

Numerical Simulation of Water Flow Passing over the Steps using the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics Method with the Cubic Spline Kernel

Elham Eshraghi¹, Mahdi Mollazadeh^{2*}, Sadegh Moodi^{3*}, Hossein Mahdizadeh⁴

1- MSc Student, Water and Hydraulic structures, University of Birjand, Birjand, Iran.

2- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

3- PhD, Department of civil engineering, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran.

4- Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran.

* mollazadeh.mahdi@birjand.ac.ir & sadegh.moodi@gmail.com

Received: 25 February 2024

Accepted: 12 August 2024

Discussion: 23 September 2025



J. Hydraul.

Iranian Hydraulic Association

Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: The Eulerian framework is the most widely used method for modelling physical problems. This type of modelling requires the use of mesh-dependent numerical methods to solve differential equations. In addition to the problems of stability and expensive processing, these types of methods encounter serious problems in complex geometries and moving boundaries. On the other hand, the basic assumption of Lagrangian modelling is to divide the domain into particles. The smoothed particle hydrodynamics method is a common meshless method that has received considerable attention. This method replaces a fluid with a set of particles to achieve an approximate numerical solution of fluid dynamics equations. Because of the capability of this method to simulate flow on a large and complex scale, in this study, the flood phenomenon was simulated on a smaller scale. Therefore, flood flow with less water volume and obstacles in the flood path is considered as a positive and negative step. According to the authors' information, such an application of the smoothed particle hydrodynamic method has not yet been simulated.

Methodology: To simulate the water flow over the steps using the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method, a two-dimensional model of the steps and water should be created first. Then, the governing equations of the fluid flow should be discretised, and the characteristics of the flow and modelling algorithm should be determined. In the next step, SPHYSICS code is used to define the boundaries. In this process, small particles are considered mass representatives of the water flow and walls. In this research, a comparison between the experimental results of a laboratory model of a dam-break flow and the numerical results was performed for validation. Considering that the particle distance and kernel type are very important in the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method, the effects of these parameters on the results of the mentioned method are analysed and considered. Subsequently, the modelling of water passing over the steps is performed and analysed in two scenarios: (I) dam break and water flow falling from two consecutive steps downwards, and (II) collision and passage of water flow over two fixed obstacles. The simulation results from both scenarios were compared with the results of the STAR-CD software, which is a mesh-based commercial software solving the Navier-Stokes equations based on the finite volume method.

Results and Discussion: The available experimental data of a dam-break problem were adopted to determine the validity of the Weakly Compressible Smoothed Particle hydrodynamics method. In addition, two kernel functions, the cubic spline and quintic spline, were considered to examine their performance during this test. A comparison of the numerical model results with experimental data showed that the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method produces acceptable outputs. Moreover, the cubic spline performed better than the other kernel functions for the dam-break problem. Then, the effect of the particle distance on the numerical results has been studied and concluded that the use of the particle size of 0.01m compared to 0.0009m increases the error criteria. This analysis can be generalised to other particle distances. By examining the results of changing the particle distance, it is possible to understand the superiority of selecting smaller particle distances. However, it is worth noting that selecting smaller intervals increases the cost and computational time. The dam-break flow over two consecutive negative steps is simulated in the next step. The results were also compared with the STAR-CD software. In the second scenario, two obstacles in the form of steps were located, and a dam-break flow collided with these obstacles. Despite the complexity of the simulation process for these cases and the turbulent nature of the collision, the results obtained using the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics with cubic spline kernel function were in good agreement with the STAR-CD results. This proves the applicability of the numerical method.

Conclusion: This research showed that reducing the distance between particles causes more convergence of the results, although it increases the calculation time. In addition, the cubic spline kernel generates better results than the quintic spline kernel. A comparison was made between the results of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method and the outputs of STAR-CD. Moreover, the RMSE and Euclidean Error Norm criteria were calculated. Despite the differences between the methods, good agreement between the results was observed, which shows that the Smoothed Particle Hydrodynamics method can be used as a suitable method to simulate the flow over the steps.

Keywords: Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics, Numerical Simulation, Dam-break, STAR-CD Software.

شبیه‌سازی عددی جریان آب عبوری از روی پله با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با به کارگیری کرنل اسپیلاین درجه سوم

الهام اشراقی^۱، مهدی ملازاده^{۲*}، صادق مودی^{۳*} و حسین مهدیزاده^۴

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.

۲. استادیار، گروه مهندسی عمران دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.

۳. دکتری، دانشکده مهندسی شهید نیکبخت، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۴. دانشیار، گروه مهندسی عمران دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.

* mollazadeh.mahdi@birjand.ac.ir & sadegh.moodi@gmail.com

دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۰۶، پذیرش: ۱۴۰۳/۰۵/۲۲، نقد و بررسی: ۱۴۰۴/۰۷/۰۱ ✦✦✦ وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: روش‌های مبتنی بر شبکه‌بندی که از گذشته ابزاری سودمند برای مدل‌سازی جریان بوده‌اند، دارای محدودیت‌هایی می‌باشند. روش هیدرودینامیک ذرات هموار از جمله روش‌های رایج بدون شبکه است که مورد توجه قرار گرفته‌است. با توجه به کاربرد گسترده روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، در این پژوهش انتشار جریان آب عبوری از روی پله، با استفاده از این روش، شبیه‌سازی شده‌است. بدین منظور در آغاز معادله‌های حاکم بر سیال گسسته‌سازی شده است. آنگاه نتایج عددی مسئله انتشار جریان شکست سد با داده‌های تجربی صحت‌سنجی شده‌است. با توجه به اهمیت فاصله ذرات و تابع کرنل در روش هیدرودینامیک ذرات هموار، تاثیر این دو فراسنجه بر نتایج روش یادشده بررسی شده است. نتایج صحت‌سنجی نشان‌دهنده سطح بالایی از دقت و سازگاری بین نتایج شبیه‌سازی و داده‌های مرجع است. سپس، دو پیش‌فرض شبیه‌سازی شده‌است: (۱) جریان شکست سد از دو پله به سمت پایین سقوط کرده، به بستر رسیده و در دو جهت انتشار یافته‌است. (۲) دو پله به شکل مانع در جهت جریان قرار داده شده و برخورد جریان آب با این مانع‌ها بررسی شده‌است. نتایج شبیه‌سازی با نتایج حاصل از نوعی مدل عددی حجم سیال به وسیله نرم‌افزار استار سی‌دی مقایسه شده است و یک تجزیه و تحلیل کمی با محاسبه نرم اقلیدسی انجام شده‌است که این معیار خطا از 1.2723×10^{-4} تا 4.9367×10^{-4} متر متغیر است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده با داده‌های عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف می‌تواند به عنوان روشی مناسب برای شبیه‌سازی جریان آب عبوری از روی پله استفاده شود.

کلیدواژگان: روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، شبیه‌سازی عددی، شکست سد، نرم‌افزار استار سی‌دی.

۱- مقدمه

سازگاری است. به کارگیری شبکه‌ها می‌تواند منجر به مسئله‌های مختلفی در جریان سیال با سطح آزاد، مرزهای متحرک و هندسه‌های پیچیده شود. با وجود این ویژگی‌ها، به‌روزرسانی یک شبکه در هر تکرار عددی، به علت زمان‌بر و گران بودن، دشوار می‌شود. در مقابل، فرضیه اساسی مدل‌سازی لاگرانژی، تقسیم دامنه مسئله به شماری ذره است. در سال‌های اخیر نسل جدیدی از روش‌های

دیدگاه اولیری از نظر سابقه پیشینه استفاده در مدل‌سازی مسئله‌های فیزیکی شامل مایعات را دارد. این مدل‌سازی برای حل معادله‌های دیفرانسیل به استفاده از روش‌های عددی وابسته به شبکه، مانند تفاضل محدود، حجم محدود و اجزای محدود نیاز دارد (Liu et al., 2003). از جمله بزرگ‌ترین مسئله‌ها در استفاده شبکه، مسئله

شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌ناپذیر اعمال می‌شود، به طور کلی دو راه برای اعمال تراکم‌ناپذیری وجود دارد: یکی فرمول هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف و دیگری هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر است. موناغان برای نخستین بار با استفاده از فرض تراکم‌پذیری مصنوعی، روش هیدرودینامیک ذرات هموار را برای حل جریان سیال تراکم‌ناپذیر به کار برد. نخستین بار در سال ۱۹۹۹ هیدرودینامیک ذرات هموار در جریان‌های سطحی آزاد استفاده شده‌است؛ زمانی که موناغان از هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف^۳ برای انجام شبیه‌سازی‌های دوبعدی انتشار موج در یک ساحل کم عمق استفاده کرد (Monaghan & Kos, 1999). در سال ۲۰۰۸ لی و همکاران در نتایج بررسی‌های خود نشان دادند که رویکرد هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر^۴ در مقایسه با نسخه استاندارد هیدرودینامیک ذرات هموار، می‌تواند کارایی محاسبه‌شدنی و پایداری فشار را بهبود بخشد (Lee et al., 2008). در سال ۲۰۱۱ لی و همکاران (Lee et al., 2011) از مدل هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم‌ناپذیر برای شناسایی ذرات سطح آزاد در یک روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک استفاده کردند. موناغان (Monaghan, 2012) در سال ۲۰۱۲ برنامه‌هایی مانند شکستن سد و امواج غوطه‌وری، رانش زمین و اجسام مؤثر بر مایعات را با روش هیدرودینامیک ذرات هموار ارائه داده است. در سال‌های ۲۰۱۲ و ۲۰۱۳ امیدوار و همکاران با توسعه روش هیدرودینامیک ذرات هموار به کمک توزیع متغیر جرم ذره، اجسام شناور روی آب را شبیه‌سازی کردند (Omidva et al., 2012, 2013). با توجه به اینکه روش هیدرودینامیک ذرات هموار در مدل‌سازی سیال چندفاز با اختلاف چگالی بالا، دارای خطای زیاد است، در سال ۲۰۱۳ موناغان و رفیعی توانستند الگوریتمی ارائه دهند که در عین سادگی در پایداری حل عددی جریان دو فازی با نسبت چگالی بالا بسیار مؤثر می‌باشد (Monaghan & Rafiee, 2013). افزون بر این، برای شناسایی درست ذرات سطح آزاد در طول زمان، از یک

محاسبه‌شدنی مؤثرتر برای حل مسئله‌های پیچیده‌تر با عنوان روش‌های بدون شبکه معرفی شده‌است که از آن جمله می‌توان روش هیدرودینامیک ذرات هموار^۱ و روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک^۲ را برشمرد (Fraga Filho, & Castro, 2019).

با توجه به اینکه این روش امروزه کاربردهای زیادی در طیف گسترده‌ای از مسئله‌های دینامیک سیالات دارد، بیش از پیش مورد توجه محققان قرار گرفته و کارایی و گرایش به بهره‌گیری از آن افزایش یافته است (Purkayastha & Afzal, 2022). یکی از برتری‌های اصلی روش هیدرودینامیک ذرات هموار، قابلیت شبیه‌سازی جریان سیال در مقیاس‌های بزرگ است. با استفاده از این روش، می‌توان جریان سیال در مقیاس‌های صنعتی و محیط زیستی را با دقت بالا شبیه‌سازی کرد. دیگر برتری روش هیدرودینامیک ذرات هموار، دسترسی به تاریخچه ذرات می‌باشد. به‌رغم برتری‌ها و کاربردهای این روش، هنوز زمینه‌هایی وجود دارد که محققان را در استفاده از روش بالا با محدودیت‌هایی روبرو می‌کند. از جمله نقطه‌های ضعف این روش، نیاز به تعیین فراسنجه‌های زیاد، محاسبات زمان‌بر و توان پردازشی بالا در هندسه‌های پیچیده می‌باشد.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار در اواخر دهه ۷۰ میلادی توسط گینگلد و موناغان (Gingold & Monaghan, 1977) و به‌طور جداگانه توسط لوسی (Lucy, 1977)، برای مدل‌سازی پدیده‌های اخترفیزیک معرفی و آنگاه توسعه داده شد. از آنجا که نخستین نسخه هیدرودینامیک ذرات هموار قادر به حفظ مومنتوم خطی و زاویه‌ای به‌طور دقیق نبود، در سال ۱۹۸۲ گینگلد و موناغان الگوریتم اولیه آن را با استفاده از لاگرانژین متناظر ذرات بهبود بخشیدند تا برای سیال تراکم‌پذیر بدون استهلاک، پایستگی مومنتوم خطی و زاویه‌ای ارضا شود (Gingold & Monaghan, 1982). ترکیب‌بندی اولیه هیدرودینامیک ذرات هموار برای جریان‌های تراکم‌پذیر است. هنگامی که هیدرودینامیک ذرات هموار برای

3. Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (WCSPH)

4. Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics (ISPH)

1. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

2. Moving Particle Semi-implicit method (MPS)

شده است.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- معادلات حاکم بر جریان

معادله‌های بقای جرم و اندازه حرکت حاکم بر مسئله دوبعدی از دیدگاه لاگرانژی به ترتیب با رابطه‌های (۱) و (۲) تعریف می‌شوند (Fraga Filho et al., 2019):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} - \frac{2}{3} \nabla(\mu \nabla \cdot \vec{v}) + \vec{f}_{ext} \quad (2)$$

در رابطه (۱)، t زمان، $\frac{D}{Dt}$ مشتق لاگرانژی، ρ چگالی، \vec{v} سرعت و ∇ عملگر گرادیان است. در رابطه (۲)، P فشار مطلق، μ لزجت مطلق، $\mu \nabla^2 \vec{v}$ نیروهای لزجت در واحد حجم، \vec{f}_{ext} نیروهای خارجی که بر روی مایع در واحد حجم وارد می‌شوند و ∇P نیروهای فشار بر واحد حجم می‌باشد. در رابطه (۳)، بیان کلی روش هیدرودینامیک ذرات هموار، نشان داده شده است (Fraga Filho et al., 2019):

$$f_i = \sum_{j=1}^n m_j \frac{f_j}{\rho_j} W(X_i - X_j, h) \quad (3)$$

در رابطه (۳)، f_i و f_j به ترتیب مقدارهای تقریبی تابع در موقعیت ذره ثابت و ذره همسایه، m_j جرم ذره همسایه، ρ_j چگالی ذره همسایه، X_i موقعیت ذره ثابت، X_j موقعیت ذره همسایه، $W(X_i - X_j, h)$ کرنل ارزیابی شده در موقعیت $(X_i - X_j)$ و n شمار ذرات همسایه است.

۲-۲- تابع کرنل

عملکرد یک مدل هیدرودینامیک ذرات هموار به کلی به انتخاب توابع وزنی بستگی دارد. این تابع‌های باید شرایط مختلفی مانند مثبت بودن، تقارن، واحد بودن و پشتیبانی فشرده را برآورده کنند. همچنین $W(X_i - X_j, h)$ باید با افزایش فاصله از ذره i به صورت یکنواخت کاهش یابد و مانند یک عملکرد دلتا رفتار کند تا طول h صفر شود. همچنین تابع کرنل باید دو بار به طور پیوسته مشتق پذیر باشد. در این پژوهش از دو تابع کرنل اسپیلاین درجه سوم

مدل تصادفی مبتنی بر حفظ حرکت خطی استفاده شد. این مدل برخورد، در ترکیب با روش‌های دیگر توسط راملی و همکاران (Ramli et al., 2015) در هیدرودینامیک ذرات هموار با هدف شناسایی ذرات سطح آزاد اجرا شده است.

در این پژوهش، جریان آب عبوری از روی پله مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است. این شبیه‌سازی در حالت‌های همانند و با پیچیدگی کمتر توسط محققان و با یک روش ذره‌ای دیگر به نام روش نیمه ضمنی ذرات متحرک با تراکم‌پذیری ضعیف بهبود یافته^۱ انجام گرفته است (Moodi et al., 2023).

در اینجا معادله‌های حاکم بر سیال با روش هیدرودینامیک ذرات هموار گسسته‌سازی شده و طی مرحله‌های شبیه‌سازی، از تابع کرنل اسپیلاین درجه سوم^۲ و الگوریتم پیشگو-اصلاحگر استفاده شده است. در ادامه به توضیح روش‌های مورد استفاده در این پژوهش پرداخته می‌شود. درستی و دقت روش هیدرودینامیک ذرات هموار با داده‌های تجربی حاصل از انتشار جریان شکست سد سنجیده شده است. پس از آن، دو پیش‌فرض برای پیش‌بینی رفتار آب در هنگام عبور از روی پله بررسی می‌شود. به طوری که در پیش‌فرض اول، سقوط جریان آب از روی دو پله و در پیش‌فرض دوم، عبور جریان از روی دو مانع ثابت به شکل پله شبیه‌سازی می‌شود. همچنین نتایج هر پیش‌فرض با نتایج ناشی از روش حجم محدود به دست آمده از نرم‌افزار استار سی‌دی^۳ مقایسه می‌شوند.

در این پژوهش با استفاده از کد اسفیزیکس^۴ به تحلیل جریان آب عبوری از روی پله پرداخته می‌شود. بنا بر اطلاعات محققان، تاکنون چنین کاربردی از روش هیدرودینامیک ذرات هموار مورد شبیه‌سازی قرار نگرفته است و با توجه به جدید بودن این نمونه شبیه‌سازی با روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، پژوهش‌ها در این زمینه محدود می‌باشد. همچنین تحلیل تاثیر فاصله ذرات و تابع کرنل بر نتایج این روش بررسی

1. Improved Weakly Compressible Moving Particle Semi-Implicit method (IWC- MPS)
2. Cubic spline kernel
3. STAR- CD software
4. SPHYSICS

شبح^۴) را به صورت متقارن تولید کرد. از آن‌ها در هیدرودینامیک ذرات هموار برای رفتار مرزهای جامد و سطح آزاد (Liu & Liu, 2003; Valizadeh et al., 2008) استفاده شده‌است. در همه مدل‌سازی‌های عددی این پژوهش، شرایط مرزی با روش استفاده از ذرات شبح ثابت تعریف شده و استفاده شد. در این شرایط مرزی، سه لایه از ذرات شبح به عنوان ذرات مرزی در بیرون از دامنه سیال قرار می‌گیرند که موقعیت آن‌ها در طول شبیه‌سازی مسئله ثابت است. برتری اصلی ذرات مجازی، سادگی استفاده از آن‌ها در هندسه‌های پیچیده و همچنین توصیف دقیق مرز در شبیه‌سازی، هنگامی که چینش اولیه ذرات انجام می‌شود، است.

۲-۴- به‌روزرسانی ویژگی‌های ذرات در زمان

نتایج به دست آمده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار، وابستگی زیادی به الگوریتم زمانی ندارد و تا هنگامی که گام زمانی به اندازه کافی کوچک باشد، پایداری و دقت حل عددی حفظ می‌شود. از جمله روش‌های به‌روزرسانی ویژگی‌های ذرات به وسیله گام زمانی، می‌توان به روش اوپلر، جهش و پیشگو-اصلاحگر اشاره کرد که در این پژوهش از الگوریتم پیشگو-اصلاحگر استفاده شده‌است. روش پیشگو-اصلاحگر یا بهبودیافته اوپلر، از یک روش صریح برای مرحله پیشگویی و یک روش ضمنی برای مرحله اصلاحگر استفاده می‌کند. در آغاز، مقدرهای فیزیکی باید در لحظه کنونی (t_0) شناخته شوند. سپس، ویژگی‌های فیزیکی با استفاده از طرح اوپلر در لحظه میانی ($t_0 + \frac{\Delta t}{2}$) پیش‌بینی می‌شوند یعنی نیم گام زمانی محاسبه می‌شود (رابطه ۶).

$$\begin{cases} X_i^P(t_0 + \frac{\Delta t}{2}) = X_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{DX_i}{\rho_i} \right)_{t_0} \\ \vec{v}_i^P(t_0 + \frac{\Delta t}{2}) = \vec{v}_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{D\vec{v}_i}{\rho_i} \right)_{t_0} \\ \rho_i^P(t_0 + \frac{\Delta t}{2}) = \rho_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{D}{\rho_i} Dt \right)_{t_0} \\ e_i^P(t_0 + \frac{\Delta t}{2}) = e_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{De_i}{\rho_i} \right)_{t_0} \end{cases} \quad (6)$$

\vec{v}_i^P و ρ_i^P و X_i^P و e_i^P به ترتیب پیش‌بینی سرعت، چگالی،

و اسپیلین درجه پنجم^۱ استفاده شده‌است. این تابع‌های به ترتیب در رابطه‌های (۴) و (۵) نشان داده شده‌است:

$$W(X_i - X_j, h) = \alpha_D \begin{cases} \left(\frac{2}{3} - q^2 + \frac{1}{2}q^3 \right), & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{6}(2 - q)^3, & 1 < q \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$W(X_i - X_j, h) = \alpha_D \begin{cases} ((3 - q)^5 - 6(2 - q)^5 + 15(1 - q)^5), & 0 \leq q \leq 1 \\ ((3 - q)^5 - 6(2 - q)^5), & 1 < q \leq 2 \\ ((3 - q)^5), & 2 < q \leq 3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

در رابطه (۴)، α_D برابر با $\frac{15}{7\pi h^2}$ در حوزه دوبعدی و $\frac{3}{2\pi h^3}$ در حوزه سه‌بعدی می‌باشد. در رابطه (۵)، α_D برابر با $\frac{7}{478\pi h^2}$ در حوزه دوبعدی و $\frac{1}{120\pi h^3}$ در حوزه سه‌بعدی می‌باشد.

۲-۳- شرایط مرزی

روش مناسب برای بررسی رفتار مرزها از جمله بزرگ‌ترین چالش‌هایی است که در روش هیدرودینامیک ذرات هموار با آن روبرو هستیم. با توجه به رفتارهای مرزی جامد در هیدرودینامیک ذرات هموار، ذرات متعلق به شرایط مرزی جامد اغلب با استفاده از ذرات تخیلی^۲ مدل می‌شوند (Adami et al., 2012; Fourtakas et al., 2015; Monaghan & Kos, 1999; Monaghan, 1994; Lobovsky & Groenenboom, 2009; Yildiz et al., 2009).

از جمله روش‌های اعمال شرایط مرزی خطوط بسته صلب در هیدرودینامیک ذرات هموار، شامل استفاده از ذرات مرزی^۳ (مجازی/تخیلی یا ساختگی) بر روی خطوط یا نزدیک آن‌ها در یک منطقه گسترده از دامنه است. ذرات مجازی با توجه به موقعیت‌های خود به دو دسته طبقه‌بندی می‌شوند: نوع I، واقع در خط تراز و نوع II، واقع در بیرون از مرز. با توجه به ذرات واقعی مربوط در هر مرحله تکامل، می‌توان ذرات مجازی نوع II (یا ذرات

1. Quintic spline kernel
2. Fictitious particles
3. Repulsive boundary conditions

4. Ghost particles

۳- نتایج و بحث

۳-۱- اعتبارسنجی به وسیله نمونه شکست سد

Cruchaga et al., (2007) بنا بر نتایج آزمایش‌های ارائه شده در (Cruchaga et al., 2007)، یک مخزن با طول ۰/۴۲۰ متر، ارتفاع ۰/۴۴۰ متر و عمق ۰/۲۲۸ متر، حاوی آب با ارتفاع ۰/۲۲۸ متر و طول ۰/۱۱۴ متر به منظور اعتبارسنجی روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف در نظر گرفته شده‌است. این دستگاه یک جعبه شیشه‌ای شامل دو قسمت است که توسط یک دریچه با سامانه آزادسازی مکانیکی محدود شده‌است. قسمت سمت چپ جعبه در آغاز با آب رنگی پر می‌شود. اطراف جعبه روی شیشه، با فاصله‌های ۰/۰۲ متر از هم اندازه‌گذاری شده‌است. یک نشانگر قرمز که به طور همزمان با دریچه حرکت می‌کند، به مشاهده موقعیت دریچه در هنگام باز شدن کمک می‌کند. در این آزمایش، دریچه به طور آبی باز نمی‌شود و سرعت محدودی دارد. سرعت میانگین باز شدن دریچه ۰/۸۶ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده‌است. شرایط اولیه و دستگاه آزمایشی مورد استفاده در (Cruchaga et al., 2007) به صورت نمای کلی در شکل ۱ نشان داده شده‌است.

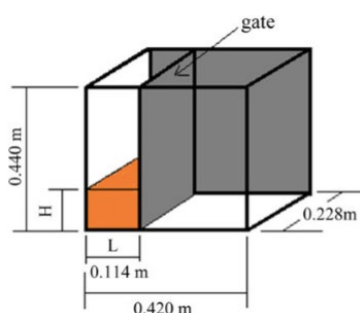


Fig. 1 Schematic diagram of the test device and initial conditions

شکل ۱ نمودار نمای کلی دستگاه آزمایش و شرایط اولیه

به منظور شبیه‌سازی با روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، بایستی فراسنجه‌های مورد نظر مانند نوع کرنل و فاصله ذرات مشخص شود. در آغاز برای انتخاب تابع کرنل، به مقایسه دو کرنل اسپیلاین درجه سوم و اسپیلاین درجه پنجم در شبیه‌سازی شکست سد پرداخته می‌شود. فاصله ذرات در این مقایسه، ۰/۰۱ متر در نظر گرفته شده است. شکل ۲ نیمرخ‌های جریان در

موقعیت و انرژی درونی ویژه ذرات معلق هستند. پس از نخستین مرحله، لازم است $P_i(t_0 + \frac{\Delta t}{2})$ به عنوان تابعی از $\rho_i^P(t_0 + \frac{\Delta t}{2})$ ، با استفاده از رابطه حالت محاسبه شود. مقادارهای $\frac{De_i}{Dt}$ ، $\frac{DX_i}{Dt}$ ، $\frac{D\rho_i}{Dt}$ ، $\frac{D\vec{v}_i}{Dt}$ باید در لحظه متوسط $(t_0 + \frac{\Delta t}{2})$ بدست آید. در نهایت، مقادارهای فیزیکی در لحظه نهایی $(t_0 + \Delta t)$ به صورت رابطه (۷) به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} X_i(t_0 + \Delta t) = X_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left[\left(\frac{DX_i}{Dt}\right)_{t_0} + \left(\frac{DX_i}{Dt}\right)_{(t_0 + \frac{1}{2}\Delta t)} \right] \\ \vec{v}_i(t_0 + \Delta t) = \vec{v}_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left[\left(\frac{D\vec{v}_i}{Dt}\right)_{t_0} + \left(\frac{D\vec{v}_i}{Dt}\right)_{(t_0 + \frac{1}{2}\Delta t)} \right] \\ \rho_i(t_0 + \Delta t) = \rho_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left[\left(\frac{D\rho_i}{Dt}\right)_{t_0} + \left(\frac{D\rho_i}{Dt}\right)_{(t_0 + \frac{1}{2}\Delta t)} \right] \\ e_i(t_0 + \Delta t) = e_i(t_0) + \frac{\Delta t}{2} \left[\left(\frac{De_i}{Dt}\right)_{t_0} + \left(\frac{De_i}{Dt}\right)_{(t_0 + \frac{1}{2}\Delta t)} \right] \end{cases} \quad (7)$$

۲-۵- کد اسفیزیکس

این برنامه رایانه‌ای، بر مبنای نظریه هیدرودینامیک ذرات هموار مستند شده‌است. کد فترن برای نسخه‌های دو و سه‌بعدی مدل و پس از آن متلب برای تجسم به عنوان ابزار پردازش ارائه شده‌است.

۲-۶- شرایط مسئله مورد شبیه‌سازی

در همه مدل‌سازی‌های انجام شده در این پژوهش، آرایش شبکه به صورت یکنواخت دوبعدی، نوع بستر ورودی جریان، افقی و شیب کف، صفر در نظر گرفته شده‌است و گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه اتخاذ شد. از الگوریتم پیش‌گو-اصلاحگر برای به‌روزرسانی موقعیت‌ها و سرعت ذرات و از رابطه حالت (رابطه Taits) برای سیال با تراکم‌پذیری ضعیف استفاده شده‌است. از لزجت مصنوعی و تصحیح عددی (تصحیح کرنل و گرادیان) که به طور گسترده در شبیه‌سازی هیدرودینامیک ذرات هموار بهره گرفته می‌شود، استفاده نشد. در نهایت نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، در هر مورد با نتایج به دست آمده از حل‌کننده حجم محدود در نرم‌افزار استار سی دی مقایسه شده‌است.

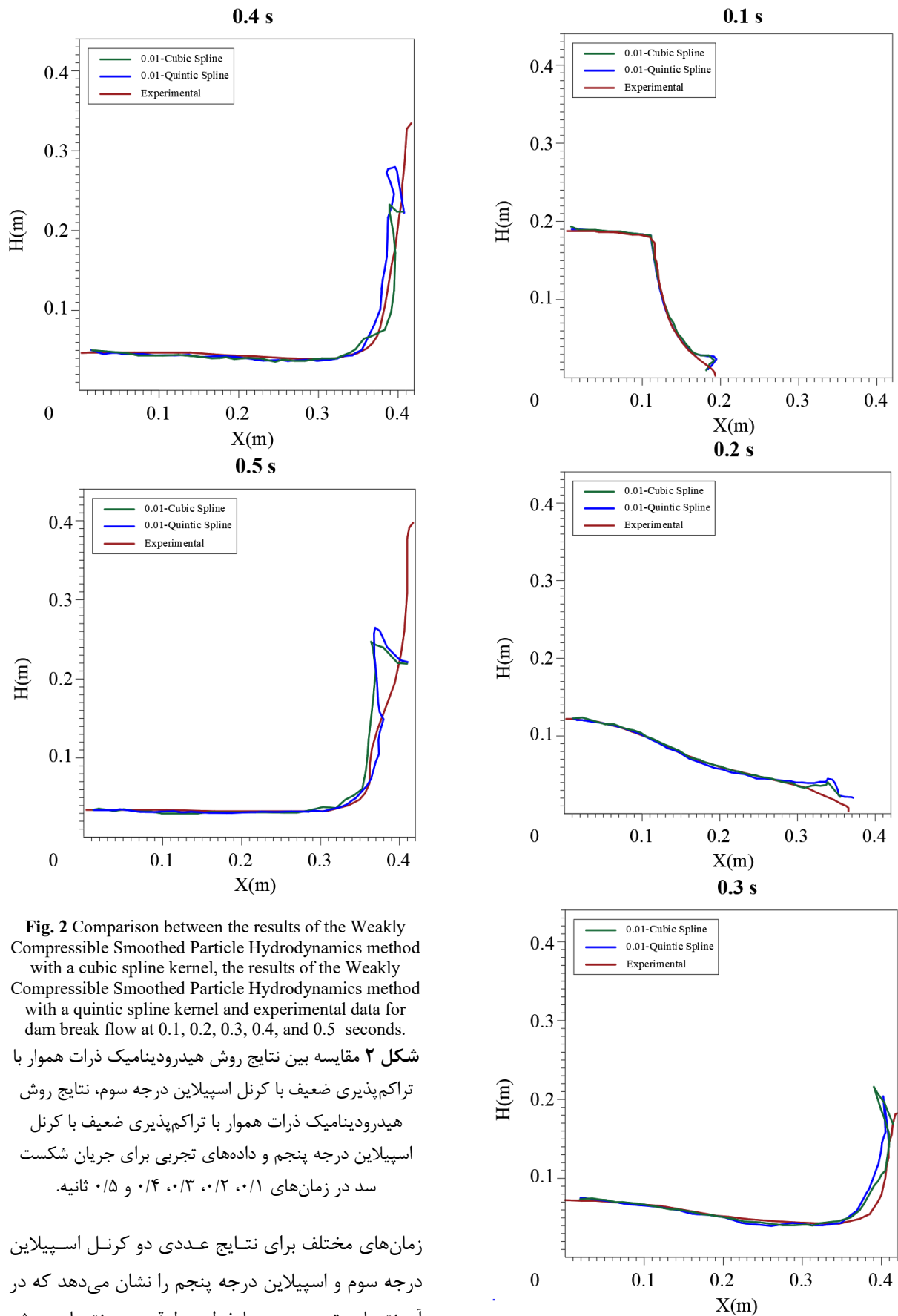


Fig. 2 Comparison between the results of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with a cubic spline kernel, the results of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with a quintic spline kernel and experimental data for dam break flow at 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, and 0.5 seconds.

شکل ۲ مقایسه بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با کرنل اسپیلاین درجه سوم، نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با کرنل اسپیلاین درجه پنجم و داده‌های تجربی برای جریان شکست سد در زمان‌های ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵ ثانیه.

زمان‌های مختلف برای نتایج عددی دو کرنل اسپیلاین درجه سوم و اسپیلاین درجه پنجم را نشان می‌دهد که در آن نتایج تجربی با خطوط قرمز، نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با

بر مبنای جدول ۲، همه اعداد مربوط به سطح معناداری از ۰/۰۵ بزرگتر هستند. این یعنی تفاوت معناداری بین داده‌های تجربی و خروجی‌های روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با استفاده از کرنل اسپیلاین درجه سوم و اسپیلاین درجه پنجم وجود ندارد. از سوی دیگر این سطح معناداری در استفاده از کرنل اسپیلاین درجه سوم، بیشتر می‌شود.

فاصله ذرات برای روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف در سه حالت و برابر با ۰/۰۰۰۹ متر، ۰/۰۰۲۵ متر و ۰/۰۱ متر تنظیم شده‌است. شمار کل ذرات و شمار ذرات مرزی به کار رفته در این شبیه‌سازی با در نظر گرفتن فاصله ذره ۰/۰۰۰۹ متر، به ترتیب ۳۶۴۹۳ و ۴۳۶۲ عدد، برای فاصله ذره ۰/۰۰۲۵ متر، به ترتیب ۵۷۷۳ و ۱۵۸۷ عدد و برای فاصله ذره ۰/۰۱ متر به ترتیب ۶۷۰ و ۴۱۷ عدد می‌باشد.

جدول ۱ معیار خطای جذر میانگین مربعات و نرم اقلیدسی

محاسبه شده بین داده‌های تجربی و خروجی‌های روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با استفاده از کرنل اسپیلاین درجه سوم و اسپیلاین درجه پنجم

Table 1 The RMSE and Euclidean Error Norm criterion calculated between the experimental data and the outputs of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method using cubic spline quintic spline kernels

Time (s)	RMSE (m)		Error Norm (m)	
	Cubic Spline Kernel	Quintic Spline Kernel	Cubic Spline Kernel	Quintic Spline Kernel
0.1	0.0078	0.0081	5.6363 * 10 ⁻⁴	5.8492 * 10 ⁻⁴
0.2	0.0063	0.0073	3.3458 * 10 ⁻⁴	3.8388 * 10 ⁻⁴
0.3	0.0107	0.0112	5.3286 * 10 ⁻⁴	5.5534 * 10 ⁻⁴
0.4	0.0103	0.0184	5.1541 * 10 ⁻⁴	9.2002 * 10 ⁻⁴
0.5	0.0175	0.0290	8.6426 * 10 ⁻⁴	0.0014

استفاده از کرنل اسپیلاین درجه سوم با خطوط سبز و نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با استفاده از کرنل اسپیلاین درجه پنجم با خطوط آبی نشان داده شده‌است.

برای نتایج به دست آمده از روش ذره‌ای، تنها ذرات سطح سیال (آب)، استخراج و برای مقایسه با نتایج نرم‌افزاری استفاده شد. برای تجزیه و تحلیل کمی دقت روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با داده‌های تجربی، معیار خطای جذر میانگین مربعات^۱ با رابطه (۸) و نرم اقلیدسی^۲ برگرفته از (Bishop & Nasrabadi, 2006; Mahdizadeh et al., 2012) از طریق رابطه (۹) محاسبه می‌شود:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (dh_i)^2}{n}} \quad (8)$$

$$Error\ Norm = \frac{\sqrt{\sum (dh_i)^2}}{n} \quad (9)$$

که در آن dh_i نشان‌دهنده اختلاف ارتفاع بر حسب متر در نقطه i است و n شمار نقطه‌های مقایسه را نشان می‌دهد. میزان این خطاها برای نتایج ارائه شده در شکل ۲ محاسبه شده و در جدول ۱ برای کرنل‌های اسپیلاین درجه سوم و اسپیلاین درجه پنجم با فاصله ذرات ۰/۰۱ متر ارائه شده‌اند.

نتایج درج شده در جدول ۱ نشان می‌دهد که تابع کرنل اسپیلاین درجه سوم، از دقت و سازگاری بیشتری با نتایج تجربی برخوردار است و استفاده از آن معیارهای خطا را کاهش می‌دهد. لازم به یادآوری است که در مرحله‌های بعدی شبیه‌سازی از این تابع کرنل استفاده شده‌است. مقادیر سطح معناداری^۳ محاسبه شده در نرم‌افزار SPSS، برای دو متغیر مستقل در جدول ۲ ارائه شده‌اند. این مقدار نشان‌دهنده مقدار ارزش p یا p -value آزمون است. اگر این مقادیر بیشتر از سطح معناداری انتخابی (به طور معمول ۰/۰۵ یا ۰/۰۱) باشد، یعنی از نظر آماری تفاوت معناداری بین نتایج وجود ندارد.

1. Root Mean Square Error (RMSE)
2. Euclidean Error Norm
3. Significance level (Sig)

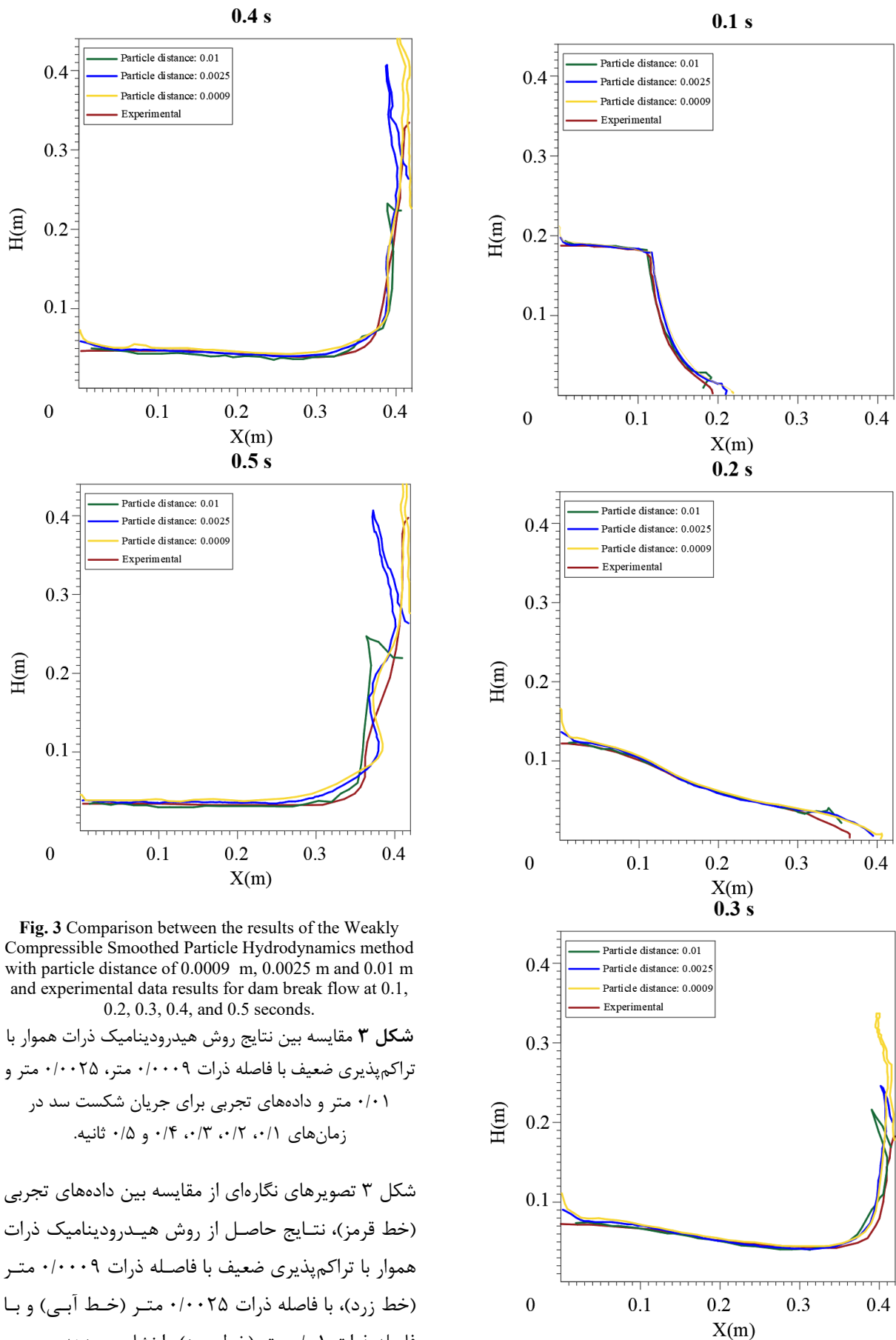


Fig. 3 Comparison between the results of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with particle distance of 0.0009 m, 0.0025 m and 0.01 m and experimental data results for dam break flow at 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, and 0.5 seconds.

شکل ۳ مقایسه بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با فاصله ذرات ۰/۰۰۰۹ متر، ۰/۰۰۲۵ متر و ۰/۰۱ متر و داده‌های تجربی برای جریان شکست سد در زمان‌های ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ و ۰/۵ ثانیه.

شکل ۳ تصویرهای نگاره‌ای از مقایسه بین داده‌های تجربی (خط قرمز)، نتایج حاصل از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با فاصله ذرات ۰/۰۰۰۹ متر (خط زرد)، با فاصله ذرات ۰/۰۰۲۵ متر (خط آبی) و با فاصله ذرات ۰/۰۱ متر (خط سبز) را نشان می‌دهد.

جدول ۳ سطح معناداری محاسبه شده بین داده‌های تجربی و خروجی‌های روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری

ضعیف با فاصله ذرات ۰/۰۰۰۹، ۰/۰۰۲۵ و ۰/۰۱ متر

Table 3 Significance level calculated between the experimental data and the outputs of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with a particle distance of 0.0009, 0.0025 and 0.01 m

Time (s)	p- value		
	0.0009 m	0.0025 m	0.01 m
0.1	0.780	0.572	0.867
0.2	0.464	0.515	0.642
0.3	0.161	0.219	0.299
0.4	0.466	0.479	0.401
0.5	0.589	0.355	0.463

آن برای شبیه‌سازی جریان آب عبوری از روی پله استفاده کرد. همچنین مشاهده می‌شود که استفاده از فاصله ذرات ۰/۰۱ نسبت به ۰/۰۰۰۹، معیارهای خطا را افزایش می‌دهد. این تحلیل را می‌توان برای فاصله ذرات دیگر نیز تعمیم داد. نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد که فاصله ذرات ۰/۰۰۲۵ متر نسبت به ۰/۰۰۰۹ متر اختلاف چندانی ندارد و تنها زمان محاسبه‌ها در فاصله ذرات ۰/۰۰۲۵ کاهش می‌یابد. در ادامه برای شبیه‌سازی جریان عبوری از روی پله، از فاصله ذره ۰/۰۰۲۵ متر استفاده می‌شود.

جدول ۲ سطح معناداری محاسبه شده بین داده‌های تجربی و خروجی‌های روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با استفاده از کرنل اسپیلاین درجه سوم و اسپیلاین درجه پنجم

Table 2 Significance level calculated between the experimental data and the outputs of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method using cubic spline quintic spline kernels

Time (s)	p- value	
	Cubic Spline Kernel	Quintic Spline Kernel
0.1	0.867	0.856
0.2	0.642	0.426
0.3	0.299	0.124
0.4	0.401	0.168
0.5	0.463	0.378

مقدارهای سطح معناداری بین داده‌های تجربی و خروجی‌های روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با فاصله ذرات ۰/۰۰۰۹، ۰/۰۰۲۵ و ۰/۰۱ متر در جدول ۳ ارائه شده است. همچنین مقدارهای خطا برای نتایج ارائه شده در شکل ۳ محاسبه شده و در جدول ۴ ارائه شده‌اند.

نتایج درج شده در جدول ۴ نشان می‌دهد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، همخوانی خوبی با داده‌های تجربی مرجع دارد و می‌توان از

جدول ۴ معیار خطای جذر میانگین مربعات و نرم اقلیدسی محاسبه شده بین داده‌های تجربی و خروجی‌های روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با فاصله ذرات ۰/۰۰۰۹، ۰/۰۰۲۵ و ۰/۰۱ متر

Table 4 The RMSE and Euclidean Error Norm criterion calculated between the experimental data and the outputs of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with a particle distance of 0.0009, 0.0025 and 0.01 m

Time (s)	RMSE (m)			Error Norm (m)		
	0.0009 m	0.0025 m	0.01 m	0.0009 m	0.0025 m	0.01 m
0.1	0.0077	0.0078	0.0078	5.5892×10^{-4}	5.6638×10^{-4}	5.6363×10^{-4}
0.2	0.0056	0.0056	0.0063	2.9729×10^{-4}	2.9395×10^{-4}	3.3458×10^{-4}
0.3	0.0066	0.0069	0.0107	3.2714×10^{-4}	3.4308×10^{-4}	5.3286×10^{-4}
0.4	0.0075	0.0076	0.0103	3.7477×10^{-4}	3.8086×10^{-4}	5.1541×10^{-4}
0.5	0.0133	0.0149	0.0175	6.5750×10^{-4}	7.3768×10^{-4}	8.6426×10^{-4}

LeVeque, 1998; Mahdizadeh et al., 2011, 2012; Vermeire et al., 2017) اعتبارسنجی و تایید شده است. به طور مشخص، مودی و همکاران نتایج این نرم‌افزار را برای یک جریان شکست سد بر روی یک بستر خشک بررسی کردند (Moodi et al., 2023). در پژوهش یادشده، از نتایج آزمایش شکست سد انجام شده در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه Ozmen-Cagatay & Cukurova ترکیه (Ozmen-Cagatay &

۳-۲- شبیه‌سازی جریان عبوری از روی پله

پس از انجام اعتبارسنجی روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، در این بخش از آن برای شبیه‌سازی دو پیش‌فرض استفاده می‌شود. لازم به یادآوری است که نتایج نرم‌افزار استار سی‌دی توسط نویسندگان دیگر (Balakin et al., 2014; Colombo et al., 2019; Dernowsek et al., 2016; Harten, 1997;

سی‌دی برابر با $0.05 \times 0.05 \times 0.05$ مترمربع در نظر گرفته شده‌است.

شکل ۵ مقایسه‌ای بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با حل حجم محدود به‌دست آمده از نرم‌افزار استار سی‌دی در زمان‌های مختلف را نشان می‌دهد.

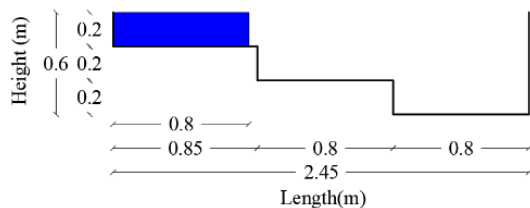


Fig. 4 Schematic depiction of the first scenario: flow falling from two steps

شکل ۴ تصویر نمای کلی سناریوی اول: سقوط جریان از روی دو پله

(Kocaman, 2010)، با یک آبراهه افقی مستطیلی به طول ۹ متر، عرض 0.3 متر و ارتفاع 0.34 متر به عنوان داده‌های تجربی استفاده شده‌است. آنان با توجه به معیارهای خطا نتیجه گرفتند که نتایج نرم‌افزار استار سی‌دی برای این جریان شکست سد قابل استناد می‌باشد.

۳-۲-۱- سناریو اول: سقوط جریان از روی دو پله

برابر شکل ۴، دامنه محاسباتی محدوده‌ای با طول 2.45 متر و ارتفاع 0.6 متر را در بر می‌گیرد. یک حجم آب در آغاز در سمت چپ دامنه با ابعاد 0.8 متر طول و 0.2 متر ارتفاع قرار داده شده‌است. دو پله مجاور به ارتفاع 0.2 متر و طول کف 0.8 متر می‌باشد. در مجموع 29684 ذره در این شبیه‌سازی استفاده شد که شمار 4404 ذره از آن مربوط به ذرات مرزی است. اندازه سلول در نرم‌افزار استار

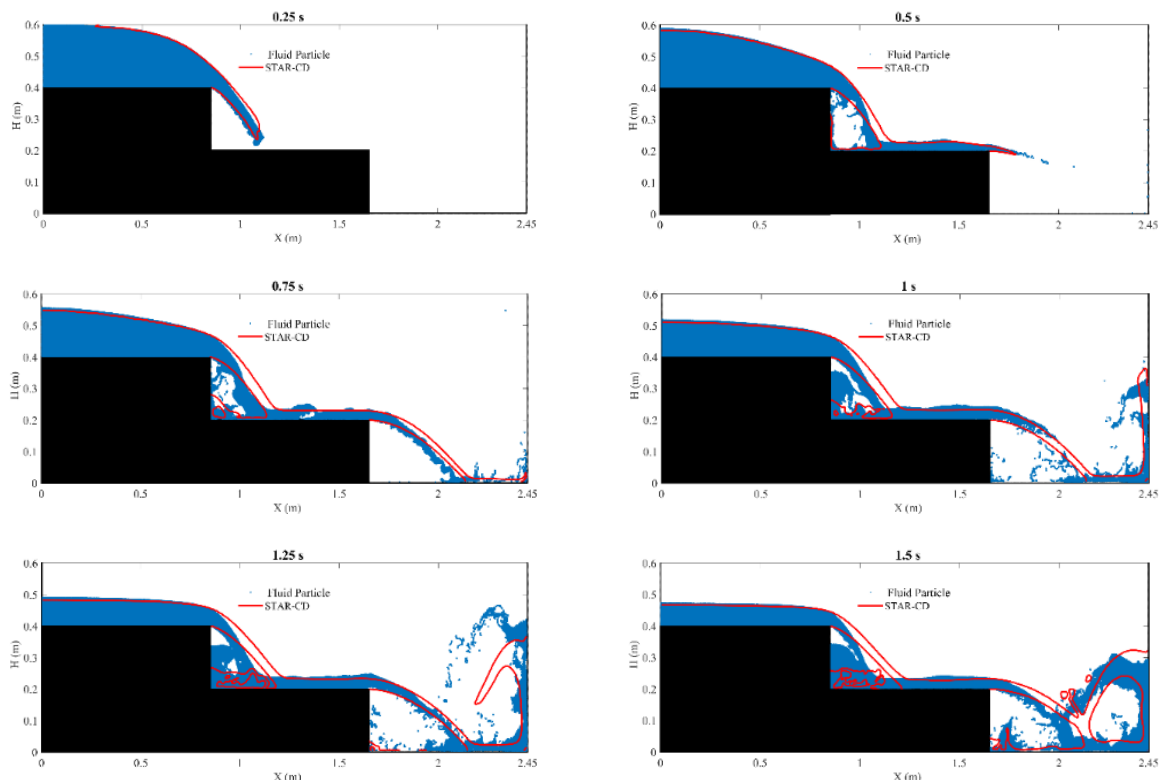


Fig. 5 Comparison between the results of Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with finite volume solution obtained from Star-CD software for the first scenario at different times.

شکل ۵ مقایسه بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با حل حجم محدود به‌دست آمده از نرم‌افزار استار سی‌دی برای سناریوی اول در زمان‌های مختلف.

جهت جداگانه آغاز می‌کند. مشاهده می‌شود که جریانی که به سمت عقب حرکت کرده، به دلیل نبود طول کافی

در $t = 0.25$ s جریان به کف پله اول می‌رسد. در $t = 0.5$ s جریان با رسیدن به کف پله، فرآیند انتشار را در دو

متر و ارتفاع ۰/۶ متر در نظر گرفته شده است. آب با طول ۰/۷ متر و ارتفاع ۰/۳ متر در سمت چپ دامنه قرار داده شده است. دو مانع مربعی شکل با ابعاد ۰/۱ × ۰/۱ مترمربع در نظر گرفته شده است. در مجموع ۳۹۱۷۵ ذره در این شبیه سازی استفاده شد که از این شمار، ۵۵۷۵ ذره مربوط به ذرات مرزی می باشد.

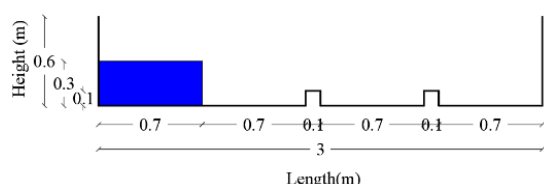


Fig. 6 Schematic picture of the second scenario: the passage of the dam breaking flow over two fixed barriers in the form of steps

شکل ۶ تصویر نمای کلی از سناریوی دوم: عبور جریان شکست سد از روی دو مانع ثابت به شکل پله

شکل ۷ نگره های مقایسه ای بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری ضعیف با حل حجم محدود به دست آمده از نرم افزار استار سی دی در زمان های مختلف را نشان می دهد. در لحظه $t = 0.25 s$ جریان به نزدیکی پله می رسد. سپس در $t = 0.5 s$ با پله برخورد می کند. این برخورد منجر به حرکت جریان به سمت بالا می شود. در پی آن در $t = 0.75 s$ با توجه به نیروی گرانش، جریان ریزش می کند و به سمت مانع دوم حرکت می کند. در $t = 1 s$ جریان به پایین حوزة محاسباتی می رسد. هنگامی که جریان در $t = 1.25 s$ به مانع برخورد می کند، به گونه ای به سمت بالا حرکت می کند که نشان دهنده تعامل مناسب بین جریان و مانع می باشد. در $t = 1.5 s$ ، جریان از روی مانع دوم نیز عبور می کند و گرانش باعث پایین آمدن جریان به سمت بستر می شود. با عبور جریان از روی مانع دوم، جریان در $t = 1.75 s$ به سمت دیوار راست حرکت می کند. در نهایت در $t = 2 s$ ، مشاهده می شود که جریان با برخورد به دیوار، بار دیگر تغییر جهت می دهد و به سمت بالا حرکت می کند.

در جدول ۶ برای نتایج ارائه شده در شکل ۷، خطای جذر میانگین مربعات بر مبنای رابطه (۸) و نرم اقلیدسی بر مبنای رابطه (۹) و سطح معناداری محاسبه شده است:

برای ایجاد عمق مزدوج، موجب شکل گیری پدیده پرش هیدرولیکی مستغرق شده است. در $t = 0.75 s$ ، جریان به بستر می رسد و بار دیگر در دو جهت انتشار می یابد و با دیوار برخورد می کند. در $t = 1 s$ ، پس از برخورد جریان با دیوار، جریان تغییر جهت داده و در یک مسیر رو به بالا حرکت می کند. حرکت رو به بالای جریان تا $t = 1.25 s$ ، ادامه یافته و سپس ذرات سیال با نیروی گرانش آغاز به پایین آمدن می کنند. با پایین آمدن جریان در $t = 1.5 s$ برخوردی بین جریان برگشتی و جریان در حال ریزش از پله رخ می دهد.

با توجه به تعامل پیچیده بین جریان آب و بستر و با وجود اختلاف در برخی زمان ها، نتایج کلی به نسبت قابل قبول است. این نتایج قابلیت اطمینان هر دو روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری ضعیف و حل کننده حجم محدود در استار سی دی را در شبیه سازی سناریوهای ریزش جریان از روی پله نشان می دهد. افزون بر این، جدول ۵ خطای جذر میانگین مربعات، نرم اقلیدسی و سطح معناداری محاسبه شده در نرم افزار SPSS را برای نتایج ارائه شده در شکل ۵ نشان می دهد.

جدول ۵ معیار خطای جذر میانگین مربعات، نرم اقلیدسی و سطح معناداری محاسبه شده بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری ضعیف و خروجی های حل کننده حجم محدود در استار سی دی برای سناریوی اول در زمان های مختلف.

Table 5 The RMSE, Euclidean Error Norm and the significance level calculated between the results of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method and the outputs of the finite volume solver in STAR-CD for the first scenario at different times.

Time (s)	RMSE (m)	Error Norm (m)	p-value
0.25	0.0059	$1.8113 * 10^{-4}$	0.885
0.50	0.0101	$2.3988 * 10^{-4}$	0.845
0.75	0.0170	$3.4674 * 10^{-4}$	0.666
1.00	0.0176	$3.5824 * 10^{-4}$	0.985
1.25	0.0175	$3.5763 * 10^{-4}$	0.812
1.50	0.0184	$3.8700 * 10^{-4}$	0.947

۳-۲-۲- سناریو دوم: عبور جریان شکست سد از روی دو مانع ثابت به شکل پله
برابر با شکل ۶، دامنه محاسباتی طراحی شده با طول ۳

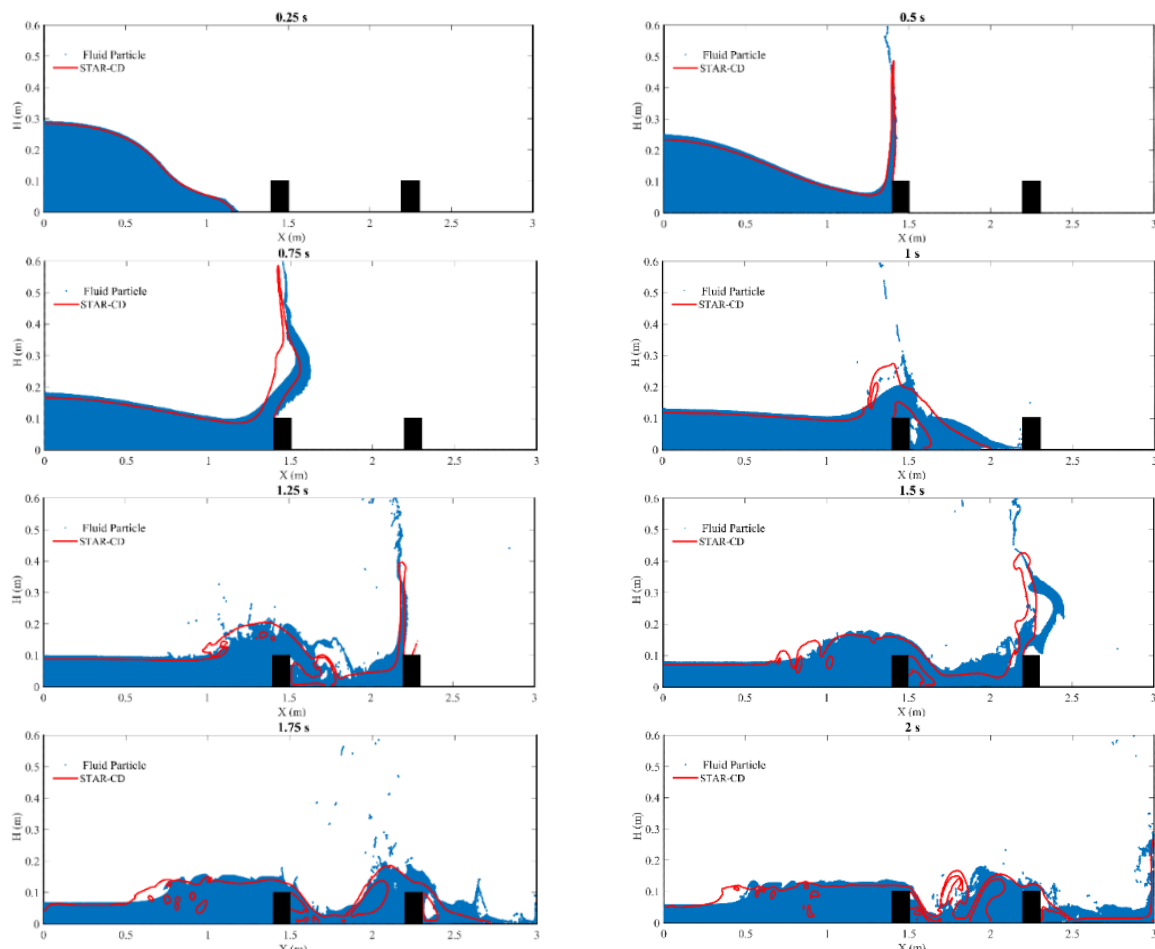


Fig. 7 Comparison between the results of Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method with finite volume solution obtained from Star- CD software for the second scenario at at 0.25, 0.5, 0.75 and 1 seconds.

شکل ۷ مقایسه بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با حل حجم محدود به دست آمده از نرم‌افزار استار سی‌دی برای سناریوی دوم در زمان‌های ۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵ و ۱ ثانیه

مختلف یافت. اول اینکه استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، به عنوان یک ابزار محاسباتی برای بررسی دینامیک جریان تقویت می‌شود. دوم، سازگاری خوبی با خروجی‌های شبیه‌سازی عددی را نشان می‌دهد که بیانگر دقت آن در حین ثبت پدیده‌های دنیای واقعی مرتبط با پیچیدگی رفتار جریان سیال می‌باشد. افزون بر این، همبستگی بالا نشان می‌دهد که تحلیل‌های آینده ممکن است به کاربردهای عملی این مدل‌ها در مهندسی یا دیگر بررسی‌های دینامیک سیالات گسترش یابد. به‌رغم پیچیدگی‌هایی که به‌طور بالقوه در تجزیه و تحلیل‌های میدانی پیشرفته دخیل هستند، معیارهای خطا، دقت بالای شبیه‌سازی را نشان می‌دهند.

با توجه به شکل ۷ و مقدار معیارهای خطای جذر میانگین مربعات محاسبه شده در جدول ۶، نتایج هر دو روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف و حل‌کننده حجم محدود در استار سی‌دی، در زمان $t = 0.25 s$ تا حدودی یکسان بود. همچنین مطابق جدول‌های ۵ و ۶، همه اعداد مربوط به سطح معناداری از ۰/۰۵ بزرگ‌تر هستند. این یعنی تفاوت معناداری بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با حل حجم محدود به دست آمده از نرم‌افزار استار سی‌دی وجود ندارد و این نتایج از لحاظ همخوانی، قابل قبول هستند. دقت هر دو روش مورد استفاده برای شبیه‌سازی این سامانه سیال و توانایی آن‌ها در به تصویر کشیدن پویایی جریان و حفره‌ها به‌طور پیوسته در طول شبیه‌سازی‌ها نشان داده شده‌است. اهمیت سازگاری بین این دو روش را می‌توان در زمینه‌های

روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف با کاهش فاصله ذرات می‌باشد. از سوی دیگر بررسی معیارهای خطا، افزایش دقت با کاهش فاصله بین ذرات را تایید می‌کند. با افزایش فاصله ذرات، شمار ذرات در سامانه کاهش می‌یابد؛ در نتیجه دقت شبیه‌سازی نیز کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش فاصله ذرات، نوسان‌ها در جریان کمتر می‌شود و شبیه‌سازی به صورت میانگین انجام می‌شود. در ضمن اگر فاصله ذرات به اندازه کافی بزرگ باشد، جزئیات جریان را نمی‌توان به خوبی شبیه‌سازی کرد. با صحت‌سنجی روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، می‌توان بیان کرد که از این روش به عنوان روشی مناسب برای شبیه‌سازی جریان آب عبوری از روی پله می‌توان استفاده کرد. بدین منظور کاربرد روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف در دو سناریو شامل (۱) ریزش جریان از روی دو پله و (۲) عبور جریان شکست سد از روی دو مانع ثابت به شکل پله تحلیل شد. افزون بر این، مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف و خروجی‌های نرم‌افزار استار سی دی از طریق روش حجم محدود برای حل معادله‌های ناویر استوکس انجام شد و معیارهای خطا نیز تعیین شد. سطح معناداری محاسبه شده در نرم‌افزار SPSS، برای سناریو اول از ۰/۶۶۶ تا ۰/۹۸۵ و برای سناریو دوم از ۰/۱۱۵ تا ۰/۸۲۴ متغیر است. این سطح معناداری در همه زمان‌های محاسباتی برای هر دو سناریو، از معیار ۰/۰۵ بیشتر شد که بیانگر همخوانی خوبی بین نتایج به دست آمده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف و خروجی‌های نرم‌افزار استار سی دی می‌باشد. به‌رغم تفاوت بین روش‌ها، هماهنگی‌های خوبی بین نتایج مشاهده شد. افزون بر این، بررسی‌های آینده می‌تواند بر اکتشاف روش‌های عددی جایگزین، ترکیب عامل‌های فیزیکی اضافی مؤثر بر رفتار جریان و تغییر فراسنجه‌های هیدرودینامیک ذرات هموار برای بهینه‌سازی و نتایج دقیق‌تر در شبیه‌سازی متمرکز و اعمال شود.

جدول ۶ معیار خطای جذر میانگین مربعات، نرم اقلیدسی و سطح معناداری محاسبه شده بین نتایج روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف و خروجی‌های حل‌کننده حجم محدود در استار سی دی برای سناریوی دوم در زمان‌های مختلف.

Table 6 The RMSE, Euclidean Error Norm and the significance level calculated between the results of the Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics method and the outputs of the finite volume solver in STAR-CD for the second scenario at different times.

Time (s)	RMSE (m)	Error Norm (m)	p-value
0.25	0.0043	1.2723×10^{-4}	0.819
0.50	0.0093	2.4763×10^{-4}	0.602
0.75	0.0135	3.4500×10^{-4}	0.824
1.00	0.0153	3.4444×10^{-4}	0.207
1.25	0.0158	3.4000×10^{-4}	0.802
1.50	0.0235	4.9367×10^{-4}	0.360
1.75	0.0115	2.2635×10^{-4}	0.708
2.00	0.0181	3.3191×10^{-4}	0.115

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف برای شبیه‌سازی جریان آب عبوری از روی پله اعمال شد. در آغاز رابطه‌های حاکم بر جریان بر مبنای روش یادشده، گسسته‌سازی شده و آن‌گاه با استفاده از داده‌های تجربی اعتبارسنجی صورت گرفت. حساسیت روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم‌پذیری ضعیف، با داده‌های تجربی انتشار جریان شکست سد بر روی یک بستر خشک، با دو نوع کرنل مختلف و سه فاصله ذره متفاوت تجزیه و تحلیل شد. معیارهای خطای محاسبه شده در مقایسه کرنل‌ها، نشان‌دهنده دقت بیشتر در استفاده از کرنل اسپیلاین درجه سوم نسبت به کرنل اسپیلاین درجه پنجم می‌باشد. نرم اقلیدسیناشی از مقایسه فاصله ذرات، که نشان‌دهنده تغییر بین نتایج شبیه‌سازی شده و داده‌های مرجع است، از 2.9729×10^{-4} تا 6.5750×10^{-4} متر برای فاصله ذرات 0.009 متر، از 2.9395×10^{-4} تا 7.3768×10^{-4} متر برای فاصله ذرات 0.025 متر و از 3.3458×10^{-4} تا 8.6426×10^{-4} متر برای فاصله ذرات 0.1 متر، متغیر بود. یافته‌های به دست آمده از این پژوهش بیانگر کمترین میزان خطا برای کمترین فاصله بین ذرات نسبت به دیگر فاصله‌هاست. این موضوع نشان‌دهنده افزایش دقت

Vilalba, F., Mironov, V. & da Silva, J. (2016). Modeling and simulation of diffusion process in tissue spheroids encaged into microscaffolds (lockyballs). In: *Computer Aided Chemical Engineering*, Vol. 38, pp. 1737-1742, Elsevier. Doi: 10.1016/B978-0-444-63428-3.50294-0

Fourtakas, G., Vacondio, R. & Rogers, B.D. (2015). On the approximate zeroth and first-order consistency in the presence of 2-D irregular boundaries in SPH obtained by the virtual boundary particle methods. *International journal for numerical methods in fluids*, 78(8), 475-501.

Fraga Filho, C.A.D., Fraga Filho, C.A.D. & Castro. (2019). *Smoothed Particle Hydrodynamics*. Springer. Doi: 10.1007/978-3-030-00773-7

Gingold, R. & Monaghan, J. (1982). Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 46(3), 429- 453.

Gingold, R.A. & Monaghan, J.J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Monthly notices of the royal astronomical society*, 181(3), 375-389.

Harten, A. (1997). High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of computational physics*, 135(2), 260-278.

Lee, B.-H., Park, J.-C., Kim, M.-H. & Hwang, S.-C. (2011). Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 200(9-12), 1113- 1125.

Lee, E.-S., Moulinec, C., Xu, R., Violeau, D., Laurence, D. & Stansby, P. (2008). Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method. *Journal of Computational Physics*, 227(18), 8417-8436.

LeVeque, R.J. (1998). Balancing source terms and flux gradients in high-resolution Godunov methods: the quasi-steady wave-propagation algorithm. *Journal of computational physics*, 146(1), 346-365.

Liu, G.-R. & Liu, M. B. (2003). Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method. *World scientific*, 472p. <https://doi.org/10.1142/5340>

Liu, M., Liu, G., Lam, K. & Zong, Z. (2003). Smoothed particle hydrodynamics for numerical simulation of underwater explosion. *Computational Mechanics*, 30(2), 106-118.

Lobovský, L. & Groenenboom, P.H. (2009). Smoothed particle hydrodynamics modelling in

۵- فهرست نشانه‌ها

dh	اختلاف ارتفاع (m)
P	فشار (kg/ms^2)
\vec{v}	سرعت (m/s)
t	زمان (s)
\vec{f}	نیرو (N)
f	مقدار تقریبی تابع
m	جرم ذره (kg)
n	شمار ذرات
W	کرنل
X	موقعیت ذره

نشانه‌های یونانی

ρ	چگالی (kg/m^3)
μ	لزجت مطلق (kg/m.s)
	بالانویس‌ها
P	پیش‌بینی شده
	زیرنویس‌ها
i	ذره ثابت
j	ذره همسایه
ext	خارجی

۶- منبع‌ها

Adami, S., Hu, X.Y. & Adams, N.A. (2012). A generalized wall boundary condition for smoothed particle hydrodynamics. *Journal of computational physics*, 231(21), 7057- 7075.

Balakin, B.V., Hoffmann, A.C. & Kosinski, P. (2014). Coupling STAR-CD with a population-balance technique based on the classes method. *Powder Technology*, 257, 47-54.

Bishop, C.M. & Nasrabadi, N.M. (2006). *Pattern recognition and machine learning*, Vol. 4, Springer.

Colombo, M., Thakrar, R., Fairweather, M. & Walker, S.P. (2019). Assessment of semi-mechanistic bubble departure diameter modelling for the CFD simulation of boiling flows. *Nuclear Engineering and Design*, 344, 15-27.

Cruchaga, M.A., Celentano, D.J. & Tezduyar, T.E. (2007). Collapse of a liquid column: numerical simulation and experimental validation. *Computational Mechanics*, 39, 453- 476.

Dernowsek, J., Rezende, R., Passamai, V., Noritomi, P., Kemmoku, D., Nogueira, J., Lara, V.,

- Wave body interaction in 2D using smoothed particle hydrodynamics (SPH) with variable particle mass. *International journal for numerical methods in fluids*, 68(6), 686-705.
- Omidvar, P., Stansby, P.K. & Rogers, B.D. (2013). SPH for 3D floating bodies using variable mass particle distribution. *International journal for numerical methods in fluids*, 72(4), 427-452.
- Ozmen-Cagatay, H. & Kocaman, S. (2010). Dam-break flows during initial stage using SWE and RANS approaches. *Journal of Hydraulic Research*, 48(5), 603-611.
- Purkayastha, S. & Afzal, M.S. (2022). Review of Smooth Particle Hydrodynamics and its Applications for Environmental Flows. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series A*, 103(3), 921-941.
- Ramli, M., Temarel, P. & Tan, M. (2015). Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method for modelling 2-dimensional free surface hydrodynamics. In: Analysis and Design of Marine Structures, C., Guedes Soares, R.A., Sheno, eds., CRC Press, 45-52.
- Valizadeh, A., Shafieefar, M., Monaghan, J. & Neyshabouri, A. (2008). Modeling two-phase flows using SPH method. *Journal of Applied Sciences*, 8(21), 3817-3826.
- Vermeire, B.C., Witherden, F.D. & Vincent, P.E. (2017). On the utility of GPU accelerated high-order methods for unsteady flow simulations: A comparison with industry-standard tools. *Journal of computational physics*, 334, 497-521.
- Yildiz, M., Rook, R. & Suleman, A. (2009). SPH with the multiple boundary tangent method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 77(10), 1416- 1438.
- continuum mechanics: fluid-structure interaction, *Applied and Computational Mechanics*, 3, 101-110.
- Lucy, L.B. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The astronomical journal*, 82, 1013-1024.
- Mahdizadeh, H., Stansby, P.K. & Rogers, B.D. (2011). On the approximation of local efflux/influx bed discharge in the shallow water equations based on a wave propagation algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 66(10), 1295-1314.
- Mahdizadeh, H., Stansby, P.K. & Rogers, B.D. (2012). Flood wave modeling based on a two-dimensional modified wave propagation algorithm coupled to a full-pipe network solver. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(3), 247-259.
- Monaghan, J.J. (1994). Simulating free surface flows with SPH. *Journal of computational physics*, 110(2), 399- 406.
- Monaghan, J.J. (2012). Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44, 323-346.
- Monaghan, J.J. & Kos, A. (1999). Solitary waves on a Cretan beach. *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, 125(3), 145- 155.
- Monaghan, J.J. & Rafiee, A. (2013). A simple SPH algorithm for multi-fluid flow with high density ratios. *International journal for numerical methods in fluids*, 71(5), 537- 561.
- Moodi, S., Azhdary Moghaddam, M. & Mahdizadeh, H. (2023). Numerical Simulation of Water Flow over a Stair Through Improved Weakly Compressible Moving Particle Semi-implicit Method. *International Journal of Civil Engineering*, 1-12. Doi: 10.1007/s40999-023-00884-8.
- Omidvar, P., Stansby, P.K. & Rogers, B.D. (2012).

© 2025 The Author(s). Published by Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.



