

# Predicting Tunnel Water Inflow with FEM and Nonlinear Regression: Effects of Permeability Anisotropy

Amir Hossein Shafiee<sup>1\*</sup>, Sarina Ahmadi<sup>2</sup>, Mohammad Azizipour<sup>3</sup>, Hadi Farhadian<sup>4</sup>

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

2- MSc Graduate, Department of Civil Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

3- Associate Professor, Department of Environmental Engineering, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran.

4- Associate Professor, Department of Mining Engineering, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

\* [am.shafiee@scu.ac.ir](mailto:am.shafiee@scu.ac.ir)

Received: 18 May 2025

Revised: 9 July 2026

Accepted: 19 July 2026

Discussion: 22 December 2026

J. Hydraul.

Iranian Hydraulic Association

Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)



## Abstract

**Introduction:** The safe and cost-effective design and construction of tunnels require comprehensive geological, hydrological, environmental, geotechnical, and seismological information. Among the most critical challenges in tunneling is groundwater inflow into underground excavation, particularly when the tunnel alignment lies below the water table. Several studies have focused on predicting groundwater inflow into tunnels using analytical methods (Freeze and Cherry 1979; Heuer 1995; El Tani 2003; Moon and Fernandez 2010), numerical simulations (Jing 2003; Aryafar et al. 2009; Butscher 2012; Aalianvari et al. 2013; Farhadian and Bahmani Shahraki 2024), and empirical approaches (McFeat-Smith et al. 1998; Katibeh and Aalianvari 2009; Farhadian and Katibeh 2017). Although extensive research has been conducted on tunnel inflow under the simplifying assumption of an isotropic porous medium, only a limited number of studies have quantified tunnel inflow in the presence of permeability anisotropy. Accordingly, this study aims to determine the groundwater inflow rate into a circular tunnel embedded in an anisotropic medium across a wide range of influencing parameters using the finite element method. In addition, a predictive equation is developed using nonlinear least-squares regression to estimate the inflow rate into a circular tunnel without requiring numerical modeling of the entire domain.

**Methodology:** This study aims to model groundwater flow into a circular tunnel and estimate the total inflow rate using the finite element method.. The initial position of the groundwater table was defined

by imposing fixed-head flow boundary conditions along the vertical boundaries. In contrast, a no-flow condition was applied at the bottom boundary. Regarding mechanical constraints, the vertical boundaries were restricted to vertical displacement only, thereby preventing any horizontal movement. The bottom boundary was fully fixed, restricting displacements in both the horizontal and vertical directions.

The dimensions of the numerical domain are another critical factor that can significantly influence the computed flow rate. As the model extent increases, the water inflow rate initially decreases and then gradually converges toward a constant value (Moon and Fernandez 2010; Butscher 2012; Nikvar Hassani et al. 2016). Su et al. (2017), indicated that boundary effects can be neglected when the model extent, defined as the perpendicular distance from the tunnel center to the vertical and bottom boundaries, exceeds 50 times the tunnel diameter. In the present study, the maximum tunnel diameter considered was 12 m; therefore, a model extent of 600 m was adopted for all simulation cases. The initial and final numbers of elements were set at 5,000 and 50,000, respectively, over five adaptive mesh-refinement iterations. This means the analysis began with a coarse mesh of 5000 elements, which was automatically refined in successive iterations, ultimately reaching a mesh density of 50000 elements in the final step.

**Results and Discussion:** The results indicated that increasing the horizontal to vertical permeability ratio ( $K_h/K_v$ ) markedly enhances groundwater inflow rate ( $q$ ). For instance, when  $K_v = 1 \times 10^{-6}$  m/s, the inflow rate that at  $K_h/K_v = 20$  is nearly six times greater than  $K_h/K_v = 1$ . Thus, ignoring the permeability anisotropy could lead to a significant underestimation of the groundwater inflow rate to the tunnel.

It was seen that for a constant  $K_v$ , an increase in the anisotropy ratio results in a smoother and more gradual phreatic surface around the tunnel. In contrast, lower values of  $K_h/K_v$  lead to a steeper drawdown, indicating a more pronounced reduction in pore water pressure close to the tunnel boundary. It was also observed that at the highest anisotropy ratio, the phreatic line may even extend above the tunnel crown.

Using the dataset generated by the validated numerical model,, a predictive model was developed to estimate the inflow rate ( $q$ ) as a function of the anisotropy ratio using nonlinear least-squares regression. Statistical evaluation of the proposed model yielded the coefficient of determination  $R^2 = 0.986$ , the root mean square error  $RMSE = 0.014$ , and the mean absolute percentage error  $MAPE = 5.56\%$ , demonstrating the high predictive accuracy of the model. However, to quantitatively assess the goodness-of-fit of the proposed model, a hypothesis test was performed on the normalized residuals. In the present study, the  $z$ -test was employed, assuming the null hypothesis that the normalized residuals follow a normal distribution with a mean of zero and a standard deviation of one. The resulting  $p$ -value was 0.93, which is considerably higher than the significance level of  $\alpha = 0.05$ , indicating that there is insufficient evidence to reject the null hypothesis.

**Conclusion:** A total number of 500 finite element analyses were conducted to evaluate the effect of permeability anisotropy, considering anisotropy ratios ( $K_h/K_v$ ) ranging from 1 to 20. The results indicated that as  $K_h/K_v$  increases, the inflow rate also increases. The anisotropy ratio was also found to affect the configuration of the phreatic line. Higher anisotropy ratios promote more pronounced horizontal flow, resulting in more gradual groundwater drawdown near the tunnel.

Subsequently, nonlinear least-squares regression was employed to develop a predictive model for estimating groundwater inflow rates in anisotropic media. The obtained results demonstrated the high predictive accuracy of the proposed model.

**Keywords:** Finite element method, Permeability anisotropy, Circular tunnel, Nonlinear least-squares.

**Conflict of Interests:** The authors report there are no competing interests to declare.

**Funding:** The authors received no financial support for the research, authorship, and publication of this paper.

**Data Availability Statements:** The data generated from the finite element analyses are available from the corresponding author upon reasonable request.

**Authors' contribution:**

**First Author:** Conceptualization, Supervision, Writing the first draft.

**Second Author:** Analysis, Reviewing the final draft.

**Third Author:** Conceptualization, Supervision, Reviewing the final draft.

**Fourth Author:** Conceptualization, Supervision, Reviewing the final draft.

# پیش‌بینی جریان آب ورودی به تونل با استفاده از روش اجزای محدود و برازش غیر خطی: اثرات ناهمسانگردی نفوذپذیری

امیر حسین شفیعی<sup>۱\*</sup>، سارینا احمدی<sup>۲</sup>، محمد عزیزی پور<sup>۳</sup>، هادی فرهادیان<sup>۴</sup>

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

۲- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

۳- دانشیار گروه مهندسی محیط زیست، دانشکده مهندسی عمران و معماری، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

۴- دانشیار گروه مهندسی معدن، پردیس مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.

\* am.shafiee@scu.ac.ir

نشریه هیدرولیک

انجمن هیدرولیک ایران

وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir



دریافت: ۱۴۰۵/۰۲/۲۸

بازنگری: ۱۴۰۵/۰۴/۱۸

پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۸

نقد و بررسی: ۱۴۰۵/۱۰/۰۱

**چکیده:** احداث تونل یکی از اجزای اساسی زیرساخت‌های عمرانی در راستای توسعه پایدار کشورها به شمار می‌رود. رشد سریع جمعیت و افزایش تقاضا برای شبکه‌های نوین حمل‌ونقل، انتقال آب و انرژی و توسعه صنایع موجب افزایش مستمر نیاز به احداث تونل‌ها شده است. تونل‌ها اغلب در زیر سطح آب زیرزمینی ساخته می‌شوند؛ در چنین شرایطی، ارزیابی دقیق میزان جریان آب ورودی برای طراحی سیستم زهکشی ضروری است. در این پژوهش، نرخ جریان آب ورودی به تونل‌های دایره‌ای با استفاده از روش اجزای محدود و با در نظر گرفتن ناهمسانگردی نفوذپذیری محیط پیرامون، در دامنه وسیعی از پارامترهای ورودی، مورد ارزیابی قرار گرفت. سپس، یک مدل پیش‌بینی برای نرخ جریان ورودی با استفاده از روش حداقل مربعات غیر خطی توسعه داده شد. نتایج نشان داد که یک تابع توانی قادر است جریان ورودی را با دقت بالایی پیش‌بینی کند، به‌طوری‌که مقدار ضریب تعیین  $R^2$  برابر با ۰/۹۸۶ بوده و مقادیر RMSE و MAE نیز پایین به دست آمدند. همچنین، با افزایش نسبت نفوذپذیری قائم به افقی، سطح ایستابی در مجاورت تونل شیب بیشتری پیدا می‌کند.

**کلیدواژگان:** روش اجزای محدود، ناهمسانگردی نفوذپذیری، تونل دایروی، حداقل مربعات غیر خطی

## ۱- مقدمه

آب ورودی به تونل گزارش شده است؛ از جمله ۵۸۰ لیتر بر ثانیه در تونل تحت فشار Tecolate در کالیفرنیا، ۱۵ مترمکعب بر دقیقه در تونل Hallandsås در شبکه ریلی سوئد (Kolymbas, 2005) و به ترتیب ۷۵۰ و ۱۰۰۰ لیتر بر ثانیه در تونل‌های Pinglin و Hsin Yong Chuen در تایوان (Tseng et al., 2001). مقدارهای بالای جریان آب ورودی می‌تواند منجر به ناپایداری و حتی ریزش تونل شود.

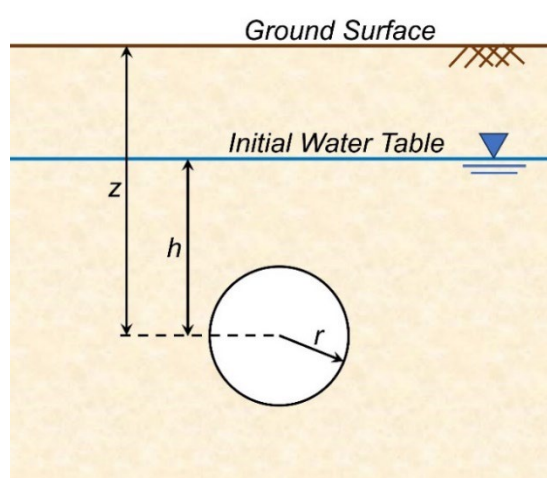
بررسی و ارزیابی‌های چندین به تعیین فشار نگهداری داخلی موردنیاز برای جلوگیری از ریزش تونل پرداخته‌اند (برای مثال: Sloan and Assadi, 1992; Abbo et al., 2013; Shafiee et al., 2024, 2025). گروه دیگری از پژوهش‌ها بر

امروزه تونل‌ها به‌عنوان یکی از زیرساخت‌های کلیدی در شبکه‌های حمل‌ونقل، انتقال آب و انرژی و توسعه شهری شناخته می‌شوند و نقش مهمی در تحقق توسعه پایدار ایفا می‌کنند. طراحی و اجرای ایمن و اقتصادی تونل‌ها نیازمند در اختیار داشتن اطلاعات جامع زمین‌شناسی، هیدرولوژیکی، زیست‌محیطی، ژئوتکنیکی و لرزه‌خیزی است. یکی از مهم‌ترین چالش‌ها در پروژه‌های تونل‌سازی، ورود آب زیرزمینی به فضای حفاری، به‌ویژه در شرایطی است که مسیر تونل در زیر سطح آب زیرزمینی قرار دارد. در بررسی و ارزیابی‌های مختلف، مقدارهای بالایی از جریان

که در آن  $r$  شعاع تونل،  $h$  فاصله قائم بین مرکز تونل تا سطح آب زیرزمینی، و  $K$  ضریب نفوذپذیری محیط است. Freeze and Cherry (1979) شرایطی را در نظر گرفتند که در آن سطح آب زیرزمینی پایین‌تر از سطح زمین قرار دارد و در نتیجه، رابطه (۱) را به‌صورت زیر اصلاح کردند:

$$q = 2\pi K \frac{h}{\ln\left(\frac{2z}{r}\right)} \quad (2)$$

که در آن  $z$  فاصله قائم بین مرکز تونل تا سطح زمین است، همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است.



**Fig. 1** Problem definition of a circular tunnel below the groundwater table

شکل ۱ تعریف مسئله یک تونل دایروی زیر تراز آب زیرزمینی

در بررسی و ارزیابی تحلیلی دیگری، El Tani (1999) با استفاده از روش سری فوریه، نرخ جریان آب ورودی به یک تونل دایره‌ای را در حالتی که سطح آب زیرزمینی با سطح زمین منطبق است، برآورد کرد. با در نظر گرفتن دو جمله از بسط سری فوریه، رابطه زیر به دست آمد:

$$q = 2\pi K h \frac{1 - 3\left(\frac{r}{2h}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{r}{2h}\right)^2\right] \ln\left(\frac{2h}{r}\right) - \left(\frac{r}{2h}\right)^2} \quad (3)$$

در دهه گذشته، چندین بررسی و ارزیابی در شرایط واقع‌بینانه‌تر انجام شده است. برای مثال، Su et al. (2017) با استفاده از یک روش نیمه‌تحلیلی، نرخ جریان آب ورودی را با در نظر گرفتن افت سطح آب زیرزمینی در مجاورت تونل برآورد کردند که منجر به رابطه زیر شد:

$$q = 2\pi K \frac{0.3\left(\frac{r}{h}\right)^{-0.014r-0.22}}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} \quad (4)$$

پیش‌بینی جریان آب ورودی به تونل با استفاده از روش‌های تحلیلی (Freeze and Cherry, 1979; Heuer, 1995; El Tani, 2003, 2010; Kolymbas and Wagner, 2007; Park et al., 2008; Moon and Fernandez, 2010; Li et al., 2018; Tang et al., 2018)، شبیه‌سازی‌های عددی (Jing, 2003; Aryafar et al., 2009; Moon and Fernandez, 2010; Butscher, 2012; Aalianvari et al., 2013; Nikvar Hassani et al., 2016; Farhadian and Bahmani Shahraki, 2024; Farhadian and Gholami, Mc-Feat smith et al., 1998) و روش‌های تجربی (Katibeh and Aalianvari, 2009; Zarei et al., 2013; Farhadian and Katibeh, 2017) تمرکز داشته‌اند.

دو رویکرد اصلی برای نظارت و مهار جریان آب ورودی به تونل شامل آب‌بندی و زهکشی است که هر دو نیازمند اطلاعات دقیق درباره نرخ جریان آب و موقعیت سطح ایستابی هستند. راه‌حل‌های عددی و تحلیلی در بسیاری موارد اختلاف شایانی با یکدیگر یا با اندازه‌گیری‌های واقعی صحرایی نشان می‌دهند. بر مبنای مشاهده‌های نرخ جریان در سه تونل واقع در ایران، Farhadian and Katibeh (2017) گزارش کردند که نرخ‌های اندازه‌گیری‌شده در توده‌سنگ‌های درزه‌دار به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای کمتر از مقدارهای پیش‌بینی‌شده توسط مدل‌های تحلیلی بوده است. همچنین، Moon and Fernandez (2010) به این اختلاف‌ها اشاره کرده و بیان کردند که راه‌حل‌های تحلیلی ممکن است نرخ جریان آب ورودی را تا هشت برابر بیشتر از نتایج عددی برآورد کنند. به‌طور مشابه، Nikvar Hassani et al. (2016) نشان دادند که روش‌های تحلیلی و عددی می‌توانند برآوردهای بسیار متفاوتی از جریان آب ورودی به تونل ارائه دهند.

نخستین راه‌حل‌های تحلیلی به‌طور معمول با حل معادله لاپلاس برای تراوش و در مجموعه‌ای از فرضیه‌ها ساده‌کننده ارائه شدند؛ از جمله معتبر بودن قانون داریسی در کل محیط، همگن و همسانگرد بودن محیط پیرامون و برقراری شرایط جریان پایدار. برای مثال، Goodman et al. (1964) رابطه‌ای برای محاسبه نرخ جریان آب دوبعدی ( $q$ ) به سمت یک تونل دایره‌ای در محیطی نیمه‌بی‌نهایت و به‌طور کامل اشباع ارائه کردند:

$$q = 2\pi K \frac{h}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} \quad (1)$$

امروزه از روش‌های عددی، به ویژه حجم محدود و اجزای محدود برای حل مسئله‌های مختلف هیدرولیکی استفاده می‌شود (Chegnizadeh et al., 2022; Akbari et al., 2026; Soleimani et al., 2025; Pan et al., 2022). استفاده هم‌زمان از روش‌های تحلیلی و عددی، اثر ناحیه آسیب‌دیده ناشی از حفاری در پیرامون تونل را بر نرخ جریان آب ورودی بررسی کردند. همچنین، Farhadian and Bahmani Shahraki (2024) با بهره‌گیری از روش اجزای محدود، تأثیر هندسه و راستای گسل را بر جریان آب ورودی به تونل ارزیابی کردند. اغلب بررسی‌های پیشین، جریان آب ورودی به تونل را با فرض همسانگرد بودن هدایت هیدرولیکی بررسی کرده‌اند. با این حال، شرایط واقعی زمین به طور معمول تفاوت شایانی با این فرض ساده‌سازی شده دارد؛ به گونه‌ای که نسبت ناهمسانگردی ( $K_h/K_v$ ) در بسیاری از موارد بزرگ‌تر از واحد است (Freeze and Witherspoon, 1966; Weeks, 1969; Neuman, 1975; Barwell and Lee, 1981). بنا بر نتایج آزمایش‌های آبخوان در ایالت ویسکانسین، Weeks (1969) نسبت‌های ناهمسانگردی بین ۲ تا ۲۰ را در نهشته‌های یخچالی گزارش کرد. به طور مشابه، Barwell and Lee (1981) مقادارهای  $3/3$  برای رسوب‌های کف دریاچه در انتاریو و  $15/3$  برای رسوب‌های مشابه در مینه‌سوتا را به دست آوردند. اگرچه تحقیقات گسترده‌ای درباره جریان آب ورودی به تونل با فرض ساده‌کننده همسانگردی خاک انجام شده است، تنها شمار محدودی از ارزیابی‌ها به بررسی کمی جریان آب در حضور ناهمسانگردی نفوذپذیری پرداخته‌اند. تأثیر ناهمسانگردی نفوذپذیری بر جریان آب ورودی به تونل‌های دایره‌ای بسیار مهم است، زیرا هم بر میزان ورود آب و هم بر پایداری کلی سازه تونل تأثیر می‌گذارد. Tang et al. (2018) با استفاده از نگاشت هم‌دیس (conformal mapping) یک راه‌حل تحلیلی برای جریان پایدار آب زیرزمینی به سمت یک تونل دایره‌ای در محیط ناهمسانگرد ارائه کردند. مدل آنان قادر به پیش‌بینی نرخ جریان آب و توزیع فشار منفذی در دو شرط مرزی ساده‌شده بود. مقایسه نتایج با شبیه‌سازی‌های اجزای محدود نشان داد که ناهمسانگردی به‌طور شایانی خطوط هم‌پتانسیل

هیدرولیکی پیرامون تونل را دچار اعوجاج می‌کند و در نتیجه، در نظر گرفتن آن برای برآورد دقیق جریان آب ضروری است. Farhadian and Gholami (2024) نیز نشان دادند که ناهمسانگردی ضریب نفوذپذیری تأثیر چشمگیری بر میزان جریان آب ورودی به تونل‌های دایره‌ای دارد. اگرچه تونل‌های دایره‌ای به طور معمول نرخ جریان کمتری را تجربه می‌کنند، اما برای طراحی مؤثر سامانه زهکشی، لازم است ناهمسانگردی نفوذپذیری در کنار شکل هندسی و دیگر عامل‌ها مدنظر قرار گیرد. Xia (2016) گزارش کرد که ناهمسانگردی میدان ضریب نفوذپذیری تأثیر شایانی بر جریان آب حین حفاری تونل دارد. نتایج وی نشان داد که ناهمسانگردی نه تنها بر دقت شبیه‌سازی‌های عددی اثر می‌گذارد، بلکه هنگام برخورد با ناحیه‌های آب‌دار، تغییرپذیری‌های محسوسی در نرخ جریان آب ایجاد می‌کند. Chen et al. (2022) نیز در نتایج بررسی‌ها نشان دادند که ناهمسانگردی نفوذپذیری، توزیع هد هیدرولیکی در پیرامون تونل‌های دایره‌ای عمیق را به‌طور شایانی تغییر داده و میدان تراوشی بیضوی ایجاد می‌کند. آنان همچنین بیان کردند که تغییرپذیری‌های ضریب نفوذپذیری پوشش تونل، حتی در صورت کوچک بودن اختلاف‌ها، می‌تواند بر میزان جریان آب تأثیرگذار باشد. به طور مشابه، Yu and Jin (2025) دریافتند که ناهمسانگردی نفوذپذیری موجب افزایش جریان آب ورودی به تونل‌های دایره‌ای می‌شود؛ به‌طوری‌که افزایش ده‌برابری نسبت ناهمسانگردی، حجم تراوش را حدود  $35/6$  درصد افزایش می‌دهد. این تأثیر در عمق‌های بیشتر و به‌ویژه در شرایطی که نفوذپذیری توده‌سنگ پیرامون زیاد باشد، محسوس‌تر است. بر این پایه، هدف این پژوهش تعیین نرخ جریان آب زیرزمینی ورودی به یک تونل دایره‌ای در محیط ناهمسانگرد، در دامنه گسترده‌ای از فراسنجه‌های مؤثر، با استفاده از روش اجزای محدود است. افزون بر این، با بهره‌گیری از روش حداقل مربعات غیرخطی، رابطه‌ای برای برآورد نرخ جریان آب ورودی به تونل دایره‌ای ارائه شده است به گونه‌ای که بدون نیاز به مدل‌سازی عددی محیط بتوان میزان جریان ورودی را برآورد کرد. ساختار پژوهش به این صورت است که در آغاز روش مدل‌سازی عددی و روند کلی تحقیق به تفصیل شرح داده می‌شود.

تعریف می‌شود:

$$K = \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix} \quad (7)$$

که در آن  $K_h$  و  $K_v$  نشانگر ضریب نفوذپذیری در راستای به ترتیب افقی و قائم است.

با ترکیب رابطه‌های (۵) و (۶)، معادله حاکم بر جریان با درجه اشباع متغیر به دست می‌آید:

$$n \frac{\partial S}{\partial t} = \nabla^T (K_r K \nabla \vec{h}_s) \quad (8)$$

برای شرایط پایا، که در آن درجه اشباع  $S$  مستقل از زمان است، طرف چپ معادله (۸) برابر صفر می‌شود و معادله به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\nabla^T (K_r K \nabla \vec{h}_s) = 0 \quad (9)$$

این رابطه، جریان دوبعدی پایا و با درجه اشباع متغیر در محیط‌های متخلخل را توصیف می‌کند و به ترتیب از طریق تانسور تراوایی  $K$  و ضریب نفوذپذیری نسبی  $K_r$ ، اثرگذاری‌های ناهمسانگردی و غیراشباع بودن را در نظر می‌گیرد. در این پژوهش، معادله حاکم با استفاده از تحلیل اجزای محدود حل می‌شود. برای این منظور، از بسته نرم‌افزاری OPTUM G2 (Krabbenhoft et al., 2015) استفاده شده است. نمای کلی مسئله مورد بررسی در شکل ۲ نشان داده شده است. سطح آب زیرزمینی برای همه شبیه‌سازی‌ها منطبق بر سطح زمین فرض شد. موقعیت اولیه تراز آب زیرزمینی با اعمال شرایط مرزی بار ثابت در امتداد مرزهای قائم تعریف شد. در مقابل، در مرز زیرین شرط بدون جریان اعمال شد.

آن‌گاه، روش برازش حداقل مربعات غیرخطی (NLS) توضیح داده می‌شود. در ادامه، نتایج تحلیل‌های عددی و مدل پیش‌بینی ارائه می‌شود و در نهایت، مهم‌ترین نتایج و جمع‌بندی‌ها بیان می‌شوند.

## ۲- تعریف مسئله و روش پژوهش

هدف این پژوهش، مدل‌سازی جریان آب به درون یک تونل دایره‌ای و برآورد نرخ کلی جریان ورودی به تونل با استفاده از روش اجزای محدود است. معادله حاکم اصلی بر این پدیده، معادله پیوستگی برای یک محیط متخلخل با درجه اشباع متغیر است که به صورت ریاضی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$n \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla^T \vec{v} = 0 \quad (5)$$

که در آن،  $S$  و  $n$  به ترتیب درجه اشباع و تخلخل خاک یا سنگ هستند و  $\vec{v}$  سرعت سیال را نشان می‌دهد. به بیان دیگر، معادله پیوستگی با برابر قرار دادن نرخ تغییرپذیری‌های میزان رطوبت ( $n \frac{\partial S}{\partial t}$ ) و منفی دیورژانس میدان جریان ( $\nabla^T \vec{v}$ )، بقای جرم را برقرار می‌کند. دومین معادله حاکم موردنیاز برای استخراج نرخ جریان، قانون شناخته‌شده داری (Darcy, 1856) است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{v} = -K_r K \nabla \vec{h}_s \quad (6)$$

که در آن،  $K_r$  ضریب نفوذپذیری نسبی است که مقدار آن در بازه صفر تا یک تغییر می‌کند و در شرایط اشباع به مقدار بیشینه یک می‌رسد؛  $h_s$  هد هیدرولیکی کل است، و  $K$  ضریب نفوذپذیری اشباع می‌باشد که به صورت زیر

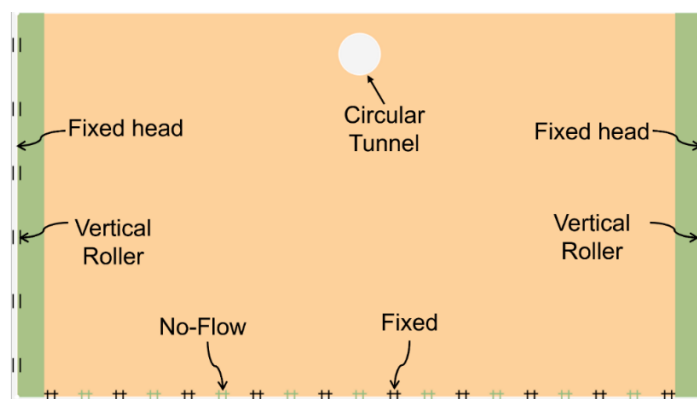


Fig. 2 A typical model in OPTUM G2, including boundary conditions

شکل ۲ یک مدل معمول در OPTUM G2، دربرگیرنده شرایط مرزی

نرم‌افزار OPTUM G2 برای گسسته‌سازی محیط از المان‌های محدود مثلثی استفاده می‌کند. این نرم‌افزار یک الگوریتم مش‌بندی تطبیقی را به کار می‌گیرد که در آن، مش بر پایه موقعیت سطح‌های آزاد تراوش و توزیع انرژی جریان، به تدریج ریزتر می‌شود. در این پژوهش، شمار اولیه و نهایی المان‌ها به ترتیب ۵۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ در طول پنج تکرار هماهنگی و همخوانی تنظیم شد. این بدان معناست که تحلیل با یک مش درشت شامل ۵۰۰۰ عنصر آغاز و در تکرارهای پایایی به صورت خودکار اصلاح شد تا در نهایت، در گام پایانی به چگالی مش ۵۰۰۰۰ عنصر رسید. شکل ۳ یک نمونه مش تطبیقی متشکل از المان‌های مثلثی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، اندازه المان‌ها در مجاورت سطح ایستایی و پیرامون مرز تونل به طور محسوسی کاهش یافته است؛ یعنی در ناحیه‌های که گرادینت‌های هیدرولیکی بیشینه‌اند و رفتار جریان با به سرعت تغییر می‌کند. این ریزسازی هدفمند، دقت حل را در ناحیه‌های بحرانی بهبود می‌بخشد.

از نظر قیدهای مکانیکی، مرزهای قائم تنها در راستای جابه‌جایی عمودی مقید شدند، به گونه‌ای که هرگونه حرکت افقی جلوگیری شود. مرز پایینی به طور کامل مقید شد و جابه‌جایی در هر دو راستای افقی و عمودی را محدود کرد.

ابعاد مدل نیز از عامل‌های مهمی است که می‌تواند به طور شایانی بر دبی محاسبه شده اثر بگذارد. با افزایش ابعاد مدل، نرخ ورود آب در آغاز کاهش می‌یابد و آن‌گاه به تدریج به یک مقدار ثابت همگرا می‌شود (Moon and Fernandez, 2010; Butscher, 2012; Nikvar Hassani et al., 2016; Nikvar Hassani et al., 2018). (Su et al. (2017). نشان دادند که اثرگذاری‌های مرزی را می‌توان نادیده گرفت، مشروط بر آنکه ابعاد مدل، که به صورت فاصله عمودی مرکز تونل تا مرزهای قائم و زیرین تعریف می‌شود، از ۵۰ برابر قطر تونل بیشتر باشد. در این پژوهش، بیشینه قطر تونل ۱۲ متر در نظر گرفته شد؛ بنابراین، گستره مدل ۶۰۰ متر به صورت یکنواخت برای همه حالت‌ها اتخاذ شد.

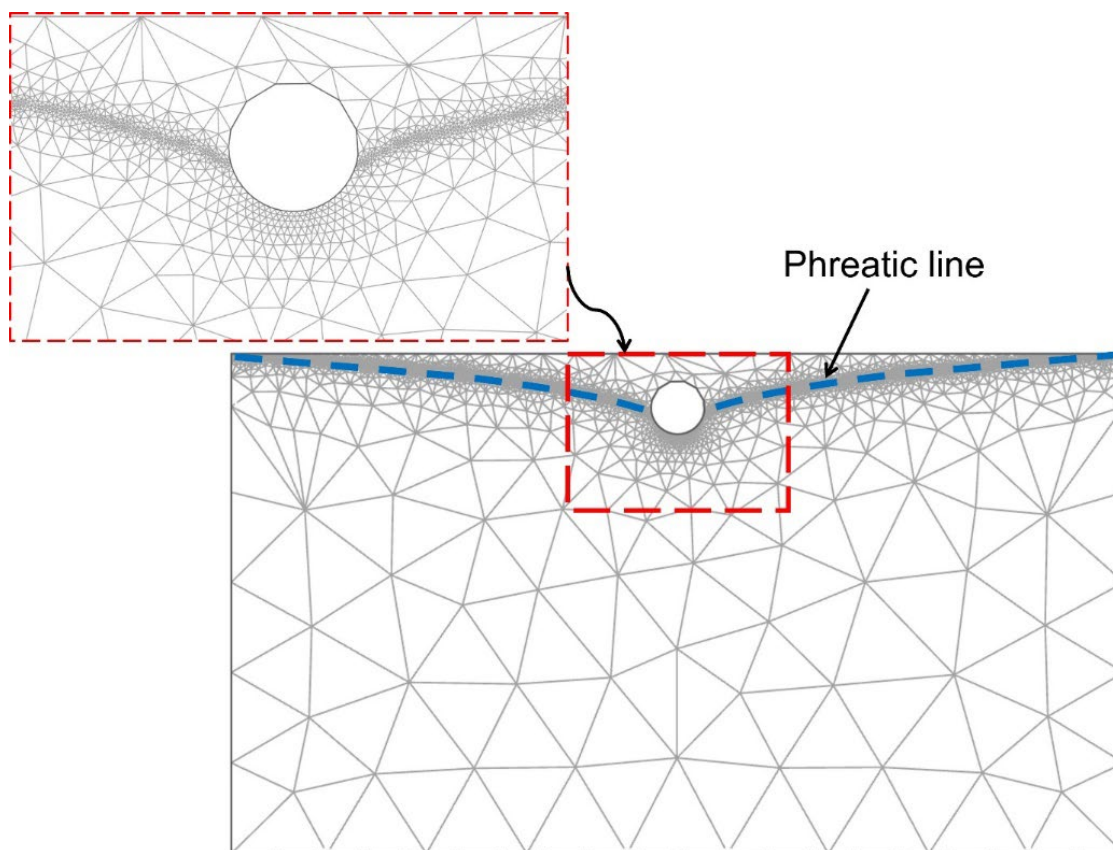


Fig. 3 A typical adaptive mesh configuration in OPTUM G2

شکل ۳ نمای کلی یک مش تطبیقی معمول در OPTUM G2

## ۳- حداقل مربعات غیرخطی

برای ارائه یک فرمول برای برآورد نرخ جریان ورودی به یک تونل دایروی، از یک مدل رگرسیون حداقل مربعات غیرخطی (NLS) استفاده شده است. روش حداقل مربعات غیرخطی در این پژوهش به دلیل ماهیت مدل پیشنهادی و هدف بررسی انتخاب شد. هدف اصلی این تحقیق، توسعه یک رابطه صریح و ساده برای برآورد نرخ جریان آب ورودی به تونل بر مبنای نتایج تحلیل‌های اجزای محدود بود. از آنجا که رابطه‌های تحلیلی موجود برای جریان آب ورودی به تونل بیشتر بر پایه تابع‌های فراسنجه‌ای و توانی بنا شده‌اند، یک مدل رگرسیون غیرخطی فراسنجه‌ای می‌تواند ضمن حفظ تفسیرپذیری، ضریب‌های مدل را به طور مستقیم از داده‌های عددی استخراج کند. همچنین، برخلاف بسیاری از روش‌های داده‌محور مانند شبکه‌های عصبی مصنوعی، مدل NLS یک معادله صریح در اختیار طراح قرار می‌دهد که بدون نیاز به آموزش دوباره یا اجرای الگوریتم‌های پیچیده، به سادگی در محاسبه‌های مهندسی قابل استفاده است. از این رو، روش NLS برای توسعه مدل پیش‌بینی در این پژوهش انتخاب شد. برازش NLS، بسطی از مدل خطی متعارف است که در آن، رابطه بین متغیرهای پیش‌بین و پاسخ می‌تواند هر فرم هموار و فراسنجه‌دهی شده‌ای به صورت  $f(x; \theta)$  داشته باشد. با داشتن مشاهددهای  $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N$  روش NLS بردار فراسنجه را به گونه‌ای تعیین می‌کند که مجموع مربعات باقی‌مانده‌ها کمینه شود:

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^N [y_i - f(x_i; \theta)]^2 \quad (10)$$

چون  $f$  نسبت به  $\theta$  غیرخطی است، نمی‌توان  $\theta$  را به صورت بسته به دست آورد. در عوض، از روش‌های عددی تکراری استفاده می‌شود؛ که به طور معمول شامل گام‌های گاوس-نیوتن همراه با میرایی لونبرگ-مارکوارت است (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). این روش‌ها برای به‌روزرسانی برآورد فراسنجه به کار می‌روند تا زمانی که تغییرپذیری‌ها در  $\theta$ ، یا گرادیان، از تفرانس‌های از پیش تعیین شده کمتر شوند. پس از همگرایی، خطاهای استاندارد تقریبی و بازه‌های اطمینان برای هر فراسنجه به‌طور طبیعی

از ژاکوبین تابع  $f$  نسبت به  $\theta$  به دست می‌آیند (Nocedal and Wright, 2006).

اگرچه روش حداقل مربعات غیرخطی ریشه در آمار کلاسیک دارد، اما شامل عنصرهای اصلی یادگیری ماشین نظارت‌شده نیز می‌شود. در مرحله آموزش، الگوریتم داده‌های برچسب‌دار  $(x, y)$  را دریافت کرده و با تنظیم  $\theta$ ، خطای پیش‌بینی را کاهش می‌دهد. برخلاف روش‌های فراسنجه‌ای (مانند جنگل تصادفی یا شبکه‌های عصبی)، روش حداقل مربعات غیرخطی به طور کامل فراسنجه‌ای است و مستلزم آن است که تابع  $f$  از پیش توسط پژوهشگر تعریف شود. به منظور آماده‌سازی مجموعه داده برای روش حداقل مربعات غیرخطی، در مجموع ۵۰۰ تحلیل عددی انجام شد تا اثر فراسنجه‌های مختلف ورودی بر جریان آب ورودی به تونل به صورت نظام‌مند بررسی شود. مقدارهای انتخاب‌شده برای هر فراسنجه به شرح زیر بودند:

$$r = 2.5 \text{ m}, 3 \text{ m}, 4.5 \text{ m}, 6 \text{ m}$$

$$r/h = 0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1$$

$$K_v = 1 \times 10^{-8} \text{ m/s}, 5 \times 10^{-8} \text{ m/s}, 1 \times 10^{-7} \text{ m/s}, 5 \times 10^{-7} \text{ m/s}, 1 \times 10^{-6} \text{ m/s}$$

$$K_h/K_v = 1, 2, 5, 10, 20$$

مقدارهای انتخاب‌شده برای ضریب نفوذپذیری به گونه‌ای در نظر گرفته شدند که نمایانگر خاک‌های با نفوذپذیری پایین، نظیر لای‌ها و ماسه‌های لای دار، باشند (Freeze and Cherry, 1979).

## ۴- نتایج و بحث

مدل اجزای محدود ارائه‌شده با مقایسه نتایج آن با نتایج ارائه‌شده توسط Nikvar Hassani et al. (2016) صحت‌سنجی شد. آنان از نرم‌افزار مبتنی بر روش اجزای محدود SEEP/W برای برآورد نرخ جریان آب ورودی به یک تونل دایره‌ای با فرض نفوذپذیری همسانگرد استفاده کرده بودند. نتایج مقایسه در جدول ۱ خلاصه و ارائه شده‌اند. در این جدول،  $q^{PS}$  و  $q^{NH}$  به ترتیب بیانگر نرخ جریان آب ورودی به دست آمده از ارزیابی‌های Nikvar Hassani et al. (2016) و این پژوهش هستند.

سطر آخر جدول ۱ خطای نسبی را نشان می‌دهد که بیانگر همخوانی مناسب نرخ‌های جریان آب برآوردشده توسط مدل اجزای محدود حاضر با مش‌بندی مثلثی تطبیقی، با نتایج Nikvar Hassani et al. (2016) است.

جدول ۱ صحت سنجی مدل حاضر با نتایج عددی Nikvar Hassani et al. (2016)

Table 1 Verification of the present model against the numerical results of Nikvar Hassani et al. (2016)

| Parameters                                                 | Section number       |                       |                       |                       |
|------------------------------------------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
|                                                            | 21                   | 41                    | 81                    | 121                   |
| $K$ (m/s)                                                  | $1.1 \times 10^{-7}$ | $2.13 \times 10^{-7}$ | $1.86 \times 10^{-7}$ | $2.53 \times 10^{-8}$ |
| $z$ (m)                                                    | 17.6                 | 19.1                  | 20.4                  | 19.3                  |
| $h$ (m)                                                    | 4.5                  | 4.9                   | 13.2                  | 11                    |
| $r$ (m)                                                    | 4.5                  | 4.5                   | 4.5                   | 4.5                   |
| $q^{NH}$ (L/min/m)                                         | 0.0662               | 0.1412                | 0.1707                | 0.0218                |
| $q^{PS}$ (L/min/m)                                         | 0.0658               | 0.1234                | 0.1764                | 0.0215                |
| $\left  \frac{q^{NH} - q^{PS}}{q^{NH}} \right  \times 100$ | 0.6                  | 12.6                  | 3.3                   | 1.4                   |

پس از صحت‌سنجی مدل، شمار ۵۰۰ تحلیل اجزای محدود به‌منظور بررسی تأثیر فراسنجه‌های مختلف، به‌ویژه نسبت ناهمسانگردی، بر نرخ جریان آب ورودی ( $q$ ) انجام شد. مقادیر متناظر  $q$  برای برخی حالت‌های منتخب با شعاع تونل  $r = 4.5$  m، به‌عنوان نمونه، در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

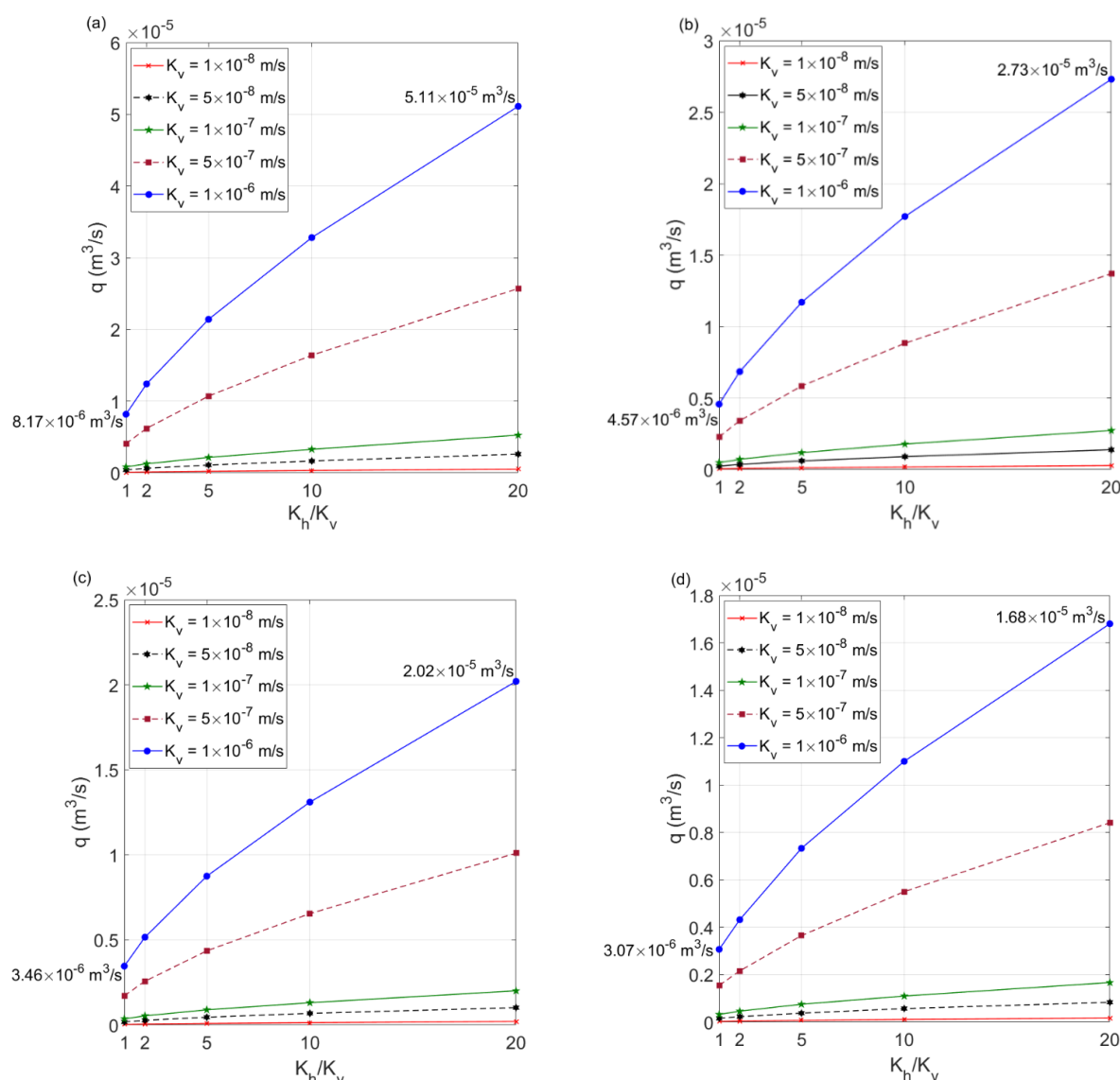
تأثیر نسبت ناهمسانگردی بر نرخ جریان آب ورودی ( $q$ ) در شکل ۴، برای  $r = 3$  m، نسبت‌های  $r/h = 0.25, 0.5$ ، منجر به کم‌برآوردی شایان نرخ جریان آب ورودی به تونل شده است.

۰.۷۵، ۱ و مقادیرهای مختلف  $K_v$  به‌وضوح نشان داده شده است. افزایش نسبت  $K_h/K_v$  موجب افزایش چشمگیر  $q$  می‌شود؛ به‌عنوان مثال، هنگامی که  $K_v = 1 \times 10^{-6}$  m/s باشد، نرخ جریان ورودی در حالت  $K_h/K_v = 20$  نزدیک به شش برابر حالت  $K_h/K_v = 1$  است.

بنابراین، نادیده گرفتن ناهمسانگردی نفوذپذیری می‌تواند منجر به کم‌برآوردی شایان نرخ جریان آب ورودی به تونل شود.

جدول ۲ نرخ ورودی آب بازای  $r = 4.5$  m،  $r/h = 0.1, 0.5, 1$  و  $K_v = 5 \times 10^{-8}$  و  $K_h/K_v = 1, 5, 10, 20$ Table 2 Water inflow rate for  $r = 4.5$  m,  $r/h = 0.1, 0.5, 1$ ,  $K_v = 5 \times 10^{-8}$  m/s, and  $K_h / K_v = 1, 5, 10, 20$ 

| r   | r/h | $K_v$ (m/s)        | $K_h/K_v$ | $q$ (m <sup>3</sup> /s) | r   | r/h | $K_v$ (m/s)        | $K_h/K_v$ | $q$ (m <sup>3</sup> /s) |
|-----|-----|--------------------|-----------|-------------------------|-----|-----|--------------------|-----------|-------------------------|
| 4.5 | 0.1 | $5 \times 10^{-8}$ | 1         | $1.68 \times 10^{-6}$   | 4.5 | 0.1 | $5 \times 10^{-8}$ | 10        | $7.68 \times 10^{-6}$   |
| 4.5 | 0.5 | $5 \times 10^{-8}$ | 1         | $3.86 \times 10^{-7}$   | 4.5 | 0.5 | $5 \times 10^{-8}$ | 10        | $1.47 \times 10^{-6}$   |
| 4.5 | 1   | $5 \times 10^{-8}$ | 1         | $2.53 \times 10^{-7}$   | 4.5 | 1   | $5 \times 10^{-8}$ | 10        | $9.36 \times 10^{-7}$   |
| 4.5 | 0.1 | $5 \times 10^{-8}$ | 5         | $4.77 \times 10^{-6}$   | 4.5 | 0.1 | $5 \times 10^{-8}$ | 20        | $1.25 \times 10^{-5}$   |
| 4.5 | 0.5 | $5 \times 10^{-8}$ | 5         | $9.90 \times 10^{-7}$   | 4.5 | 0.5 | $5 \times 10^{-8}$ | 20        | $2.27 \times 10^{-6}$   |
| 4.5 | 1   | $5 \times 10^{-8}$ | 5         | $6.30 \times 10^{-7}$   | 4.5 | 1   | $5 \times 10^{-8}$ | 20        | $1.37 \times 10^{-6}$   |



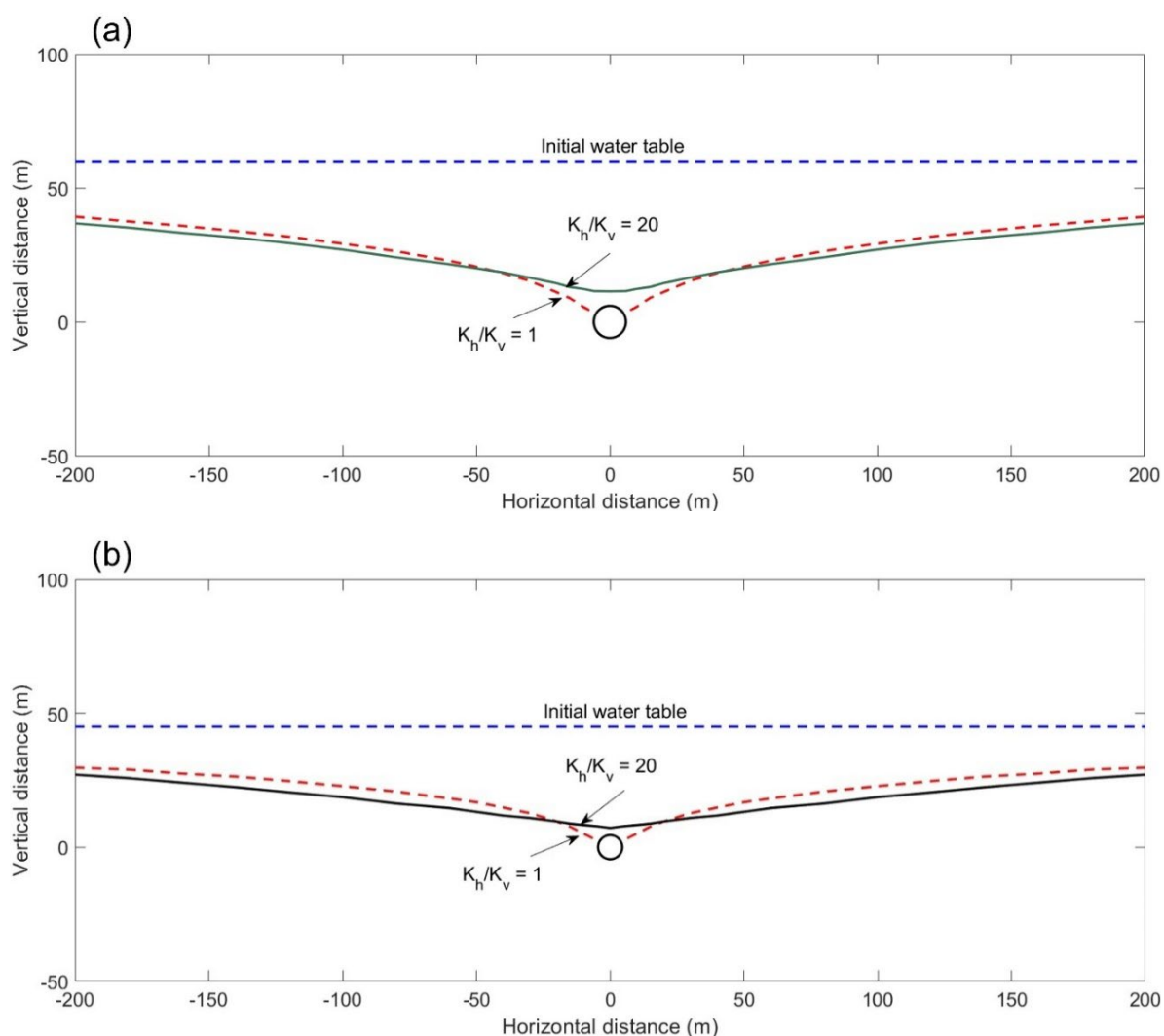
**Fig. 4** Variation of  $q$  with  $K_h/K_v$  for  $r = 3$  m, (a)  $r/h = 0.25$ , (b)  $r/h = 0.5$ , (c)  $r/h = 0.75$ , and (d)  $r/h = 1$   
 شکل ۴ تغییرپذیری  $q$  با  $K_h/K_v$  برای  $r = 3$  m و  $r/h = 0.25$  (a) و  $r/h = 0.5$  (b) و  $r/h = 0.75$  (c) و  $r/h = 1$  (d)

ناهمسانگردی، سطح ایستابی حتی ممکن است بالاتر از تاج تونل قرار گیرد.

با استفاده از مجموعه داده تولید شده توسط این مدل صحت سنجی شده، یک مدل پیش بینی برای برآورد نرخ جریان آب ورودی ( $q$ ) به عنوان تابعی از نسبت ناهمسانگردی، با استفاده از برازش حداقل مربعات غیرخطی (NLS)، توسعه داده شد. بدین منظور، رابطه تحلیلی شناخته شده ارائه شده توسط Freeze and Cherry (۱۹۷۹) (رابطه ۲) با معرفی یک تابع اصلاحی ( $y$ ) اصلاح شد که به صورت زیر بیان می شود:

$$q = q_{FC} \times y \quad (11)$$

به خوبی مشخص شده است که سطح ایستابی در مجاورت تونل دچار افت می شود (برای جزئیات بیشتر، به Su et al. ۲۰۱۷ مراجعه شود). با این حال، شیب سطح ایستابی در نزدیکی تونل نیز تحت تأثیر نسبت ناهمسانگردی قرار دارد، همان گونه که در شکل ۵ نشان داده شده است. برای مقدار ثابت  $K_v$ ، افزایش نسبت ناهمسانگردی موجب می شود سطح ایستابی در پیرامون تونل هموارتر و تدریجی تر شود. در مقابل، مقدارهای کمتر  $K_h/K_v$  منجر به افت تندتر سطح ایستابی شده و بیانگر کاهش شدیدتر فشار آب منفذی در نزدیکی مرز تونل است. شکل ۵ همچنین نشان می دهد که در بیشترین نسبت



**Fig. 5** Phreatic line for  $r/h = 0.1$ ,  $K_v = 1 \times 10^{-7}$  m/s,  $K_h / K_v = 1, 20$ , and (a)  $r = 4.5$  m, (b)  $r = 6$  m  
**شکل ۵** خط ایستایی برای  $r/h=0.1$ ,  $K_v = 1 \times 10^{-7}$  m/s،  $K_h / K_v = 1, 20$  و (a)  $r = 4.5$  m (b)  $r = 6$  m

۶ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که بخش بیشتر داده‌ها در نزدیکی خط نیمساز قرار دارند. برای ارزیابی برازش مناسب مدل پیشنهادی، چندین شاخص آماری نیز به کار گرفته شد که شامل ضریب تعیین  $(R^2)$ ، ریشه میانگین مربعات خطا  $(RMSE)$ ، ریشه میانگین مربعات خطا نرمال شده  $(NRMSE)$  و میانگین قدرمطلق درصد خطا  $(MAPE)$  هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\max(\hat{y}) - \min(\hat{y})} \quad (13)$$

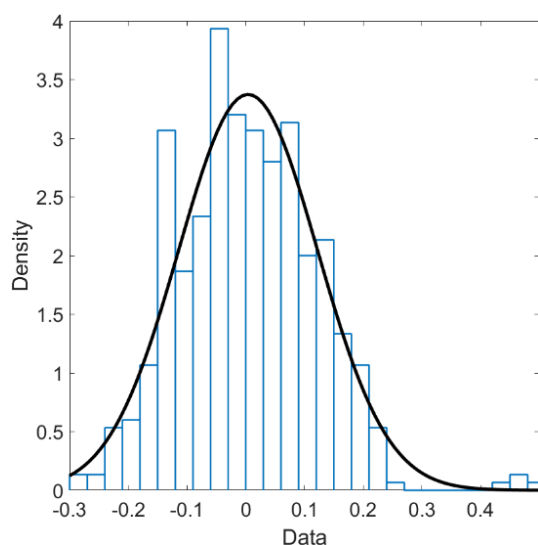
$$MAPE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{\hat{y}_i} \right| \quad (14)$$

که در آن،  $y_i$  و  $\hat{y}_i$  به ترتیب بیانگر مقدارهای مشاهده شده و پیش‌بینی شده  $y$  هستند و  $N$  تعداد کل مشاهدات است.

که در آن  $q_{FC}$  نرخ جریان ورودی بر مبنای رابطه (۲) است. به جای استفاده از نفوذپذیری همسان گرد، از میانگین هندسی نفوذپذیری افقی و عمودی یعنی  $(\sqrt{K_h K_v})$ ، به جای  $K$  استفاده می‌شود. بر پایه برخی تحلیل‌های مقدماتی مدل، برای یک رابطه توانی به صورت زیر انتخاب شد:

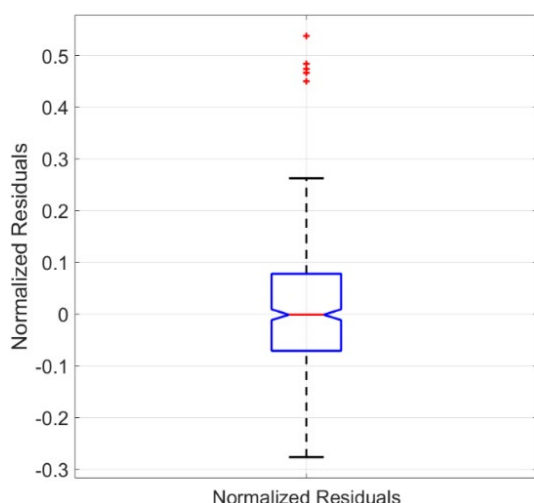
$$y = a \times \left( \frac{r}{h} \right)^b \left( \frac{K_h}{K_v} \right)^c h^d \quad (12)$$

که  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  ضریب‌های برازش هستند و  $h$  بر حسب متر است. به کارگیری رگرسیون حداقل مربعات غیرخطی (NLS) به مقدارهای  $b = -0.21654$ ،  $a = 0.076453$ ،  $c = 0.13954$  و  $d = 0.28617$  منجر شد. نمودار مقدارهای مشاهده شده در برابر مقدارهای پیش‌بینی شده  $y$  در شکل



**Fig. 7** Histogram and normal probability density function of normalized residuals

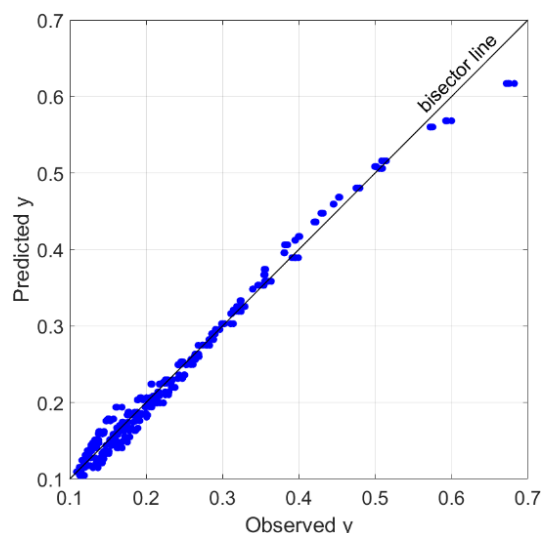
شکل ۷ نمودار ستونی و تابع چگالی احتمال نرمال باقی مانده های نرمال شده



**Fig. 8** Boxplot of normalized residuals

شکل ۸ نمودار جعبه ای باقی مانده های نرمال شده

با این حال، برای ارزیابی کمی نیکویی برازش (goodness-of-fit) مدل پیشنهادی، یک آزمون فرض بر روی باقی مانده های نرمال شده انجام شد. آزمون فرض، دو گزاره رقیب در مورد یک جامعه آماری را ارزیابی می کند: فرضیه صفر ( $H_0$ ) و فرضیه جایگزین ( $H_1$ ). یک آمار آزمون از نمونه محاسبه شده و با یک توزیع مرجع مقایسه می شود (یا مقدار  $p$  محاسبه می شود)؛ اگر مقدار  $p$  کوچکتر از سطح معنی دار (significance level) از پیش انتخاب شده  $\alpha$  (معمولاً ۰/۰۵) باشد،  $H_0$  رد می شود. جزئیات بیشتر در مورد آزمون های فرض و انواع خطاهای احتمالی در (Alfredo and Tang,



**Fig. 6** Predicted vs. observed  $y$ -values

شکل ۶ مقدارهای پیش بینی شده در برابر مقادیر مشاهده شده  $y$

ارزیابی آماری مدل پیشنهادی مقادیر  $R^2=0.986$ ،

$RMSE=0.014$ ،  $NRMSE=0.025$  و  $MAPE=5.56\%$  را

نشان داد که بیانگر دقت پیش بینی بالای مدل است.

رویکرد دیگری برای ارزیابی عملکرد مدل، تجزیه و تحلیل باقی مانده های نرمال شده است که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\text{Normalized residuals} = \frac{y - \hat{y}}{\text{std}(\hat{y})} \quad (15)$$

که در آن  $\text{std}(\hat{y})$  انحراف معیار مقدارهای پیش بینی شده است.

باقی مانده های نرمال شده در یک مدل به طور کامل بی نقص، از یک توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک پیروی می کنند. شکل ۷ نمودار ستونی و برازش توزیع نرمال متناظر برای باقی مانده های نرمال شده را نشان می دهد. نمودار جعبه ای باقی مانده های نرمال شده نیز در شکل ۸ ارائه شده است.

نمودار جعبه ای نمایشی دیداری است که ویژگی های آماری کلیدی یک مجموعه داده را نشان می دهد، از جمله میانه (که به صورت خط مرکزی نمایش داده می شود) و چارک اول و سوم (که حدود پایین و بالای جعبه را مشخص می کنند). همخوانی نسبی باقی مانده های نرمال شده با یک توزیع نرمال با میانگین صفر در هر دو شکل ۷ و ۸ مشاهده می شود.

(2007) یافت می‌شود.

در این پژوهش، از آزمون  $z$  استفاده شد، با در نظر گرفتن اینکه فرضیه صفر این است که باقی‌مانده‌های نرمال‌شده از توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک پیروی می‌کنند. مقدار  $p$  حاصل  $0.93$  بود که به طور شایانی بالاتر از سطح معنی‌داری  $\alpha = 0.05$  است، که نشان می‌دهد شواهد کافی برای رد فرضیه صفر وجود ندارد.

## ۵- نتیجه‌گیری

ناهمسانگردی نفوذپذیری از ویژگی‌های رایج خاک‌های طبیعی است که بیشتر ناشی از تاریخچه رسوب آن‌هاست. با این حال، تأثیر آن بر جریان ورودی آب زیرزمینی به تونل‌ها به اندازه کافی بررسی نشده است. این پژوهش با انجام ۵۰۰ تحلیل اجزای محدود، این خلأ را بررسی و اثر ناهمسانگردی نفوذپذیری را با در نظر گرفتن نسبت‌های ناهمسانگردی ( $K_h/K_v$ ) در بازه ۱ تا ۲۰، همراه با دامنه گسترده‌ای از شعاع تونل و شرایط بار هیدرولیکی ارزیابی کرده است. نتایج نشان می‌دهند که نسبت ناهمسانگردی تأثیر شایانی بر نرخ جریان ورودی دارد؛ به‌طوری‌که با افزایش  $K_h/K_v$ ، نرخ جریان ورودی نیز افزایش می‌یابد. در برخی موارد، نرخ جریان ورودی برای  $K_h/K_v = 20$  بیش از شش برابر مقدار آن برای  $K_h/K_v = 1$  بوده است. همچنین مشخص شد که نسبت ناهمسانگردی بر وضعیت قرارگیری خط ایستایی نیز اثرگذار است. نسبت‌های بالاتر ناهمسانگردی، جریان افقی بارزتری را تقویت می‌کنند که در نتیجه، افت سطح آب زیرزمینی در نزدیکی تونل ملایم‌تر می‌شود. در مقابل، نسبت‌های پایین‌تر ناهمسانگردی باعث کاهش تندتر سطح ایستایی در مجاورت تونل می‌شوند.

در ادامه، از برازش حداقل مربعات غیرخطی برای توسعه یک مدل پیش‌بینی‌کننده نرخ جریان ورودی آب در محیط‌های ناهمسانگرد استفاده شد. عملکرد مدل پیشنهادی با بهره‌گیری از چندین شاخص آماری شامل  $R^2$ ،  $NRMSE$  و  $MAPE$  و همچنین با تجزیه و تحلیل باقی‌مانده‌های نرمال‌شده ارزیابی شد. نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده سطح بالای دقت مدل بودند؛ به‌طوری‌که مقدارهای  $R^2=0.986$  و  $NRMSE=0.025$  و همچنین مقدار

$MAPE=5.56\%$  به دست آمد. افزون بر این، هم بررسی چشمی و هم آزمون  $z$  تأیید کردند که باقی‌مانده‌های نرمال‌شده از توزیع نرمال با میانگین صفر پیروی می‌کنند.

## ۶- فهرست نشانه‌ها

|       |                                                   |
|-------|---------------------------------------------------|
| q     | نرخ جریان آب ورودی در واحد طول تونل ( $m^3/s/m$ ) |
| r     | شعاع تونل (m)                                     |
| h     | فاصله قائم بین مرکز تونل تا سطح آب زیرزمینی (m)   |
| $K_h$ | ضریب نفوذپذیری افقی ( $m/s$ )                     |
| $K_v$ | ضریب نفوذپذیری قائم ( $m/s$ )                     |
| z     | فاصله قائم بین مرکز تونل تا سطح زمین (m)          |
| S     | درجه اشباع                                        |
| n     | تخلخل                                             |
| v     | سرعت سیال ( $m/s$ )                               |
| $h_s$ | هد هیدرولیکی کل (m)                               |
| $K_r$ | ضریب نفوذپذیری نسبی ( $m/s$ )                     |

## تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ گونه تضاد منافع در خصوص نگارش و انتشار مطالب و نتایج این پژوهش ندارند.

## منابع مالی

نویسنده (نویسندگان) هیچ گونه حمایت مالی برای تحقیق، تالیف و انتشار این مقاله دریافت نکردند.

## دسترسی به داده‌ها

همه اطلاعات و نتایج در متن مقاله ارائه شده است. مجموعه داده‌های تولید شده و یا تحلیل شده در طول مطالعه حاضر، در صورت درخواست معقول، از نویسنده مسئول در دسترس هستند.

## مشارکت نویسندگان

**نویسنده اول:** مفهوم‌پردازی، نظارت، نگارش پیش‌نویس اولیه.

**نویسنده دوم:** تحلیل، بازبینی نسخه نهایی.

**نویسنده سوم:** مفهوم‌پردازی، نظارت، بازبینی نسخه

viles, au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tôle et de bitumen, Vol. 2, Victor Dalmont, éditeur.

El Tani, M. (1999). Water inflow into tunnels. Proceedings of the world tunnel congress '99, ITA-AITES, Oslo, Norway.

El Tani, M. (2003). Circular tunnel in a semi-infinite aquifer. *Tunnelling and underground space technology*, 18(1), 49-55.

El Tani, M. (2010). Helmholtz evolution of a semi-infinite aquifer drained by a circular tunnel. *Tunnelling and underground space technology*, 25(1), 54-62.

Farhadian, H. & Bahmani Shahraki, F. (2024). Enhancing analytical methods for estimating water inflow to tunnels in the presence of discontinuity areas. *Environmental Earth Sciences*, 83(10), 339, <https://doi.org/10.1007/s12665-024-11651-w>.

Farhadian, H. & Gholami, Z. (2024). Hydraulic Response to Geometry: Finite Element Modeling of Underground Spaces in Saturated Environments. *Journal of Hydraulic Structures*, 10(1), 66-79.

Farhadian, H. & Katibeh, H. (2017). New empirical model to evaluate groundwater flow into circular tunnel using multiple regression analysis. *International Journal of Mining Science and Technology*, 27(3), 415-421.

Freeze, R.A. & Witherspoon, P.A. (1966). Theoretical analysis of regional groundwater flow: 1. Analytical and numerical solutions to the mathematical model. *Water Resources Research*, 2(4), 641-656.

Goodman, R.E., Moye, D.G., Van Schalkwyk, A. & Javandel, I. (1964). Ground water inflows during tunnel driving. College of Engineering, University of California.

Hassani, A.N., Farhadian, H. & Katibeh, H. (2018). A comparative study on evaluation of steady-state groundwater inflow into a circular shallow tunnel. *Tunnelling and underground space technology*, 73, 15-25.

Heuer, R.E. (1995). Estimating rock tunnel water inflow. Proceedings of the rapid excavation and tunneling conference, Society for Mining, Metallurgy & Exploration.

Jing, L. (2003). A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(3), 283-353.

نهایی.

نویسنده چهارم: مفهوم پردازی، نظارت، بازبینی نسخه

نهایی.

## ۷- منابع ها

Aalianvari, A., Maleki Tehrani, M. & Soltanimohammadi, S. (2013). Application of geostatistical methods to estimation of water flow from upper reservoir of Azad pumped storage power plant. *Arabian Journal of Geosciences*, 6(7), 2571-2579.

Abbo, A.J., Wilson, D.W., Sloan, S.W. & Lyamin, A. V. (2013). Undrained stability of wide rectangular tunnels. *Computers and Geotechnics*, 53, 46-59.

Akbari, G., Sarkardeh, H., Lotfi, I. & Sadri Firouza-badi, E. (2025). Analysis of hydrodynamic forces over steep slope flip bucket embankment (case study: Jareh dam). *Journal of Hydraulics*, 20(2), 53-64. (In Persian).

Alfredo, H. & Tang, W.H. (2007). Probability concepts in engineering. *Planning*, 1(4), 1-3.

Aryafar, A., Doulati Ardejani, F., & Singh, R. (2009). Numerical modeling of groundwater inflow from a confined aquifer into Sangan open pit mine, northeast Iran. *Geomechanics and Geoengineering: An International Journal*, 4(3), 189-199.

Barwell, V. & Lee, D.R. (1981). Determination of horizontal-to-vertical hydraulic conductivity ratios from seepage measurements on lake beds. *Water Resources Research*, 17(3), 565-570.

Butscher, C. (2012). Steady-state groundwater inflow into a circular tunnel. *Tunnelling and underground space technology*, 32, 158-167.

Chegnizadeh, A., Bahmani, M.J. & Rabieifar, H. (2022). Modeling simultaneous effects of water hammer and cavitation impact on pipe. *Journal of Hydraulics*, 17(2), 1-19. (In Persian)

Chen, Q., Liang, L., Zou, B., Xu, C., Kong, B. & Ma, J. (2022). Analytical solutions of steady a seepage field for deep-buried tunnel with grouting ring considering anisotropic flow. *Journal of Marine Science and Engineering*, 10(12), 1861, <https://doi.org/10.3390/jmse10121861>.

Darcy, H. (1856). Les fontaines publiques de la ville de Dijon: Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau: Ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs

- Water*, 14(19), 3154, <https://doi.org/10.3390/w14193154>.
- Park, K.-H., Owatsiriwong, A. & Lee, J.-G. (2008). Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a drained circular tunnel in a semi-infinite aquifer: A revisit. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(2), 206-209.
- Shafiee, A.H., Neamani, A.R., Eskandarinejad, A., Hosseini, R. & Gholami, A. (2025). Undrained stability of wide rectangular subsea tunnels using finite element limit analysis and multivariate adaptive regression splines. *Earth Science Informatics*, 18(1), 60, <https://doi.org/10.1007/s12145-024-01584-0>.
- Shafiee, A.H., Oulapour, M. & Abdolkadhim, M.A. A. (2024). Stability of subsea circular tunnels using finite element limit analysis and adaptive neuro-fuzzy inference system. *Earth Science Informatics*, 17(3), 2417-2427.
- Sloan, S. & Assadi, A. (1992). Stability of shallow tunnels in soft ground. In: Predictive soil mechanics: Proceedings of the Wroth Memorial Symposium held at St Catherine's College, Oxford, Thomas Telford Publishing, 644-663
- Soleimani, E., Zayeri, M.R., Kashefipour, S.M. & Daryaei, M. (2026). Numerical modeling of flow patterns in ogee spillways with culverts under free flow conditions. *Journal of Hydraulics*, 21(1), 39-56. (In Persian)
- Su, K., Zhou, Y., Wu, H., Shi, C. & Zhou, L. (2017). An analytical method for groundwater inflow into a drained circular tunnel. *Groundwater*, 55(5), 712-721.
- Tang, Y., Chan, D.H. & Zhu, D.Z. (2018). Analytical solution for steady-state groundwater inflow into a circular tunnel in anisotropic soils. *Journal of Engineering Mechanics*, 144(9), 06018003, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001502](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001502).
- Tseng, D.-J., Tsai, B.-R. & Chang, L.-C. (2001). A case study on ground treatment for a rock tunnel with high groundwater ingress in Taiwan. *Tunnelling and underground space technology*, 16(3), 175-183.
- Weeks, E.P. (1969). Determining the ratio of horizontal to vertical permeability by aquifer-test analysis. *Water Resources Research*, 5(1), 196-214.
- Xia, Q. (2016). Dynamic Simulation of Groundwater Inflows during Tunnel Excavation. Geological Society of America Abstracts.
- Yu, Y. & Jin, B. (2025). Research on Seepage Field and Stress Field of Deep-Buried Subsea Tunnel with
- Katibeh, H. & Aalianvari, A. (2009). Development of a new method for tunnel site rating from groundwater hazard point of view. *Journal of applied sciences*, 9(8), 1496-1502.
- Kolymbas, D. (2005). Tunnelling and tunnel mechanics: A rational approach to tunnelling, Springer.
- Kolymbas, D. & Wagner, P. (2007). Groundwater ingress to tunnels—the exact analytical solution. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 22(1), 23-27.
- Krabbenhoft, K., Lyamin, A. & Krabbenhoft, J. (2015). Optum computational engineering (OptumG2). Computer software.
- Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of applied mathematics*, 2(2), 164-168.
- Li, P., Wang, F., Long, Y. & Zhao, X. (2018). Investigation of steady water inflow into a subsea grouted tunnel. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 80, 92-102.
- Marquardt, D.W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.
- McFeat-Smith, I., MacKean, R. & Waldmo, O. (1998). Water inflows in bored rock tunnels in Hong Kong: prediction, construction issues and control measures. ICE conference on urban ground engineering, Hong Kong.
- Moon, J. & Fernandez, G. (2010). Effect of excavation-induced groundwater level drawdown on tunnel inflow in a jointed rock mass. *Engineering Geology*, 110(3-4), 33-42.
- Neuman, S.P. (1975). Analysis of pumping test data from anisotropic unconfined aquifers considering delayed gravity response. *Water Resources Research*, 11(2), 329-342.
- Nikvar Hassani, A., Katibeh, H. & Farhadian, H. (2016). Numerical analysis of steady-state groundwater inflow into Tabriz line 2 metro tunnel, northwestern Iran, with special consideration of model dimensions. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 75(4), 1617-1627.
- Nocedal, J. & Wright, S.J. (2006). Numerical optimization, Springer.
- Pan, Y.-H., Qi, J.-R., Zhang, J.-F., Peng, Y.-X., Chen, C., Ma, H.-N. & Ye, C. (2022). A comparative study on steady-state water inflow into a circular underwater tunnel with an excavation damage zone.

A new tunnel inflow classification (TIC) system through sedimentary rock masses. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 34, 1-12.

Anisotropic Permeability of the Surrounding Rock. *Journal of Marine Science and Engineering*, 13(5), 825, <https://doi.org/10.3390/jmse13050825>.

Zarei, H., Uromeihy, A. & Sharifzadeh, M. (2013).



© 2026 The Author(s). Published by Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.

This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons

Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.