

# Evaluation of LRR Model in Numerical Simulation of Wall-Jet with Circular Nozzle

Mehdi Azizipour<sup>1\*</sup>, Babak Khorsandi<sup>2</sup>, Meysam Bali<sup>3</sup>

1- M.Sc. Student, Department of water and Environment Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

2- Associate Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

3- Assistant Professor, Department of Maritime Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran.

\* [mehdi.azizi@aut.ac.ir](mailto:mehdi.azizi@aut.ac.ir)

Received: 24 May 2025

Accepted: 27 July 2025

Discussion: 21 March 2026



J. Hydraul.

Iranian Hydraulic Association

Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

## Abstract

**Introduction:** Three-dimensional wall-jets have received attention due to their wide range of applications, such as film cooling or effluent discharges into hydrosphere. One of the main characteristics of this type of jet is high lateral to vertical spread ratio.

Viets and Sforza (1966) showed that the potential core will be dissipated as streamwise distance increases. Sforza and Herbst (1970) found that at far enough distances, the expansion rate and velocity decay are independent of nozzle geometry. Rajaratnam and Pani (1974) showed that nozzle caused no major influence on jet behavior at far regions, whereas Davis and Winarto (1980) found that nozzle-to-wall distance affects the rate of velocity decay and the rate of velocity development in lateral plan. Launder and Rodi (1983) results showed stream-wise vortices are the primary contributors to secondary flows. Later, Eriksson et al. (1998) and Padmanabham and Lakshmana Gowda (1991), investigated the influence of presence of confining walls. Moreover, Agelin-Chaab and Tachie (2011) demonstrated the independency of expansion rate and decay rate of velocity from the Reynolds number. In this research, the application of the LRR turbulence model has been studied. By calculating the velocity field, results were compared with experimental data, such as maximum velocity decay, velocity profiles and spread rates.

**Methodology:** The governing equations for a three-dimensional wall-jet consist of the conservation of mass and momentum equations, as presented in Equations (1) and (2). The Launder–Reece–Rodi (LRR) turbulence model was employed in this study to address a research gap in the literature. Unlike two-equation models such as  $k-\epsilon$ , this turbulence model is not based on the Boussinesq hypothesis. The numerical simulations were conducted using OpenFOAM, an open-source software, with appropriate boundary conditions and numerical algorithms, which are briefly discussed in Sections 2.2 and 2.3, respectively. Furthermore, additional details regarding the simulation configuration in OpenFOAM, including the discretization methods for different parameters, are also provided. It should be noted that a schematic representation of the computational domain is depicted in Figure 1.

**Results and Discussion:** In this research, the assessment of the LRR turbulence model in simulating a

three-dimensional wall jet is discussed in Section 3. The jet discharges fluid from a circular nozzle into a rectangular domain with a quiescent ambience. Earlier studies have demonstrated that the presence of an impermeable wall near the nozzle exit affects the flow structure, causing it to develop asymmetrically which is shown in Figure 4.

To evaluate the accuracy of the LRR turbulence model in predicting the characteristics of the jet, some important parameters that were computed numerically, compared with experimental data. These parameters are the decay rate of maximum velocity along the nozzle axis, the velocity distribution profiles in both vertical and lateral directions, and the half-width variations in the horizontal and vertical planes, which show how much velocity spreads. As depicted in Figure 3, the maximum velocity decay rate, which can be approximated by Equation (3), was found to be higher than the values reported in the literature. However, despite this discrepancy, the general trend remains consistent with experimental data.

Figures 5 and 6, exhibit a strong correlation between the vertical and horizontal velocity profiles with measured data, indicating that the numerical model provides sufficient accuracy in prediction of velocity field. To further analyze the spreading characteristics of the velocity field, the vertical and horizontal half-widths were plotted against the stream-wise distance from the nozzle exit. The results showed that the vertical spread rate agreed with the range of experimental data only for  $x/d > 20$ , whereas the lateral velocity spread, particularly in the range  $10 < x/d < 40$ , demonstrates excellent agreement with experimental measurements data.

Overall, these findings confirm that the LRR turbulence model is a reliable model for predicting the flow behavior of three-dimensional wall jets discharged from a circular nozzle in a quiescent ambient.

**Conclusion:** In the present research, a three-dimensional wall-jet was simulated numerically. The LRR turbulence model was employed to evaluate its performance in predicting the velocity flow field numerical results compared to experimental data. Results indicated rate of velocity decay was higher than the experimental measurements but qualitatively acceptable. The lateral and vertical velocity profiles were computed with high accuracy. Moreover, the lateral spreading rate, which is one of the most important parameters in studying three-dimensional wall jets, was predicted well within the range of previous studies.

**Keywords:** Wall-Jet, Turbulence, Numerical Simulation, Circular Jet.

**Conflict of Interest:** The authors declared no potential conflicts of interest concerning the research, authorship, and publication of this article.

**Funding:** The authors received no financial support for the research, authorship, and publication of this article.

**Data Availability Statements:** All information and results are presented in the text of the article. The datasets generated and/or analysed during the current study are available from the corresponding author on reasonable request.

**Authors' contribution:**

**First Author:** Modeling, data analysis, and drafting the initial manuscript.

**Second Author:** Review of results, supervision, revision, and preparation of the final manuscript.

**Third Author:** Review of results, supervision, revision, and preparation of the final manuscript.

# ارزیابی مدل LRR در شبیه‌سازی عددی جت دیواره با مقطع دایروی

مهدی عزیزی پور<sup>۱\*</sup>، بابک خورسندی<sup>۲</sup>، میثم بالی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

۳- استادیار، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

\* mehdi.azizi@aut.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۴/۰۳/۰۳، پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۰۵، نقد و بررسی: ۱۴۰۵/۰۱/۰۱ و وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

**چکیده:** جت‌های دیواره آشفته دایروی به دلیل کاربردهای گسترده‌ای که در پدیده‌های مهندسی دارند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از مدل‌های آشفته‌گی که کم‌تر مورد توجه پژوهشگران علاقه‌مند به این دسته از جت‌های آشفته قرار گرفته، مدل آشفته‌گی LRR<sup>۱</sup> است که دقت بالاتری نسبت به دیگر مدل‌های آشفته‌گی در محاسبه میدان جریان‌های ثانویه و چرخشی دارد. با این وجود، به دلیل دشواری در رسیدن به راه حل پایدار و حساسیت بالا به شرایط مرزی و شبکه بندی، توجه کم‌تری به خود جلب کرده است. در مطالعه حاضر با استفاده از مدل آشفته‌گی LRR، مدل‌سازی عددی میدان جریان در اطراف جت دیواره آشفته دایروی به صورت سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است و نرخ تغییرات سرعت حداکثر، پروفیل‌های قائم و عرضی و نرخ توسعه جت در ناحیه خود متشابه یا کاملاً توسعه یافته در هر دو راستا مطالعه شد. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که مدل LRR در مقایسه با نتایج آزمایشات تجربی در پیش‌بینی ساختار جریان در اطراف جت دیواره دقت قابل قبولی دارد.

**کلیدواژگان:** جت دیواره، آشفته‌گی، مدل‌سازی عددی، جت دایروی.

## ۱- مقدمه

همچنین در توسعه مؤلفه‌های ثانویه جریان و توزیع تنش‌های برشی نیز نقش بسزایی دارد. جت‌های دیواره‌ای سه‌بعدی به واسطه کاربردهای گسترده آن‌ها در حوزه‌های مختلف مورد توجه قرار می‌گیرند. از جمله این کاربردها می‌توان به سرمایه‌گذاری فیلمی در توربین‌های گازی، که نقش کلیدی در افزایش بازده و کاهش تخریب گرمایی پره‌ها دارد، اشاره کرد. همچنین، تخلیه پساب‌های صنعتی و شهری به آب‌های کم‌عمق از طریق خروجی‌های نزدیک به بستر، که تأثیر مستقیمی بر فرآیندهای اختلاط و انتشار آلاینده‌ها دارد، از دیگر موارد مهم در این زمینه است. افزون بر موارد بالا، خشک‌کن‌های صنعتی و سامانه‌های تهویه مطبوع نیز از جمله حوزه‌هایی هستند که به‌طور گسترده از ویژگی‌های

جت‌های دیواره آشفته دایره‌ای به دلیل پیچیدگی‌های ذاتی در جریان و طیف گسترده کاربردهای صنعتی و مهندسی، همواره مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند. برخلاف جت‌های آزاد که در نبود بازدارنده‌های بیرونی به‌صورت متقارن گسترش می‌یابند، جت‌های دیواره آشفته تحت تأثیر حضور یک دیواره نفوذناپذیر، دستخوش تغییرپذیری‌هایی مهم و موثر در ساختار جریان خود می‌شوند. این تغییرپذیری‌ها ناشی از شرایط مرزی بدون لغزش در دیواره است که باعث کاهش سرعت در نزدیکی سطح و ایجاد گرادیان‌های شدید سرعت در ناحیه برشی می‌شود. این پدیده منجر به نامتقارن شدن میدان جریان می‌شود.

1. Launder-Recce-Rodi

خاص این جریان‌ها بهره می‌برند.

یکی از ویژگی‌های بارز این نوع جریان، گسترش عرضی شدید در مقایسه با جت‌های آزاد است که به دلیل برهمکنش‌های پیچیده بین لایه‌های برشی آزاد و لایه‌های برشی نزدیک به دیواره رخ می‌دهد. با توجه به اهمیت این پدیده در صنعت و محیط زیست، بررسی دقیق و عمیق‌تر جت‌های دیواره‌ای سه‌بعدی مستلزم بررسی‌های تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی پیشرفته است. رویکردهای آزمایشگاهی با استفاده از روش‌هایی مانند PIV<sup>۱</sup> و طیف‌سنجی داپلر، امکان مطالعه جزئیات ساختار جریان را فراهم می‌کنند؛ از سوی دیگر، روش‌های عددی مانند دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۲</sup> امکان تحلیل جریان در شرایط متنوع و در مقیاس‌های مختلف با هزینه کمتر را فراهم می‌سازند. در این میان، مدل LRR به‌عنوان یکی از مدل‌های RSM (Reynolds Stress Model)، با مدل‌سازی صریح کرنش فشاری و حل مؤلفه‌های تانسور تنش، می‌تواند اثرگذاری‌های غیرایزوتروپی و چرخش را بهتر از مدل‌های دومعادله‌ای مبتنی بر فرض بوزینسک بازسازی کند. (Jones, 2004)

### تاریخچه پژوهش

جریان جت دیواره آشفته را می‌توان به سه ناحیه اصلی تقسیم کرد، هسته توان بالقوه یا پتانسیل (potential core) که در نزدیکی نازل قرار دارد و در آن سرعت مرکزی تا حدودی ثابت و برابر با سرعت خروجی است؛ ناحیه گذار (transition region) که پس از ناپدید شدن هسته پتانسیل آغاز می‌شود و ویژگی‌های جریان به تدریج تغییر می‌کند؛ ناحیه خودمتشابه (Self-Similar Region) که در آن نیمرخ‌های سرعت و فراسنجه (پارامتر) آشفته با بی‌بعدسازی مناسب، در طول جریان به شکل ثابتی درمی‌آیند. تعیین موقعیت این ناحیه‌ها برای تحلیل دقیق رفتار آشفته جریان ضروری است و به تفسیر داده‌های عددی، به‌ویژه در ارزیابی عملکرد مدل آشفتگی، کمک می‌کند.

تحقیقات پیرامون جت‌های دیواری سه‌بعدی در طول

سال‌ها پیشرفت قابل توجهی داشته است. بررسی‌های اولیه ویِتس و اسفورزا (Viets & Sforza, 1966) بر روی مرز هر یک از ناحیه‌های جریان جت دیواره نشان داد که هسته پتانسیل جت با افزایش فاصله در راستای جریان از بین می‌رود و گسترش جریان در ناحیه گذرا آغاز می‌شود. اسفورزا و هربس (Sforza & Herbst, 1970) با بررسی‌های تجربی خود بر روی جت دیواره آشفته و بررسی عامل‌های موثر در پخش عرضی سرعت دریافتند که در فاصله‌های دورتر، هندسه نازل تأثیری بر نرخ گسترش و کاهش سرعت ندارد. در پژوهشی دیگر نیومن و همکاران (Newman et al., 1972) ویژگی‌های ناهمسانگردی گسترش جت را بررسی کرده‌اند.

پژوهش‌های بعدی به بررسی اثر هندسه خروجی نازل پرداختند. راجاراتنام و پانی (Rajaratnam & Pani, 1974) نشان دادند که شکل نازل بر رفتار جت در فاصله‌های دور مانند نرخ پخش عرضی و قائم و پروفیل‌های افقی و قائم اثر قابل توجهی ندارد، اما دیویس و وینارتو (Davis & Winarto, 1980) دریافتند که فاصله نازل از دیوار بر نرخ کاهش سرعت و توسعه عرضی جت تأثیرگذار است. لاوندِر و رودی (Lauder & Rodi, 1983) نیز مرور جامعی از پژوهش‌های تجربی تا سال ۱۹۸۳ ارائه دادند و در بررسی عامل اصلی ایجاد توسعه عرضی شدید را گردابه‌های در جهت جریان را عامل اصلی جریان‌های ثانویه معرفی کردند. دیگر محققان مانند اریکسون و همکاران (Eriksson et al., 1998) و پادمانابهام و گودا (Padmanabham & Lakshmana Gowda, 1991)، به تأثیر دیوارهای پشتی و هندسه نازل بر نرخ توسعه جت‌های دیواره پرداختند. آگلین-چاب و تاچی (Agelin-Chaab & Tachie, 2011) با استفاده از تصویربرداری PIV نشان دادند که نرخ توسعه و کاهش سرعت در ناحیه دور از نازل، مستقل از عدد رینولدز بوده است.

پیشرفت در مدل‌های عددی نیز به درک بهتر این پدیده کمک کرده است. کرافت و لاوندِر (Craft & Launder, 2001) با استفاده از مدل‌سازی عددی دریافتند که

از همه قابلیت‌های آن پشتیبانی می‌کند. به دلیل قدرت بالای این نرم‌افزار در مدل‌سازی عددی امروزه به طور گسترده در مسئله‌های مختلف استفاده می‌شود.

## ۱-۲- معادله‌های حاکم

در میدان جت آشفته دیواره تراکم ناپذیر معادله‌های حاکم شامل معادله‌های ۱ و ۲ است که به ترتیب معادله‌های پایستگی جرم<sup>۹</sup> و تکانه<sup>۱۰</sup> می‌باشد.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u_i' u_j'}) + \frac{\partial}{\partial k} (\overline{\rho u_k u_i' u_j'}) = -\frac{\partial}{\partial k} \left[ \overline{\rho u_i' u_j' u_k'} + \overline{p' (\delta_{kj} u_i' + \delta_{ik} u_j')} \right] \quad (3)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial k} \left[ \frac{\mu \theta}{\partial k (\overline{u_i' u_j'})} \right] - \rho \left( \overline{u_i' u_j'} \right) \left( \frac{\partial u_j}{\partial k} \right) + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial u_i}{\partial k} + p' \left( \frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) - 2\mu \left( \frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial k \partial k} \right) - 2\rho \Omega \left( \overline{u_j' u_m' \epsilon_{ikm}} + \overline{u_i' u_m' \epsilon_{jkm}} \right)$$

در معادلات بالا،  $\nu$ ، لزجت جنبشی (سینماتیکی) سیال،  $p$  نشان دهنده فراسنجه (پارامتر) فشار و  $u_i$  سرعت در راستای  $x$  و  $y$  و  $z$  چگالی سیال،  $u_i' u_j'$  مولفه‌های تانسور تنش رینولدز، اندیس بالای هر یک از فراسنجه (پارامتر)ها نشان دهنده نوسان‌های آن پارامتر،  $\delta_{kj}$  نماد دلتای کرونگر،  $\mu$  لزجت پویایی (ویسکوزیته دینامیکی) سیال،  $\Omega$  نماد چرخش<sup>۱۱</sup> و  $\epsilon_{jkm}$  نماد لوی-چیویتا است. در معادله سوم، مشتق زمانی و مکانی تنش‌های رینولدزی برابر خواهد بود

گردابه‌های طولی<sup>۱</sup> عامل گسترش عرضی هستند. همچنین، نقوی و همکاران (Naqavi et al., 2017, 2018) با استفاده از شبیه‌سازی عددی مستقیم<sup>۲</sup> جریان و انتقال گرما جت‌های صفحه‌ای را بررسی کردند. در همین راستا، دژوان و لشرینر (Dejoan & Leschziner, 2005) از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ<sup>۳</sup> برای بررسی رفتار پویایی (دینامیکی) جت‌های دیواری استفاده کردند و ویژگی‌های پیچیده جریان را آشکار ساختند.

مدل آشفتگی تنش رینولدز<sup>۴</sup> LRR، دقت بالایی در مدل‌سازی آشفتگی و میدان جریان‌های ثانویه و چرخشی داشته و جزو به‌روزترین مدل‌های آشفتگی است که امروزه در نرم‌افزارهای تجاری مختلف و همچنین نرم افزار اوپن فوم استفاده می‌شود، تاکنون در شبیه‌سازی جت‌های دیواری آشفته استفاده نشده است. در این پژوهش پس از تشریح جزئیات مدل‌سازی عددی به بررسی نتایج این مدل در پیش‌بینی ویژگی‌های پویایی و دینامیکی جت دیواره آشفته با مقطع دایره‌ای در ناحیه به کلی توسعه یافته پرداخته خواهد شد.

پایه و مبنای مدل‌های تنش رینولدز با مدل‌های دو معادله‌ای مانند  $k-\epsilon$  که بر روی فرضیه بوزینسک<sup>۵</sup> بنا شده متفاوت است. این مدل‌ها دستگاه معادلات رنس<sup>۶</sup> را با حل معادله‌های جابه‌جایی تنش‌های رینولدز و یک معادله برای نرخ هدرروی، می‌بندند؛ به بیان دیگر، شش معادله برای تنش‌های رینولدز و یک معادله برای نرخ هدرروی.

مقایسه نتایج مدل‌های آشفتگی مختلف توسط پژوهشگران مختلف نشان داده، مدل تنش‌های رینولدز، دقت بالاتری در پیش‌بینی جریان‌های پیچیده تر مانند جریان‌های چرخشی، دورانی و جریان‌های ثانویه القایی از تنش<sup>۷</sup> دارد.

## ۲- مدل‌سازی عددی

مدل عددی در نرم‌افزار OpenFOAM<sup>۸</sup> صورت گرفته که یک نرم‌افزار متن باز شی‌گرا که با زبان C++ نوشته شده است و

7. Stressed-induced secondary flows  
8. OPEN Field Operation And Manipulation  
9. Conservation of mass (Continuity Equation)  
10. Conservation of momentum (Navier-Stokes Equation)  
11. Vorticity

1. Stream-wise Vorticity  
2. Direct Numerical Simulation  
3. Large Eddy Simulation  
4. Reynolds Stress Models (RSMs)  
5. Boussinesq Hypothesis  
6. RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes)

پشتی، شرط عدم لغزش در نظر گرفته شده و در وجه فوقانی، به دلیل عدم در نظر گرفتن برهمکنش (Interaction) آب و هوا در این بررسی، شرط گرادیان صفر اعمال شده است. در قسمت بالای دامنه، تنش برشی ناچیز فرض شده، زیرا این وجه، فاصله کافی از محدوده مورد نظر داشته و تاثیر زیادی بر میدان جریان نخواهد داشت. بر روی دیواره‌ها از تابع‌های دیواره استاندارد<sup>۷</sup> استفاده شده است. در وجه فوقانی محیط، فشار کل برابر با صفر اعمال شده، در حالی که برای دیگر مرزها شرط گرادیان صفر برای فشار لحاظ شده است. همچنین، توزیع فشار هیدرواستاتیک به عنوان مقدار اولیه میدان فشار تنظیم شده و معیار همگرایی برای پارامتر فشار برابر با  $10^{-4}$  و برای دیگر فراسنجه‌ها (پارامترها)  $10^{-6}$  در نظر گرفته شده است.

لازم به ذکر است به جهت کاهش هزینه محاسبه‌ای و مقارن بودن میدان جریان، محاسبه‌ها برای نیمی از مدل با ۵۱۳ هزار مش انجام شده است، برای ایجاد درک بهتر، نمونه مدل‌سازی جت دیواره در شکل ۲ ارائه شده است. مش بندی به گونه‌ای صورت گرفته که نخستین اندازه مش بیرون از ناحیه buffer-layer، و در ناحیه Log-law قرار بگیرد. به همین خاطر ابعاد نخستین مش در فاصله  $y^+ > 30$  تنظیم شده است.

در مدل‌سازی انجام شده برای اطمینان از کافی بودن شمار مش‌ها، مدل‌سازی با شمار ۱ میلیون مش دوباره صورت گرفت و نتایج ارائه شده در شکل ۳ و ۴ ارائه شد. مقایسه توزیع قائم و عرضی سرعت با دو شبکه بندی متفاوت نشان داد در نیمرخ قائم سرعت تغییر چشمگیری حاصل نشده همچنین در نیمرخ عرضی تنها در فاصله  $y/y_m/2 > 1$  تغییراتی مشاهده می‌شود. باتوجه به هزینه محاسبه‌ای و دقت کافی شبکه‌بندی درشت‌تر، این پیکربندی برای مدل‌سازی انتخاب و نتایج بر مبنای آن ارائه شده است.

با جمع ترم انتشار آشفتگی<sup>۱</sup>، انتشار مولکولی<sup>۲</sup>، تولید تنش<sup>۳</sup>، کرنش فشار<sup>۴</sup>، استهلاک<sup>۵</sup> و تولید ناشی از چرخش<sup>۶</sup>.

## ۲-۲- هندسه و شرایط مرزی

در این بخش هندسه و شرایط مرزی مدل عددی به همراه نمای کلی مدل مطابق شکل ۱ ارائه شده است. محیط جریان شامل یک لوله به قطر ۵/۵ میلی‌متر و طولی برابر با ۱۵ برابر قطر نازل است که جریان سیال را به درون یک محفظه مستطیلی هدایت می‌کند. طول، عرض و ارتفاع بی‌بعد شده با قطر نازل برای این محفظه به ترتیب برابر با ۹۰، ۱۸۰ و ۳۶ در نظر گرفته شده است. فاصله مرکز نازل از دیواره کف، ۳/۴۵ میلی‌متر بوده که با هدف کاهش هزینه محاسبه‌ای، و وجود تقارن در میدان جریان، شبیه‌سازی تنها برای نیمی از محیط انجام شده است.

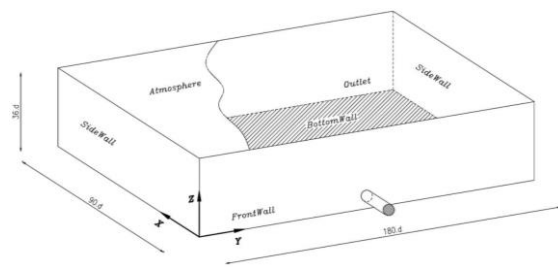


Fig. 1 Schematic view of round turbulent wall jet  
شکل ۱ نمای کلی جت آشفته دیواره با مقطع دایروی

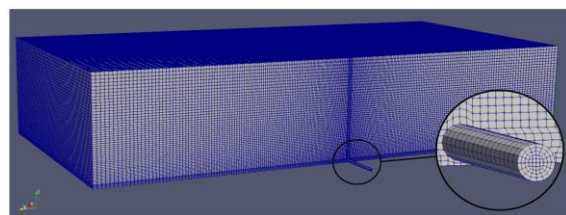


Fig. 2 Simulated domain in OpenFOAM  
شکل ۲ محیط مدل‌سازی شده در اوپن فوم

شرایط مرزی اعمال شده در شبیه‌سازی به شرح زیر است: در ورودی لوله، سرعت یکنواخت ۱ متر بر ثانیه لحاظ شده و در خروجی، شرط گرادیان صفر برای این فراسنجه (پارامتر) اعمال شده است. برای دیواره‌های جانبی، کف و

6. Production by System Rotation  $F_{ij}$   
7. Standard Wall Function

1. Turbulent Diffusion  $D_{T,ij}$   
2. Molecular Diffusion  $D_{L,ij}$   
3. Stress Production  $P_{ij}$   
4. Pressure-strain  $\phi_{ij}$   
5. Dissipation  $\epsilon_{ij}$

غلظت پیش‌بینی می‌شوند و آن‌گاه با حل معادله اصلاحی فشار و سرعت به دست می‌آیند. فراسنجه‌های (پارامترهای) سرعت به صورت ضمنی حل شده چرا که پایداری روش‌های ضمنی بیشتر از صریح است. حل معادله‌های به این صورت است که دسته‌ای از معادلات خطی جفت شده به صورت ماتریسی تعریف و حل می‌شوند.

در این مدل عددی ترم زمانی به روش ضمنی مرتبه اول اولر<sup>۵</sup> گسسته سازی می‌شوند. ترم‌های گرادیان با روش least squares محاسبه می‌شوند. این روش خطای به وجود آمده در برون‌یابی مقدار، در سلول‌های مجاور را به کمینه ممکن می‌رساند. همچنین برای افزایش پایداری در محاسبه این ترم‌ها، از محدود کننده سلولی<sup>۶</sup> استفاده شده است. در این روش مقادیر روی سطح هر سلول که از برون‌یابی مقادیر مرکز سلول به دست می‌آید را با مقادیر حداکثر و حداقل سلول‌های مجاور محدود می‌کند. برای مثال در شکل ۲ مقدار  $\phi_P$  که از برون‌یابی گرادیان نقطه  $P$  بر روی سطح  $f$  به دست آمده، در صورت تجاوز این مقدار از  $\phi_N$ ، گرادیان محاسبه شده محدود، و تا رسیدن به مقدار  $\phi_N$  کاهش پیدا می‌کند. در ترم‌های دایورژنس از روش مرتبه دوم Linear upwind برای گسسته‌سازی استفاده شده است.

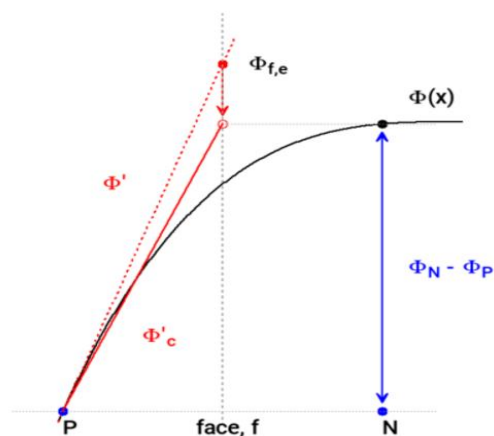


Fig. 5 Cell-limited gradient calculation (www.openfoam.com)

شکل ۵ محدود کننده سلول در محاسبه ترم‌های گرادیان (www.openfoam.com)

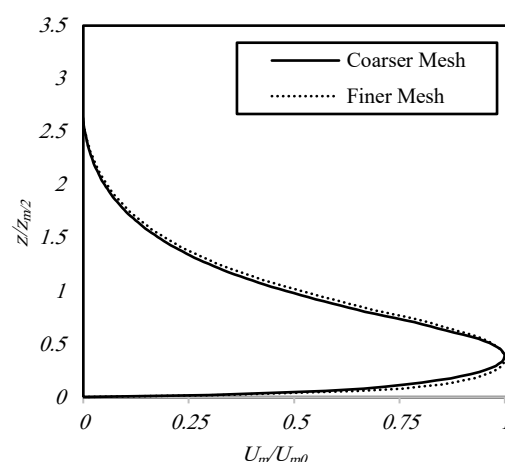


Fig. 3 Comparison of Vertical Velocity Distribution Using Two Mesh Size

شکل ۳ مقایسه توزیع قائم سرعت با دو شبکه‌بندی متفاوت

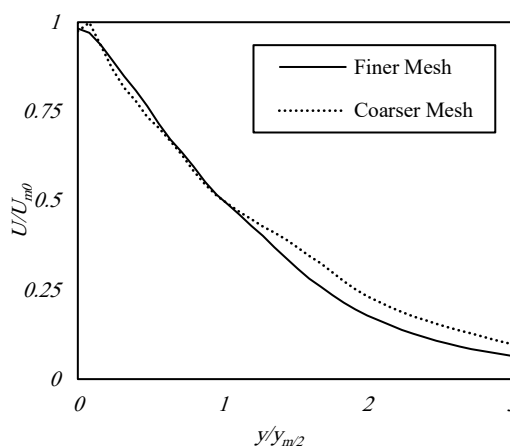


Fig. 4 Comparison of Span-wise Velocity Distribution Using Two Mesh Size

شکل ۴ مقایسه توزیع عرضی سرعت با دو شبکه‌بندی متفاوت

### ۲-۳- الگوریتم عددی

در این پژوهش از حلگر pisoFoam استفاده شده که معادله‌های را به صورت عددی و با روش حجم محدود حل می‌نماید. مبنای این حلگر الگوریتم piso<sup>۱</sup> است. این الگوریتم ابتدا با حل معادله مومنتوم میدان سرعت را به دست آورده و آن‌گاه به جای حل معادله پیوستگی و حل معادلات جفت (کوپل) شده، به حل معادله پواسون<sup>۲</sup> فشار می‌پردازد. الگوریتم پیزو با جداسازی عملگرها به دو قسمت پیش‌بینی کننده ضمنی<sup>۳</sup> و اصلاحگر صریح<sup>۴</sup> میدان جریان را به دست می‌آورد. در هر بازه زمانی، سرعت و

4. Explicit Corrector  
5. First Order Implicit Euler  
6. cellMDLimited leastSquares

1. Pressure-Implicit with Spilting of Operators  
2. Poisson Equation  
3. Implicit Predictor

داشته است.

نرخ کاهش سرعت بیشینه در توسعه جت دیواره سه بعدی را می‌توان با یک تابع توزیع توانی به شکل معادله ۳ سازگاری (تطبیق) داد.

$$\frac{U_{mo}}{U_0} = A_0 \left(\frac{x}{d}\right)^{-n_0} \quad (4)$$

در معادله بالا،  $A_0$  عدد ثابت و  $n_0$  نرخ کاهش سرعت است. نرخ کاهش برای بررسی‌های تجربی (Padmanabham & Lakshmana Gowda, 1991) و (Law & Herlina, 2002) به ترتیب برابر با  $1/15$  و  $1/0.7$  محاسبه شده است. در بررسی‌های اخیر، (Kazemi et al., 2022) نرخ کاهش را  $1/24$  و (Hakimi & Khorsandi, 2024) برای جت آشفته آفست  $1/4$  اندازه‌گیری کردند. مدل LRR نرخ کاهش سرعت را در این فاصله  $1/48$  به دست آورده است که بیشتر از مقادیر تجربی است، اما به طور کلی می‌توان پیش‌بینی این مدل در محاسبه نرخ کاهش سرعت به طور کیفی قابل قبول ارزیابی کرد.

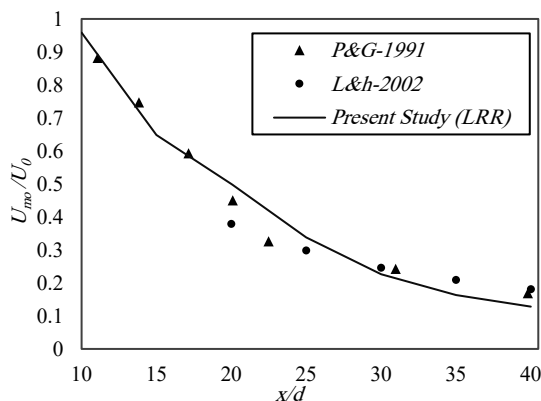


Fig. 6 Downstream variation of maximum stream-wise velocity

شکل ۶ تغییرات سرعت حداکثر در راستای پایین‌دست

### ۳-۲- نیمرخ سرعت

در این بخش به ارائه پروفیل‌های سرعت در دو راستای افقی و قائم پرداخته شده است. شماتیک پروفیل‌های سرعت که توسط (Law & Herlina, 2002) ارائه شده، در شکل ۷ آورده شده است.

در میدان فشار با استفاده از روش PCG (preconditioned conjugate gradient) و در میدان‌های  $\epsilon, R, k, u$  با روش (preconditioned Bi-conjugate gradient) PBiCG (سیستم) معادلات خطی حل می‌شوند. همچنین برای بهبود سرعت همگرایی از دو پیش شرط (Diagonal Incomplete Cholesky) که یک پیش شرط ساده شده برای ماتریس‌های متقارن قطری فشار، و DILU (Diagonal Incomplete LU) برای باقی میدان‌ها که بیشتر شامل ماتریس‌های نامتقارن‌اند استفاده می‌شود.

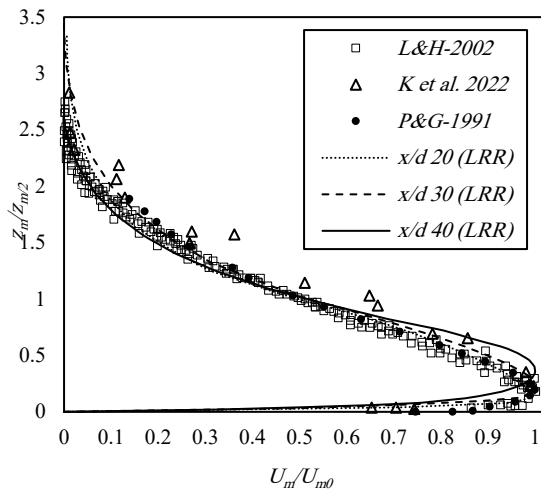
### ۳- نتایج

در این بخش به ارائه نتایج محاسبه مدل عددی جت دیواره آشفته دایره‌ای پرداخته می‌شود. نتایجی مانند نرخ کاهش سرعت بیشینه، نیمرخ‌های افقی و عمودی سرعت و نرخ پخش افقی و عمودی سرعت جت دیواره آشفته ارائه خواهند شد.

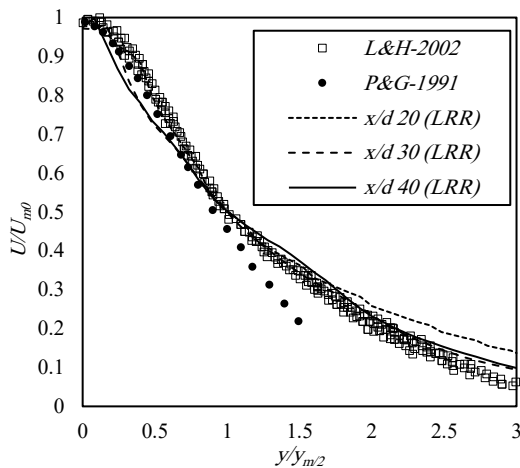
### ۳-۱- نرخ کاهش سرعت بیشینه

در شکل ۶ نرخ کاهش سرعت حداکثر در راستای تخلیه نازل برای  $10 \leq x/d \leq 40$  ارائه شده است. فاصله پایین دست از خروجی جت،  $x$  و قطر لوله جت نیز با  $d$  معرفی می‌شود. مقدارهای سرعت، با سرعت سیال در خروجی جت و فاصله پایین دست نیز با قطر نازل بی‌بعد شده است. نتایج به دست آمده با نتایج آزمایش‌های تجربی (Padmanabham & Lakshmana Gowda (1991) و (Law & Herlina (2002) و (Kazemi et al. (2022) و (Hakimi & Khorsandi (2024) و (Fujisawa & Agelin-Chaab & Tachie (2011) و (Shirai (1989) و (Abrahamsson et al. (1997) که در این مقاله از این پس در نگاره‌ها (گراف‌ها) با P&G، L&H، K et al.، H&K، A&T، F&S و A et al. از آنها نام‌برده می‌شود، مقایسه شده است. مقدارهای به دست آمده نشان می‌دهد مدل LRR با دقت قابل قبولی نرخ کاهش سرعت بیشینه را در راستای نازل پیش‌بینی کند. مقدارهای به دست آمده با داده‌های (Padmanabham & Lakshmana Gowda (1991) و (Law & Herlina (2002) در بازه‌ی  $10 < x/d < 40$  همخوانی (مطابقت) قابل قبولی

نشان دهد.



**Fig. 8 Stream-wise Velocity Profile**  
شکل ۸ نیمرخ قائم سرعت



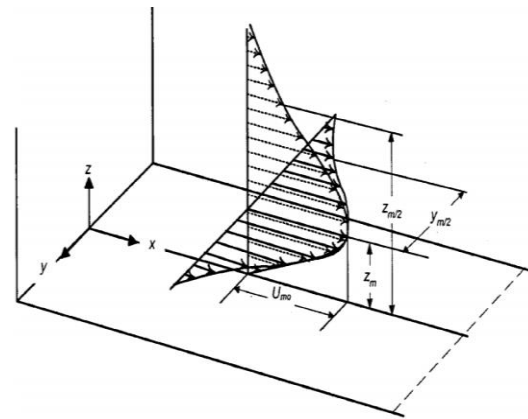
**Fig. 9 Span-wise Velocity Profile**  
شکل ۹ نیمرخ افقی سرعت

### ۳-۳-۳- نرخ پخش

از دیگر فراسنجه‌های مهم جهت بررسی توسعه جت دیواره سه بعدی، نرخ پخش است. در بخش ۳-۳-۱ و ۳-۳-۲ به ترتیب نرخ پخش قائم و نرخ پخش افقی سرعت ارائه شده است.

### ۳-۳-۱- نرخ پخش قائم

در شکل ۱۰ مقادیرهای نیم عرض‌های قائم در جت دیواره سه بعدی که با قطر نازل بی بعد شده اند ارائه شده است. مقادیر به دست آمده با اندازه‌گیری‌های (Law & Herlina,



**Fig. 7 Schematic Diagram of Velocity Profile**  
(Law & Herlina, 2002)

شکل ۷ نمای کلی نیمرخ سرعت (Law & Herlina, 2002)

### ۳-۲-۱- نیمرخ قائم سرعت

در شکل ۸ پروفیل قائم سرعت در صفحه تقارن، در فاصله‌های  $x/d = 20, 30, 40$  ارائه شده است. مقادیرهای سرعت با سرعت بیشینه  $U_0$  و فاصله از کف دیواره با نیم عرض قائم  $z_{m/2}$  بی بعد شده است. عرض و ارتفاع محلی که سرعت به بیشینه مقدار خود رسیده است با  $z_m$  و  $y_m$  معرفی شده، به این ترتیب  $z_{m/2}$  و  $y_{m/2}$  مختصات فاصله‌ای است که در آن سرعت به مقداری برابر با نصف سرعت بیشینه در آن مقطع می‌رسد. نتایج به دست آمده با نتایج آزمایش‌های تجربی (Padmanabham & Lakshmana Gowda, 1991) و نتایج (Law & Herlina, 2002) مقایسه شده است. مدل LRR نیمرخ سرعت را در فاصله‌ها نام‌برده با دقت بالایی محاسبه کرده است. همخوانی (مطابقت) نتایج به دست آمده با داده‌های تجربی در شکل ۵ قابل مشاهده است.

### ۳-۲-۲- نیمرخ افقی سرعت

در شکل ۹ نیمرخ افقی سرعت در افقی موازی با دیواره کف در تراز  $z = z_m$  رسم شده است. سرعت و فاصله از خط تقارن به ترتیب با سرعت بیشینه در مقطع مورد نظر و نیم عرض افقی  $y_{m/2}$  بی بعد شده‌اند. نتایج به دست آمده از مدل LRR با پژوهش‌های تجربی مقایسه شده است. این مدل آشفتگی در محاسبه نیمرخ سرعت دقت مناسبی داشته و به خوبی توانسته در فاصله‌های دور تر از  $y/y_{m/2} \geq 1.5$  توزیع سرعت را محاسبه کند و همخوانی (مطابقت) خوبی با نیمرخ آزمایش‌های (Law & Herlina, 2002)

آزمایشگاه دارد. در صورت تطبیق خطی مستقیم بر روی مقادیر نیم عرض افقی، شیب خط برابر با ۰/۲۹ برای توسعه عرضی جت دیواره به دست می‌آید که نشان دهنده همخوانی خوب نتایج مدل LRR است.

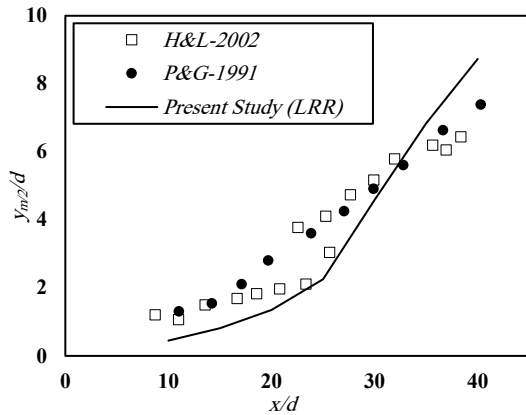


Fig. 11 Span-wise Half Widths Evolution

شکل ۱۱ توسعه نیم عرض افقی

### ۴-۳- تنش رینولدز

در شکل ۱۲ و ۱۳ تنش‌های برشی رینولدز  $u'v'$  و  $u'w'$  به ترتیب در راستای عرضی و قائم نمایش داده شده‌اند. در این نمودارها، محور افقی نشان‌دهنده موقعیت بی‌بعد شده در راستای مربوطه بوده و محور عمودی نیز نمایانگر مقادیر تنش‌های رینولدز که با مربع سرعت بیشینه بی‌بعد شده ارائه شده است.

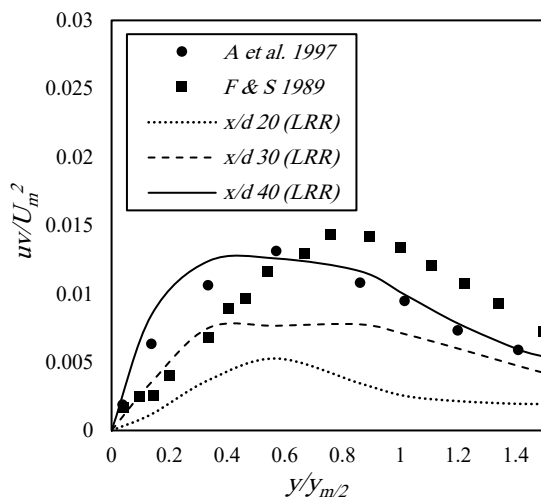


Fig. 12 Span-wise Distribution of  $uw$  Reynolds stress

شکل ۱۲ توزیع عرضی تنش برشی  $uv$

(2002) و (Padmanabham & Lakshmana Gowda, 1991) مقایسه شده است. پژوهش‌هایی که بر روی جت دیواره سه بعدی انجام شده نرخ افزایش نیم عرض‌های قائم در محدوده ۰/۳۶ تا ۰/۶۵ قرار می‌گیرند (Agelin- Chaab & Tachie, 2011). در صورت تطبیق دادن یک نمودار خطی بر مقدارهای به دست آمده توسط مدل عددی حاضر، نرخ پخش در فاصله  $10 \leq x/d \leq 40$  با ۰/۲۱ بوده که بیرون از محدوده قرار می‌گیرد، در صورت بررسی ناحیه بزرگ‌تر از  $x/d = 20$  نرخ پخش مدل عددی با مقداری برابر با ۰/۴۲ همخوانی خوبی با نتایج پژوهش‌های گذشته نشان می‌دهد. تا فاصله  $x/d = 20$  جت در حال توسعه بوده و نرخ رشد قائم کمتری محاسبه شده اما در فاصله‌های دور تر از آن، در ناحیه خود متشابه، همخوانی خوبی مشاهده شده است.

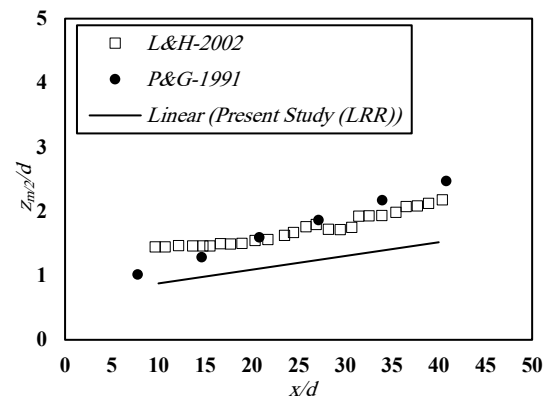


Fig. 10 Downstream evolution of the vertical half-width

شکل ۱۰ توسعه پایین دست نیم عرض قائم

### ۳-۳-۲- نرخ پخش افقی

در شکل ۱۱ نرخ پخش افقی سرعت در فاصله  $10 \leq x/d \leq 40$  ارائه شده است. در پژوهش (Agelin- Chaab & Tachie, 2011) نرخ پخش عرضی که برای جت دیواره سه بعدی توسط دیگر محققان به دست آمده، در بازه ۰/۱۷ تا ۰/۳۳ ارائه شده است. نرخ پخش افقی شبیه‌سازی شده -منتج شده از این پژوهش با مقدارهای آزمایشگاهی مقایسه شده است و نتایج آن در شکل ۸ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدارهای حاصل شده از محاسبه عددی همخوانی خوبی با نتایج اندازه‌گیری شده در

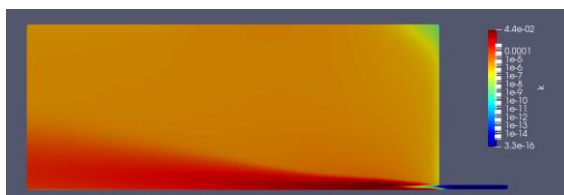


Fig. 15 Kinetic Energy Contour at  $y=0$  Symmetry Plane  
شکل ۱۵ کانتور انرژی جنبشی در صفحه تقارن ( $y=0$ )

بالقوه (پتانسیل) و عبور از ناحیه گذار تا حدود  $x/d=25$  وارد ناحیه خود متشابه<sup>۲</sup> شده است. روند افزایشی ضخامت لایه برشی، نشانه ورود تدریجی جریان به حالت کاملاً توسعه یافته است.

#### ۴- نتیجه گیری

این پژوهش به مدل سازی عددی جت دیواره سه بعدی با مقطع دایره ای که در یک محیط ساکن تخلیه می شود پرداخته است. در این پژوهش از مدل آشفتگی LRR برای مدل سازی آشفتگی استفاده شده است. برای ارزیابی این مدل آشفتگی در پیش بینی میدان جریان ناشی از تخلیه جت، فراسنجه های نرخ کاهش سرعت بیشینه در راستای نازل، پروفیل بی بعد سرعت در صفحه تقارن قائم، نیمرخ بی بعد سرعت در صفحه افقی در تراز سرعت بیشینه، توزیع نیم عرض های قائم و توزیع نیم های افقی و همچنین مقایسه تنش های رینولدز با مقادیر اندازه گیری شده در آزمایشگاه بررسی شده است. نتایج مدل سازی انجام شده نشان داده است که نرخ کاهش سرعت بیشینه محاسبه شده، بیشتر از داده های حاصل از اندازه گیری های تجربی تخمین زده شده است؛ اما مقادیر آن به دست آمده شده در محدوده قابل قبولی به دست آمده است. در این پژوهش، همچنین نیمرخ های سرعت عرضی و قائم با دقت مناسب تری توسط مدل عددی محاسبه شدند. نرخ پخش قائم در نزدیکی نازل دقت کافی نداشته، اما در ناحیه های دورتر نرخ پخش مطابق با گزارش های آزمایشگاهی ارائه توسط مدل به دست آمد. محاسبه ها نشان داد، نرخ پخش عرضی که یکی از مهم ترین فراسنجه ها در مطالعه جت دیواره سه بعدی است با دقت بسیار خوبی در محدوده بررسی و ارزیابی های پیشین محاسبه شده است. این پژوهش که با

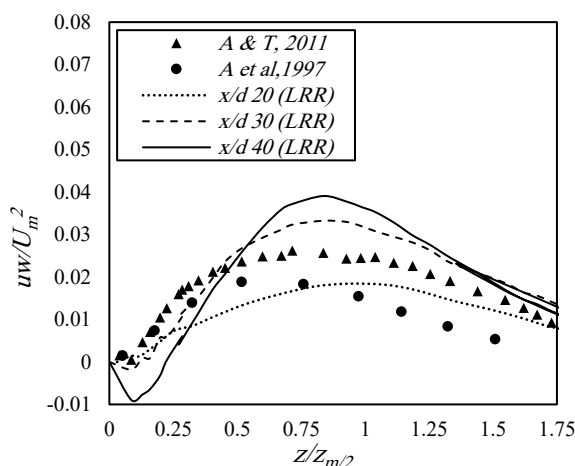


Fig. 13 Vertical Distribution of  $uw$  Reynolds stress

شکل ۱۳ توزیع عرضی تنش برشی  $uw$

نتایج مدل عددی LRR اگرچه در برخی نقطه ها دارای انحراف نسبت به داده های تجربی هستند، اما ساختار کلی و روند تغییر پذیری نیمرخ ها به صورت کیفی به خوبی بازسازی شده اند. همچنین، مقادیر کمی خطا برای سه مقطع طولی  $x/d=20, 30, 40$  در جدول ۱ گزارش شده اند.

#### ۳-۵- لایه برشی<sup>۱</sup>

در شکل ۱۴ مقادیر لایه برشی  $\delta$  که با قطر لوله بی بعد شده ارائه شده است. به طور تقریبی این لایه فاصله قائم کف دیواره تا محلی که سرعت به ۹۹ درصد سرعت بیشینه می رسد در نظر گرفته شده است. مقادیر نشان می دهد که جریان خروجی از جت، پس از ناپدید شدن هسته توان

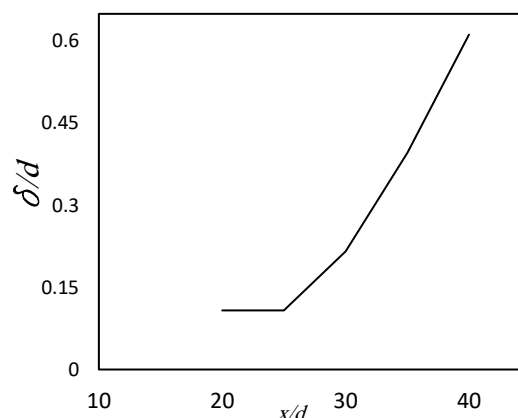


Fig. 14 Evolution of shear Layer in Fully Developed Region

شکل ۱۴ توسعه لایه برشی در ناحیه توسعه کامل

جدول ۱ مقایسه خطاهای مدل LRR در پیش‌بینی فراسنجه‌های جریان  
 Table 1 Error Comparison for LRR Model in Predicting Flow Parameters

Parameter	x/d	Experimental data	RMSE (Root Mean Squared Error)	MRE (Mean Relative Error)
Velocity Decay Rate	-	L&H,2002	0.064	0.20
	20		0.027	0.05
Stream-wise Velocity Profile	30	L&H,2002	0.056	0.07
	40		0.011	0.12
Span-wise Velocity Profile	20		0.035	0.07
	30	L&H,2002	0.035	0.06
	40		0.041	0.07
	20		0.006	0.70
u'v' Reynolds Stress	30	A et al.,1997	0.003	0.32
	40		0.001	0.12
u'w' Reynolds Stress	20	F&S,1989	0.002	0.21
	30	A&T,2011	0.005	0.30
	40		0.008	0.46

$\Omega$  چرخش (Vorticity)

### تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ گونه تضاد منافی در خصوص نگارش و انتشار مطالب و نتایج این پژوهش ندارند.

### منابع مالی

نویسنده (نویسندگان) هیچ گونه حمایت مالی برای تحقیق، تالیف و انتشار این مقاله دریافت نکردند. تایید می‌شود.

### دسترسی به داده‌ها

همه اطلاعات و نتایج در متن مقاله ارائه شده است. تایید می‌شود. مجموعه داده‌های تولید شده و یا تحلیل شده در طول مطالعه حاضر، در صورت درخواست معقول، از نویسنده مسئول در دسترس هستند.

### مشارکت نویسندگان

نویسنده اول: مدلسازی، تجزیه و تحلیل داده‌ها، نگارش متن اولیه مقاله.

نویسنده دوم: بررسی نتایج، راهنمایی، اصلاح و نگارش

پژوهش که با هدف ارزیابی مدل LRR در شبیه‌سازی عددی جت دیواره سه‌بعدی با مقطع دایره‌ای انجام شده است، نشان داده است که این مدل آشفتگی می‌تواند با دقت قابل قبولی، به رغم برخی انحراف‌ها، ساختار جریان در پیرامون جت را پیش‌بینی کند.

### ۵- فهرست نشانه‌ها

تمام نمادها و نشانه‌های به کار رفته در رابطه‌ها و در متن نوشتار به شرح زیر است.

$p$  فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )

$u_i$  سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )

$U_m$  سرعت بیشینه ( $\text{ms}^{-1}$ )

$U_{m0}$  سرعت بیشینه در خط مرکزی ( $\text{ms}^{-1}$ )

$x_i$  جهت مختصات (m)

$y_{m/2}$  نیم عرض افقی (m)

$Z_{m/2}$  نیم عرض قائم (m)

$u'_i u'_j$  تانسور تنش رینولدز

### نشانه‌های یونانی:

$\nu$  لزجت جنبشی یا سینماتیکی ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )

$\delta_{kj}$  دلتای کرونیکر

$\epsilon_{jkm}$  نماد لوی-چیویتا

<https://doi.org/10.1063/5.0230229>

متن نهایی مقاله.

Jones, L.N. (2004). Modelling of turbulent swirling flows. PhD thesis, University of Leeds.

نویسنده سوم: بررسی نتایج، راهنمایی، اصلاح و نگارش

Kazemi, M., Khorsandi, B. & Mydlarski, L. (2022). Circular turbulent wall jets in quiescent and coflowing surroundings. *Physics of Fluids*, 34(2), 025116, <https://doi.org/10.1063/5.0079921>.

متن نهایی مقاله.

Launder, B. & Rodi, W. (1983). The turbulent wall jet measurements and modeling. *Annual review of fluid mechanics*, 15(1), 429-459.

## ۶- منابع ها

Law, A.W.-K. & Herlina (2002). An experimental study on turbulent circular wall jets. *Journal of hydraulic engineering*, 128(2), 161-174.

Abrahamsson, H., Johansson, B. & Löfdahl, L. (1997). The turbulence field of a fully developed three-dimensional wall jet. In: Gavrilakis, S., Machiels, L., Monkewitz, P.A. (eds) *Advances in Turbulence VI. Fluid Mechanics and its Applications*, vol 36. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-009-0297-8\\_119](https://doi.org/10.1007/978-94-009-0297-8_119).

Naqavi, I.Z., Tyacke, J.C. & Tucker, P.G. (2017). A numerical study of a plane wall jet with heat transfer. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 63, 99-107.

Agelin-Chaab, M. & Tachie, M.F. (2011). Characteristics of turbulent three-dimensional wall jets. *J. Fluids Eng.*, 133(2), 021201, <https://doi.org/10.1115/1.4003277>.

Naqavi, I.Z., Tyacke, J.C. & Tucker, P.G. (2018). Direct numerical simulation of a wall jet: flow physics. *Journal of Fluid Mechanics*, 852, 507-542.

Craft, T. & Launder, B. (2001). On the spreading mechanism of the three-dimensional turbulent wall jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 435, 305-326.

Newman, B., Patel, R., Savage, S. & Tjio, H. (1972). Three-dimensional wall jet originating from a circular orifice. *Aeronautical Quarterly*, 23(3), 188-200.

Davis, M. & Winarto, H. (1980). Jet diffusion from a circular nozzle above a solid plane. *Journal of Fluid Mechanics*, 101(1), 201-221.

Padmanabham, G. & Lakshmana Gowda, B.H. (1991). Mean and turbulence characteristics of a class of three-dimensional wall jets—Part 1: Mean flow characteristics. *J. Fluids Eng.*, 113(4), 620-628.

Dejoan, A. & Leschziner, M. (2005). Large eddy simulation of a plane turbulent wall jet. *Physics of Fluids*, 17(2), <https://doi.org/10.1063/1.1833413>

Rajaratnam, N. & Pani, B.S. (1974). Three-dimensional turbulent wall jets. *Journal of the Hydraulics Division*, 100(1), 69-83.

Eriksson, J., Karlsson, R. & Persson, J. (1998). An experimental study of a two-dimensional plane turbulent wall jet. *Experiments in fluids*, 25(1), 50-60.

Sforza, P.M. & Herbst, G. (1970). A study of three-dimensional, incompressible, turbulent wall jets. *AIAA Journal*, 8(2), 276-283.

Fujisawa, N. & Shirai, H. (1989). Mean flow and turbulence characteristics of three-dimensional wall jet along plane surface. *Japan Society of Aeronautical Space Sciences Transactions*, 32, 35-46.

Viets, H. & Sforza, P.M. (1966). An Experimental Investigation of Turbulent, Incompressible, Three-Dimensional Wall Jet. Brooklyn, N.Y.: Polytechnic Institute of Brooklyn, Department of Aerospace Engineering and Applied Mechanics.

Hakimi, F. & Khorsandi, B. (2024). Dynamics of round turbulent offset jets in quiescent and coflowing environments. *Physics of Fluids*, 36(10),

© 2026 The Author(s). Published by Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.

This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

