

Developed Three-Dimensional Model for Extracting Stage-Discharge Relationship in Straight Multi-stage Compound Channels

Majid Rostami¹, Ramin Amini², A.R. Zahiri^{3*}

1- PhD Student, Department of civil Engineering, Faculty of Civil & Environmental Engineering, Shahroud University, Shahroud.

2- Associate Prof., Civil Engineering Department, Faculty of Civil & Environmental Engineering, Shahroud University, Shahroud.

3- Associate Prof., Water Engineering Department, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Gorgan.

* zahiri.areza@gmail.com

Received: 1 September 2023
Accepted: 27 September 2023
Discussion: 22 September 2024



J. Hydraul.
Iranian Hydraulic Association
Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: In natural rivers and some urban channels, flood events often cause water to overflow from the main channel into adjacent floodplains, creating structures known as compound channels. These floodplains may display symmetrical or asymmetrical patterns. Depending on factors like geometry, lateral slope, and elevation differences, multiple floodplains can develop on either side of the main channel, forming what are called multi-stage compound channels. Compared to simpler, classic compound channels, multi-stage versions not only enhance flow conveyance capabilities but also offer opportunities for recreational use or landscape improvement in urban areas.

Historically, the analysis of flow parameters and the calculation of conveyance capacities in compound channels relied on traditional methods such as divided channel techniques and flow resistance equations, including Manning's, Chezy's, and Darcy-Weisbach. However, these methods often overlooked the momentum exchange between the main channel and floodplains and the effects of secondary flows, leading to overestimations of flow rates. Sellin's pivotal 1964 study recognized these interactions, setting a foundation for refining existing methodologies. Despite their significance, multi-stage compound channels have received relatively scant attention in scientific research compared to classic compound channels.

Methodology: In this study, we used a numerical solution of the Navier-Stokes equations through the finite volume method coupled with the RNG k- ϵ turbulence model to simulate various hydraulic characteristics of multi-stage compound channels. These characteristics include the three-dimensional flow pattern, distribution of transverse velocity, secondary flows, turbulence energy, and the stage-discharge relationship. The RNG k- ϵ model is particularly effective at capturing rotational flows and large vortices, overcoming the shortcomings of the standard k- ϵ model in representing complex flow patterns in non-circular channels and at corner locations.

To verify the validity of this mathematical model, laboratory data obtained from a channel

with a three-stage asymmetric rectangular compound section were utilized (Singh, 2021). The experimentation carried out in a channel with a main section width of 0.445 meters. Adjacent to the main section, two floodplains with widths of 10 and 20 centimeters were constructed. The bed of the main channel was constructed using glass, while the bed of the first and second floodplains were covered with a uniform layer of synthetic grass to introduce channel roughness. The channel itself is 20 meters in length, with a longitudinal slope of 0.003. The total height and width of the channel are 0.5 and 0.745 meters, respectively. The bankfull height is set at 0.0425 meters. Water flow rates within the channel ranged from 20 to 60 liters per second to simulate varying hydraulic conditions.

Results and discussion: The turbulence intensity and momentum exchange at the interface between the first and second floodplains are lower compared to those at the interface between the main channel and the first floodplain. This discrepancy can be attributed to the greater velocity differences at the interface plane between the main channel and the first floodplain. As the water level rises, the influence of secondary currents at the interface of the main channel and the first floodplain diminishes. However, significant secondary currents persist at the boundary between the first and second floodplains across all investigated relative depths, highlighting the dominance of flow dispersion over convection in the second floodplain, particularly at shallow relative depths.

The highest flow velocity is typically observed at the midpoint of the main channel, inclining toward its right wall, positioned away from the channel bed and close to the water surface. The computed transverse profiles of stream-wise velocity show satisfactory accuracy in both the main channel and the floodplains, with the second floodplain displaying particularly good agreement. However, the modeling error is relatively significant at the interface of the main channel and the first floodplain. The use of this mathematical model to predict flow discharge for this channel results in an average error of approximately 3.9% and a maximum error of 6.2%.

Conclusions: Due to the absence of experimental data on the height and width variations of the second floodplain and their impact on flow characteristics, articulating the effects of these variables is challenging.

Considering the use of multi-stage compound channels in urban areas, the first floodplain is designed with a narrower width to enhance the channel's conveyance capacity. In contrast, the second floodplain, intended to beautify the urban landscape and serve as a recreational and tourism space, typically features tree vegetation. This landscaping not only creates high shear stresses in the bed of the second floodplain but also results in substantial energy losses and a noticeable reduction in the channel's conveyance capacity. Therefore, it is advisable to design rivers or man-made flood control channels in urban areas as multi-stage compound channels. The first floodplain should be tailored to significantly increase the channel's conveyance capacity, while the second floodplain should focus on enhancing urban and public landscapes. This design strategy not only optimizes flood management but also provides safe escape routes for nearby residents during severe urban flooding.

Keywords: Finite volume Method, Quick method, RNG K- ϵ , Multi-stage compound channel, Stage-discharge relationship.



© 2024 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the
Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)
(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

مدل سه‌بعدی توسعه داده شده برای استخراج رابطه دبی-اشل در مقاطع مرکب چندسیلابدستی مستقیم

مجید رستمی^۱، رامین امینی^۲، عبدالرضا ظهیری^{۳*}

۱- دانشجوی دکتری مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود.

۲- دانشیار گروه مهندسی آب و محیط زیست، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود.

۳- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان، گرگان.

* zahiri.areza@gmail.com

دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۱۰، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۰۵، نقد و بررسی: ۱۴۰۳/۰۷/۰۱، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: در زمان سیلاب معمولاً مقطع اصلی رودخانه پر شده و آب وارد دشت‌های سیلابی می‌شود. در این شرایط رودخانه به شکل مقطع مرکب ظاهر می‌شود. بعضی از رودخانه‌ها بر حسب شرایط هندسی و ارتفاعی ممکن است بیش از یک دشت سیلاب در طرفین مقطع اصلی داشته باشند که به این مقاطع، کانال مرکب چندسیلابدستی گفته می‌شود. این کانال‌ها ظرفیت انتقال دبی جریان بیشتری از کانال‌های ساده و مرکب دارند و سیلابدشت‌های دوم یا سوم آنها در مناطق شهری می‌توانند به عنوان مناطق تفریحی برای زیباسازی منظر مورد استفاده قرار گیرند. در این مقاله با استفاده از توسعه یک مدل سه‌بعدی در محیط برنامه C به کمک حل عددی معادلات ناویر-استوکس به روش حجم محدود و الگوی کوئیک، جنبه‌های هیدرولیکی متفاوتی از این مقاطع شامل الگوی سه‌بعدی جریان، توزیع عرضی سرعت، جریان‌های ثانویه، انرژی آشفتگی و نیز رابطه دبی-اشل مدل‌سازی شده است. برای واسنجی این مدل ریاضی از داده‌های آزمایشگاهی (Singh (2021) در یک کانال با مقطع مرکب مستطیلی سه‌پله‌ای نامتقارن استفاده شد. مقایسه کانتورهای هم‌سرعت محاسباتی و مشاهداتی نشان داد که در هر دو حالت، حداکثر سرعت جریان در میانه مقطع اصلی و متمایل به چاره سمت راست آن، در فاصله‌ای دورتر از کف کانال و نزدیک به سطح آب رخ داده است. دقت نتایج محاسباتی پروفیل عرضی مولفه سرعت در جهت جریان در مقطع اصلی و سیلابدشت‌ها (به ویژه سیلابدشت دوم) قابل قبول است، اما در محدوده مرز تماس مقطع اصلی با سیلابدشت اول خطای مدل‌سازی نسبتاً زیاد است. مدل‌سازی رابطه دبی-اشل این کانال به کمک مدل ریاضی دارای خطای متوسط حدود ۳/۹ درصد و حداکثر خطای ۶/۲ درصد می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: روش حجم محدود، روش کوئیک، RNG K-ε، مقطع مرکب چند سیلابدستی، رابطه دبی-اشل.

۱- مقدمه

در رودخانه‌های طبیعی و برخی آبراهه‌های درون شهری در هنگام رخداد سیلاب، جریان با خروج از آبراهه اصلی وارد سیلابدشت‌ها می‌شود که به این مقطع‌ها، آبراهه‌های مرکب^۱ می‌گویند. سیلابدشت‌ها می‌توانند به صورت متقارن یا نامتقارن باشند. در هر طرف آبراهه اصلی بر حسب شرایط هندسی، شیب جانبی و اختلاف ارتفاع ممکن است چند سیلابدشت شکل بگیرد که به این

مقطع‌ها، آبراهه مرکب چندسیلابدستی^۲ گفته می‌شود (شکل ۱). آبراهه‌های مرکب چندسیلابدستی ضمن دارا بودن ظرفیت انتقال دبی جریان بیشتر از آبراهه‌های ساده و مرکب کلاسیک، سیلابدشت‌های دوم یا سوم آنان در منطقه‌های شهری می‌توانند به عنوان یک مکان تفریحی یا برای زیباسازی منظر استفاده شوند. در شکل ۲ دو نمونه از رودخانه‌های طبیعی چندسیلابدستی نشان داده شده است.

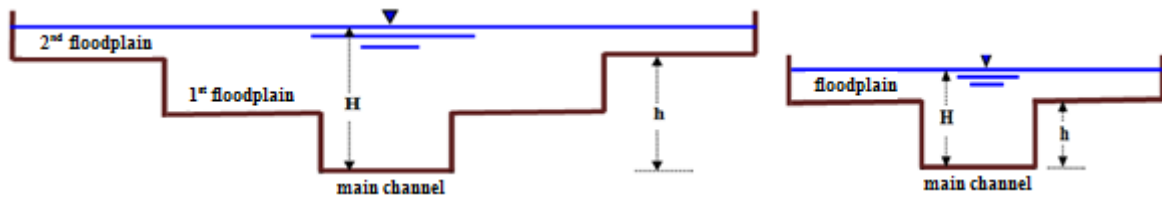


Fig. 1 Classic and multi-stage compound channels

شکل ۱ نمای کلی آبراهه‌های مرکب کلاسیک و چندسیلابدستی

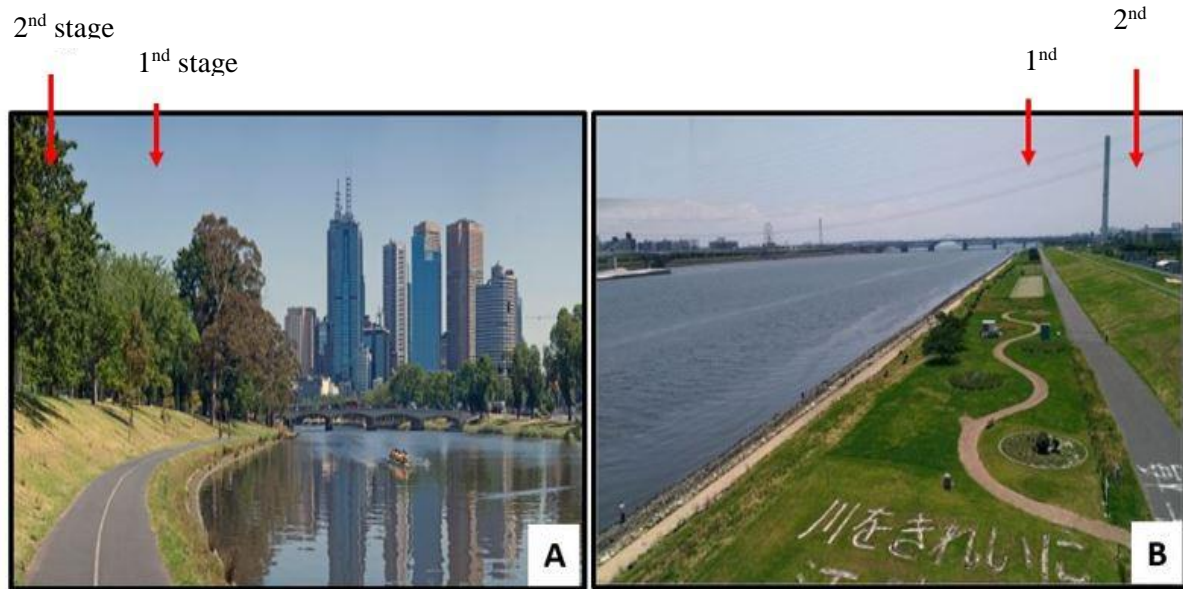


Fig. 2 Multi-stage compound natural rivers. A: Yara river in Melbourne, Australia, B: Arakawa river in Tokyo, Japan

شکل ۲ رودخانه‌های مرکب چندسیلابدستی. A: رودخانه یارا در ملبورن استرالیا، B: رودخانه آراکوا در توکیو ژاپن

انجام می‌گرفت که به دلیل صرف نظر کردن از انتقال مومنتوم ناشی از برهمکنش^۱ بین آبراهه اصلی و سیلابدشت‌ها و نیز اثر جریان‌های ثانویه، دبی مقطع‌های مرکب بیشتر از مقدار واقعی برآورد می‌شد. نخستین بار Sellin (1964) به وجود برهمکنش بین آبراهه اصلی و سیلابدشت‌ها پی برد و نظریه او پایه‌گذار تحقیقات محققان مختلف در توسعه روش‌های سنتی با در نظر گرفتن اثر متقابل جریان بین مجرای اصلی و سیلابدشت‌ها یا اصلاح آنان با ضریب‌های تجربی شد (Lambert and Sellin, 1996).

مهم‌ترین فراسنجه هیدرولیکی که نقش موثری در تحلیل جریان در مقطع‌های مرکب دارد، عمق نسبی (Dr) است. در آبراهه‌های مرکب کلاسیک (تک سیلابدستی)، عمق نسبی به صورت نسبت عمق جریان در دشت‌های سیلابی (یا عمق کل جریان، H-h) به عمق جریان در مقطع اصلی (یا عمق کل جریان،

با توجه به اینکه در هنگام رخداد سیلاب‌های شدید، بسیاری از رودخانه‌ها سیلگیر شده و آب وارد چندین دشت سیلابی آنان در هر طرف از کناره‌ها می‌شود، شرایط محاسبه سرعت میانگین و نیز دبی جریان در این مقطع‌ها بسیار دشوار می‌شود. در این حالت، در هر طرف از ساحل رودخانه، دو سازوکار مختلف قابل مشاهده خواهد بود: اثر متقابل جریان بین مجرای اصلی و دشت سیلابی اول، و اثر متقابل بین دشت‌های سیلابی اول و دوم. در این زمینه و اینکه هر کدام از این دو سازوکار از نظر کمی چه تاثیری بر کاهش دبی کل جریان (دبی سیلاب) و افزایش اصطکاک در مرزهای تماس (تنش برشی) می‌گذارند، یافته‌های محققان محدود بوده است.

بررسی فراسنجه‌های جریان و برآورد ظرفیت انتقال مقطع‌های مرکب در گذشته با روش‌های سنتی مانند تجزیه مقطع مرکب و با استفاده از رابطه‌های مرسوم مقاومت جریان مانند مانیگ، شزی، دارسی-ویسباخ و ...

1 interaction

(2017).

۲-۳- روش‌های هیدرولیکی

روش‌های هیدرولیکی را می‌توان به صورت یک، دو و سه بُعدی بررسی کرد. مدل‌های یک‌بُعدی فراوانی وجود دارند که دقت مناسبی در برآورد دبی جریان در مقطع‌های مرکب داشته‌اند. از جمله بهترین روش‌ها در این زمینه می‌توان به مدل کوهیرنس (Ackers, 1993) و تبادل دبی (Bousmar and Zech, 1999) اشاره کرد. این مدل‌ها اگرچه دبی کل جریان در مقطع مرکب را با دقت مناسبی برآورد می‌کنند اما اغلب آنان در برآورد دبی جداسازی جریان در مقطع اصلی و دشت‌های سیلابی ضعف دارند. افزون بر این، قادر به حل جنبه‌های مهمی از هیدرولیک جریان مانند توزیع عرضی (و عمقی) سرعت و نیز تنش برشی مرزی نیستند. برای رفع این محدودیت و به منظور مدل‌سازی جزئیات بیشتری از هیدرولیک جریان در مقطع‌های مرکب، Ackers (1991) و Lambert and Sellin (1996) استفاده از مدل‌های آشفتگی را برای رسیدن به نتایج بهتر پیشنهاد کردند. مدل‌های آشفتگی را به دو صورت می‌توان در حل معادله‌های جریان به کار برد. راه‌حل اول، استفاده از مدل‌های شبه‌دو بُعدی و راه‌حل دوم، استفاده از مدل‌های دو بُعدی و سه بُعدی است. مدل‌های دو و سه بُعدی از نظر معادله‌های حاکم و روش‌های حل، پیچیده‌تر از مدل‌های یک بُعدی و شبه‌دو بُعدی بوده و به حافظه محاسبه‌شدنی بزرگتر و نیز مدت زمان اجرای بسیار بیشتری نیاز دارند. برای بهینه‌کردن این فرآیند، محققان بسیاری به توسعه مدل‌های شبه‌دو بُعدی اقدام کردند. Vreughdenhil and Wijbenga (1982) نخستین افرادی هستند که از یک مدل آشفتگی ساده برای نمایش اثر متقابل بین آبراهه اصلی و سیلابدشت‌ها بر توزیع عرضی سرعت استفاده کردند. آنان با استفاده از یک معادله پویایی میانگین عمقی، توزیع عرضی سرعت را با استفاده از مقدارهای مختلف لُجَت گردابه‌ای اصلاح کردند. با توجه به اینکه لُجَت گردابه‌ای وابستگی شدیدی به ویژگی‌های هیدرولیکی و آشفتگی جریان دارد، آنان اعلام کردند که

(H) تعریف می‌شود. این فراسنجه در آبراهه‌های مرکب چند سیلابدشتی به صورت نسبت عمق جریان در سیلابدشت دوم (H-h) به عمق کل جریان بیان می‌شود (شکل ۱):

$$Dr = \frac{H-h}{H} \quad (1)$$

۲- مروری بر نتایج بررسی‌های گذشته

روش‌های تحلیل جریان در آبراهه‌های مرکب را می‌توان به سه دسته متفاوت شامل روش‌های هوش مصنوعی یا یادگیری ماشین، روش‌های آماری و روش‌های هیدرولیکی تقسیم کرد (Chen et al., 2019).

۲-۱- روش‌های هوش مصنوعی

امروزه روش‌های هوش مصنوعی مانند شبکه‌های عصبی، برنامه‌ریزی بیان ژن، ماشین‌های بردار پشتیبان و ... کاربرد گسترده‌ای در همه‌ی مباحث مهندسی آب از جمله تحلیل جریان در مقطع‌های مرکب دارند. این مدل‌ها دارای فرآیندی داده محور بوده و نیازمند داده‌های آماری زیادی هستند. تاکنون روش‌های هوش مصنوعی متفاوتی برای مقطع‌های مرکب کلاسیک و تک سیلابدشتی به کار گرفته شده‌اند (Unal et al., 2010; Sahu et al., 2011; Azamathulla and Zahiri 2012; Zahiri and Azamathulla, 2014; Najafzadeh and Zahiri, 2015; Parsaei and Haghiabi, 2015; Parsaie and Haghiabi, 2017; Chen et al., 2019)، اما برای مقطع‌های مرکب چند سیلابدشتی تحقیقی انجام نشده است. دلیل این امر به احتمال نبود داده‌های هیدرولیکی کافی از مقطع‌های مرکب چندسیلابدشتی می‌باشد.

۲-۲- روش‌های آماری

روش‌های آماری مانند MVRM، MARS و ... ضریب‌های رگرسیونی مجهولی را ارائه می‌کنند که باید با مقدارهای اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه واسنجی شوند. این روش‌ها به‌طور کلی تنها برای هندسه‌هایی مشابه با مقطع‌های واسنجی شده کاربرد دارند و نمی‌توان آنان را برای هندسه‌های متفاوت بدون واسنجی دوباره به کار گرفت. این محدودیت مبنایی کاربرد این روش‌ها را محدود کرده است (Al-Khatib et al., 2014; Parsaie and Haghiabi,)

دانش کنونی برای تعیین مقدار مناسب این ضریب کافی نیست. (Samuels (1985) برای رفع این محدودیت از رابطه انیشتین برای تعیین لزجت گردابه‌ای استفاده کرد:

$$v_t = \lambda u_* z \quad (2)$$

که v_t ضریب لزجت گردابه‌ایی، u_* سرعت برشی، z عمق جریان و λ ضریب بی‌بعد لزجت گردابه‌ای است. Shiono and Knight (1991) بر مبنای معادله‌های ناویر-استوکس و با فرض جریان ماندگار و یکنواخت و با اعمال آشفتگی‌های ناشی از تنش‌های برشی رینولدزی، آشفتگی‌های ناشی از انتقال مومنتم در عرض و نیز جریان‌های ثانویه، یک مدل تحلیلی شبه‌دو‌بعدی برای حل توزیع عرضی سرعت جریان و تنش برشی مرزی ارائه کردند. با انتگرال‌گیری عرضی از توزیع سرعت بدست آمده، رابطه دبی-اشل رودخانه استخراج می‌شود. مدل شیونو و نایت برای نخستین بار نشان داد که از مدل‌های آشفتگی می‌توان به طور موثری در مقطع‌های مرکب استفاده کرد (Shiono and Knight, 1988; Lambert and Sellin, 1996).

(James et al. (1994) با صرف‌نظر کردن از اثر جریانانی ثانویه، مدلی شبه دو‌بعدی برای حل توزیع عرضی دبی جریان در مقطع‌های مرکب پیشنهاد کردند. Lambert and Sellin (1996) و Ervine et al. (2000) هم با اعمال فرضیه‌هایی متفاوت، مدل‌های شبه‌دو‌بعدی مختلفی را برای حل توزیع عرضی سرعت و تنش برشی در رودخانه‌های مستقیم و پیچانرود ارائه کردند. Kordi et al. (2016) با جداسازی ترم جریانانی ثانویه به دو عامل انتقال و پخش، مدل Shiono and Knight (1991) را اصلاح کردند (Kordi et al. 2015).

اگرچه مدل‌های شبه‌دو‌بعدی بالا در حل توزیع عرضی سرعت جریان و تنش برشی دارای دقت مناسبی هستند اما در محاسبه توزیع عمقی متغیرهای هیدرولیکی، حل میدان جریان و نیز برآورد فراسنجه‌های آشفتگی محدودیت دارند. به این منظور باید از روش‌های دو‌بعدی و سه‌بعدی استفاده کرد.

در میانه دهه ۱۹۸۰ و با پیشرفت تجهیزات آزمایشگاهی،

اندازه‌گیری‌های فراوانی از میدان سه‌بعدی سرعت جریان و نیمرخ آشفتگی برای آبراهه‌های مرکب مستطیلی و دوزنقه‌ای در مرکز تحقیقات علوم و مهندسی والینگفورد انگلستان صورت گرفت. در این زمان، استفاده از مدل‌های آشفتگی دو‌بعدی ASM توسط Keler and Rodi (1988) و مدل‌های سه‌بعدی آشفتگی K- ϵ توسط Krishnappan and Lau (1982) توسعه یافت. این مدل‌ها جزئیات بیشتری از توزیع عرضی و عمقی سرعت، تنش برشی مرزی و جریان‌های ثانویه در اختیار محققان قرار می‌دهند (Rodi, 1980; Launder and Spalding, 1983; Krishnappan and Lau, 1986; Keller and Rodi, 1988; Thomas and Williams, 1995).

مدل‌سازی سه‌بعدی جریان در مقطع‌های مرکب توسط محققان زیادی مورد توجه قرار گرفته است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که اغلب این بررسی‌های به کمک مدل‌ها و نرم‌افزارهای سه‌بعدی تجاری موجود انجام شده است. بررسی (Thomas and Williams (1995) از جمله نخستین بررسی‌هایی است که به کمک کدنویسی و با استفاده از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، میدان سرعت جریان در مقطع‌های مرکب شبیه‌سازی شده است.

(Othman and Valentine (2006) با مدل‌سازی عددی سه‌بعدی جریان در مقطع‌های مرکب، میدان سرعت و نیز جریان‌های ثانویه را به کمک مدل آشفتگی K- ϵ غیرخطی و مدل تنش‌های رینولدزی (RSM) شبیه‌سازی کردند.

نتایج شبیه‌سازی عددی بیانگر دقت مناسب هر دو مدل در برآورد میدان دو‌بعدی سرعت جریان و نیز شدت جریان‌های ثانویه بود. (Fisher Antze et al. (2011) با استفاده از نرم‌افزار سه‌بعدی SSIIM و نیز مدل آشفتگی K- ϵ ، اثر پوشش گیاهی بر هیدرولیک جریان در دشت‌های سیلابی را شبیه‌سازی کردند. نتایج نیمرخ‌های عرضی و عمقی سرعت‌های بدست آمده از این مطالعه در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی سه آبراهه مرکب مستقیم با شرایط متفاوت هندسی و تراکم پوشش گیاهی، به نسبت رضایت‌بخش بود. (Conway et al. (2013) با استفاده از نرم‌افزار SSIIM هیدرولیک جریان در آبراهه‌های مرکب با بستر صلب و آبرفتی را مدل‌سازی کردند. آنان از روش upwind مرتبه دوم (کوئیک) برای تجزیه ترم‌های انتقال و

ترم‌های انتقال و نیز استفاده از یک شبکه ناهمگن شش وجهی با مجموع ۵۵۴۴۳ گره، جریان در این آبراهه‌ها را شبیه‌سازی کردند. نتایج آنان در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی (Tominaga and Nezu, 1991) دارای دقت مناسبی بوده است.

بر خلاف مقطع‌های مرکب کلاسیک که با تحقیقات فراوان محققان مختلف همراه بوده‌اند، تاکنون مقطع‌های مرکب چندسیلابدستی به صورت بسیار محدود بررسی شده‌اند. Wang et al. (2014) با انجام ارزیابی‌های آزمایشگاهی، هیدرولیک جریان در مقطع‌های مرکب چندسیلابدستی با پوشش گیاهی را بررسی کردند. Chen et al. (2019) با استفاده از داده‌های Wang et al. (2014)، مدلی یک‌بعدی برای استخراج رابطه دبی-اشل مقطع‌های مرکب چندسیلابدستی را توسعه دادند. Singh (2021) نیز میدان جریان و فراسنجه‌های آشفتگی را در این مقطع‌های به صورت آزمایشگاهی بررسی کرد. با توجه به محدود بودن بررسی‌های انجام شده در مقطع‌های مرکب چندسیلابدستی، در این تحقیق یک مدل ریاضی سه‌بعدی در محیط برنامه C بر مبنای معادله‌های ناویر-استوکس و با فرض جریان یکنواخت و فشار هیدرودینامیک برای این مقطع‌ها توسعه داده شده است. در مدل سه‌بعدی ارائه شده برای شبیه‌سازی جریان از روش عددی حجم محدود استفاده شده و برای حل رابطه‌های انتقال، روش Quick Upwind, Hybrid, Power low که نسبت به روش‌های ... دارای دقت بالاتری است به کار گرفته شده است. مدل ارائه شده توانایی شبیه‌سازی جریان در همه‌ی مقطع‌های مرکب شامل مرکب کلاسیک، مرکب تک‌سیلابدستی و چندسیلابدستی را دارد. برای بررسی فراسنجه‌های آشفتگی از مدل آشفتگی RNG K-ε استفاده شده است که توانایی بالایی در شبیه‌سازی جریان در مقطع‌های غیر مدور دارد. استفاده از موارد یادشده در مدل سه‌بعدی پیشنهادی این تحقیق، توانایی و قابلیت شبیه‌سازی این مدل را به مراتب از مدل‌های عددی ارائه شده تاکنون ارتقاء می‌دهد.

نیز مدل آشفتگی K-ε استاندارد استفاده کردند. این تحقیق نشان داد که نتایج رابطه‌های دبی-اشل و توزیع عرضی سرعت جریان به دست آمده از این نرم‌افزار دارای دقت مناسبی است. (Najafian et al. (2006) با استفاده از نرم‌افزار FLOW-3D هیدرولیک جریان در مقطع‌های مرکب غیرمنشوری را مدل‌سازی کردند. Jazizadeh and Zarrati (2008) با ارائه یک مدل عددی سه‌بعدی به محاسبه نیمرخ سطح آب و نیز الگوی جریان در آبراهه‌های مرکب پرداختند. مدل آنان تراز سطح آزاد آب را بدون حل هیچ معادله اضافه‌ای محاسبه می‌کند. آنان برای واسنجی مدل خود از داده‌های آزمایشگاهی Tominaga and Nezu (1991) و Ayyoubzadeh (1997) استفاده کردند. در این مدل، عمق آب به ۱۴ بخش تقسیم شده و در هر بخش، با انتگرال‌گیری از معادله مومنتم در ارتفاع مشخص آن بخش، مقدارهای میانگین محاسبه می‌شوند. در هر بخش، معادله‌های پیوستگی و مومنتم جداگانه‌ای استفاده می‌شوند. همچنین تراز سطح آب به کمک معادله پیوستگی و الگوریتم تصحیح عمق محاسبه می‌شود. برای مدل‌سازی ساختار پیچیده و سه‌بعدی جریان از مدل دو معادله‌ای K-ε استفاده شده است. مولفه سرعت در جهت عمق جریان از معادله پیوستگی محاسبه شده و این امر، معادله سه‌بعدی را به یک معادله دو‌بعدی تبدیل می‌کند. مقایسه نتایج مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی نشان داد که میدان سرعت جریان و تنش برشی محاسبه‌شده در منطقه‌هایی که اثر جریان‌های ثانویه قابل صرف‌نظر کردن است، همخوانی بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد. در مرز تماس مقطع اصلی با دشت سیلابی به دلیل وجود جریان‌های ثانویه بسیار قوی، نتایج مدل عددی دارای بیشینه خطایی معادل ۱۲/۵ درصد است. (Xiao et al. (2018) با استفاده از مدل‌سازی سه‌بعدی، اثر شیب جداره بر الگوی جریان شامل توزیع سرعت در جهت جریان، توزیع تنش برشی مرزی، جریان‌های ثانویه، ساختار آشفتگی و نرخ دبی جریان در آبراهه‌های مرکب تک سیلابدستی را بررسی کردند. آنان با استفاده از نرم‌افزار FLUENT، معادله‌های حاکم را حل کرده و به کمک روش مرتبه دوم کوئیک برای تجزیه

می‌باشد. مقادیرهای U_1, U_2, U_3 به ترتیب بیانگر u, v, w و

w, X_1, X_2, X_3 به ترتیب بیانگر x, y, z می‌باشند.

(Lauder and Spalding, 1983) با بررسی رابطه

بوسینسک و تناقض آن به دلیل نابرابری مجموع تنش‌های

رینولدز نرمال با دو برابر انرژی جنبشی پیچیده‌ای^۱ برای

مایع‌ها، رابطه (۸) را برای اصلاح این نقص ارائه کردند. در

این تحقیق برای تبدیل تنش‌های رینولدز به نرخ تغییر

شکل‌های ذره سیال از این رابطه استفاده شده است

(Versteeg and Malalasekera, 2007).

$$\tau_{ij} = -\rho u_i' u_j' = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (8)$$

که k آشفتگی جریان و δ_{ij} دلتای کرونیگر است که برای

$i = j \rightarrow \delta_{ij} = 1$ و $i \neq j \rightarrow \delta_{ij} = 0$ می‌باشد. با

جاگذاری رابطه (۸) در رابطه‌های (۳) تا (۵) و با صرف نظر

کردن از لزجت‌های مولکولی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \underbrace{\text{div}(uU)}_{\frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial z} \right)} \quad (9)$$

$$-\frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} + S_{mx}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \underbrace{\text{div}(vU)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (10)$$

$$-\frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial y} + S_{my}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial wv}{\partial x} + \frac{\partial wu}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \underbrace{\text{div}(wU)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (11)$$

$$-\frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial z} + S_{mz}$$

$-g \cos \theta$ و $g \sin \theta$ مولفه‌های شتاب ثقل به ترتیب در

۳- مواد و روش‌ها

۳-۱- معادله‌های جریان

با اعمال فرض جریان دائمی و یکنواخت، فشار

هیدرودینامیک و تراکم‌ناپذیر بودن سیال، معادله‌های

اندازه حرکت ناویر-استوکس در سه جهت x, y, z به

همراه رابطه پیوستگی به صورت زیر خواهند

بود (Vreugdenhil, 1994):

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho uu}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} + \frac{\partial \rho uw}{\partial z} + \frac{\partial \rho u' u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho u' v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho u' w'}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + S_{mx} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho vu}{\partial x} + \frac{\partial \rho vv}{\partial y} + \frac{\partial \rho vw}{\partial z} + \frac{\partial \rho v' u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v' v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho v' w'}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + S_{my} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \frac{\partial \rho wu}{\partial x} + \frac{\partial \rho wv}{\partial y} + \frac{\partial \rho ww}{\partial z} + \frac{\partial \rho w' u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho w' v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho w' w'}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + S_{mz} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

در رابطه‌های بالا u, v, w مولفه‌های سرعت جریان

به ترتیب در سه جهت x, y, z چگالی سیال، p فشار

هیدرواستاتیک، u', v', w' مولفه‌های سرعت نوسانی

به ترتیب در جهت‌های x, y, z ، S_{mx}, S_{my}, S_{mz} ترم‌های

منبع به ترتیب در جهت‌های x, y, z ، و μ لزجت پویایی

سیال هستند.

Boussinesq (1877) تنش‌های رینولدز را متناسب با نرخ

تغییر شکل‌ها، به صورت رابطه (۷) ارائه کرد:

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (7)$$

که U_i بیانگر مولفه سرعت میانگین جریان در جهت i

می‌باشند. $C_{1\varepsilon}$ ضریب تصحیح پذیری کرنش برای محاسبه نرخ کرنش‌های بزرگ است که توسط Yakhot et al. (1992) توسعه داده شد و مقدار ضریب $C_{1\varepsilon}$ از $1/42$ به $C_{1\varepsilon}^* = \frac{\eta(1-\frac{\eta}{\eta_0})}{1+\beta\eta^3}$ تغییر پیدا کرد که برابر است با $C_{1\varepsilon} = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{2E_{ij}E_{ij}}$ که در آن η برابر است با $\alpha_k \cdot \alpha_\varepsilon \cdot \eta_0 \cdot \beta \cdot C_{1\varepsilon} \cdot C_{2\varepsilon}$ که مقدارهای آنان در

جدول ۱ ارائه شده است. نرخ تغییر شکل کل عنصر سیال $e_{ij}(t)$ ، به صورت مجموع نرخ‌های تغییر شکل عنصر ناشی از سرعت‌های میانگین E_{ij} و سرعت‌های نوسانی e'_{ij} می‌باشد. به دلیل مقدار کم نرخ تغییر شکل ناشی از سرعت‌های نوسانی e'_{ij} ، می‌توان از آن صرف نظر کرد (Versteeg and Malalasekera, 2007).

بنابراین نرخ تغییر شکل عنصر سیال از رابطه (۱۴) تعیین می‌شود:

$$e_{ij}(t) = E_{ij} + e'_{ij} \cdot E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \quad (14)$$

مقدار لزجت آشفتگی با استفاده از فراسنجه سرعت و فراسنجه طول از رابطه (۱۵) تعیین می‌شود:

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (15)$$

که در آن C_μ ضریب ثابت و بی‌بعد بوده و مقدار آن از جدول ۱ قابل تعیین است.

جدول ۱ ضریب‌های ثابت در رابطه‌های (۱۲)، (۱۳) و (۱۵)

برابر پیشنهاد (Yakhot et al. (1992)

Table 1 Constant coefficients (12), (13) and (15) proposed by Yakhot et al. (1992)

Constant Coefficient	Value
σ_k	1.39
σ_ε	1.39
$C_{1\varepsilon}$	1.42
$C_{2\varepsilon}$	1.68
β	0.012
η_0	4.38
C_μ	0.0845

مدل RNG K- ε توانایی شبیه‌سازی جریان‌های چرخشی و گردابه‌های بزرگ را دارد و ضعف مدل $k - \varepsilon$ استاندارد در

جهت عمق (z) و جهت جریان (x) در آبراهه‌های شیبدار می‌باشند که در ترم منبع گنجانده می‌شوند. در رابطه‌های بالا عبارت با فرم کلی $\text{div}(\mathbf{U})$ و $\text{div}(\mathbf{v}_t \text{grad} \phi)$ به ترتیب بیانگر جمله‌های انتقال و پخش هستند که در آنان ϕ یک ویژگی سیال مانند سرعت‌های جریان در جهت‌های مختلف مختصات و U بردار سرعت می‌باشند.

۲-۳- معادله‌های آشفتگی

برای حل ساختار پیچیده و سه‌بعدی جریان، افزون بر حل رابطه‌های تنش‌های رینولدز و پیوستگی، به یک مدل آشفتگی برای تعیین مقدارهای لزجت‌های گردابی در نقطه‌های مختلف جریان نیاز است. مدل آشفتگی دو معادله‌ای RNG K- ε ، نسبت به سه مدل آشفتگی دو معادله‌ای با تئوری مشابه یعنی مدل Rodi and k - kl (Spalding 1970, Ng and Spalding 1983) و مدل Gibson and Spalding, 1972; Spalding, 1983) w و مدل Launder and Spalding, 1983) k - ε نتایج بهتری ارائه می‌نماید. مدل RNG K- ε توسط Yakhot et al. (1992) پیشنهاد شد و اثر آشفتگی‌های کوچک مقیاس را به صورت یک تابع تصادفی اجباری در معادله‌های ناویر-استوکس نشان می‌دهد. این مدل مقیاس‌های حرکتی کوچک را با وارد کردن اثر آنان در مقیاس‌های حرکتی بزرگ و اصلاح لزجت از معادله‌های حاکم حذف می‌کند. در این تحقیق از این مدل آشفتگی دو معادله‌ای استفاده شده است. این دو معادله شامل ایجاد انرژی آشفتگی k و نرخ افت انرژی آشفتگی ε به صورت رابطه‌های (۱۲) و (۱۳) تعریف می‌شوند:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \text{div}(k\mathbf{U}) = \text{div}[\alpha_k(\mathbf{v} + \mathbf{v}_t)\text{grad}k] + \tau_{ij}E_{ij} - \varepsilon \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon\mathbf{U}) = \text{div}[\alpha_\varepsilon(\mathbf{v} + \mathbf{v}_t)\text{grad}\varepsilon] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij}E_{ij} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (13)$$

که k انرژی آشفتگی در واحد جرم، ε نرخ اتلاف انرژی آشفتگی در واحد جرم، ν لزجت سینماتیکی سیال و E_{ij} نرخ تغییر شکل عنصر سیال برحسب سرعت‌های میانگین

لازم به یادآوری است که در جمله‌های منبع و زمان تغییراتی ایجاد نخواهد شد. در شکل ۳ موقعیت قرارگیری فراسنجه‌های جریان و آشفتگی روی شبکه جابه‌جا شده متعامد نشان داده است. در گسسته‌سازی جمله‌های انتقال در معادله‌های ناویر-استوکس و آشفتگی، برای در نظر گرفتن بیشترین اثرگذاری بالادست، روش مرتبه دوم کوئیک به کار گرفته شده است. در شکل ۴ به صورت نمای کلی چگونگی ارتباط گره‌ها در یک شبکه منظم و متعامد با روش کوئیک نشان داده شده است. در روش کوئیک از دو گره در بالادست صفحه کنترل برای وارد کردن اثر بالادست استفاده شده و با در نظر گرفتن گره پایین دست صفحه کنترل، اثر پخش را همواره وارد می‌کند (Leonard, 1979). در این روش برابر شکل ۴ برای ۵ گره $i - 2, i - 1, i, i + 1, i + 2$ با مرکزیت گره i در حجم کنترل، ویژگی ϕ با فرض جهت جریان از سمت چپ به راست روی صفحه کنترل راست به صورت رابطه (۱۸) می‌باشد:

$$(\phi)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{6}{8}(\phi_i) + \frac{3}{8}(\phi_{i+1}) - \frac{1}{8}(\phi_{i-1}) \quad (18)$$

۴-۱- شرایط مرزی

برای مقادیرهای انرژی آشفتگی و نرخ هدرروی انرژی آشفتگی در ورودی، باید توزیع K و ε داده شود،

شبیه‌سازی مجاری غیرممدور در محل گوشه‌ها و جریان‌های چرخشی را برطرف می‌سازد (Yakhot et al., 1992).

۴-حل عددی معادله‌های حاکم

در حل عددی معادله‌های حاکم از روش حجم محدود و برای جلوگیری از ایجاد فشار نوسانی از شبکه ساختاری متعامد و جابه‌جا شده استفاده شد (Patankar, 1980). در روش حجم محدود با استفاده از قضیه دیورژانس که در رابطه (۱۶) نشان داده شده است، انتگرال روی حجم به انتگرال روی سطح تبدیل می‌شود و برای هر عنصر روی سطح‌های کنترل در هر یک از جهت‌ها به بررسی شار جریان ورودی و خروجی پرداخته می‌شود. فرم کلی معادله‌های ناویر-استوکس پس از تبدیل انتگرال حجم به سطح به صورت رابطه (۱۷) می‌باشند:

$$\iiint_{CV} \nabla \phi \, dV = \iint \phi \cdot \vec{n} \cdot dS \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \iiint_{CV} \frac{\partial u}{\partial t} \cdot dV + \iiint_{CV} \mathbf{div}(\mathbf{U}) \cdot dV = \\ \iiint_{CV} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dV \\ + \iiint_{CV} \mathbf{div}(\mathbf{v}_t \cdot \mathbf{grad}(u)) \cdot dV \\ - \iiint_{CV} \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} \cdot dV + \iiint_{CV} \mathbf{s}_{mx} \cdot dV \end{aligned} \quad (17)$$

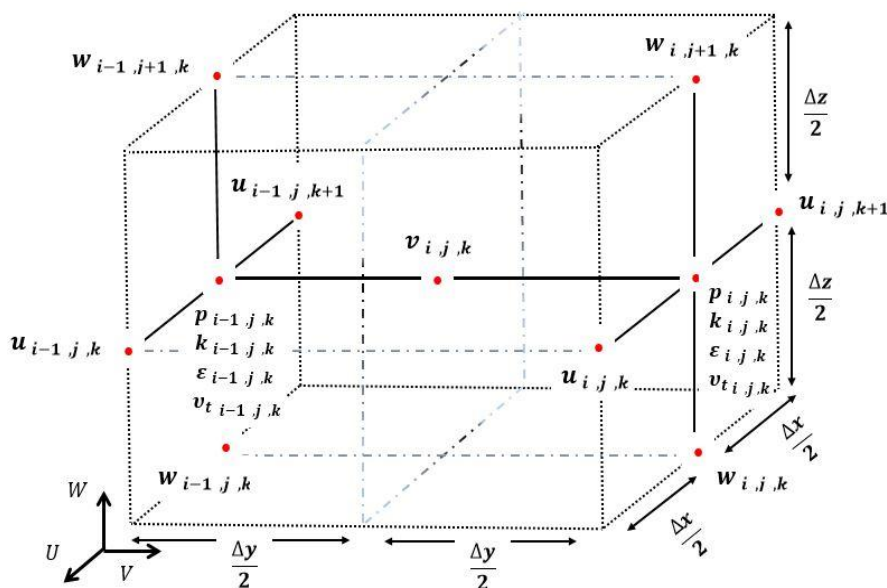


Fig. 3 The location of the flow and turbulence parameters in the staggered mesh

شکل ۳ موقعیت قرارگیری فراسنجه‌های جریان و آشفتگی در شبکه جابه‌جا شده

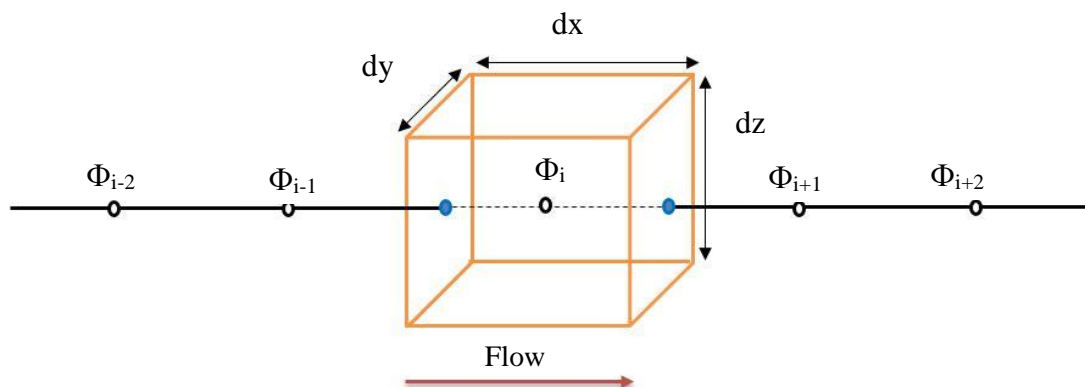


Fig. 4 Schematic representation of the nodes used in the quick method (side view)

شکل ۴ نمایش موقعیت قرارگیری گره‌های محاسبه‌شدنی در روش کوئیک (نمای جانبی)

که شرط (۲۲) برای آنان برقرار است:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (22)$$

که x_i جهت عمود بر دیواره‌ها و کف آبراهه می‌باشد.

۴-۲- واسنجی مدل

مدل‌های عددی نسبت به تغییرپذیری هندسی، زبری بستر، اندازه‌مش‌ها و... حساسیت متفاوتی دارند که بر نتایج مدل‌سازی تاثیرگذار خواهد بود. در این پژوهش مدل سه‌بعدی پس از انجام آزمون استقلال شبکه (تغییر ابعاد مش‌ها) نسبت به تغییرپذیری ضریب زبری بستر واسنجی شده است (شکل ۶). برای تعیین ارتفاع زبری موثر بستر و بر مبنای شرایط زیرلایه لزوج با بستر زبر و پیشنهاد Schlitching (1979) از رابطه $u^+ = \frac{u}{u^*}$ به صورت رابطه (۲۳) استفاده شده است (Conway et al., 2013):

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{30y}{k_s} \right) \quad (23)$$

که u^* سرعت برشی، k ثابت ون کارمن با مقدار 0.41 ، y فاصله نزدیک‌ترین شبکه تا جداره و k_s ارتفاع زبری موثر بستر می‌باشند. برای برقراری جریان در شرایط قانون دیواره، مقدار $y^+ = \frac{u^*y}{\nu}$ باید شرط $30 < y^+ < 3000$ برقرار شود. ارتباط k_s با ضریب زبری مانینگ بر مبنای پیشنهاد Limerinos (1970) برابر با رابطه (۲۴) قابل بیان است:

(Nezu et al., 1993)، با توجه به اینکه دسترسی به این

توزیع در شرایط عملی دشوار است، می‌توان مقدار آن را برابر با رابطه (۱۹) و با استفاده از شدت تلاطم $Ti = 0.05$ و سرعت جریان ورودی U_{ref} تعیین کرد. مقدار U_{ref} با فرض ورود جریان به آبراهه به صورت مستقیم و بدون زاویه و بر مبنای برآورد اولیه‌ای مبتنی بر روش تجزیه قائم مقطع مرکب در نظر گرفته می‌شود. مقدار بقیه نقطه‌های شبکه در ابتدا صفر تعیین شده و با آغاز محاسبه بر مبنای مقدار ورودی U_{ref} ، مقدارهای بهتری برای آنان برآورد می‌شود. شرایط مرزی در خروجی بر مبنای رابطه (۲۰) و در سطح جریان سیال بر مبنای رابطه (۲۱) تعیین می‌شوند (Versteeg and Malalasekera, 2007):

$$k = \frac{3}{2} (U_{ref} Ti)^2, \quad \varepsilon = C_\mu \frac{3}{4} \frac{k^2}{l} \quad (19)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial U_i}{\partial \eta} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0, \quad W = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial n} = 0 : i=1, 2$$

که η راستای جهت جریان، n راستای عمود بر سطح جریان و l مشخصه طول می‌باشد ($l = 0.07L$) است که L معادل شعاع لوله می‌باشد. مولفه‌های سرعت جریان u_i عمود بر جداره و کف آبراهه برابر صفر هستند و در سطح جداره، مولفه‌های سرعت موازی با سطح جداره u_i دارای تغییرپذیری صفر نسبت به جهت عمود بر جداره می‌باشند

$$k_s = \left(\frac{26}{MS} \right)^6 \quad (24)$$

بهینه انتخاب می‌شود. در غیراین صورت، باید ابعاد ریزتری نسبت به حالت شبکه دوم انتخاب شده و مرحله‌های بالا تکرار می‌شود. نتایج این مرحله در شکل ۶-A نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که دبی محاسبه‌شده به ازاء شبکه محاسبه‌شده با ابعاد $dx=0/2$ ، $dy=0/0.5$ و $dz=0/0.2$ دبی به‌دست آمده از شبکه ریزتر تفاوت معنی‌داری ندارد و شبکه ابعاد $dx=0/2$ ، $dy=0/0.5$ و $dz=0/0.2$ به عنوان شبکه بهینه قابل انتخاب است. بر این مبنای دست‌کم شمار کل مش‌ها حدود ۴۵۰۰ به‌دست آمد. با مشخص شدن ابعاد مش بهینه واسنجی مدل سه‌بعدی نسبت به ضریب زبری بستر انجام گرفت. مقطع اصلی این آبراهه از جنس شیشه بوده و ضریب زبری آن حدود $0/1$ قابل قبول است. هر دو دشت سیلابی اول و دوم از چمن مصنوعی پوشش داده شده است، بنابراین ضریب زبری آنان باید واسنجی شود. به این منظور، مدل ریاضی به ازاء یک عمق مشخص جریان و مقدارهای متفاوت ضریب زبری مانینگ دشت‌های سیلابی اجرا شده و نتایج دبی کل آبراهه با دبی مشاهده‌شده مقایسه شده است. نتایج این مقایسه در شکل ۶-B نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که به ازاء ضریب زبری مانینگ $0/0.2$ ، اختلاف دبی‌های جریان محاسبه‌شده و مشاهده‌شده حدود $2/12$ درصد می‌باشد که قابل قبول است. لازم به یادآوری است همه بررسی‌های صورت گرفته در آزمون استقلال مش و واسنجی مدل سه‌بعدی نسبت به ضریب زبری بستر به ازاء عمق نسبی $0/3$ انجام گرفته است.

۵- تحلیل نتایج

۵-۱- توزیع سرعت طولی

توزیع دوبعدی سرعت طولی جریان در شکل ۷ نمایش داده شده است. در این شکل نتایج آزمایشگاهی (a-c) و محاسبه‌شده (A-C) در سه عمق نسبی جریان $0/5$ ، $0/1$ با هم مقایسه شده‌اند. تاحدودی در تمامی شرایط و برای هر دو حالت آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی، مقدار سرعت جریان در سیلابدشت‌های اول و دوم به دلیل اثر متقابل جریان بین مقطع اصلی و سیلابدشت اول و نیز

که MS عدد مانینگ- استریکلر به صورت مقدار $\frac{1}{n}$ و ضریب زبری مانینگ است. در این تحقیق برای واسنجی ضریب زبری مانینگ در مدل ریاضی پیشنهادی (به کمک رابطه‌های (۲۳) و (۲۴))، به داده‌های آزمایشگاهی نیاز است. بررسی نتایج تحقیقات انجام شده در زمینه مقطع‌های مرکب چندسیلابدشتی نشان داد که در این زمینه تنها دو بررسی آزمایشگاهی (Wang et al. (2014) و Singh (2021) موجود است. داده‌های Wang et al. (2014) بسیار محدوده بوده و در دشت‌های سیلابی این آبراهه، شبکه‌ای از بازدارنده‌های چوبی برای زبر کردن کف استفاده شده است. این موضوع مدل‌سازی الگوی سه‌بعدی جریان در دشت‌های سیلابی را دشوار می‌کند. برای سادگی بیشتر، از داده‌های آزمایشگاهی (Singh (2021) که شمار آنان به نسبت کافی است استفاده شد. این آزمایش‌ها در یک آبراهه با مقطع مرکب نامتقارن مستطیلی با یک مقطع اصلی به عرض $0/445$ متر و دو دشت سیلابی به عرض‌های 10 و 20 سانتی‌متر در یک طرف مقطع اصلی انجام شده است (شکل ۵). کف مقطع اصلی از شیشه بوده و برای زبر کردن آبراهه، بستر دشت‌های سیلابی اول و دوم با یک لایه چمن مصنوعی با زبری یکنواخت پوشش داده شده است. طول این آبراهه 20 متر، شیب طولی آن $0/0.03$ ، و ارتفاع و عرض کل آن به ترتیب $0/50$ و $0/745$ متر می‌باشند. عمق لبریز مقطع اصلی و نیز عمق لبریز دشت سیلابی اول معادل $0/425$ متر در نظر گرفته شده‌اند. دبی جریان این آبراهه نیز در محدوده $20-60$ لیتر بر ثانیه بوده است. در آزمون استقلال شبکه، ابعاد بهینه شبکه محاسبه‌شده در هر سه جهت طولی، عرضی و قائم به گونه‌ای تعیین می‌شود که نتایج محاسبه‌شده به ازاء ابعادی کوچک‌تر از آن، تغییر معنی‌داری نداشته باشد. برای انجام این آزمون، ابتدا از ابعاد یا سلول‌های درشت استفاده می‌شود. پس از آن به تدریج این ابعاد، کوچکتر شده و نتایج مدل‌سازی در دو حالت مقایسه می‌شود. اگر این نتایج در دو حالت درشت و ریز، اختلاف معنی‌داری با یکدیگر نداشته باشند، شبکه درشت‌تر به عنوان شبکه

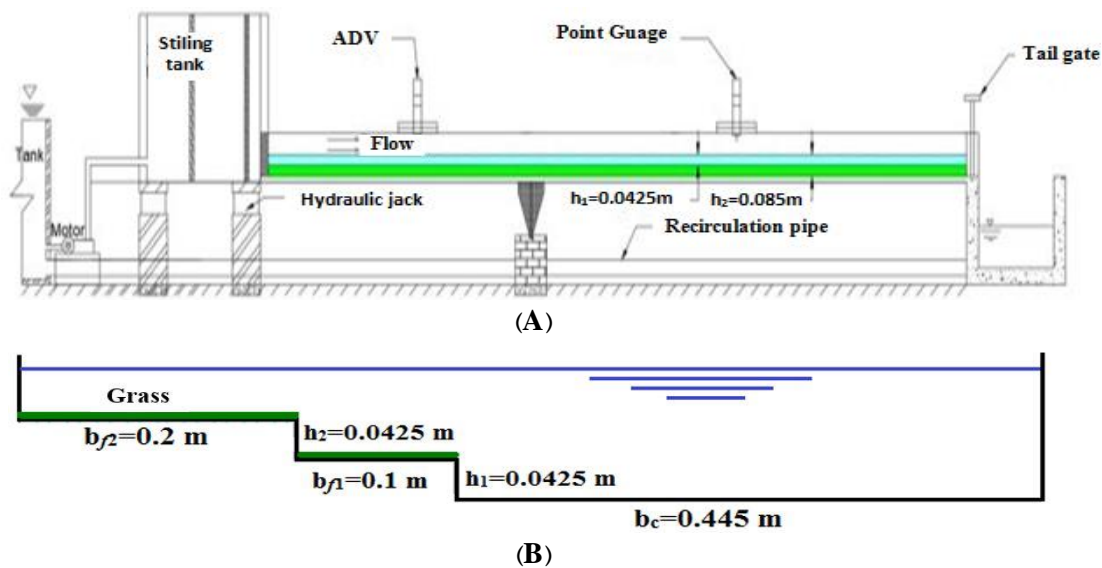


Fig. 5 Pictorial representation of (A) longitudinal and (B) cross sectional views of the laboratory channel (Singh, 2021)

شکل ۵ نمایش نیمرخ‌های طولی (A) و عرضی (B) آبراهه آزمایشگاهی (Singh, 2021)

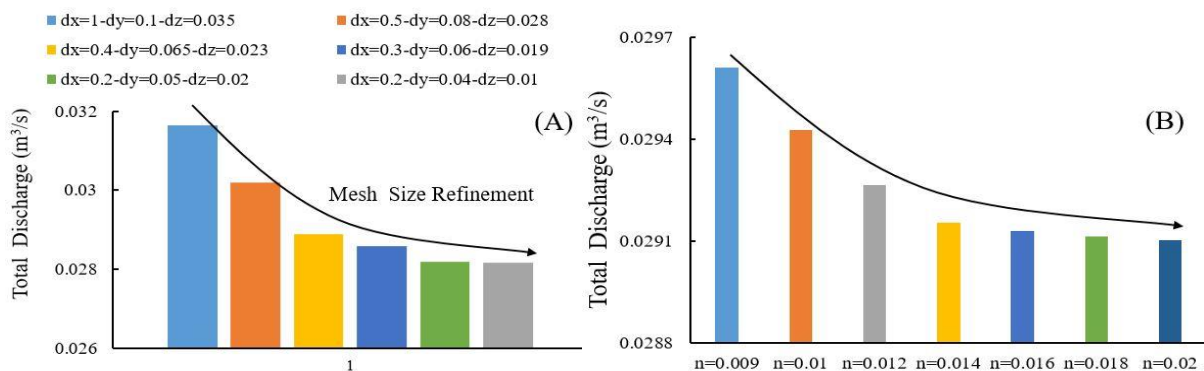


Fig. 6 Display of 3D model calibration for (A) network independence test and (B) Manning's coefficient

شکل ۶ نمایش کالیبراسیون مدل سه‌بعدی برای (A) آزمون استقلال شبکه و (B) ضریب زبری بستر

انرژی شده و سرعت طولی جریان با کاهش مواجه شده است. به طور کل مقایسه نتایج محاسبه‌شدنی مدل سه‌بعدی با داده‌های آزمایشگاهی از نظر موقعیت و مقدار سرعت‌های بیشینه و کمینه بیانگر دقت مناسب مدل ریاضی پیشنهادی این تحقیق است. برای ارائه بهتری از میزان دقت و کارایی مدل ریاضی سه‌بعدی، در شکل ۸ و ۹ به ترتیب نتایج توزیع عرضی سرعت و منحنی دبی-اسل آبراهه برای عمق‌های نسبی مختلف و در دو حالت محاسبه‌شدنی و آزمایشگاهی نشان داده شده است. در شکل ۸ موقعیت سیلابدشت‌های اول و دوم و نیز عمق مقطع اصلی مشخص شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دقت نتایج مدل ریاضی در مقطع

بین دو دشت سیلاب اول و دوم (ناشی از وجود پوشش گیاهی در کف)، کمتر بوده و بیشینه سرعت در میانه مقطع اصلی (متماثل به جداره سمت راست) و در فاصله‌ای دورتر از کف آبراهه و نزدیک به سطح آب رخ داده است. با افزایش عمق نسبی و افزایش عمق جریان روی سیلابدشت‌های اول و دوم، اثر متقابل کاهش یافته و سرعت جریان افزایش یافته است که این موضوع برای عمق‌های نسبی ۰/۳ و ۰/۵ بسیار مشهود است. ناپیکنواختی توزیع سرعت در مرزهای اتصال مقطع اصلی با سیلابدشت اول و نیز سیلابدشت اول با دوم به دلیل وجود جریان‌های ثانویه و گردابی تشدید شده است. همچنین اثر متقابل جریان سریع و کند در این مرزها باعث ایجاد افت

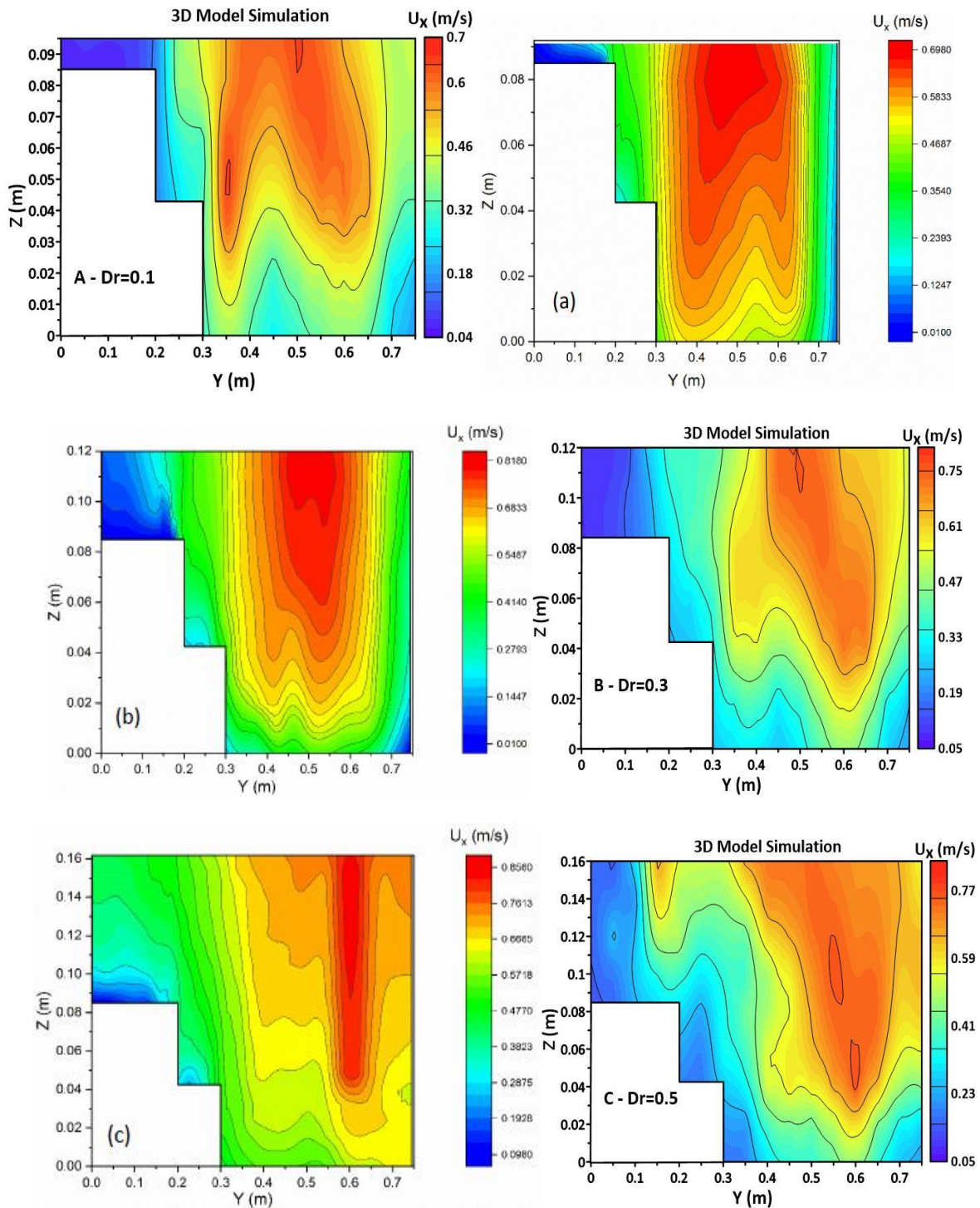


Fig.7 Comparison of computed (A,B,C) and observed (a,b,c) streamwise isovels for relative depths of 0.1, 0.3 and 0.5
 شکل ۷ مقایسه منحنی‌های هم‌سرعت محاسبه‌شده (A، B و C) و آزمایشگاهی (a، b و c) در عمق‌های نسبی ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵

تأخیری کم است. این موضوع در شکل ۸ قابل تأیید است. برابر این شکل، دبی‌های کل جریان به‌دست آمده از مدل ریاضی در همه‌ی عمق‌های نسبی همخوانی خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارند. میانگین قدرمطلق خطای مدل ریاضی در محاسبه دبی جریان حدود ۳/۹ درصد و

اصلی و سیلابدشت‌ها (به ویژه سیلابدشت دوم) قابل قبول است، اما در محدوده مرز تماس مقطع اصلی با سیلابدشت اول خطای مدل‌سازی به‌نسبت زیاد است. اگرچه این محدوده از جنبه‌های مختلف هیدرولیکی و افت انرژی دارای اهمیت است، اما سهم آن در دبی کل جریان

مقطع اصلی و دشتهای سیلابی، دقت مدل‌های محاسبه‌شده کمی کمتر است.

بیشینه خطای آن حدود ۶/۲ درصد در عمق نسبی ۰/۱ بدست آمده است. به‌طور معمول در عمق‌های نسبی بسیار کوچک به دلیل شدت زیاد تبادل و انتقال مومنتوم بین

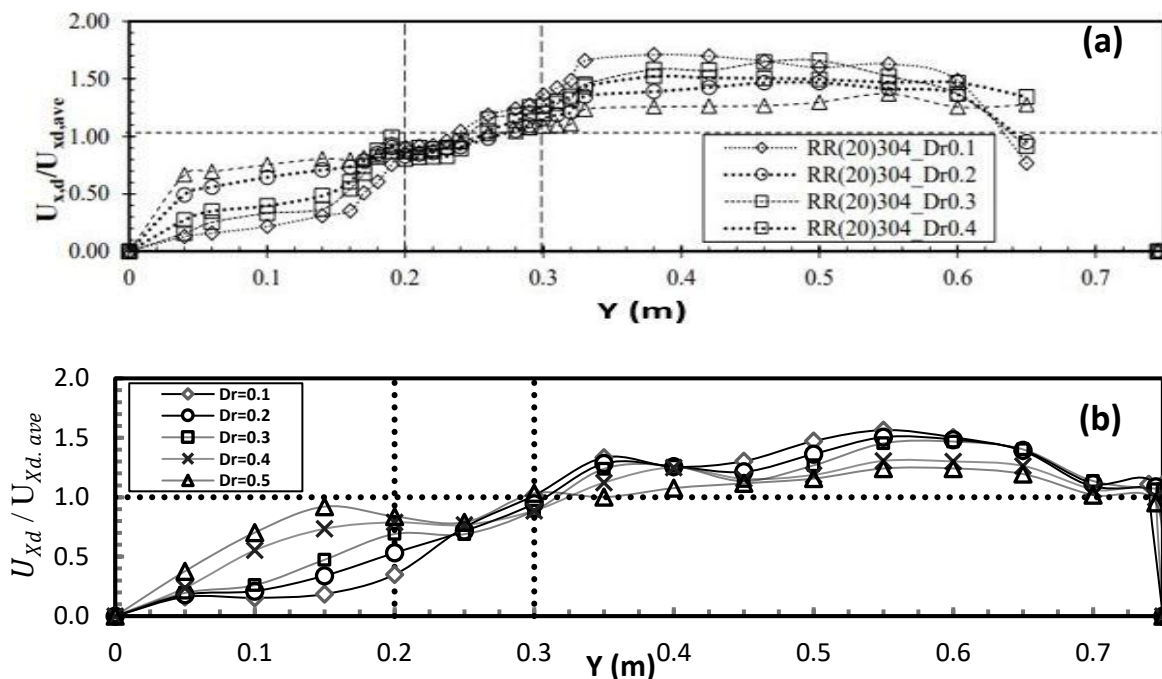


Fig. 8 Comparison of observed (a) and computed (b) lateral velocity distributions for relative depths of 0.1- 0.5

شکل ۸ مقایسه نتایج توزیع عرضی سرعت در دو حالت آزمایشگاهی (a) و مدل‌سازی سه‌بعدی (b) برای عمق‌های نسبی ۰/۱-۰/۵

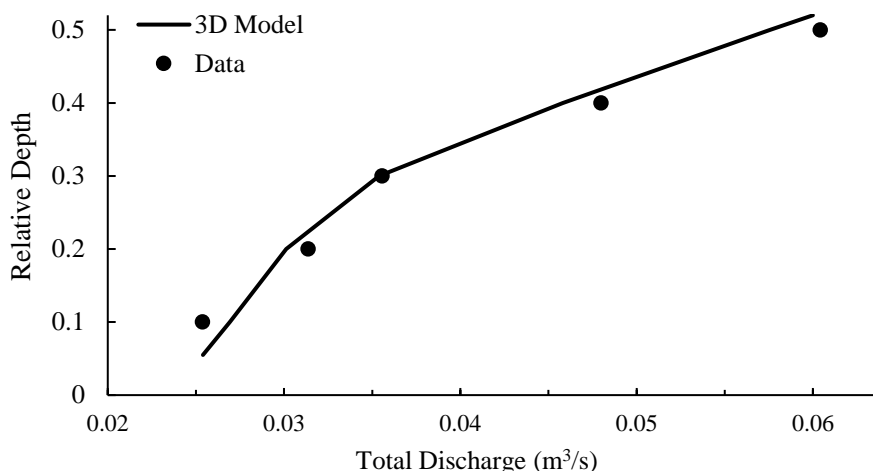


Fig. 9 Comparison of the computed and observed stage-discharge curves for relative depths of 0.1-0.5

شکل ۹ مقایسه منحنی‌های دی-اشل محاسبه‌شده و آزمایشگاهی برای عمق‌های نسبی ۰/۱-۰/۵

در گوشه‌های تند آبراهه و در ناحیه‌های نزدیک به سطح جریان آب مشاهده می‌شوند. در شکل ۱۰ الگوی جریان‌های ثانویه در آبراهه مرکب چندسیلابدشتی Singh (2021) برای عمق‌های نسبی ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ و در دو حالت آزمایشگاهی (a-c) و محاسبه‌شده با مدل ریاضی

۵-۲- جریان‌های ثانویه

به دلیل انتقال مومنتوم ناشی از اختلاف سرعت‌های طولی در آبراهه اصلی و سیلابدشت اول و نیز بین سیلابدشت‌های اول و دوم، در مرز تماس این مقطع‌ها، جریان‌های گردابی بوجود می‌آیند. این جریان‌ها همچنین

جریان طولی باشد. در این شکل‌ها، جریان‌های ثانویه در سطح جریان، کف آبراهه و نیز در گوشه‌ها قابل مشاهده است. وجود جریان‌های گردابی و اختلاف در بزرگی مقدار آنان در مرز تماس آبراهه اصلی با سیلابدشت اول و نیز در مرز بین سیلابدشت‌های اول و دوم تا نزدیک سطح آب بیانگر تاثیرپذیری وضعیت جریان‌های گردابی از هندسه مقطع‌های مرکب چندسیلابدشتی است.

سه‌بعدی (d-f) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که سلول‌های جریان ثانویه در سیلابدشت‌های اول و دوم در مقایسه با مقطع اصلی بزرگتر هستند. با افزایش عمق نسبی و کاهش گرادیان سرعت‌ها، نرخ جریان‌های ثانویه نیز کاهش می‌یابد. جریان‌های گردابی در تمام عرض سیلابدشت‌ها و به ویژه سیلابدشت دوم که دارای عرض بیشتری است قابل مشاهده می‌باشند. این موضوع می‌تواند ناشی از افزایش توان پخشیدگی و کاهش توان مونتوم

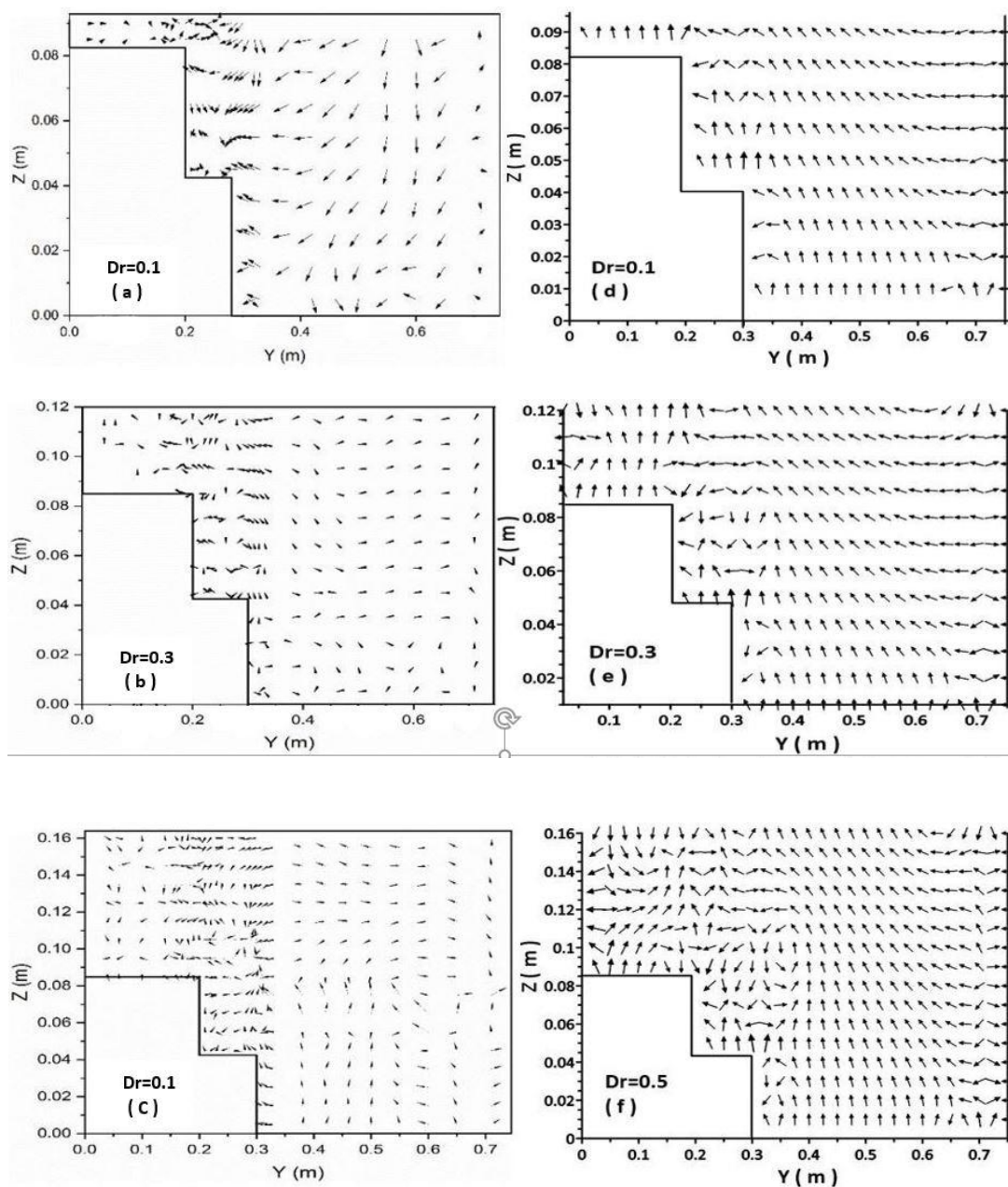


Fig. 10 Representation of experimental (a,b,c) and computational (d,e,f) secondary currents for relative depths of 0.1,0.3 and 0.5

شکل ۱۰ نمایش نتایج آزمایشگاهی (a, b, c) و نتایج مدل سه‌بعدی (d, e, f) جریان‌های ثانویه در عمق‌های نسبی ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش، یک مدل عددی سه‌بعدی برای تحلیل هیدرولیک مقطع‌های مرکب کلاسیک و چند سیلابدشتی پیشنهاد شد. داده‌های آزمایشگاهی محدود و نیز شبیه‌سازی‌های مدل سه‌بعدی نشان دادند که شدت آشفتگی و تبادل مومنتوم در مرز بین سیلابدشت اول و دوم کمتر از مرز بین آبراهه اصلی و سیلابدشت اول است که دلیل آن تفاوت زبری‌ها و نیز گرادیان شدیدتر سرعت‌های جریان در مرز تماس آبراهه اصلی و سیلابدشت اول می‌باشد. اثر جریان‌های ثانویه در مرز بین آبراهه اصلی و سیلابدشت اول با نزدیک شدن به سطح جریان کاهش می‌یابد ولی این جریان‌ها در مرز بین سیلابدشت اول و دوم تا تراز سطح آب به میزان قابل توجهی موثر هستند. این شرایط در همه عمق‌های نسبی بررسی شده مشاهده می‌شود و بیانگر اهمیت بیشتر اثر پخش جریان نسبت به انتقال در سیلابدشت دوم به‌ویژه در عمق نسبی‌های کم می‌باشد. ارزیابی دقت مدل عددی پیشنهادی نشان داد که کارایی آن برای برآورد رابطه دبی-اشل مقطع‌های مرکب چندسیلابدشتی قابل قبول است. مقطع‌های مرکب چندسیلابدشتی دارای کاربرد ویژه‌ای در منطقه‌های شهری می‌باشند. سیلابدشت اول این مقطع‌ها با عرضی کمتر و با هدف افزایش ظرفیت انتقال آبراهه طراحی می‌شوند. سیلابدشت دوم نیز برای زیباسازی منظر شهری و افزایش تنوع زیستی به عنوان محیط تفریحی و گردشگری مدنظر قرار دارد. این امر در زمان سیلاب‌های شدید به عموم افراد نزدیک بستر رودخانه شرایط مناسب برای گریز از منطقه خطر را فراهم می‌سازد. با توجه به محدودیت داده‌های آزمایشگاهی در زمینه مقطع‌های مرکب چندسیلابدشتی به ویژه در حالتی که سیلابدشت دوم دارای پوشش گیاهی و درختی باشد، انجام بررسی‌های آزمایشگاهی در این زمینه توصیه می‌شود. به نظر می‌رسد که وجود درختان، ضمن ایجاد تنش برشی زیاد در کف بستر سیلابدشت دوم، باعث استهلاک زیاد انرژی و کاهش قابل توجه در ظرفیت انتقال مقطع مرکب چند سیلابدشتی می‌شود.

۷- فهرست نشانه‌ها

P	فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)
g	شتاب ثقل (ms^{-2})
u	سرعت در جهت جریان (ms^{-1})
v	سرعت در جهت عرض (ms^{-1})
w	سرعت در جهت عمق (ms^{-1})
u'	سرعت نوسانی آشفتگی در جهت جریان (ms^{-1})
v'	سرعت نوسانی آشفتگی در جهت عرض (ms^{-1})
w'	سرعت نوسانی آشفتگی در جهت عمق (ms^{-1})
$\overline{\rho u' u'}$	تنش رینولدز نرمال در جهت جریان (Nm^{-2})
$\overline{\rho v' v'}$	تنش رینولدز نرمال در جهت عرض (Nm^{-2})
$\overline{\rho w' w'}$	تنش رینولدز نرمال در جهت عمق (Nm^{-2})
$\overline{\rho u' v'}$	تنش رینولدز برشی (Nm^{-2})
$\overline{\rho u' w'}$	تنش رینولدز برشی (Nm^{-2})
$\overline{\rho v' w'}$	تنش رینولدز برشی (Nm^{-2})
K	انرژی جنبشی آشفتگی (m^2s^{-2})
T _i	شدت آشفتگی
l	طول مشخصه
L	معادل شعاع لوله
S	شیب بستر آبراهه
E _{ij}	نرخ تغییر شکل‌ها
	نشانه‌های یونانی:
μ	لزجت پویایی ($kgm^{-1}s^{-1}$)
γ	وزن مخصوص (Nm^{-3})
τ_{ij}	تنش لزجت (Nm^{-2})
δ_{ij}	دلتای کرونیکر
Re	عدد رینولدز
ν_t	لزجت گردابه‌ای (m^2s^{-1})
ε	نرخ هدرروی انرژی جنبشی (m^2s^{-3})
C_μ	ضریب لزجت گردابه‌ای
$C_{1\varepsilon}$	ضریب ثابت نرخ هدرروی انرژی جنبشی
$C_{2\varepsilon}$	ضریب ثابت نرخ هدرروی انرژی جنبشی
λ	ضریب لزجت گردابه‌ای
σ_ε	ضریب پخش نرخ هدرروی انرژی جنبشی
σ_k	ضریب پخش انرژی جنبشی آشفتگی
∂	گرادینان تغییرها

Bousmar, D. & Zech, Y. (1999). Momentum transfer for practical flow computation in compound channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(7), 696-706.

Chen, G., Zhao, S., Huai, W. & Gu, S. (2019). General model for stage-discharge prediction in multi-stage compound channels. *Journal of Hydraulic Research*, 57(4), 517-533.

Conway, P., O'Sullivan, J.J. & Lambert, M.F. (2013). Stage-discharge prediction in straight compound channels using 3D numerical models. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water Management*, 166(1), 3-15.

Fischer-Antze, T., Stoesser, T., Bates, P. & Olsen, N. (2001). 3D numerical modelling of open-channel flow with submerged vegetation. *Journal of Hydraulic Research*, 39(3), 303-310.

Gibson, M.M. & Spalding, D.B. (1972). A two-equation model of turbulence applied to the prediction of heat and mass transfer in wall boundary layers. AIChE-ASME Heat Transfer Conf, ASME Publication 72-HT-15, 1-8, New York.

James, C.S., Wark, J.B. & Ackers, P. (1994). Design of straight and meandering compound channels, NRA R&D Report 13, RR, Wallingford, UK.

Jazizadeh, F. & Zarrati, A. (2008). Development of a three-dimensional numerical model to solve shallow-water equations in compound channels. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 35(9), 963-974.

Keller, R. & Rodi, W. (1988). Prediction of flow characteristics in main channel/flood plain flows. *Journal of Hydraulic Research*, 26(4), 425-441.

Kordi, H., Amini, R., Zahiri, A. & Kordi, E. (2015). Improved Shiono and Knight method for overflow modeling. *Journal of Hydrologic Engineering*, 20(12), [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.000123](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.000123).

Krishnappan, B.G. & Lau, Y.L. (1986). Turbulence modeling of flood plain flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 112(4), 251-266.

Lambert, M. & Sellin, R. (1996). Discharge prediction in straight compound channels using the mixing length concept. *Journal of Hydraulic Research*, 34(3), 381-394.

Lauder, B.E. & Spalding, D.B. (1972). Lectures in mathematical models of turbulence. Academic Press, 169p.

Lauder, B.E. & Spalding, D.B. (1983). The numerical computation of turbulent flows. In:

S_{mz}	ترم منبع در جهت قائم
S_{my}	ترم منبع در جهت عرض
S_{mx}	ترم منبع در جهت طول
t	زمان (s)
θ	زاویه دیوار آبراهه
div	دیورژانس
\emptyset	ویژگی
	زیرنویس‌ها:
T	مقدار کل
ave	مقدار میانگین
ref	مقدار ورودی
x_i	جهت مختصات دکارتی بر حسب مقدار i
i, j	نمایه‌های استاندارد فشار بیش از حد تانسور که بیانگر جهت‌های مختصات x, y, z هستند

۸- تشکر و قدردانی

با سپاس و قدردانی از دکتر آزاده جعفری عضو هیئت علمی دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی مکانیک برای تلاش قابل تقدیر ایشان در جهت گسترش عدالت آموزشی که از برخی آموزش‌های ایشان در مراحل اولیه این تحقیق استفاده شده است.

۹- منابع

Ackers, P. (1991). The hydraulic design of straight compound channels. Vol. 1, Report SR 281, HR Wallingford.

Ackers, P. (1993). Flow formulae for straight two-stage channels. *Journal of Hydraulic Research*, 31(4), 509-531.

Al-Khatib, I.A., Abaza, K.A. & Fkhidah, I.A. (2014). Prediction of zonal and total discharges in smooth straight prismatic compound channels using regression modeling. *Flow Measurement and Instrumentation*, 38, 40-48.

Ayyoubzadeh, S.A. (1997). Hydraulic aspects of straight-compound channel flow and bed load sediment transport. PhD Diss., University of Birmingham.

Azamathulla, H.M. & Zahiri, A. (2012). Flow discharge prediction in compound channels using linear genetic programming. *Journal of Hydrology*, 454, 203-207.

- Sahu, M., Khatua, K. & Mahapatra, S. (2011). A neural network approach for prediction of discharge in straight compound open channel flow. *Flow Measurement and Instrumentation*, 22(5), 438-446.
- Sellin, R.H.J. (1964). A laboratory investigation into the interaction between the flow in the channel of a river and that over its flood plain. *La Houille Blanche*, Grenoble, France, 7, 793-802.
- Shiono, K. & Knight, D. (1988). Two-dimensional analytical solution for a compound channel. Proceedings of 3rd international symposium on refined flow modelling and turbulence measurements, Tokyo, Japan, 26-28 July 1988, 503-510.
- Shiono, K. & Knight, D.W. (1991). Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 222, 617-646.
- Singh, P.K. (2021). Experimental study on the flow structure of asymmetric compound channels. PhD Thesis, School of Civil Engineering, University of Liverpool, China, 311p.
- Spalding, D. (1983). Heat transfer from turbulent separated flows. In: Numerical Prediction of Flow, Heat Transfer, Turbulence and Combustion, 9-21, Elsevier.
- Thomas, T. & Williams, J. (1995). Large eddy simulation of turbulent flow in an asymmetric compound open channel. *Journal of Hydraulic Research*, 33(1), 27-41.
- Tominaga, A. & Nezu, I. (1991). Turbulent structure in compound open-channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(1), 21-41.
- Unal, B., Mamak, M., Seckin, G. & Cobaner, M. (2010). Comparison of an ANN approach with 1-D and 2-D methods for estimating discharge capacity of straight compound channels. *Advances in Engineering Software*, 41(2), 120-129.
- Versteeg, H.K. & Malalasekera, W. (2007). An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method, Pearson education., England, 503p.
- Vreugdenhil, C.B. (1994). Numerical methods for shallow-water flow, Vol. 13. Water Science and Technology Library, Springer Dordrecht, 262p.
- Wang, W., Huai, W.-X. & Gao, M. (2014). Numerical investigation of flow through vegetated multi-stage compound channel. *Journal of Hydrodynamics*, 26(3), 467-473.
- Yakhot, V. & Orszag, S.A. (1986). Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory. *Journal of Scientific Computing*, 1(1), 3-51.
- Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion, 96-116, Elsevier.
- Leonard, B.P. (1979). A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 19(1), 59-98.
- Limerinos, J.T. (1970). Determination of the Manning coefficient from measured bed roughness in natural channels, 1898-B. US Government Printing Office Washington, DC.
- Najafyan, S., Yonesi, H., Parsai, A. & Torabi-Poude, H. (2016). Physical and Numerical Modeling of Flow in Heterogeneous Roughness Non-Prismatic Compound Open Channel. *Irrigation and Drainage Structures Engineering Research*, 17(66), 87-104. (In Persian)
- Najafzadeh, M. & Zahiri, A. (2015). Neuro-fuzzy GMDH-based evolutionary algorithms to predict flow discharge in straight compound channels. *Journal of Hydrologic Engineering*, 20(12), [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001185](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001185).
- Nezu, I., Tominaga, A. & Nakagawa, H. (1993). Field measurements of secondary currents in straight rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 119(5), 598-614.
- Ng, K.H., & Spalding, D.B. (1983). Turbulence model for boundary layers near walls. *Physics of Fluids*, 15(1), 20-30.
- Othman, F. & Valentine, E.M. (2006). Numerical modelling of the velocity distribution in a compound channel. *J. Hydrol. Hydromech*, 54(3), 269-279.
- Parsaei, A. & Haghiabi, A.H. (2015). Hydraulic analysis of compound open channel. *Journal of Applied Research in Water and Wastewater*, 2(1), 137-142.
- Parsaie, A. & Haghiabi, A.H. (2017). Improving modelling of discharge coefficient of triangular labyrinth lateral weirs using SVM, GMDH and MARS techniques. *Irrigation and drainage*, 66(4), 636-654.
- Patankar, S.V. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publ. Corp., New York, 214p.
- Rodi, W. (1980). Turbulence models and their application in hydraulics-A state-of-the-art. IAHR Publication, DELFT, The Netherlands.
- Rodi, W. & Spalding, D.B. (1970). A two-parameter model of turbulence, and its application to free jets. *Wärme-und Stoffübertragung*, 3(2), 85-95.

Zahiri, A. & Azamathulla, H.M. (2014). Comparison between linear genetic programming and M5 tree models to predict flow discharge in compound channels. *Neural Computing and Applications*, 24(2), 413-420.