

Evaluation of the Entropy Method for Estimating Velocity Distribution in Meandering Compound Channels

Vahideh Mortazavi Amiri¹, Kazem Esmaili^{2*}

1- PhD Student, Department of Water Science and Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.

2- Associate Professor, Department of Water Science and Engineering, Ferdowsi University of Mashhad.

* Esmaili@um.ac.ir

Received: 19 January 2025

Accepted: 28 February 2025

Discussion: 21 March 2026



J. Hydraul.

Iranian Hydraulic Association

Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: Hydraulic modeling in natural channels encompasses sediment transport, pollutant dispersion, channel design, and velocity distribution (Singh et al., 2013). In meandering channels, the distribution of velocity and its interaction with momentum are crucial for understanding flow dynamics. Various methods exist to model velocity distribution, with the concept of entropy being a key approach.

The application of entropy in open-channel flow began with Chiu (1987), who established a linear relationship between mean and maximum velocities. Xia (1997) extended this for the Mississippi River, showing its reliability even in meanders. Recent studies have focused on Shannon entropy for velocity distribution, with findings indicating its effectiveness in both laboratory and natural channels (Moramarco & Termini, 2015; Gholami et al., 2019). While entropy methods have been widely used for velocity distribution, their application in meandering floodplain channels has received limited attention.

This study aims to evaluate the effectiveness of entropy-based methods in meandering rivers with complex three-dimensional flow patterns, addressing the challenge of accurately simulating velocity distribution in such channels.

Methodology: Experimental Setup: The experimental data were collected from the Hydraulic and Physical Modeling Laboratory at Ferdowsi University of Mashhad. A physical model of a meandering floodplain channel with a rigid bed was constructed, measuring 10 meters in length and 120 cm in width. Flow conditions were steady and uniform, with a constant discharge of 22.3 L/s. Flow depth in the main channel was 25 cm, while in the floodplain, it was 10 cm. The Froude number of the flow was 0.2.

Velocity Measurement: Velocity profiles were measured using a 3D ultrasonic velocimeter (Sontek, 2001), capturing flow velocities along the longitudinal, lateral, and vertical axes. Measurements were taken at multiple cross-sections along the channel, and the data were processed using Vectrino and WinADV software to determine velocity distributions.

Entropy Methods: *Two entropy methods were used to model the velocity distribution:*

- **Shannon Entropy:** Maximizes entropy subject to physical constraints like mass conservation, providing a statistical model of velocity distributions.
- **Tsallis Entropy:** A generalized entropy approach that is more suited for complex, non-extensive

flow systems, such as meandering channels.

Error Analysis

The accuracy of the entropy models was evaluated using three statistical error metrics: Root Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE), and Mean Absolute Percentage Error (MAPE), which compared the observed and predicted velocity profiles.

Results and Discussion: Longitudinal Velocity Distribution: In meandering channels, maximum flow velocity is typically observed near the inner bend. As the flow enters the bend, secondary currents and increased pressure gradients in the outer bend led to a reduction in velocity. Conversely, the inner bend experiences an increase in velocity. After exiting the bend, the maximum velocity shifts toward the channel center and eventually to the outer bend downstream (Shiono & Moto, 1998).

At CS1, CS2, and CS3, maximum velocities occur at the deepest point in the channel, which is influenced by momentum transfer at the transition between straight and meandering sections. Secondary flow effects and the pressure gradient change near the bends likely contribute to this velocity distribution, consistent with findings by Pan et al. (2019).

Velocity Distribution Using Entropy Methods: The velocity distributions were modeled using Shannon and Tsallis entropy methods. Parameter values ϕ and M were determined for each cross-section using the respective entropy equations. The calculated values of M for CS1, CS3, and CS5 respectively were 4.77, 5.02, and 5.92, which are within the range for rivers in the U.S. (Luo & Singh, 2011). Figure 5 compares the velocity profiles predicted by Shannon and Tsallis entropy methods with measured velocities at the three cross-sections. The Shannon entropy method provided more accurate predictions, especially toward the center of the channel, with errors increasing near the channel walls due to the unaccounted effects of proximity to the bends.

Error Analysis: Error metrics, including RMSE, MAE, and MAPE, were used to evaluate the accuracy of both entropy methods. Shannon Entropy achieved the lowest RMSE (0.01) at CS3, while the Tsallis method had larger errors, particularly at the bends. The minimum MAPE for Shannon entropy was 8.59% at CS3, compared to 26.81% for Tsallis entropy.

Conclusion: The results show that both methods perform well, with Shannon Entropy providing better accuracy, especially at the channel center. Despite its limitations in accounting for the influence of channel walls, entropy methods, particularly Shannon entropy, offer a simple, cost-effective, and relatively accurate approach for determining velocity distribution in natural river channels.

Keywords Shannon entropy, Tsallis, Velocity distribution, and Meandering floodplain.

Conflict of Interest: The authors declared no potential conflicts of interest concerning the research, authorship, and publication of this article.

Funding: The financial support of this research has been provided by Grant number 47267 and we hereby thank the Honorable Vice Chancellor of Research from Ferdowsi University of Mashhad for their support.

Data Availability Statements: All information and results are presented in the text of the article. The datasets generated and/or analysed during the current study are available from the corresponding author on reasonable request.

Authors' contribution:

First Author: Writing – original draft, Software, Methodology, Investigation, Formal analysis, Conceptualization.

Second Author: Writing – review & editing, Supervision, Project administration.

References:

- 1- Chiu, C.L. (1987). Entropy and probability concepts in hydraulics. *J. Hydr Hydraulic Engineering*, 113(5), 583-600.
- 2- Gholami, A., Bonakdari, H. & Mohammadian, A. (2019). A method based on the Tsallis entropy for characterizing threshold channel bank profiles. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 121089. doi:10.1016/j.physa.2019.121089.
- 3- Luo, H. & Singh, V. P. (2011). Entropy theory for two-dimensional velocity distribution. *J. Hydrol. Eng.*, 18(2), 331-339.
- 4- Moramarco, T. & Termini, D. (2015). Entropic approach to estimate the mean flow velocity: experimental investigation in laboratory flumes. *Environ. Fluid Mech.*, 15(6), 1163-1179.
- 5- Pan, Y., Li, Z., Yanga, K. & Jia, D. (2019). Velocity distribution characteristics in meandering compound channels with one-sided vegetated floodplains, *Journal of Hydrology*, 578,124068. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124068>.
- 6- Shiono, K. & Muto, Y. (1998). Complex flow mechanisms in compound meandering channels with overbank flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 376, 221-261.
- 7- Singh, V.P., Marini, G. & Fontana, N. (2013). Derivation of 2D Power-Law Velocity Distribution Using Entropy Theory. *Entropy*, 15(4), 1221-1231.
- 8- Sontek, Acoustic Doppler Velocimeter (Field) Technical Documentation. Sontek/YSI, Inc., San Diego, CA, (2001).
- 9- Xia, R. (1997). Relation between mean and maximum velocities in a natural river, *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(8), 720-723.

ارزیابی روش‌های آنتروپی در تخمین توزیع سرعت جریان در آبراهه‌های سیلاب‌دستی پیچانی

وحیده مرتضوی امیری^۱، کاظم اسماعیلی^{۲*}

۱- دانشجوی دکترای تخصصی، گروه علوم و مهندسی آب دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد.
۲- دانشیار، گروه علوم و مهندسی آب دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد.

* Esmaili@um.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۳۰، پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۰، نقد و بررسی: ۱۴۰۵/۰۱/۰۱، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: یکی از پارامترهایی که نقش اساسی در فهم هیدرودینامیک جریان در کانال‌های باز ایفا می‌کند، سرعت جریان است. در آبراهه‌های سیلاب‌دستی پیچانی، به علت جریان سه‌بعدی پیچیده ناشی از انتقال مومنتم میان مجرای اصلی و سیلاب‌دشت‌ها، توزیع سرعت جریان در مقایسه با کانال‌های مستقیم متفاوت است. به کارگیری مفهوم آنتروپی به عنوان روشی مناسب در رابطه با تخمین توزیع سرعت در کانال‌های باز مستقیم معرفی شده است. در این پژوهش، به منظور ارزیابی آنتروپی شانون و تسالیس در شبیه‌سازی توزیع سرعت جریان در مجراهای سیلاب‌دستی پیچانی، از داده‌های آزمایشگاهی در یک مدل فیزیکی پیچان‌رودی استفاده شد. تابع چگالی احتمال با در نظر گرفتن محدودیت‌های مرتبط با مساله، در دو روش مورد نظر برای تعیین مقادیر پارامتر M و G در سه مقطع کانال تعیین شد. نتایج نشان داد که این روش‌ها می‌توانند انتخاب مناسبی برای تعیین توزیع سرعت در پیچان‌رودها باشند. کمینه مقدار خطاها در بین مقطع‌های بررسی شده در روش‌های شانون و تسالیس، به ترتیب مربوط به قوس سوم (مقطع CS₃) و قوس اول (مقطع CS₁)، با مقادیر RMSE برابر ۰/۰۱ و ۰/۰۶ می‌باشد. همچنین با توجه به نتایج مطلوب در روش شانون در عمق کمتر از مجرای اصلی، به نظرمی‌رسد کاربرد روش آنتروپی در تعیین سرعت آبراهه‌های پیچان‌رودی، نیازمند اصلاح ضرایب در ترازهای بالاتر از عمق ورودی به سیلاب‌دشت می‌باشد.

کلیدواژگان: آنتروپی شانون، تسالیس، توزیع سرعت و آبراهه سیلاب‌دستی پیچانی.

۱- مقدمه

مبنای مدل‌سازی مورد استفاده در مجراهای طبیعی، شامل مدل‌سازی رسوب، انتقال آلودگی، طراحی آبراهه، محافظت رودخانه و طراحی سازه‌های هیدرولیکی، توزیع سرعت است (Singh et al., 2013). در آبراهه‌های پیچانی، توزیع سرعت و تعامل آن با انتقال مومنتم نقش بسیار مهمی در شناخت جریان ایفا می‌کند. روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری و تعیین توزیع سرعت در مجاری باز وجود دارد که از جمله آن‌ها به کارگیری مفهوم آنتروپی می‌باشد. اصل آنتروپی با در نظر گرفتن توزیع‌های احتمالاتی مرتبط با ماهیت مسئله، تلاش می‌کند با کمترین مقدار خطا، به بیشینه مقدار تابع آنتروپی دست یابد. این

موضوع توسط پژوهشگران زیادی در زمینه‌های مختلف شامل بررسی کیفیت آب و محیط زیست (Jha and Singh., 2008 و Akhoni Pourhosseini and Ebrahimi, 2020)، مدل‌سازی بارش-رواناب (Mirabbasi et al., 2012) و هیدرولیک رسوب (Brunsell, 2010)، هیدرولیک رسوب (Singh and Cui, 2014) و هیدرولوژی (Vyas et al., 2020)، به کار گرفته شد. استفاده از مفهوم آنتروپی در مهندسی رودخانه و مجاری باز، نخستین بار توسط Chiu (1987) انجام شد. او در این بررسی‌ها، رابطه‌ای خطی بر مبنای سرعت میانگین و سرعت بیشینه ارائه کرد. سپس Xia (1997) این رابطه را برای توزیع سرعت در رودخانه‌ی می‌سی‌سی‌پی به کار برد و نتیجه‌های به دست آمده، گویای برآورد مناسب این رابطه

رودخانه‌ها، توزیع سرعت نسبت به سنجه M چندان حساس نیست. بنابراین می‌توان از سنجه سرعت متوسط مقطع در محاسبه‌ها بهره برد. ایشان روش آنتروپی را به لحاظ برآورد آسان سنجه M و انعطاف‌پذیری با شرایط مختلف جریان، حتی در زمان‌های سیلابی، ابزاری مناسب برای برآورد توزیع سرعت در آبراهه‌ها، توسط مهندسان دانستند. Esmaeili (2013) برای ارزیابی روش آنتروپی چپو در توزیع سرعت رودخانه‌ها، نشان دادند این روش با دقت مناسبی می‌تواند توزیع سرعت در چندین مقطع رودخانه‌ی پسبان در استان گیلان را شبیه‌سازی کند. بیشینه‌ی میزان خطای RMSE مدل در این مطالعه برابر ۰/۰۶ گزارش شد. Farina et al. (2014) سه روش جدید تعیین سنجه آنتروپی در مقطع‌های رودخانه‌ای را بررسی کردند. Zahiri et al. (2017) توزیع دوبعدی سرعت در رودخانه‌ی گرگانود را با استفاده از برآورد بهینه‌ی سنجه آنتروپی برابر ۳/۲۲ محاسبه کردند که مقدار خطا در دو مرحله‌ی واسنجی و صحت‌سنجی به ترتیب ۵/۲ و ۳/۵ درصد بود. Moramarco et al. (2017) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در یک آبراهه مستقیم، رابطه‌ی بین سرعت میانگین، متوسط و سنجه M را بررسی و مشاهده کردند مقدار تابع آنتروپی با مقدار آن در آبراهه‌ی طبیعی برابر است. بنابراین نتیجه گرفتند که با وجود نقش سنجه زبری در آبراهه‌های طبیعی، این سنجه تغییری در تعیین مقدار M ایفا نمی‌کند. Kazemian-Kale-Kale et al. (2018) توزیع تنش برشی در آبراهه‌های دایره‌ای با آنتروپی تسالیس را بررسی کردند. این روش توانست مقدارهای تنش برشی در آبراهه باز را با عدم‌اطمینان ۵٪ محاسبه کند. (Gholami et al. 2019) برای تعیین تنش برشی آستانه حرکت در آبراهه‌های پایدار از مفهوم آنتروپی به روش تسالیس بهره گرفتند که نتیجه‌های مطلوبی با دقت خطای متوسط نسبی ۰/۲۶۵ و ضریب تبیین ۰/۹۷۵ حاصل شد. Termini and Moramarco (2020) تاثیر جریان عرضی بر توزیع سرعت در یک آبراهه پیچانی را برای دو مقدار نسبت عرض به عمق بررسی کردند. نتیجه‌های نشان داد سرعت بیشینه نه تنها

حتی در قوس‌ها می‌باشد. پژوهش‌های زیادی در دهه‌های اخیر، درمورد به‌کارگیری آنتروپی شانون در ارزیابی توزیع سرعت انجام شده است. چپو بر مبنای قانون توزیع سرعت در جریان‌های یکنواخت، از مفهوم آنتروپی شانون برای تعیین سنجه‌های هیدرولیکی بهره برد. Chiu and Tung (2002) در بررسی خود بر روی توزیع سرعت در آبراهه، مقدار میانگین نسبت سرعت میانگین و بیشینه را در هر مقطع آبراهه، ثابت دانستند که این نسبت با زمان و دبی تغییر نمی‌کند. همچنین موقعیت سرعت بیشینه را با تابع چگالی احتمال توزیع سرعت که توسط آنتروپی بیشینه می‌شود، مرتبط دانستند. Ammari and Remini (2010) با استفاده از رابطه توزیع سرعت چپو، مقدار سنجه M را برای چهار آبراهه طبیعی در شمال الجزیره محاسبه کردند و نتیجه‌ها برای شرایط مختلف جریان شامل انواع دبی، تراز سطح آب و الگوی جریان بررسی شد که نشان‌دهنده دقت بالای این روش بود. Farsadizadeh et al. (2011) با استفاده از فرضیه آنتروپی، توزیع سرعت در یک آبراهه آزمایشگاهی با بستر صاف و دبی‌های مختلف را برآورد کرده و با مقدارهای مشاهده‌شده‌ای مقایسه کردند. در این بررسی، روش آنتروپی نسبت به دیگر روش‌ها دارای خطای محاسباتی کمتری بود. Luo and Singh (2011) با در نظر گرفتن سنجه سرعت میانگین به عنوان متغیر، کاربرد فرضیه آنتروپی را در توزیع یک‌بعدی سرعت در آبراهه‌ی طبیعی و آبراهه‌های باز بررسی کردند. نتیجه‌های به دست آمده از محاسبه‌ی توزیع سرعت با استفاده از آنتروپی تسالیس و شانون، نشان داد هر دو روش دقت مناسبی در برآورد این سنجه دارند و در رودخانه‌های طبیعی، آنتروپی تسالیس دقت بیشتری نسبت به آنتروپی شانون نشان می‌دهد. در حالی که روش آنتروپی شانون در مورد داده‌های آزمایشگاهی بهتر کار می‌کند. Luo and Singh (2011) دو روش آنتروپی شانون و تسالیس را در توزیع سرعت آبراهه فاضلاب و کوردن بلو^۱ فرانسه به کار گرفتند و سپس سنجه آنتروپی را برای رودخانه‌های آمریکا در بازه‌ی ۴-۷/۲ تعیین کردند و نتیجه گرفتند که در

و دشواری دستیابی به داده‌های کافی سرعت در آبراهه‌های طبیعی که پرهزینه نیز می‌باشد، این پژوهش با هدف تعیین میزان کارایی مفهوم آنتروپی در مجراهایی با هندسه متغیر و جریان سه‌بعدی پیچیده، مانند پیچان‌رودها برای دستیابی به الگوی مناسب سرعت انجام شده است.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- روش آزمایشگاهی

داده‌های مورد استفاده در این تحقیق، در آزمایشگاه مدل-های فیزیکی و هیدرولیکی دانشگاه فردوسی مشهد تهیه شده است. این داده‌ها به منظور بررسی کارایی روش آنتروپی در برآورد توزیع سرعت، طی فرآیند شبیه‌سازی جریان در یک مدل فیزیکی آبراهه سیلاب‌دستی پیچانی با بستر سخت، به طول ۱۰ متر و عرض ۱۲۰ سانتی‌متر ثبت شد. با توجه به محدودیت عرضی آبراهه و در نظر گرفتن معیار سینوسیته بزرگتر از $1/25$ (Leopold et al., 1964)، که طراحی آبراهه پیچانی توسعه یافته ایجاب می‌کند، مجرای پیچان‌رودی با ۴ قوس و انحنا $1/75$ اجرا شد. پنج مقطع در مسیر طولی جریان، برابر شکل ۱ برای داده برداری انتخاب شد. مسیر اندازه‌گیری در هر مقطع به صورت عمود بر دیواره‌های آبراهه بود. جریان دائمی و یکنواخت بود و عدد فرود جریان برابر $0/42$ محاسبه شد. دبی جریان ثابت و برابر با $58/3$ لیتر بر ثانیه و عمق جریان در مجرای اصلی ۲۵ سانتی‌متر و در سیلاب‌دست‌ها، ۱۰ سانتی‌متر بود. به منظور کاهش آشفتگی جریان، بستر آبراهه در ورودی به طول $2/3$ متر با شن درشت پوشش شد. همچنین طولی برابر ۸۰ سانتی‌متر پس از قسمت شن‌ریزی شده به صورت مستقیم در نظر گرفته شد. اندازه‌گیری سرعت در نقاط شبکه‌ی طراحی شده در عمق و عرض مجرای اصلی آبراهه، توسط یک سرعت‌سنج فراصوتی سه‌بعدی (Sontek, 2001) با فرکانس 25HZ در راستای سه محور x، y و z انجام شد (شکل ۲-a). جزییات شبکه اندازه‌گیری سرعت در مقطع CS_1 ، در شکل ۲-b مشاهده می‌شود. فاصله عرضی نقاط اندازه‌گیری در تراز $1/5$ سانتی‌متر، به ترتیب ۴، ۵، ۶، ۹، ۱۲،

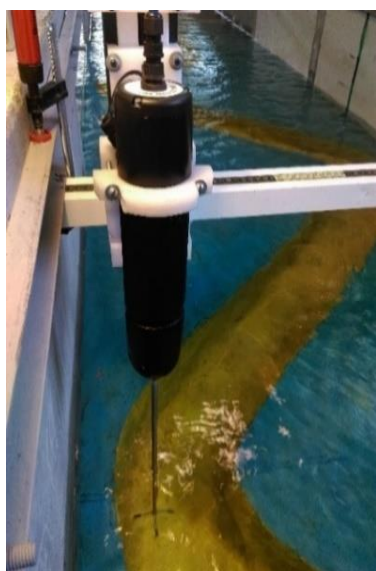
در قوس، بلکه در عمق نیز تغییر می‌کند. همچنین میزان سنج آنتروپی در قوس، بنا بر نسبت‌های مختلف عرض به عمق، متغیر است. میزان خطای برآورد شده در این روش‌ها نشان داد هر دو روش عملکرد مطلوبی در تعیین سرعت عرضی در این آبراهه داشتند. (Kumbhakar et al. (2020) بر مبنای اعمال محدودیت‌های بقای جرم و مومنتم، از روش تسالیس برای محاسبه توزیع سرعت در آبراهه آزمایشگاهی و رودخانه طبیعی استفاده کردند و نتیجه‌ها نشان از توانایی بالای این روش در مجراهای باریک و پهن داشت. Pathak et al., 2020)، تابع توزیع تجمعی سرعت برای مقطع‌های ذوزنقه را با معرفی دو سنج هندسی برای بیشینه ساختن سنج M در روش آنتروپی شانون به کار بردند که نشان داد این روش، به‌ویژه در عمق میانی نتیجه‌های دقیق‌تری نسبت به فرض مقطع‌های مستطیلی تولید می‌کند. Khalilabadi et al. (2021) با استفاده از اصل بیشینه‌ی آنتروپی برای پایایی سامانه، داده‌های سرعت در پنج رودخانه‌ی طبیعی را محاسبه کردند، نتیجه نشان داد روش پیشنهادی، دقت مناسب و توانایی مطلوبی در محاسبه‌ی توزیع جریان‌های یک و دوبعدی با استفاده از سه سنج جریان شامل بیشینه‌ی سرعت، محل آن و شکل سطح مقطع دارد. Singh et al. (2023) در یک بررسی آزمایشگاهی، میزان سنج آنتروپی را برای مقادیر مختلف شیب آبراهه با روش شانون، تسالیس و رنی بررسی کردند. نتیجه‌های گویای بیشینه‌ی تغییر سنج به مقدار 10% در روش شانون بود. درحالی‌که روش رنی با مقدار تغییر $0/5$ درصد بهترین روش شناخته شد.

باتوجه به موارد بررسی شده، هر چند تاکنون ارزیابی‌هایی در زمینه‌ی کاربرد مفهوم آنتروپی در آبراهه‌های باز انجام شده است، ولی بررسی توزیع سرعت در آبراهه‌های سیلاب‌دستی پیچانی چندان مورد توجه قرار نگرفته است. پیچان‌رودها به علت حضور قوس‌های متوالی که در توزیع سرعت و به تبع آن شرایط هیدرودینامیکی جریان دخیل هستند، با آبراهه‌های مستقیم تفاوت دارند. باتوجه به اهمیت شبیه‌سازی دقیق توزیع سرعت جریان در رودخانه‌ها

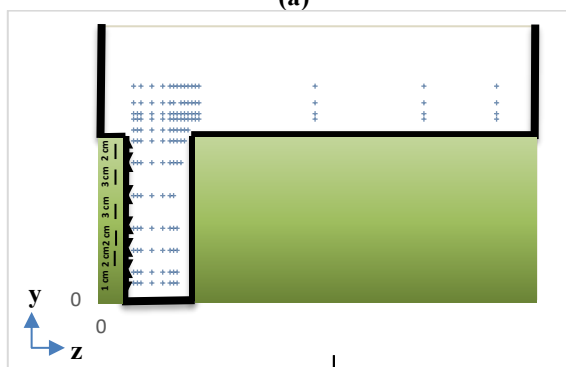
۳- مبانی نظری روش‌های آنتروپی

۳-۱- آنتروپی شانون

مفهوم آنتروپی نخستین بار در سال ۱۹۴۸ توسط شانون مطرح شد. این مفهوم بر مبنای تمایل هر سامانه متعادل، به تولید بیشینه‌ی آنتروپی تبیین می‌شود. مدل اصل آنتروپی بیشینه (POME¹) بیان می‌کند مناسب‌ترین توزیع احتمالاتی برای هر پدیده، توزیعی است که بیشینه‌ی آنتروپی را با توجه به محدودیت‌های موجود استخراج کند (Jaynes, 1957, 1982). آنتروپی شانون برای یک متغیر پیوسته به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود:



(a)



(b)

Fig. 2 a) Ultrasonic 3D Velocimeter and b) Measured velocity points at cross section of channel (CS₁)

شکل ۲ a - سرعت‌سنج فراصوتی سه‌بعدی و b - شبکه‌ی اندازه‌گیری سرعت در مقطع عرضی جریان (CS₁)

۱۴ و ۱۶ سانتی‌متر از دیوار قوس بیرونی و مدت زمان برداشت داده‌ها ۶۰ ثانیه بود. داده‌های سرعت برداشت شده، توسط نرم‌افزار Vectrino ثبت و با استفاده از نرم‌افزار WinADV پردازش شد. سپس داده‌های پلایش‌شده‌ی خروجی از این نرم‌افزار، برای محاسبه‌های توزیع سرعت استفاده شد. ویژگی‌های جریان در جدول ۱ آورده شده است.

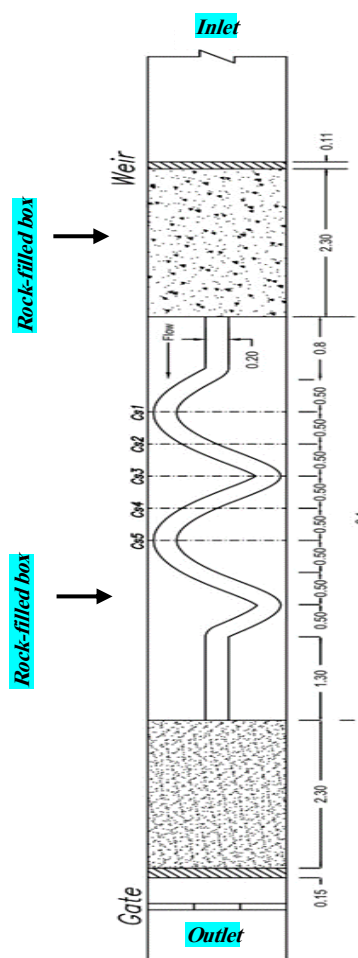


Fig. 1 Schematic scheme of investigating channel

شکل ۱ طرح نمای کلی آبراهه مورد بررسی

جدول ۱ ویژگی‌های جریان در آبراهه‌ی سیلاب‌دستی پيجانی

Table 1 Flow Characteristics in compound meandering channels

H(m)	h(m)	R _c /b	Fr	We	Re*	V(m/s)	Q(m ³ /s)
0.25	0.15	2.75	0.42	150	2070	0.45	0.0583

برای حل معادله‌ی احتمال سرعت، از قیدهایی استفاده می‌شود که از معادله‌های بقای جرم، مومنتم و انرژی نتیجه می‌شوند. از بین قیدهایی یاد شده، با توجه به تاثیر اندک قیدهایی بقای مومنتم و انرژی در برآورد نیم‌رخ سرعت جریان (Barbe et al., 1991)، پژوهشگران دو قید اصلی را برای حل این معادله در نظر می‌گیرند که به ترتیب از قوانین چگالی احتمال سرعت برابر با ۱ و قانون پایستگی جرم نتیجه می‌شود. این قیدهایی توسط رابطه‌های ۳ و ۴ تعریف می‌شود.

$$\int_0^{u_{max}} f(u) du = 1 \quad (3)$$

$$\int_0^{u_{max}} uf(u) du = \bar{u} \quad (4)$$

رابطه بین تابع چگالی احتمال، سنجه M و نسبت سرعت به سرعت بیشینه در هر نقطه از جریان به صورت زیر می‌باشد (Chiu and Murray, 1992):

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln [1 + (e^M - 1)F(u)] \quad (5)$$

بنابراین

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right] \quad (6)$$

که u = سرعت در هر نقطه از آبراهه، u_{max} = سرعت بیشینه در مقطع عرضی و M = سنجه آنتروپی است.

برای محاسبه سنجه‌های ξ و ξ_{max} در توزیع سرعت یک‌بعدی، رابطه‌های ۷ و ۸ پیشنهاد شده است:

$$\xi = \frac{y}{D+h} \exp \left(1 - \frac{y}{D+h} \right) \quad (7)$$

$$\xi_{max} = \frac{D}{D+h} \exp \left(1 - \frac{D}{D+h} \right) \quad (8)$$

که در آن D عمق بیشینه آب در راستای y (فاصله عمودی از کف آبراهه) و h فاصله‌ی نقطه‌ای که در آن سرعت بیشینه رخ می‌دهد تا سطح آب می‌باشد. در آبراهه‌های باز سرعت بیشینه در زیر سطح آب، در $0.5 - 0.5/0.5$ برابر عمق جریان رخ می‌دهد (پدیده دیپ^۱). در این آبراهه‌ها، به دلیل تاثیرپذیری نیم‌رخ سرعت از مسئله افزایش سرعت با افزایش فاصله از دیواره‌ها، توزیع سرعت نمی‌تواند با قانون لگاریتمی تعریف شود (Guo and Julien, 2008). با توجه به

$$H = - \int_0^{\infty} f(x) \ln f(x) dx \quad (1)$$

که $f(x)$ = تابع چگالی احتمال پیوسته از متغیر تصادفی x و H = کمیت‌های بدون اطمینان سنجه x . Chiu (1987) با استفاده از اصل احتمال در تغییرپذیری‌های سرعت، معادله‌ی ۲ را برای محاسبه‌ی توزیع سرعت در آبراهه‌های باز استفاده کرد. معادله‌ی ۲ توزیع سرعت در آبراهه‌ها را بر مبنای مفهوم آنتروپی بیان می‌کند (Chiu, 1989).

$$F(u) = \int_0^u f(u) du = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \quad (2)$$

$f(u)$ تابع چگالی احتمال سرعت، ξ ضریبی که مقدار آن روی هر خط هم‌سرعت تعیین می‌شود ξ_0 = مقدار کمینه‌ی ξ در سطح بستر آبراهه که در آن $u=0$ و ξ_{max} = بیشینه‌ی ξ که در آن $u = u_{max}$.

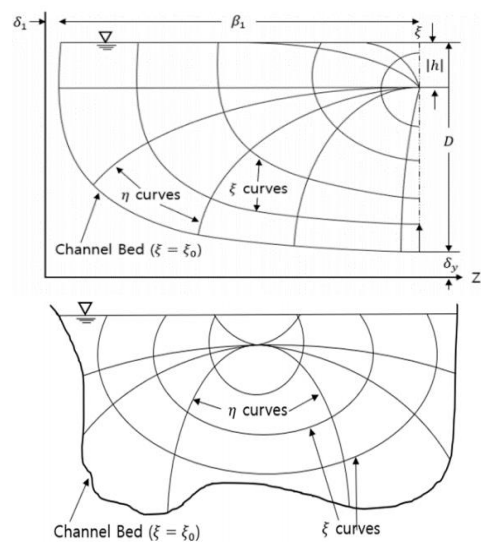


Fig 3 Patterns of velocity distribution and curvilinear coordinate system in open channels (Chiu, 1988)

شکل ۳ توزیع سرعت و سامانه مختصات دارای انحنا در آبراهه‌های باز (Chiu, 1988).

در این حالت، سرعت متوسط به عنوان متغیر تصادفی و دامنه تغییرپذیری‌های آن از صفر تا u_{max} تعریف می‌شود. این معادله می‌تواند مقادیر سرعت را در دو محور x (جهت جریان) و y (جهت عرضی) با استفاده از سنجه آنتروپی (M) محاسبه کند.

1. Dip phenomenon

(2011):

$$\frac{u}{u_{max}} = \frac{2}{G} \left[\frac{(4-G)^2}{16} + G \cdot F(u) \right]^{1/2} - \frac{4-G}{2G} \quad (14)$$

که G سنجه آنتروپی می‌باشد. بر مبنای معادله (۲)، رابطه (۱۴) به رابطه (۱۵) و سپس با جای‌گزینی رابطه‌های (۷) و (۸)، به رابطه (۱۶) تبدیل می‌شود (Singh, 2016):

$$\frac{u}{u_{max}} = \frac{2}{G} \left[\frac{(4-G)^2}{16} + G \left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right) \right]^{1/2} - \frac{4-G}{2G} \quad (15)$$

$$\frac{u}{u_{max}} = \frac{2}{G} \left[\frac{(4-G)^2}{16} + G \frac{y}{D+h} \exp \left(1 - \frac{y}{D+h} \right) \right]^{1/2} - \frac{4-G}{2G} \quad (16)$$

نتیجه‌های بررسی‌ها نشان داده است که توزیع دو بعدی سرعت جریان در آبراهه‌های باز، رابطه‌ای خطی با سنجه آنتروپی دارد:

$$\frac{u_m}{u_{max}} = \frac{G+12}{24} \quad (17)$$

محدودیت‌های روش تسالیس همانند روش شانون (رابطه‌های ۱۱ و ۱۲) در نظر گرفته می‌شود. به منظور بررسی خطا در محاسبه‌ی توزیع سرعت به روش آنتروپی، از روش‌های جذر مربعات میانگین خطا (رابطه ۱۸)، میانگین مطلق خطا (رابطه ۱۹) و میانگین مطلق درصد خطا (رابطه ۲۰) استفاده شد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{u_{i,obs} - u_{i,est}}{u_{i,obs}} \right)^2} \quad (18)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |u_{i,obs} - u_{i,est}| \quad (19)$$

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|u_{i,obs} - u_{i,est}|}{u_{i,obs}} \quad (20)$$

که در این رابطه‌ها $u_{i,obs}$ سرعت طولی مشاهده‌ای و $u_{i,est}$ سرعت طولی محاسبه‌ای می‌باشد.

بنا بر نتیجه‌های بررسی‌های انجام شده، مقدار سنجه آنتروپی در هر مقطع از آبراهه مستقیم، مقداری ثابت است (Daneshfaraz et al., 2018; Farsadizadeh et al., 2011).

اما در آبراهه‌های پیچانی، با توجه به تغییر الگوی سرعت و جریان پیچیده سه‌بعدی به‌ویژه در قوس‌ها، مقدار این سنجه می‌تواند در مسیر آبراهه، متغیر باشد. بنابراین مقادیر این سنجه در سه مقطع از مسیر جریان با استفاده از معادله‌های پیشنهاد شده تعیین شد.

این که بر مبنای داده‌های سرعت اندازه‌گیری شده در این بررسی، بیشینه‌ی سرعت در زیر سطح رخ می‌دهد، معادله‌ی ۶ به ترتیب به صورت معادله ۹ و ۱۰ نوشته می‌شود:

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{y}{D} \exp \left(\frac{D-y}{D+h} \right) \right] \quad (9)$$

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{y}{D} \right] \quad (10)$$

که معادله ۱۱، توزیع سرعت در مقطع‌های مورد مطالعه را محاسبه می‌کند.

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = \phi(M) = \frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \quad (11)$$

بنابراین:

$$\bar{u} = f(u_{max}, M) = \phi(M) u_{max} \quad (12)$$

سنجه ϕ مربوط به شدت آشفتگی جریان است که در حالت جریان آشفته به مقدار ۱ نزدیک می‌شود (Zahiri et al., 2017). این معادله نشان می‌دهد مقدار نسبی سرعت میانگین به سرعت بیشینه در هر مقطع مقدار ϕ می‌باشد و مقدار این سنجه در سراسر هر مقطع از مسیر جریان، ثابت است.

۳-۲- آنتروپی تسالیس

(Tsallis (1988) و (Gell-Mann and Tsallis (2004)

به منظور تعیین توزیع سرعت جریان، با ایجاد تغییر در شکل کلی آنتروپی شانون، به صورت تعریف سرعت متوسط زمانی به عنوان متغیر تصادفی u در هر مقطع از آبراهه، تابع چگالی احتمال را به صورت:

$$H(u) = \frac{1}{m-1} \left\{ 1 - \int_0^{u_{max}} [f(u)]^m du \right\} = \frac{1}{m-1} \left\{ \int_0^{u_{max}} f(u) [1 - [f(u)]^{m-1}] du \right\} \quad (13)$$

ارائه کردند که u برابر است با میزان سرعت در هر نقطه، u_{max} برابر است با سرعت بیشینه در هر مقطع، $f(u)$ برابر است با تابع چگالی احتمال و m ضریب ثابت می‌باشد. اگر $m > 0$ باشد، تابع آنتروپی صعودی می‌شود. آنتروپی تسالیس همانند آنتروپی شانون می‌تواند بر مبنای اصل بیشینه‌ی توزیع احتمالاتی یک متغیر، نتیجه‌هایی دقیق‌تر تولید کند.

معادله ۱۳ را می‌توان به صورت زیر نوشت (Singh & Luo,

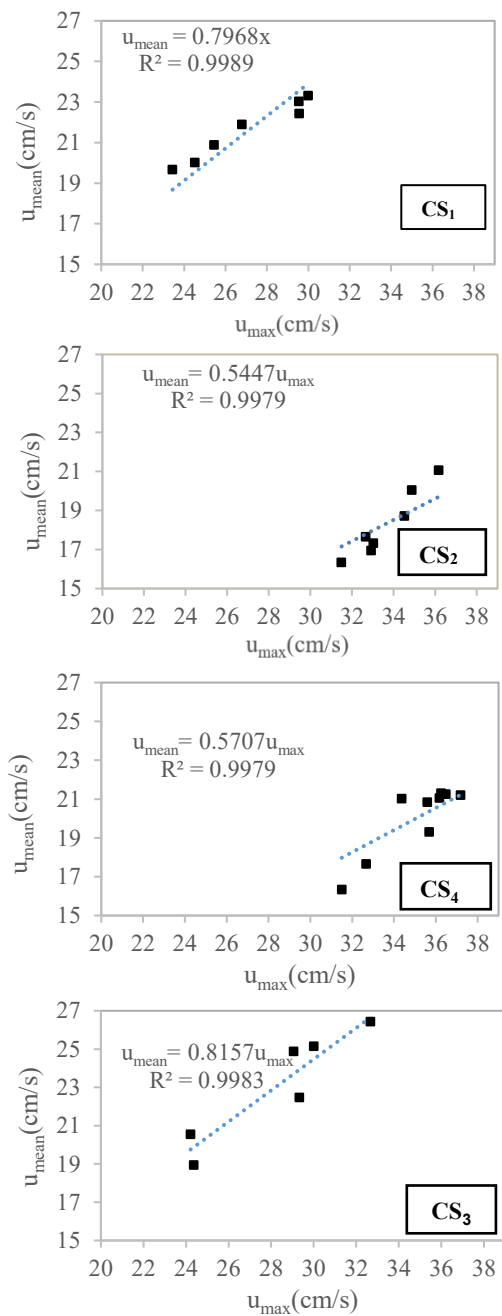


Fig. 4 The variations of u_{mean} versus u_{max} for in CS₁-CS₅
 شکل ۴ رابطه سرعت بیشینه و سرعت میانگین
 در مقطع‌های CS₁-CS₅

جریان در آبراهه مستقیم و مجرای اصلی پیچانی می‌باشد. همچنین، کاهش گرادیان فشار و جریان‌های ثانویه ناشی از هندسه‌ی قوس‌ها می‌تواند از دیگر عامل‌ها باشد که این نتیجه با نتیجه پژوهش Pan et al. (2019) مطابقت دارد. شکل ۴ نسبت مقدارهای میانگین و بیشینه‌ی سرعت را در پنج مقطع مورد بررسی نشان می‌دهد. مطابق شکل محدودده‌ی سرعت در دو مقطع میانی قوس‌ها (CS₂ و CS₄)

۴- نتیجه‌ها و بحث

۴-۱- توزیع سرعت در راستای جریان

برمبنای بررسی‌های انجام شده، درآبراهه‌های پیچانی، در نزدیکی محل ورود به قوس، بیشینه جریان در قوس، درونی دیده می‌شود، پس از آن، در محل ورود به قوس، به‌علت افزایش عمق جریان در اثر افزایش گرادیان فشار در قوس بیرونی و تاثیر جریان‌های ثانویه، با کاهش سرعت در قوس بیرونی روبه‌رو هستیم و در مقابل، سرعت در قوس درونی افزایش می‌یابد. به تدریج با خروج جریان از قوس آبراهه، مکان سرعت بیشینه به مرکز آبراهه منتقل شده و در پایین‌دست به قوس بیرونی منتقل می‌شود (Shiono and Muto, 1998). شکل ۳ سرعت طولی (u) را در پنج مقطع از مجرای اصلی، در امتداد آبراهه پیچانی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل قابل مشاهده است، در مقطع‌های CS₁، CS₂ و CS₃، سرعت بیشینه جریان، نزدیک به قوس درونی و سطح جریان روی داده است و این موضوع به‌علت انتقال مومنتم ناشی از شکل‌گیری لایه برشی در ناحیه تقاطع

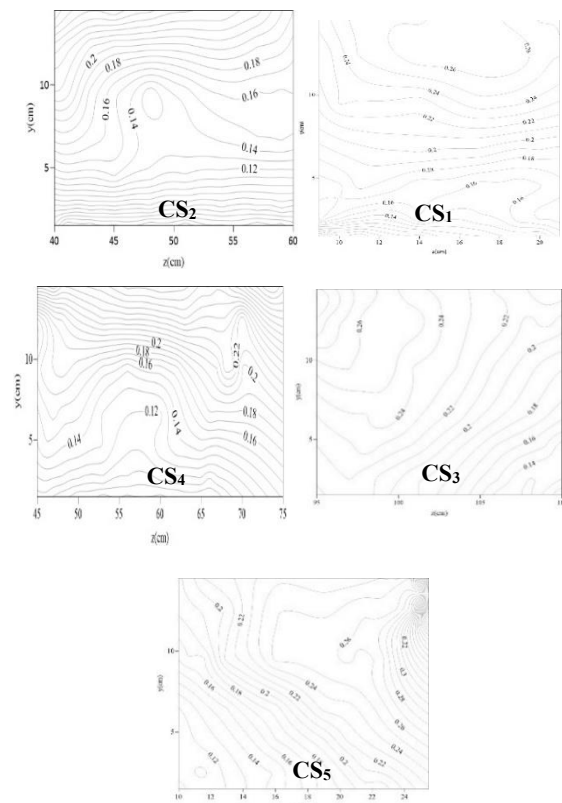


Fig. 3 Streamwise velocity distribution contours at cross-sections CS₁-CS₅ ($w/h < 5$)

شکل ۳ توزیع سرعت طولی در مقطع‌های CS₁-CS₅ ($w/h < 5$)

سنجه آنتروپی در مقطع‌های مختلف، موثر باشند.

جدول ۲ سنجه‌های محاسبه شده‌ی معادله‌ی چپو برای سه

مقطع CS_1 ، CS_3 و CS_5

Table 2 Calculated parameters of the Chiu equation for the three sections CS_1 , CS_3 , and CS_5 .

R^2	G	M	$\phi(M)$	Cross Section No.
0.96	7.18	4.71	0.797	CS_1
0.9	7.38	5.29	0.784	CS_3
0.98	8.0	5.92	0.94	CS_5

شکل ۵ مقایسه نیم‌رخ‌های عمقی سرعت محاسباتی با استفاده از مفهوم آنتروپی شانون و تسالیس و سرعت‌های اندازه‌گیری شده در مقطع‌های CS_1 ، CS_3 و CS_5 را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، پیش‌بینی توزیع سرعت‌ها در مقایسه با مقدارهای مشاهده‌شده در مقطع‌های انتخابی از روش آنتروپی شانون در مقایسه با روش تسالیس دقت بیشتری داشته است. که این دقت، با نزدیک شدن به مرکز آبراهه افزایش می‌یابد. (به عبارت دیگر با دور شدن از دیواره‌ها اثر جدار بر جریان کاهش می‌یابد). دلیل آن می‌تواند تاثیر نزدیکی دیواره سیلاب‌دشت در محل قوس‌ها باشد. که این عامل در روش شانون دیده نشده است. زیرا در ناحیه‌های نزدیک به دیواره در قوس‌ها، ترکیب تاثیر انتقال مومنتم و جریان در قوس‌ها می‌تواند در ضریب‌های موجود در معادله توزیع سرعت، تغییرپذیری بیشتری ایجاد کند. در حالی که در میانه‌ی آبراهه، به‌علت عدم تاثیر دیواره و انتقال مومنتم، مدل شانون می‌تواند هم‌خوانی بیشتری با نتیجه‌ها نشان دهد. بررسی شرایط جریان در سه قوس متوالی مورد بررسی نشان می‌دهد خطا در قوس سوم (CS_5) نسبت به دو قوس دیگر بیشتر است که می‌تواند به‌علت تاثیر قوس‌های پیشین باشد. کاهش انرژی جریان بر توزیع سرعت موثر است و می‌تواند دلیل دیگری بر افزایش خطا در این مقطع باشد. از سوی دیگر از شکل ۵ می‌توان دریافت هرچند مقدارهای پیش‌بینی شده تا تراز مجرای اصلی نتیجه‌های بهتری را نشان می‌دهند، اما در ترازهای بالاتر، نیاز به ضریب‌های تصحیح برای بهبود نتیجه‌های توزیع سرعت به‌وضوح مشاهده می‌شود که این امر در مورد مقطع CS_5 ضروری‌تر است. مقدارهای نمایه‌های آماری خطا در محاسبه‌ی توزیع سرعت به روش آنتروپی شانون و تسالیس در جدول ۳ آمده است.

بیشتر است که نشان‌دهنده قدرت کمتر تبادل انرژی در این بخش از جریان است. همچنین مقدارهای $\phi(M)$ در این دو مقطع به‌نسبت کوچک‌تر است که نشان از آشفتگی کمتر نسبت به مقطع‌های قوس‌ها دارد (Zahiri et al., 2017).

۲-۴- توزیع سرعت با استفاده از روش آنتروپی

روش‌های شانون و تسالیس، با استفاده از اصل بیشینه‌سازی آنتروپی، معادله‌های توزیع سرعت جریان در آبراهه‌ها را ارائه می‌کنند. بنابراین، مقدار سنجه‌های ϕ و M در آبراهه مورد مطالعه، با استفاده از رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ تعیین می‌شود. آنگاه با در نظر گرفتن قیده‌های یادشده مقدارهای سنجه M برای مقطع‌های CS_1 ، CS_3 و CS_5 به ترتیب برابر $۴/۷۷$ ، $۵/۰۲$ و $۵/۹۲$ به‌دست آمد و توزیع سرعت در راستای جریان، در مقطع‌های یادشده برآورد شد. شکل ۵ نیم‌رخ‌های ترسیم شده را نشان می‌دهد. مقدارهای به‌دست‌آمده برای سنجه M انطباق مناسبی را با نتیجه‌های بدست آمده در رودخانه‌های آمریکا (Luo and Singh, 2011) نشان می‌دهد. همچنین با استفاده از رابطه‌ی ۱۷، مقدار سنجه G در سه مقطع مورد بررسی محاسبه و توزیع سرعت با استفاده از رابطه‌ی تسالیس به‌دست آمد. نتیجه‌های مقایسه‌ای این دو روش، در سه مقطع در راستای جریان، در شکل ۵ آورده شده است. جدول ۲ جزئیات سنجه‌های محاسبه شده‌ی معادله‌ی چپو و تسالیس را برای سه مقطع CS_1 ، CS_3 و CS_5 نشان می‌دهد. با توجه به تغییرپذیری‌های افزایشی سنجه M در مقطع CS_5 نسبت به مقطع CS_3 و مقطع CS_1 ، می‌توان به این نتیجه رسید که مقدارهای سنجه آنتروپی در پیچان‌رودها، به‌دلیل ویژگی‌های هیدرودینامیکی جریان و تغییرپذیری‌های هندسه مقطع جریان که یکی از عوامل تولیدکننده جریان‌های ثانویه می‌باشد و بر توزیع سرعت در این آبراهه‌ها تاثیرگذار است، در مقطع‌های مختلف ثابت نیست که این نتیجه با بررسی‌های (Luo and Singh (2011) و Esmaeili Varaki et al. (2013) هم‌خوانی دارد. همچنین مقدارهای مختلف سنجه‌های M و G در مسیر پیچان‌رود، اصل مقدار ثابت ضریب آنتروپی در آبراهه‌ها را با تردید روبه‌رو می‌کند و تاکید می‌کند در آبراهه‌های طبیعی، وجود قوس‌های بالادست، ویژگی‌های هندسی مختلف و تاثیر قوس‌های بالادست، می‌تواند با تاثیر بر توزیع سرعت جریان، بر روی مقدارهای

$$u_{max} = \frac{u_s M}{\ln [1 + (e^M - 1) \frac{1}{1 - \frac{1}{D}} \exp(1 - \frac{1}{h})]} \quad (21)$$

$$u_{max} = \frac{u_s (\frac{12+G}{12-G})}{\ln [1 + (e^{\frac{12+G}{12-G}} - 1) \frac{1}{1 - \frac{1}{D}} \exp(1 - \frac{1}{h})]} \quad (22)$$

۷- برای محاسبه سرعت‌های میانگین به ترتیب برای آنتروپی شاننون و تسالیس از معادله‌های ۱۱ و ۱۷ استفاده می‌شود.

۸- محاسبه مساحت مقطع با استفاده از داده‌های سطح آب.

۹- محاسبه دبی عبوری یا استفاده از سرعت میانگین محاسبه شده در گام هفتم و مساحت محاسبه شده در گام ۸، به صورت: $Q = Au_{mean}$

۵- نتیجه‌گیری

توزیع سرعت در رودخانه‌ها از جمله مهم‌ترین ویژگی‌های جریان به‌منظور برآورد دقیق دبی جریان، کاربردهای طراحی، پیش‌بینی فرسایش و توزیع آلودگی می‌باشد. نتیجه‌های بررسی‌های پیشین، نشان از پتانسیل بالای روش‌های مبتنی بر مفهوم آنتروپی در زمینه برآورد توزیع سرعت در آبراهه‌های باز دارد. روش آنتروپی که بر مبنای موقعیت و مقدار بیشینه سرعت کار می‌کند، می‌تواند در تعیین توزیع سرعت و دبی در آبراهه‌های پیچانی مفید باشد. درحالی‌که در روش‌های مرسوم اندازه‌گیری مقدارهای سرعت در سراسر مقطع جریان مورد نیاز است که پرهزینه و زمان‌بر می‌باشد. در این پژوهش، کارایی روش‌های آنتروپی چپو و تسالیس در تعیین توزیع سرعت در مدل آزمایشگاهی یک آبراهه‌ی پیچانی ارزیابی شد. سه مقطع در مسیر جریان، انتخاب و با استفاده از تعیین مقدارهای سنجه‌های M و G، توزیع سرعت در هر مقطع، با مقدارهای مشاهده‌شده مقایسه شد. سپس توزیع سرعت با استفاده از دو روش انتخابی، در سه مقطع از آبراهه که شامل قوس بودند، با یکدیگر مقایسه شدند. به‌منظور تعیین دقت این روش‌ها، از معیارهای خطای RMSE و MAE و MAPE استفاده شد و

کمینه میانگین مطلق درصد خطا در روش شاننون با مقدار ۸/۵۹ در مقطع CS₃ و کمینه مقدار سنجه RMSE نیز در این مقطع برابر ۰/۰۱ می‌باشد که نشان‌دهنده بهترین پیش‌بینی مقدارهای توزیع سرعت است. درحالی‌که روش تسالیس در این مقطع با مقدار RMSE برابر ۰/۰۸ و MAPE برابر ۲۶/۸۱ بیشترین میزان خطا را محاسبه می‌کند.

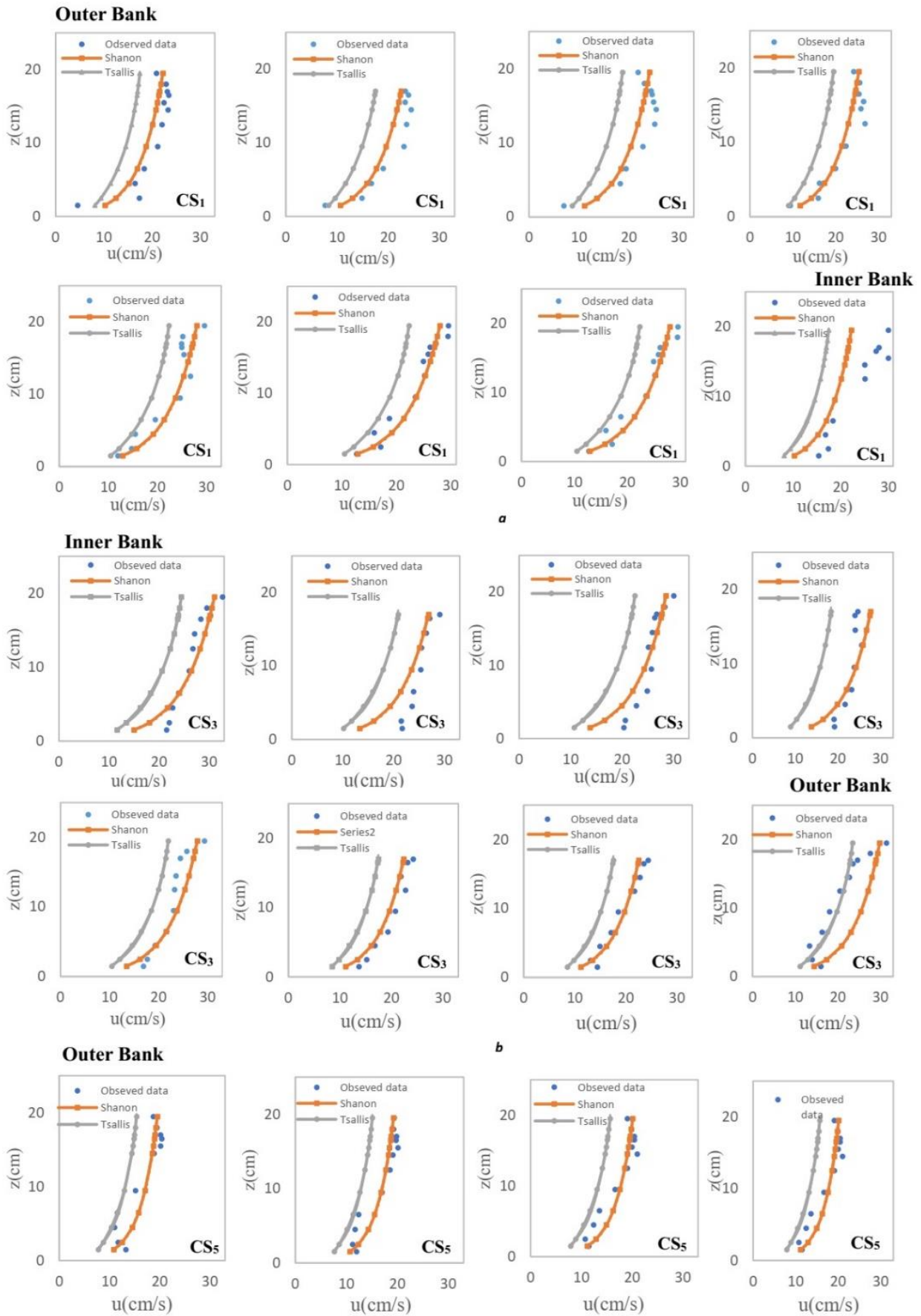
جدول ۳ مقدارهای نمایه‌های آماری خطا در محاسبه‌ی توزیع سرعت به روش آنتروپی شاننون و تسالیس

Table 3 Statistical error indices for calculating the velocity distribution using Shannon and Tsallis entropy method

Tsallis Entropy			Shanon Entropy			Error Index
CS ₅	CS ₃	CS ₁	CS ₅	CS ₃	CS ₁	
0.07	0.08	0.06	0.02	0.01	0.03	RMSE
4.61	5.99	5.05	2.28	1.88	1.7	MAE
22.84	26.81	23.32	11.83	8.59	9.93	MAPE

۳-۴- برآورد سرعت متوسط و دبی در آبراهه‌ها با استفاده از روش‌های آنتروپی شاننون و تسالیس برای محاسبه سرعت متوسط عبوری از یک مقطع و دبی متناظر با آن، می‌توان مرحله‌های زیر را انجام داد (Vyas et al., 2020):

- ۱- بر مبنای داده‌های سرعت مکانی موجود در یک مقطع، موقعیت دیپ^۱ (عمق سرعت بیشینه) در راستای عمق جریان مشخص می‌شود.
- ۲- مقدارهای سرعت در چندین نقطه از این راستا، شامل سطح جریان اندازه‌گیری می‌شود.
- ۳- برای دبی‌های مختلف، سرعت میانگین و بیشینه استخراج می‌شود.
- ۴- مقدارهای سنجه‌های M و G محاسبه می‌شود.
- ۵- سنجه D با توجه به پدیده دیپ تعیین می‌شود.
- ۶- برای محاسبه سرعت بیشینه با استفاده از سرعت سطحی، معادله‌های ۲۱ و ۲۲ به ترتیب برای آنتروپی شاننون و تسالیس به کار می‌رود:



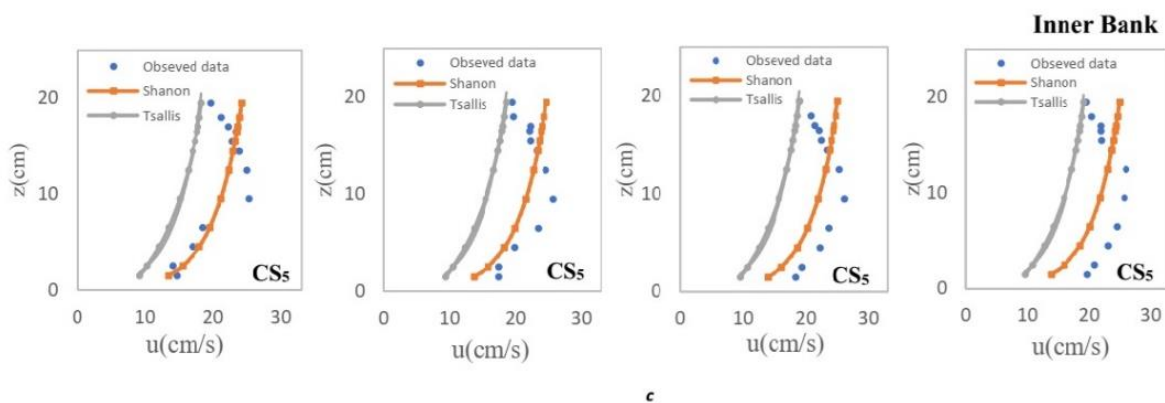


Fig. 5 Comparison of depth velocity profiles computed using the Shannon and Tsallis entropy concepts with measured velocities at sections a) CS₁, b) CS₃, and c) CS₅.

شکل ۵ مقایسه نیم‌رخ‌های عمقی سرعت محاسباتی با استفاده از مفهوم آنتروپی شانون و تسالیس و سرعت‌های اندازه‌گیری شده در مقطع‌های (a) CS₁، (b) CS₃ و (c) CS₅

حمایت معاونت محترم پژوهشی دانشگاه فردوسی مشهد تقدیر می‌شود.

دسترسی به داده‌ها

همه اطلاعات و نتایج در متن مقاله ارائه شده است. مجموعه داده‌های تولید شده و یا تحلیل شده در طول مطالعه حاضر، در صورت درخواست معقول، از نویسنده مسئول در دسترس هستند.

مشارکت نویسندگان

نویسنده اول: انجام آزمایشات، نوشتن مقاله و تجزیه و تحلیل داده‌ها.

نویسنده دوم: تجزیه و تحلیل ایده پردازی در نگارش مقاله و بازخوانی متن.

۶- منابع

- Akhoni Pourhosseini, F. & Ebrahimi, K. (2020). Shannon's Entropy Evaluation on Determination of Surface Water Quality, Case Studies: Karun and Babolrood Rivers. *Water and Irrigation Management*, 9(2), 171-183.
- Ammari, A. & Remini, B. (2010). Estimation of Algerian Rivers discharges based on chiu's equation. *Arab Journal of Geosci*, 3, 59-65.
- Barbe, D., Cruise, J. & Singh, V. (1991). Solution of three-constraint entropy-based velocity distribution. *J. Hydraul. Eng.*, 117(10), 1389-1396.
- Brunsell, N.A. (2010). A multiscale information

نتیجه‌های نشان داد آنتروپی چپو و تسالیس عملکرد مناسبی در برآورد سرعت در این نوع آبراهه‌ها دارند. درمقایسه دو روش بررسی شده، روش شانون با کمینه میزان خطای RMSE برابر با ۰/۰۱، نتیجه‌های بهتری نشان داد، اگرچه نتوانست تاثیر دیواره‌های آبراهه در توزیع سرعت را اعمال کند. همچنین نتیجه‌های توزیع سرعت در ترازهای بالاتر از مجرای اصلی، نتیجه‌های مطلوب‌تری داشت. بنابراین با تعیین مکان بیشینه‌ی سرعت در رودخانه‌ها، می‌توان با اندازه‌گیری سرعت در این نقطه، توزیع سرعت را در سراسر مقطع تعیین کرد، به‌نظر می‌رسد می‌توان از روش آنتروپی به‌عنوان روشی ساده، ارزان و در عین حال به‌نسبت دقیق، در آبراهه‌های طبیعی بهره برد. همچنین پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی با بررسی پیچان‌رودها و عامل‌های موثر بر تغییر سنج آنتروپی در این آبراهه‌ها، رابطه‌ای اصلاحی برای محاسبه سنج آنتروپی تعیین شود.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ گونه تضاد منافی در خصوص نگارش و انتشار مطالب و نتایج این پژوهش ندارند.

منابع مالی

حمایت‌های مالی این تحقیق از محل اعتبار پژوهشی شماره پژوهانه ۴۷۲۶۷ صورت گرفته است. بدینوسیله از

- Gholami, A., Bonakdari, H. & Mohammadian, A. (2019). A method based on the Tsallis entropy for characterizing threshold channel bank profiles. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 121089. doi:10.1016/j.physa.2019.121089.
- Guo, J. & Julien, P.Y. (2008). Application of the Modified Log-Wake Law in Open-Channels. *Journal of Applied Mechanics*, 1(2), 17-23.
- Jaynes, E.T. (1957). Information theory and statistical mechanics. *Phys. Rev.*, 106(4), 620–630.
- Jaynes, E.T. (1982). On the rationale of maximum entropy methods. *Proc. IEEE*, 70(9), 939–952
- Jha, R. & Singh. V.P. (2008). Evaluation of river water quality by entropy. *KSCE J. Civil Eng.*, 12(1), 61-69.
- Karamouz, M., Nokhandan, A.K., Kerachian, R. & Maksimovic, C. (2009). Design of on-line river water quality monitoring systems using the entropy theory: a case study. *Environ. Monit. Assess.*, 155(1-4), 63-81.
- Kazemian-Kale-Kale, A., Bonakdari, H., Gholami, A., Sheikh Khozani, Z., Akhtari, A.A. & Gharabaghi, B. (2018), Uncertainty analysis of shear stress estimation in circular channels by Tsallis entropy, *Physica A*, 510, 558-576.
- Khalilabadi, M.R., Shojaezadeh, S.H. & Dehghani Ashkzari, G.H. (2021). Estimation of Flow Velocity Using Entropy Theory and Verification by Experimental Flume and Natural Rivers Data, 6(1), 21-34. (In Persian)
- Kumbhakar, M., Rajendra K.R., Ghoshal, K., Singh, V.P. (2020), On the role of Tsallis entropy index for velocity modelling in open channels, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 557, https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.124901.
- Leopold, L.B., Wolman, M.G. & Miller, J.P. (1964). *Fluvial Processes in Geomorphology*. San Francisco, Calif.: W.H. Freeman, 522p.
- Luo, H. (2009). Tsallis entropy-based velocity distributions in open channel flows. M. Sc. Thesis, Texas A&M University. College Station, TX.
- Luo, H. & Singh, V.P. (2011). Entropy theory for two-dimensional velocity distribution. *J. Hydrol. Eng.*, 18(2), 331-339.
- Luo, H., Singh, V. & Schmidt, A. (2018). Comparative study of 1D entropy-based and conventional deterministic velocity distribution equations for open channel flows. *J. Hydrol.*, 563, 679–693.
- Mirabbasi Najafabadi, R., Dinpazhoh, Y. & Fakheri-Fard, A. (2012). Rainfall Runoff Modelling Using theory approach to assess spatial-temporal variability of Precipitation. *J. Hydrol.*, 385, 165-172.
- Chiu, C.L. (1987). Entropy and probability concepts in hydraulics. *J. Hydr Hydraulic Engineering*, 113(5), 583-600.
- Chiu, C.L. (1988). Entropy and 2-D velocity distribution in open channels. *J. Hydraulic Engineering*, 114(7), 738-756.
- Chiu C.L., (1989). Velocity distribution in open-channel flow. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 115(5), 576-594.
- Chiu, C.L. (1991). Application of entropy concept in open-channel flow. *J. Hydraul. Eng.*, 117(5), 615-628.
- Chiu, C.L. & Said, C.A. (1995). Maximum and mean velocities and entropy in open- channel flow. *J. Hydraul. Engineering*, 121(1), 26-35.
- Chiu, C.L. & Murray, D.W. (1992). Variation of velocity distribution along non-uniform open-channel flow. *J. Hydraul. Eng.*, 118, 989–1001.
- Chiu, C.L. & Tung, N.C. (2002). Maximum velocity and regularities in open-channel flow. *J. Hydraul. Engineering*, 128(8), 803-803.
- Choo, Y.-M., Jeon, H.-S. & Seo, J.-C. (2021.) Entropy-Based Shear Stress Distribution in Open Channel for All Types of Flow Using Experimental Data. *Entropy*, 23, 1540, https://doi.org/10.3390/e23111540.
- Daneshfaraz, R., Moazamnia, M. & Sadeghfam S. (2018). Estimating the Velocity Distribution in Narrow Combined. Sewers using Entropy Theory *Irrigation and Drainage Structures Engineering Research*, 19(71), 1-18.
- Esmacili Varaki, M., Ghorbani Nasralah Abadi, S. & Navabian, M. (2013). Evaluation of entropy based chiu's method for prediction of the velocity distribution and discharge in rivers. *Journal of Water and Soil Conservation*, 6(6), 147-164.
- Farina, G., Alvisi, S., Franchini, M. & Moramarco, T. (2014). Three methods for estimating the entropy parameter M based on a decreasing number of velocity measurements in a river cross-section. *Entropy*, 16, 2512–2529.
- Farsadzadeh, D., Hosseinzadeh Dalir, A., Ghorbani, MA. & Samadian Fard, S. (2011). Estimation of Flow Velocity Distribution in Smooth-Bed Open Channels with a Smooth Bed Using Entropy Theory and Genetic Programming, *Journal of Water and Soil Science*, 21(3), 61-74.
- Gell-Mann, M. & Tsallis, C. (2004). *Nonextensive Entropy—Interdisciplinary Applications.*, Oxford University Press, New York, 1–52.

- Singh, V.P. & Luo, H. (2011), Entropy Theory for Distribution of One-Dimensional Velocity in Open Channels, *Journal of Hydraulic Engineering*, 16(9), 725-735.
- Singh, V P., Marini, G. & Fontana, N. (2013). Derivation of 2D Power-Law Velocity Distribution Using Entropy Theory. *Entropy*, 15(4), 1221-1231.
- Singh, V.P. (2016). Introduction to Tsallis entropy theory in water engineering. CRC Press.
- Sontek (2001). Acoustic Doppler Velocimeter (Field) Technical Documentation. Sontek/YSI, Inc., San Diego, CA.
- Termini, D. & Moramarco, M. (2020), Entropic model application to identify cross-sectional flow effect on velocity distribution in a large amplitude meandering channel, *Advances in Water Resources*, 143,103678, <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2020.103678>.
- Tsallis, C. (1988). Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *J. Stat. Phys.*, 52(1-2), 479-487.
- Tsallis, C. (2002). Entropic nonextensivity: A possible measure of complexity. *Chaos Solitons Fractals*, 13, 371-391.
- Tsallis, C., & Bukman, D. J. (1996). Anomalous diffusion in the presence of external forces: Exact time-dependent solutions and their thermostatical basis. *Phys. Rev. E*, 54(3), R2197-R2200.
- Tsallis, C., Mendes, R.S. & Plastino, A.R. (1998). The role of constraints within generalized nonextensive statistics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 261(3), 534-554.
- Vyas, J.K., Perumal, M. & Moramarco, T., 2020. Discharge estimation using Tsallis and Shannon entropy theory in natural channels. *Water*, 12(6), 1786, <https://doi.org/10.3390/w12061786>.
- Xia, R. (1997). Relation between mean and maximum velocities in a natural river, *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(8), 720-723.
- Ya, P., Lib, Z., Yanga, K. & Jia, D. (2019). Velocity distribution characteristics in meandering compound channels with one-sided vegetated floodplains, *Journal of Hydrology*, 578, 124068, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124068>.
- Zahiri, A., Hashemi, F. & Yousefabadi, I. (2017). Simulation of two-dimensional velocity distributions in rivers based on Chiu's theory (Case Study: Gorganrood River). *Iranian Journal of Ecohydrology*, 4(3), 791-802. (In Persian)
- the Principle of Maximum Entropy (Case Study: Kasilian Watershed). *JWSS*, 15 (58), 39-52.
- Miranda, D. & Russo, M.G. (2020). Modeling Bed Shear Stress Distribution in Rectangular Channels Using the Entropic Parameter. *Entropy*, 22, 87, <https://doi.org/10.3390/e22010087>.
- Moazamnia, M. & Sadeghfam, S. (2018). Estimating the Velocity Distribution in Narrow Combined Sewers using Entropy Theory, Irrigation and Drainage Structures Engineering Research, 19(71), 1-18. (In Persian)
- Moramarco, T., Barbetta, S. & Tarpanelli, A. (2017). From surface flow velocity measurements to discharge assessment by the entropy theory. *Water*, 9(2), 120, <https://doi.org/10.3390/w9020120>.
- Moramarco, T., Saltalippi & Singh, V.P. (2004). Estimation of mean velocity in natural channels based on Chiu's velocity distribution equation. *J. Hydrologic Engrg.*, 9(1), 42-50.
- Moramarco, T. & Termini, D. (2015). Entropic approach to estimate the mean flow velocity: experimental investigation in laboratory flumes. *Environ. Fluid Mech.*, 15(6), 1163-1179.
- Pan, Y., Li, Z., Yanga, K. & Jia, D. (2019). Velocity distribution characteristics in meandering compound channels with one-sided vegetated floodplains, *Journal of Hydrology*, 578, 124068. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124068>.
- Pathak, K., Pandey, K.K. & Singh, V.P., (2020). Entropy-based velocity and shear stress distributions for trapezoidal channel. *Journal of Hydrologic Engineering*, 25(11), 04020047, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0002001](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0002001)
- Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. *J. Bell Systems Technical*, 27(3), 379-423.
- Shiono, K. & Muto, Y. (1998). Complex flow mechanisms in compound meandering channels with overbank flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 376, 221-261.
- Singh, G., Khosa, R., Jain, M.K., Moramarco, T. & Singh, V.P. (2023), Influence of the channel bed slope on Shannon, Tsallis, and Renyi entropy parameters, *Journal of Hydroinformatics*, 25(6), 2195-2209.
- Singh, V.P. & Cui, H. (2014). Suspended sediment concentration distribution using Tsallis entropy. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 414, 31-42.



© 2026 The Author(s). Published by Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.