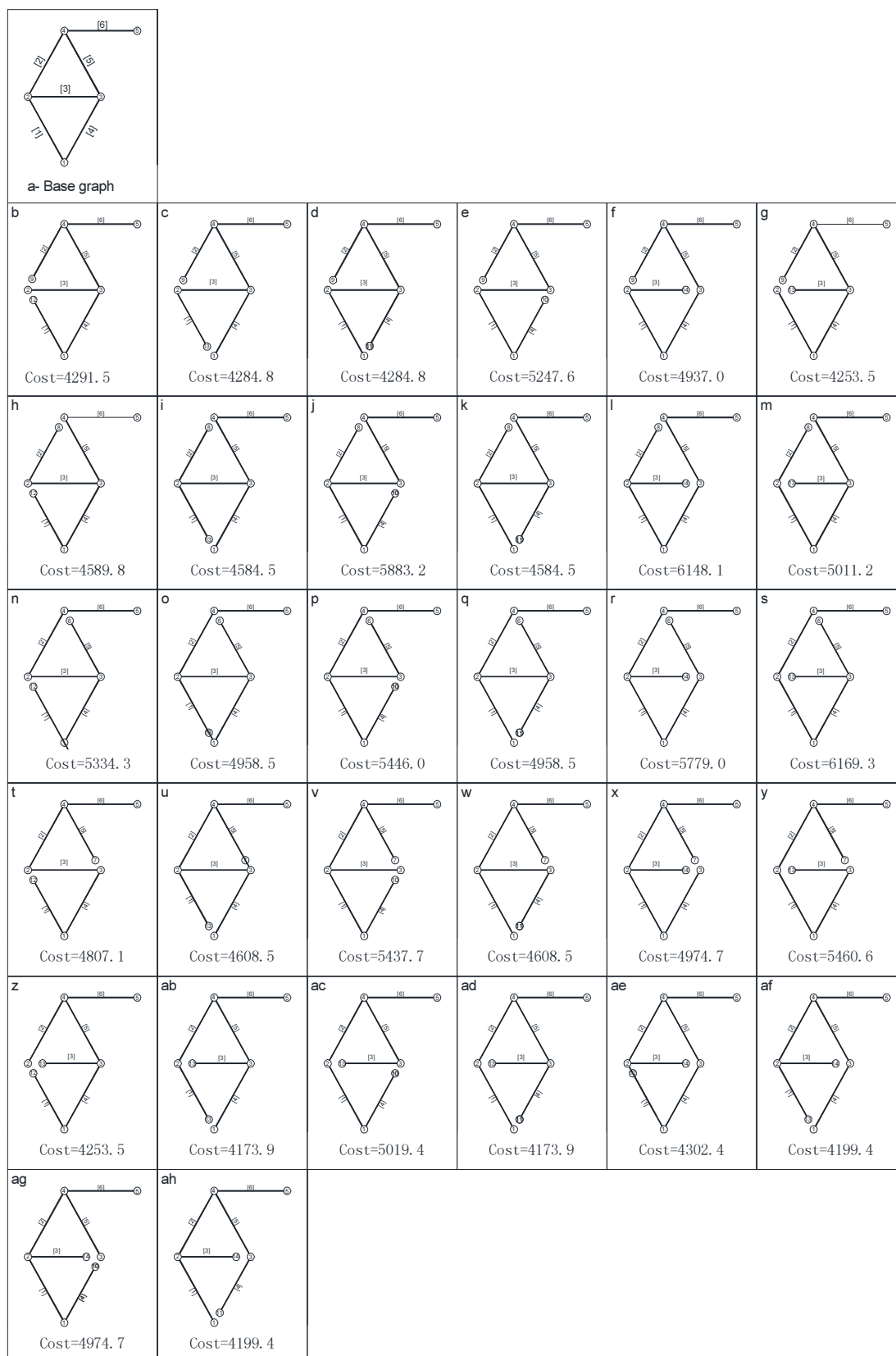
$$k + l \leq 1, \quad k \text{ and } l \in \{0,1\} \quad (7)$$

با این تعریف یا هر دو عملگر صفر هستند که این به معنی نبود هیچ یک در فرایند جستجو است و یا تنها یکی از آنها می‌تواند یک باشد و دیگری لاجرم صفر خواهد بود. در توسعه جستجوی تابو برای یک مسأله خاص، لازم است در ابتدا تعداد تکرارهایی که این دو عملگر صفر هستند $k = l = 0$ ، تعداد تکرارهایی که $k = 1$ و تعداد تکرارهایی که $l = 1$ است، توسط کاربر مشخص شود.

در واقع دو فاز تشدید و پراکنش به صورت ترتیبی در فرایند حل وارد می‌شوند، به این ترتیب که پس از گذشت تعداد قابل توجهی تکرار، الگوریتم به یک همگرایی نسبی می‌رسد و پاسخ بهینه تغییر محسوسی نمی‌یابد (ارزیابی این مهم به سادگی با دیدن روند تغییرات پاسخ بهینه و محاسبه نرخ بهبود آن قابل انجام است). در این مقطع، فاز تشدید برای چند تکرار وارد می‌شود تا آخرین بهبودها را در همسایگی موجود ایجاد نماید. سپس با اعمال فاز پراکنش، اقبال بهینه‌سازی در منطقه‌ای دیگر از فضای تصمیم‌گیری جستجو می‌شود.

۶- کاربرد روش

در این بخش به معرفی دو مثال برای نشان دادن قابلیت‌های روش پرداخته می‌شود. مثال اول شامل یک



شکل ۳ گراف پایه متال فرضی و کلیه شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب امکان‌پذیر آن

۶-۲- شبکه جمع‌آوری فاضلاب هندیدجان

در این قسمت به طراحی شیب‌بندی بخشی از شبکه جمع‌آوری فاضلاب شهر هندیدجان با مساحت ۴۵۰ هکتار واقع در جنوب غربی کشور، در استان خوزستان پرداخته می‌شود. هندیدجان در ساحل خلیج فارس گسترش یافته و یک شهر بندری محسوب می‌شود که از نظر توپوگرافی تقریباً مسطح است. در این مناطق همان گونه که پیشتر نیز اشاره شد، امکان طراحی بهینه شبکه به صورت دستی بر اساس شیب زمین طبیعی و قضاوت مهندسی بسیار ضعیف است. به عبارت دیگر در مناطق مسطح، از آنجا که اختلاف معناداری در رقوم زمین طبیعی وجود ندارد، لذا گزینه‌های امکان‌پذیر طراحی جانمایی شبکه بسیار متنوع می‌باشند که برای تولید و انتخاب بهترین گزینه در بین آنها استفاده از روش‌های بهینه‌سازی اجتناب‌ناپذیر است.

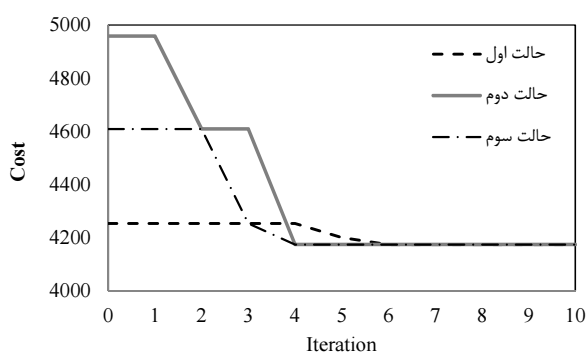
در اینجا از روش پیشنهادی برای طراحی جانمایی لوله‌های فاضلاب‌رو استفاده می‌شود. به این منظور در ابتدا گراف پایه شبکه تهیه شد. خصوصیات لوله‌ها و گره‌های شبکه در جدول ۲ ارائه شده است. گراف پایه شبکه شهر هندیدجان شامل ۱۲۸ لوله، ۸۷ گره (آدم رو) و ۴۳ حلقه است. در این شبکه، نقطه خروجی سیستم آدم روی شماره ۸۶ واقع در جنوب غربی شبکه در پایین دست لوله شماره ۱۲۸ تعیین شده است.

مشابه آنچه برای مثال فرضی قبل گفته شد، سه حالت برای بهینه‌سازی شبکه فاضلاب حاضر نیز در نظر گرفته می‌شود. پس از آماده‌سازی مدل و تعریف تابع هدف، جستجوی تابو شروع به بهینه‌سازی شیب‌بندی شبکه می‌نماید. شکل ۵ روند کمینه‌سازی تابع هدف را برای سه حالت مختلف نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، روش در هر سه حالت به پاسخ یکسان ۶۴۴۵۷ برای مقدار بهینه تابع هدف رسیده است، با این تفاوت که زمان رسیدن به این پاسخ، یا به عبارتی نرخ همگرایی

برای ارزیابی قابلیت مدل بهینه‌سازی توسعه داده شده، شبکه حاضر در سه حالت با نقاط شروع مختلف نیز بهینه‌سازی شد. این سه حالت عبارتند از:

- ۱- کلیه متغیرهای تصمیم‌گیری x و y در نقطه شروع برابر با ۰ در نظر گرفته می‌شوند.
- ۲- کلیه متغیرهای تصمیم‌گیری x و y در نقطه شروع برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شوند.
- ۳- متغیرهای تصمیم‌گیری x و y در نقطه شروع بصورت تصادفی تولید می‌شوند.

شکل ۴ نتایج این بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل دیده می‌شود روش در هر سه حالت در رسیدن به پاسخ بهینه مطلق با مقدار تابع هدف ۴۱۷۴ موفق بوده است. نقاط شروع مختلف اگرچه در زمان رسیدن به پاسخ بهینه موثر بوده‌اند، اما در رسیدن به مقدار مطلق آن بی‌تأثیر هستند. به بیانی دیگر روش جستجوی تابو مستقل از سعی اولیه، توانایی فرار از دام اکسترمم‌های محلی را به واسطه مشخصاتی از آن که تشریح شد، دارا است.

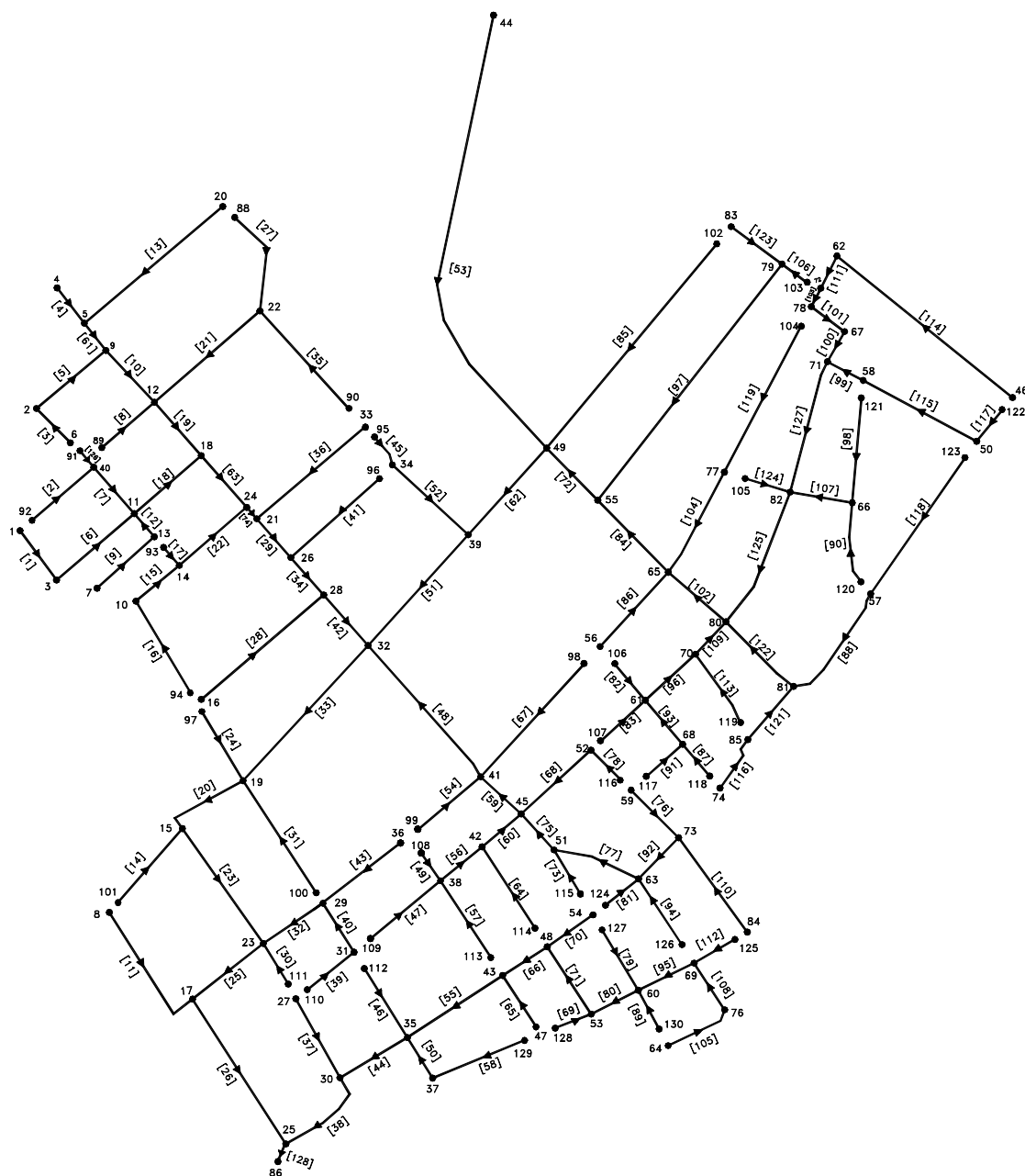


شکل ۴ روند بهینه‌سازی تابع هدف در شبکه مثال فرضی

در این اجرا تعداد کل تولید شبکه و ارزیابی تابع هدف برای حالت اول ۸، حالت دوم ۶ و برای حالت سوم ۱۰ بوده است که این اعداد با گزینه کاملاً شمارشی شامل ۳۲ اجرا قابل مقایسه هستند.

شکل ۶ به دست آمد. اکنون می‌توان با این جانمایی به طراحی قطر و عمق کارگذاری لوله‌ها و همچنین ایستگاه‌های پمپاژ (در صورت نیاز) پرداخت.

بهینه‌سازی وابسته به سعی اولیه متفاوت است. در نهایت پاسخ بهینه یافته شده بر روی گراف پایه پیاده‌سازی شد و درخت شبکه جمع‌آوری فاضلاب شهر هندیجان مطابق



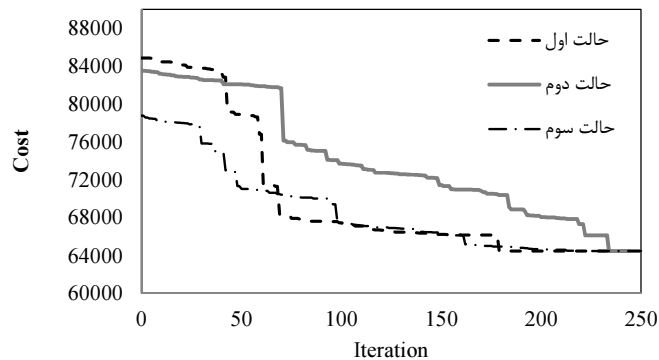
شکل ۶ شبکه جمع‌آوری فاضلاب شهر هندیجان پس از بهینه‌سازی

(تعداد ۴۳ گره از ۸۷ تا ۱۳۰، آدم‌روهای جدید پس از اعمال روش درخت فراگیر در حال رشد می‌باشند)

جدول ۲ مشخصات شبکه فاضلاب شهر هندیجان

Pipe	Up Node	Down Node	Discharge(l/s)	Length(m)	Pipe	Up Node	Down Node	Discharge(l/s)	Length(m)
1	3	1	0.23	124.00	65	43	47	0.41	140.00
2	1	40	0.78	197.00	66	43	48	0.41	107.00
3	2	6	0.39	147.00	67	56	41	1.09	357.00
4	4	5	22.76	90.00	68	52	45	0.78	191.00
5	9	2	0.58	183.00	69	53	47	0.58	110.00
6	11	3	0.78	207.00	70	48	54	0.41	113.00
7	40	11	0.23	124.00	71	48	53	0.40	162.00
8	6	12	0.78	179.00	72	49	55	0.58	148.00
9	7	13	0.58	156.00	73	51	54	0.54	155.00
10	9	12	0.39	144.00	74	21	24	0.04	26.00
11	8	17	1.70	291.00	75	45	51	0.41	99.00
12	11	13	0.12	62.00	76	59	73	0.78	136.00
13	20	5	2.79	366.00	77	63	51	0.78	183.00
14	15	8	1.45	225.00	78	52	59	0.39	115.00
15	10	14	0.62	114.00	79	54	60	0.39	175.00
16	10	16	1.24	240.00	80	60	53	0.58	107.00
17	13	14	0.19	77.00	81	63	54	0.19	118.00
18	11	18	0.78	179.00	82	56	61	0.44	142.00
19	12	18	0.39	144.00	83	61	52	0.58	149.00
20	15	19	0.63	184.00	84	55	65	0.97	204.00
21	12	22	2.13	282.00	85	49	83	3.31	582.00
22	14	24	1.16	180.00	86	56	65	0.62	204.00
23	15	23	1.01	284.00	87	74	68	0.44	117.00
24	16	19	0.65	182.00	88	57	81	2.79	255.00
25	17	23	1.06	115.00	89	60	64	0.39	127.00
26	17	25	2.54	384.00	90	66	57	0.78	197.00
27	22	20	2.33	251.00	91	59	68	0.39	140.00
28	28	16	1.81	337.00	92	73	63	0.39	116.00
29	21	26	0.39	104.00	93	61	68	0.35	117.00
30	23	27	0.42	130.00	94	63	69	0.78	204.00
31	19	29	1.34	296.00	95	69	60	0.39	126.00
32	23	29	0.39	146.00	96	70	61	0.62	138.00
33	19	32	2.35	372.00	97	55	79	4.14	605.00
34	26	28	0.39	101.00	98	66	58	1.16	248.00
35	22	33	1.29	317.00	99	71	58	0.12	82.00
36	21	33	1.75	288.00	100	67	71	0.27	70.00
37	27	30	0.85	183.00	101	78	67	0.19	84.00
38	30	25	1.90	205.00	102	65	80	0.52	154.00
39	27	31	0.42	151.00	103	72	78	0.19	35.00
40	29	31	0.42	117.00	104	77	65	1.40	232.00
41	34	26	1.16	278.00	105	64	76	0.39	141.00
42	28	32	0.39	136.00	106	79	72	0.35	94.00
43	29	36	1.24	222.00	107	82	66	0.19	35.00
44	30	35	0.42	159.00	108	69	76	0.39	113.00
45	33	34	0.65	96.00	109	70	80	0.31	90.00
46	31	35	0.85	203.00	110	73	84	1.94	236.00
47	31	38	1.06	227.00	111	72	62	0.19	80.00
48	32	41	0.78	350.00	112	84	69	0.78	125.00
49	36	38	0.42	109.00	113	70	85	0.88	203.00
50	35	37	0.42	96.00	114	62	46	1.16	456.00
51	32	39	2.72	302.00	115	58	50	1.36	261.00
52	34	39	0.52	208.00	116	85	74	2.59	119.00
53	44	49	10.86	962.00	117	46	50	0.85	114.00
54	41	36	1.16	188.00	118	50	57	2.13	375.00
55	35	43	1.06	230.00	119	78	77	2.07	387.00
56	42	38	0.42	109.00	120	76	75	0.12	176.00
57	38	43	0.85	229.00	121	81	85	1.55	142.00
58	37	47	0.51	237.00	122	80	81	0.72	189.00
59	41	45	0.41	111.00	123	83	79	0.77	128.00

60	45	42	0.42	103.00	124	77	82	0.31	140.00
61	5	9	0.39	70.00	125	82	80	1.76	295.00
62	49	39	0.26	236.00	126	6	40	0.04	19.00
63	18	24	0.39	144.00	127	71	82	1.03	274.00
64	42	48	0.85	241.00					



شکل ۵ روند بهینه‌سازی تابع هدف در شبکه شهر هندیجان

۷- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر به مسأله بهینه‌سازی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب از منظر جانمایی پرداخته شد که البته برای انواع دیگر شبکه‌های جریان ثقلی شامل سیستم‌های زهکشی و رگبارهای شهری، چه در زمین‌های شیب‌دار و چه مسطح قابل استفاده است. از منظر ریاضی، طراحی شیب‌بندی یا جانمایی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب در زمره مسائل گسسته شمارشی در چارچوب نظریه گراف‌ها قرار می‌گیرد. در این تحقیق روش درخت فراگیر در حال رشد به عنوان هسته مرکزی الگوریتم استخراج شبکه‌های فاضلاب از یک گراف پایه بدون جهت توسعه داده شد. سپس با رعایت قیود حاکم بر طرح شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب، روش یاد شده اصلاح شد. برای یافتن بهترین جانمایی، یک تابع هدف غیرخطی مقعر و تجمعی متشکل از طول لوله ضرب در جذر دبی آن در نظر گرفته شد. همچنین برای بهینه‌سازی مسأله یک مدل جستجوی تابو قطعی توسعه داده شد. این مدل در اتصال با الگوریتم درخت فراگیر در حال رشد به طراحی بهینه شیب‌بندی شبکه می‌پردازد. مدل پیشنهادی در خصوص یک مثال فرضی و یک شبکه جمع‌آوری فاضلاب واقعی بکار

گرفته شد. نتایج نشان داد که جستجوی تابو به ازای مقادیر شروع مختلف به خوبی قادر به یافتن پاسخ بهینه مطلق در هر دو شبکه می‌باشد. به عنوان مثال، در خصوص شبکه فرضی از روش کاملاً شمارشی با تولید و ارزیابی ۳۲ شبکه امکان‌پذیر، حداقل تابع هدف برابر ۴۱۷۴ بدست آمد، در حالی که مدل پیشنهادی تنها با ۶ تا ۱۰ بار تولید و ارزیابی شبکه (بسته به پاسخ ابتدایی) به بهینه مطلق دست یافت. در خصوص شبکه جمع‌آوری فاضلاب هندیجان نیز که یک شبکه بزرگ مقیاس و به لحاظ محاسباتی پیچیده است، روش در همه حالت‌ها به یک پاسخ همگرا شد، هر چند که نرخ همگرایی در آنها یکسان نبود. همچنین روش پیشنهادی در این تحقیق می‌تواند به عنوان یک مدل الحاقی کارآمد برای بهینه‌سازی یک‌پارچه سیستم‌های جمع‌آوری فاضلاب (برای تعیین قطر، شیب و طراحی ایستگاه‌های پمپاژ) استفاده شود.

۸- فهرست علائم

بردار حاوی یالهای در همسایگی درخت در حال
 AM
 رشد
 c تعداد حلقه‌ها

pp. 927-943.

Diogo, A.F., Walters, G.A., Sousa, E.R., and Graveto, V.M. (2000). "Three-dimensional optimization of urban drainage systems", *Comput. Aided Civ. Infrastruct. Eng.*, 15(6), pp. 409-426.

Fournier, J.C. (2009). *Graph Theory and Applications*, 2nd edition, John Wiley & Sons, Inc. Hoboken, NJ

Geem, Z.W., Kim, J.H. and Yoon, Y.N. (2000). "Optimal layout of pipe networks using harmony search", in *Proc. of 4th Int. Conf. on Hydro-Science and Engineering*, Seoul, South Korea.

Glover, F. (1989) "Tabu search-part I", *ORSA Journal on Computing*, 1(3). pp. 190-206.

Glover, F. (1990) "Tabu search-part II", *ORSA Journal on Computing*, 2(1), pp. 4-32.

Haghighi, A. (2012). "Loop by loop cutting algorithm to generate urban drainage systems layout", *J. Water Resour. Plann. Manage.*, 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000294

Li, G., and Matthew, R.G.S. (1990). "New approach for optimization of urban drainage system", *J. Environ. Eng.*, 116(5), 927-944.

Liebman, J.C. (1967). "A heuristic aid for the design of sewer networks", *J. Sanit. Eng. Div.*, ASCE, 93(4), pp. 81-90.

Murphy, L.J., Simpson, A.R. and Dandy, G. (1993). "Design of a network using genetic algorithms", *Water*, 20, pp. 40-42.

Pereira, D.J. (1988). "Redes urbanas de drenagem-projecto assistido por computador com optimização tridimensional", PhD Thesis, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.

Rosen, K.H. (2003). *Discrete mathematics and its applications*, 5th edition, McGraw-Hill, New York.

Tekel, S., and Belkaya, H. (1986). "Computerized layout generation for sanitary sewers", *J. Envir. Engng.*, 112(4), pp. 500-515.

Walters, G.A., and Lohbeck, T. (1993). "Optimal layout of tree networks using genetic algorithms", *Eng. Optimiz.*, 22, pp. 27-48.

Walters, G.A., and Smith, D.K. (1995). "Evolutionary design algorithm for optimal layout of tree networks", *Eng. Optimiz.*, 24, pp. 261-281.

Cost	تابع هزینه
d	فاصله اقلیدسی پاسخ‌ها
E	مجموعه یال گراف
f	تابع
\tilde{f}	تابع برازندگی
G	گراف
H	تعداد یال‌های در همسایگی درخت در حال رشد
Kol	عملگرهای تشدید و پراکنش
L	طول لوله
m	تعداد فاضلاب‌روها
M	بردار حاوی یال‌های موجود در درخت در حال رشد
n	تعداد آدم‌روها
N	بردار حاوی رئوس موجود در درخت در حال رشد
N	همسایگی در جستجوی تابو
nr	تعداد ریشه‌ها
Q	دبی لوله
r	ریشه گراف
T	مجموعه پاسخ‌های تابو
S	فضای امکان پذیر مسأله
V^*	گزیده‌ای از همسایگی در جستجوی تابو
X	مجموعه عناصر رأس گراف
x, y	متغیرهای تصمیم‌گیری

۸- منابع

Afshar, M.H. and Jabbari E. (2008). "Simultaneous layout and pipe size optimization of pipe networks using genetic algorithm", *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 33(2B), pp. 391-409.

Bhave, P.R. (1983). "Optimization of gravity-fed water distribution systems: theory", *J. Envir. Engng.*, 109(1), pp. 189-205.

Diogo, A.F. and Graveto, V.M. (2006). "Optimal layout of sewer systems: a deterministic versus a stochastic model", *Journal Hydr. Engng.*, 132(9),