

Studying Changes in Coefficients of The Non-Darcy Flow Exponential Relationship Within Rockfill Materials Under Different Flow Conditions

Mohsen Safarian¹, Jalal Bazargan^{2*}

1- PhD candidate in Hydraulic Structures, Department of Civil Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

2- Professor, Department of Civil Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

* jbazargan@znu.ac.ir

Received: 27 April 2023

Accepted: 16 August 2023

Discussion: 22 September 2024



J. Hydraul.

Iranian Hydraulic Association

Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: As we know, the calculation of hydraulic gradient is highly important in the analysis of steady flow inside rockfill materials. Binomial and exponential relationships are used to calculate the hydraulic gradient based on the non-Darcy flow velocity, and the binomial relationship is more accurate and efficient than the exponential relationship.

Since it is necessary to use an exponential relationship in the two-dimensional analysis of non-Darcy flow in coarse porous media, in the past, researchers have provided relationships to calculate the coefficients m and n of the exponential relationship based on the coefficients a and b of the binomial relationship. In some previous studies, $V_{max}=1$ has been considered, even though the maximum flow velocity depends on the physical characteristics of the pebbles and the characteristics of the flow and is not necessarily equal to one. For this reason, in this research, by designing and equipping the laboratory and recording the laboratory data, the maximum velocity based on the values of a , b and Re of the analytical model of Ahmed and Sunada (1969) is proposed.

One of the most important relationships is presented by George and Hansen (1992) as follow:

$$n = \frac{5a + 6bV_{max}}{5a + 3bV_{max}} \quad (1)$$

$$m = \frac{(5a + 4bV_{max})(4a + 3bV_{max})}{4(5a + 3bV_{max})(V_{max})^{n-1}} \quad (2)$$

Further, by stating that in the coarse-grained porous medium, the slope of the energy line (S_f) is equal to the hydraulic gradient (i), it can be stated that one of the most important parameters in the analysis of the flow in the gravel medium in free flow and under pressure is the calculation of the hydraulic gradient. In this research, using the coefficients of the binomial relationship, we presented a solution to calculate the values of m and n in the exponential relationship with better accuracy. Therefore, considering that the exponential relationship is used in the two-dimensional analysis of the non-Darcy flow in porous gravel media, this can play a significant role in reduction of the error of hydraulic gradient calculation.

Methodology: In the current research, the laboratory data recorded in the hydraulic laboratory of the Faculty of Civil Engineering of Zanjan University were used. For this purpose, an attempt was made to design and set up a test device and perform tests on

different gravel materials. Experiments were carried out in a laboratory flume with the ability to tilt, with dimensions of 1m×1m and a length of 15m, and the length of 2.2m of the mentioned flume is filled with rockfill. The walls of the flume are made of plexiglass, and to measure the piezometric height along the porous media, 23 piezometers are used on the bottom of the channel, which are arranged at certain distances from each other and along them. The water flow in the channel is created by a pump with a maximum flow capacity of 90 liters per second. In order to create a porous media, three types of rockfill materials with small, medium and large diameters have been used in the experiments. During the tests, to ensure a stable flow, the pump was working for about 10 minutes with the desired flow and after the stability of the flow, the desired parameters were measured. These parameters include the piezometric height at the location of 23 piezometers as well as the water depth at the location of each piezometer. Piezometric values are read using a calibrated table. The water depth was also measured and recorded directly by a ruler.

Results and Discussion: Since the exponential relationship is only accurate for a certain range of Reynolds numbers and the user area recommended for this relationship by its providers is only non-quiet flow conditions, therefore, if the exponential relationship is used in the two-dimensional solution of the equations, there will be a large error will enter the calculations. To avoid this problem, various researchers have tried to convert the binomial relationship into an exponential relationship. If the minimum flow velocity V_{min} and the maximum flow velocity V_{max} in the conversion area of the binomial relationship is in the form of an exponential relationship. In order to convert two mentioned relations, relations (1) and (2) can be used. According to the conducted tests, in most cases, V_{min} is considered zero and V_{max} value is assumed to be equal to one, while the maximum flow velocity depends on the physical characteristics of the pebbles and the characteristics of the flow and is not necessarily equal to one. Therefore, V_{max} can be calculated from the following relationship according to Ahmed and Sunada's (1969) analytical model and the definition of the Reynolds number as $Re = \rho V d / \mu$.

$$V_{max} = Re_{max} \frac{a}{b} \quad (3)$$

If relations (1) and (2) are used in the calculation of the coefficients of the exponential relationship of steady flow in gravel materials, the average relative error between the calculated and recorded hydraulic gradients in the laboratory assuming $V_{max}=1$ (according to previous research) in fine gravel materials, medium and coarse are calculated to be 21.95%, 22.98% and 21.97%, respectively. While if relation (3) is used (the solution presented in the current research), the average relative error values of the hydraulic gradient in fine gravel materials, medium and coarse respectively are 11.39, 14.69 and 19.72%.

Conclusion: In general terms, by using relations (1) and (2) and using the relation proposed in the present study instead of $V_{max}=1$, the average values of the relative error of the hydraulic gradient in fine, medium and coarse rockfill materials have decreased to 10.56, 8.29 and 2.25%, respectively, which indicates the high accuracy and efficiency of the proposed solution.

Keywords: Non-Darcy flow, exponential relation, binominal relation, rockfill, hydraulic gradient.



© 2024 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)


بررسی تغییرات ضرایب رابطه‌ی نمایی جریان غیرداری درون مصالح سنگریزه‌ای تحت شرایط مختلف جریان

محسن صفریان^۱، جلال بازرگان^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه زنجان، زنجان.

۲- استاد، دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه زنجان، زنجان.

*jbazargan@znu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۲/۰۲/۰۷، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۲۵، نقد و بررسی: ۱۴۰۳/۰۷/۰۱  وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی در تحلیل جریان ماندگار درون مصالح سنگریزه‌ای اهمیت بالایی دارد. برای محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی بر اساس سرعت جریان غیرداری از روابط دوجمله‌ای و نمایی استفاده می‌شود که رابطه‌ی دوجمله‌ای نسبت به نمایی از دقت و کارایی بالاتری برخوردار است. از آنجا که در تحلیل دوبعدی جریان غیرداری در محیط‌های متخلخل درشت استفاده از رابطه‌ی نمایی ضرورت دارد، محققین در گذشته روابطی را جهت محاسبه‌ی ضرایب m و n رابطه‌ی نمایی بر اساس ضرایب a و b رابطه‌ی دوجمله‌ای ارائه داده‌اند. در برخی از پژوهش‌های قبلی $V_{max} = 1$ در نظر گرفته شده است، این در حالی است که حداکثر سرعت جریان به خصوصیات فیزیکی سنگریزه‌ها و ویژگی‌های جریان بستگی داشته و لزوماً معادل واحد نیست. در پژوهش حاضر محاسبه‌ی سرعت حداکثر بر مبنای مقادیر a و b و مدل تحلیلی احمد و سونادا پیشنهاد شده است. نتایج نشان می‌دهد که برای محاسبه‌ی ضرایب m و n رابطه‌ی نمایی با استفاده از ضرایب a و b و با فرض $V_{max} = 1$ ، اختلاف بین متوسط میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی محاسباتی و ثبت شده در آزمایشگاه برای مصالح ریز، متوسط و درشت به ترتیب برابر با ۲۱/۹۵، ۲۲/۹۸ و ۲۱/۹۷ درصد به دست آمده است. در حالی که بر مبنای رابطه‌ی پیشنهادی، مقادیر میانگین خطای نسبی در مصالح ریز، متوسط و درشت به ترتیب برابر با ۱۱/۳۹، ۱۴/۶۹ و ۱۹/۷۲ درصد محاسبه شده است. به بیان دیگر، راهکار پیشنهادی باعث افزایش دقت محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی با استفاده از مقادیر a و b در برآورد ضرایب m و n شده است.

کلیدواژگان: جریان غیرداری، رابطه‌ی نمایی، رابطه‌ی دوجمله‌ای، مصالح سنگریزه‌ای، گرادیان هیدرولیکی.

۱- مقدمه

جریان به صورت آرام و لایه‌ای^۱ بوده و برای تحلیل این نوع جریان‌ها و به دست آوردن ویژگی‌های آن‌ها مانند سرعت، دبی، تراز انرژی و سطح آزاد آب، از رابطه‌ی Darcy (1856) که به شکل زیر تعریف شده است استفاده می‌شود (McWhorter and Sunada, 1997):

$$i = \left(\frac{1}{k}\right) V \quad (1)$$

که در رابطه‌ی بالا: V سرعت جریان، K قابلیت هدایت هیدرولیکی که به ویژگی‌های فیزیکی ذرات و سیال بستگی دارد و i : گرادیان هیدرولیکی می‌باشد. در حالی که در محیط درشت‌دانه به دلیل وجود منفذها،

دانش حرکت آب یا همان علم هیدرولیک را می‌توان در چهار دسته‌ی اصلی هیدرولیک مجاری باز، هیدرولیک مجاری تحت فشار، هیدرولیک محیط‌های متخلخل و هیدرولیک دریاها و اقیانوس‌ها طبقه‌بندی کرد. از میان موارد بالا، جریان آب در خاک یا همان هیدرولیک محیط‌های متخلخل دارای اهمیت و حساسیت خاصی است و همواره مورد توجه محققان بوده است. در حالت کلی، جریان آب در محیط‌های متخلخل، می‌تواند به دو صورت شکل بگیرد. در محیط‌های متخلخل با مصالح ریزدانه مانند خاک رُس با توجه به کم بودن سرعت،

مرمر صیقلی متغیر است، r شعاع هیدرولیکی متوسط و i گرادیان هیدرولیکی می‌باشد (Bazargan, 2002 and Leps, 1973).

۳-۱-۱- مدل ویل کینز

رابطه‌ی پیشنهادی (Wilkin (1995)، به شکل زیر است:

$$V = C \cdot \mu^{a'} \cdot r^{b'} \cdot i^{n'} \quad (4)$$

که در آن: V میانگین سرعت سیال در محیط متخلخل، C ضریب شکل محیط متخلخل، μ گرانیوی دینامیکی سیال، r شعاع متوسط هیدرولیکی محیط متخلخل درشت‌دانه، i گرادیان هیدرولیکی و a' ، b' ، n' ثابت‌های تجربی می‌باشند (Bazargan, 2002; Venkatarman and Rao, 1998).

۲-۱-۱- مدل‌های دو جمله‌ای

از جمله مهم‌ترین مدل‌های ارائه شده به صورت دو جمله‌ای رابطه‌ی پیشنهادی (Forchheimer (1901) بوده که به شکل زیر می‌باشد:

$$i = aV + bV^2 \quad (5)$$

پس از ایشان نیز این رابطه توسط چندی از محققان دیگر همچون (Schiedgger (1963)، (Linguist (1965)، (Ward (1964)، (Ahmed & Sunnada (1969)، (Muskat (1949) و غیره پذیرش و تأیید اعتبار تئوریک شده است. محققان مختلف در تحقیقات خودشان، سعی نموده‌اند که ضریب‌های a و b را به ویژگی‌های فیزیکی سیال و محیط متخلخل ارتباط دهند و نتیجه‌ی تحقیقات آنان به صورت رابطه‌های چندی به دست آمده، که شماری از آن‌ها در جدول ۱ آورده شده است (Bazargan, 2002 and Leps, 1973).

رابطه‌های جدول ۱ و رابطه‌های چند دیگری از جمله رابطه‌های ارائه شده توسط (Sedghi-Stephenson (1979)، (Asl and Rahimi (2011) و غیره برای محاسبه‌ی ضریب‌های رابطه‌ی دو جمله‌ای (a, b)، در شرایط جریان ماندگار ارائه شده است (Stephenson, 1969 and Sedghi-Stephenson (2011). در یک مقایسه‌ی کلی بین رابطه‌های دو جمله‌ای (رابطه‌ی ۵) و نمایی (رابطه‌ی ۲)، وجوه تمایز دو رابطه به شرح زیر بیان می‌شوند:

سرعت جریان بالا بوده و جریان تمایل به آشفتگی دارد (Hansen et al., 1995)، به همین دلیل رابطه‌ی بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان به صورت غیرخطی بوده و از قانون غیرداریسی پیروی می‌کند. به دلیل اهمیت این نوع جریان‌ها در کاربری‌های مختلف مهندسی از آن، در طول سال‌های گذشته تحقیقات گسترده‌ای در زمینه‌ی جریان‌های غیرخطی در محیط‌های متخلخل انجام شده است و پژوهشگران در رشته‌های گوناگون علوم و مهندسی مانند شیمی، فیزیک، عمران، معدن، نفت و گاز و غیره، به کار تحقیقاتی در این زمینه با روش‌های تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی پرداخته‌اند و مدل‌های مختلفی را نیز ارائه داده‌اند. مدل‌ها و رابطه‌های ارائه شده برای تحلیل جریان در محیط‌های متخلخل درشت‌دانه به طور معمول به دو شکل رابطه‌های نمایی و دو جمله‌ای قابل بیان می‌باشند که در ادامه به چندی از مهم‌ترین آن‌ها اشاره شده است.

۱-۱-۱- مدل‌های نمایی

در تحلیل جریان در محیط‌های متخلخل درشت‌دانه، مدل‌های مختلفی به صورت نمایی ارائه شده است که اهم آن‌ها به صورت زیر می‌باشد:

۱-۱-۱-۱- مدل میس باخ

(Missbach (1937، رابطه‌ی زیر را ارائه نمود:

$$i = mV^n \quad (2)$$

که در آن m و n به ویژگی‌های فیزیکی محیط متخلخل و سیال و همچنین ویژگی‌های جریان بستگی دارند (Bazargan, 2002 and Stephenson, 1969).

۲-۱-۱-۱- مدل لپس

(Leps (1973، نیز رابطه‌ی پیشنهادی خود را به شکل زیر بیان کرد:

$$V = C \cdot r^{0.5} \cdot i^{0.54} \quad (3)$$

در رابطه‌ی یاد شده، C عدد ثابت تجربی که به شکل و زبری سنگدانه‌ها و وزن مخصوص و گرانیوی آب بستگی دارد و میزان آن از ۳۳ برای شن شکسته تا ۴۶ برای سنگ

جدول ۱ ضریب‌های فرشه‌ایمر به‌دست آمده توسط برخی محققان (Burcharth and Andersen, 1995; Shokri and Sabour, 2014)

Table 1 The coefficients of the Forchheimer equation obtained by some researchers (Burcharth and Andersen, 1995; Shokri and Sabour, 2014)

Forchheimer equation coefficients		Researcher
$a = \frac{\mu}{\rho g k}$	$b = \frac{1}{g\sqrt{ck}}$	Ahmed and Sunada, (1969)
$a = \frac{v}{gk}$	$b = \frac{C'_W}{g\sqrt{k}}$	Ward (1964)
$a = \frac{150(1-n)^2 v}{n^3 g d^2}$	$b = 1/75 \frac{(1-n)}{n^3 g D}$	Ergun's (1952)
$a = \frac{1500(1-n)^3 v}{n^2 g d^2}$	$b = \frac{3/6(1-n)}{n^3} \frac{1}{g d}$	Engelund (1953)
$a = \frac{144v(1-n)^2}{g n^3 d^2}$	$b = \frac{2/4(1-n)}{g n^3 d}$	Kovacs, (1980)
$a = 70 \frac{v}{g n R_h^2}$	$b = \frac{0/81}{g n^{0.5} R_h}$	McCorcoudale et al. (1978)
$a = \frac{255v(1-n)}{g n^{3.7} d^2}$	$b = \frac{2(1-n)}{g n^3 d}$	Kadlec and Knigh (1996)
$a = \frac{4/6v}{g n d^2}$	$b = \frac{0/79}{g n^{0.5} d}$	Sidiropoulou et al. (2007) for low Re, $Re \leq 500$
$a = \frac{70v}{g n d^2}$	$b = \frac{0/54 \lambda}{g n^{0.5} d}$	Sidiropoulou et al. (2007) for high Re, $Re > 500$

توسط George & Hansen (1992) به صورت زیر ارائه شده است:

$$n = \frac{5a + 6bV_{max}}{5a + 3bV_{max}} \quad (6)$$

$$m = \frac{(5a + 4bV_{max})(4a + 3bV_{max})}{4(5a + 3bV_{max})(V_{max})^{n-1}} \quad (7)$$

در دیگر تحقیقات انجام شده، Bazargan et al. (2011) تأثیر شکل و اندازه‌ی مصالح سنگریزه‌ای در معادله‌ی فرشه‌ایمر را بررسی و به این نتیجه رسیدند که با افزایش قطر مصالح گروی سهم حفره‌ها برای جریان عبوری کاهش پیدا کرده و همچنین با کاهش سرعت، میزان آشفتگی جریان کمتر می‌شود و پارامتر غیرخطی b در معادله‌ی فرشه‌ایمر کاهش می‌یابد.

همچنین Bazargan and Bayat, (2002) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ضریب‌های معادله‌ی فرشه‌ایمر را واسنجی و برای پی‌های آبرفتی درشت‌دانه در شرایط صحرائی معادله‌های واسنجی شده را پیشنهاد کردند. Sedghi-Asl et al. (2014)، با آزمایش‌های جریان آب با

تک جمله‌ای بودن رابطه‌ی نمایی سبب می‌شود که این رابطه تنها در دامنه‌ی محدودی از تغییر پذیری‌های اعداد رینولدز (یا سرعت) قابل استفاده باشد.

رابطه‌ی دو جمله‌ای با استفاده از بررسی‌های ابعادی و معادله‌ی ناویر-استوکس و همچنین با نتایج آزمایش‌های شمار بسیار زیادی از محققان قابل همخوانی است (Leps, 1964 and Ward, 1973).

تفکیک اثرگذاری‌های ویژگی‌های جریان و مصالح متخلخل و حتی سیال در رابطه‌ی دو جمله‌ای امکان‌پذیر است، در حالی‌که در رابطه‌ی نمایی چنین نیست (Bazargan and Bayat, 2002).

رابطه‌ی دو جمله‌ای به شکل رابطه‌ی داری ویسباخ و با استفاده از عدد رینولدز و ضریب اصطکاک جریان قابل تعریف است، در حالی‌که رابطه‌ی نمایی چنین نیست (Stephenson, 1969 and Leps, 1973).

با توجه به مطالب گفته شده محققان مختلفی سعی در محاسبه‌ی ضریب‌های رابطه‌ی نمایی با استفاده از a و b در رابطه‌ی دو جمله‌ای کردند. یکی از مهم‌ترین این رابطه‌ها

معادله‌ها، خطای زیادی وارد محاسبات خواهد شد. برای پرهیز از این مسئله محققان مختلفی سعی در تبدیل رابطه‌ی دو جمله‌ای (رابطه ۵) به شکل رابطه‌ی نمایی (رابطه ۲) کرده‌اند، در صورتی که کمینه‌ی سرعت جریان V_{min} و بیشینه‌ی سرعت جریان V_{max} در ناحیه‌ی تبدیل رابطه‌ی دو جمله‌ای به شکل رابطه‌ی نمایی باشد. برای تبدیل دو رابطه‌ی یاد شده (رابطه‌های دو جمله‌ای و نمایی)، همان‌طور که از قبل هم گفته شد می‌توان از رابطه‌های (۶) و (۷) استفاده کرد. با توجه به آزمایش‌های انجام شده در اغلب موارد V_{min} را صفر در نظر گرفته و میزان V_{max} را معادل واحد فرض می‌کنند (George and Hansen, 1992)، در حالی که بیشینه‌ی سرعت جریان به ویژگی‌های فیزیکی سنگریزه‌ها و جریان بستگی داشته و به حتم معادل یک نیست. بنابراین V_{max} را می‌توان به شرح زیر محاسبه کرد، اگرچه چندی از محققان این میزان را برای V_{max} بالادست می‌دانند (George and Hansen, 1992).

در ادامه با توجه به مدل تحلیلی احمد و سونادا می‌توان گفت؛ تعریف عدد رینولدز به صورت $Re = \frac{\rho V d}{\mu}$ می‌باشد که در آن، d معادل قطر مؤثر حفره‌های مصالح متخلخل بوده و به وسیله‌ی رابطه‌ی $K = cd^2$ به نفوذ پذیری ذاتی مصالح (K) مرتبط می‌شود، μ گرانروی دینامیکی سیال و ρ جرم مخصوص سیال است. در رابطه‌ی اخیر ($K = cd^2$)، ضریب c به ویژگی‌های مصالح متخلخل بستگی دارد. برای به دست آوردن c و k می‌توان از رابطه‌های پیشنهادی احمد و سونادا به شرح زیر استفاده کرد.

$$k = \frac{\mu}{\rho \cdot g \cdot a} \quad (8)$$

$$c = \frac{1}{k \cdot g^2 \cdot b^2} \quad (9)$$

لذا میزان d نیز از رابطه‌ی $d = \frac{\mu b}{\rho a}$ قابل محاسبه خواهد بود؛ بنابراین با داشتن میزان ضریب‌های a و b می‌توان میزان d را به دست آورد. به عبارتی می‌توان نتیجه گرفت که:

$$V = \frac{Re \mu}{\rho d} \quad (10)$$

سرعت بالا بر روی مصالح دانه‌ای، رفتار گرادیان هیدرولیکی را بررسی کردند. (Chen et al. (2001). نیز معادله‌ی فرشه‌ایم را از فرضیه‌ی همگن‌سازی به دست آوردند.

در ادامه با بیان این موضوع که در محیط متخلخل درشت‌دانه، شیب خط انرژی (S_f) برابر با گرادیان هیدرولیکی (i) می‌باشد، می‌توان اظهار داشت که از جمله مهم‌ترین پارامترها در بررسی جریان در محیط سنگریزه‌ای در حالت جریان آزاد و تحت فشار، محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی می‌باشد (Stephenson, 1969 and Bari and Hansen, 2002 and Bazargan and Shoaee, 2006).

همان‌طور که می‌دانیم در تحلیل جریان درون مصالح سنگریزه‌ای و حل معادله‌ی انرژی، لازم است که بتوان افت اصطکاکی جریان در طول مسیر را تعیین کرد. لذا رابطه‌های مختلفی برای برآورد i (یا افت انرژی در واحد طول مسیر جریان) بر حسب سرعت میانگین جریان یا v (مانند جریان در درون لوله‌ها و آبراهه‌ها)، توصیه شده است که در حالت کلی همه‌ی رابطه‌های توصیه شده را به صورت رابطه‌ی دو جمله‌ای فرشه‌ایم و رابطه‌ی نمایی، چنان که پیشتر نیز به آن‌ها اشاره شد، می‌توان دسته‌بندی کرد (McWhorter and Sunada, 1997). در رابطه‌ی دو جمله‌ای a و b ضریب‌های ثابت مربوط به مصالح، i گرادیان هیدرولیکی و v سرعت ظاهری جریان در درون مصالح متخلخل می‌باشد. همچنین در مورد رابطه‌ی نمایی که در آن m و n توسط محققان مختلف به شکل‌های گوناگونی تعریف شده‌اند، در حالت کلی می‌توان گفت که ضریب‌های m و n به ویژگی‌های مصالح و سیال و سرعت جریان (یا عدد رینولدز) بستگی دارند و در هر مصالح خاص و برای محدوده‌ی به نسبت مشخصی از عدد رینولدز با تقریب مناسبی می‌توان ضریب m و n را ثابت در نظر گرفت (Curtis and Lawson, 1967).

اما از آنجایی که رابطه‌ی نمایی (رابطه ۲) تنها برای دامنه‌ی خاصی از اعداد رینولدز دارای دقت مناسب می‌باشد و ناحیه‌ی کاربری توصیه شده برای این رابطه از سوی ارائه‌کنندگان آن، تنها شرایط نا آرام جریان است، لذا در صورت استفاده از رابطه‌ی نمایی در حل دو بُعدی

نیز در حدود ۵cm، از یکدیگر قرار گرفته‌اند. جریان آب در کانال توسط یک پمپ با بیشینه‌ی توان تولید دبی ۹۰ لیتر بر ثانیه ایجاد شده که در این تحقیق دبی جریان از ۸/۵ تا ۲۷/۵ لیتر بر ثانیه ارزیابی شده است. همچنین برای آرام کردن جریان، یک توری فلزی در ابتدای فلوم به کار گرفته شده است. شکل ۱ نمای کلی از فلوم آزمایشگاهی مورد نظر را نشان می‌دهد.



Fig. 1 Overview of laboratory flume

شکل ۱ نمای کلی فلوم آزمایشگاهی

در انجام آزمایش‌ها به منظور ایجاد محیط متخلخل سه نوع مصالح سنگریزه‌ای با قطرهای ریز، متوسط و درشت، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این مصالح از یک معدن در روستای نیکوبه واقع در ۴۰ کیلومتری شمال غرب شهر قزوین تهیه شده است. جنس سنگریزه‌ها از نوع آذرین بوده که ویژگی‌های و منحنی دانه‌بندی آن‌ها به ترتیب در جدول ۲ و شکل ۲ آورده شده‌اند. شکل ۳ نیز تصویری از انجام مرحله‌های دانه‌بندی در آزمایشگاه کنترل کیفیت شرکت عمران بتن شهر زنجان نشان می‌دهد. لازم به یادآوری است که برای پُر و خالی کردن آبراهه (کانال) از سنگریزه‌ها، از یک جرثقیل سقفی با قابلیت حرکت در طول آبراهه بهره گرفته شده است.

در جدول زیر، ضریب یکنواختی (C_u) برابر با $\frac{D_{60}}{D_{10}}$ و ضریب انحنای (C_c) برابر با $\frac{(D_{30})^2}{D_{10} \cdot D_{60}}$ است. برای اندازه‌گیری دبی ایجاد شده توسط پمپ، از دو جریان‌سنج (فلومتر) مغناطیسی و فرا صوتی (آلتراسونیک) استفاده شده که تصویری از آن‌ها در شکل ۴ نشان داده شده است.

$$V = Re \frac{a}{b} \quad (11)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{max} = Re_{max} \frac{a}{b} \quad (12)$$

با توجه به مطالب بیان شده و با استفاده از رابطه‌های ۶، ۷ و ۱۲ می‌توان از دقت رابطه‌ی دو جمله‌ای (رابطه ۵) و خاصیت کاربردی رابطه‌ی نمایی (رابطه ۲) در تحلیل دُبعدی در محیط‌های متخلخل بهره گرفت.

در این پژوهش با استفاده از ضریب‌های رابطه‌ی دو جمله‌ای راهکاری ارائه شده که بتوان میزان ضریب‌های m و n در رابطه‌ی نمایی را با دقت بهتری محاسبه کرد. لذا با توجه به اینکه در تحلیل دُبعدی جریان غیرداری در محیط‌های متخلخل سنگریزه‌ای از رابطه‌ی نمایی استفاده می‌شود، این امر می‌تواند نقش بسزایی در کاهش خطای محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی داشته باشد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- تجهیزات آزمایشگاهی و روش انجام

آزمایش‌ها

در این پژوهش از داده‌های آزمایشگاهی ثبت شده در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده‌ی عمران دانشگاه زنجان استفاده شده است. به همین منظور نسبت به طراحی و راه‌اندازی دستگاه آزمایش و انجام آزمایش‌ها بر روی سه نوع مصالح سنگریزه‌ای مختلف، اقدام شد. آزمایش‌ها در فلوم آزمایشگاهی با قابلیت شیب‌پذیری، به ابعاد $1m \times 1m$ و طول $15m$ انجام شده که طول $2/2m$ از فلوم یاد شده با سنگریزه پر شده است. دیواره‌های فلوم از جنس شیشه و پلکسی‌گلس بوده و برای اندازه‌گیری بلندای پیژومتریک در طول محیط متخلخل از ۲۳ عدد پیژومتر در کف کانال استفاده شده که چیدمان قرارگیری آن‌ها با فاصله‌های مشخصی از هم و در امتداد یکدیگر می‌باشند، به طوری که نخستین پیژومتر در فاصله‌ی $6/8cm$ از ابتدای محیط متخلخل و در ادامه‌ی آن پیژومترهای دوم تا هفتم با فاصله‌ای در حدود $15cm$ ، پیژومترهای هشتم تا سیزدهم در حدود $10cm$ و پیژومترهای چهاردهم تا بیستم و سوم

جدول ۲ ویژگی‌های مصالح آزمایشگاهی

Table 2 Specifications of laboratory materials

Porosity (-)	Curvature coefficient (C_c)	Coefficient of uniformity (C_u)	d_{100} (mm)	d_{60} (mm)	d_{50} (mm)	d_{30} (mm)	d_{10} (mm)	d_0 (mm)	Rockfill materials
0.42	0.83	2.61	54.93	17.7	13.99	9.97	6.78	3.94	fine
0.39	1.22	6.79	56.97	28.56	23.89	12.1	4.21	7.46	medium
0.28	1.42	3.05	50.8	35.02	31.97	23.89	11.49	3.34	coarse

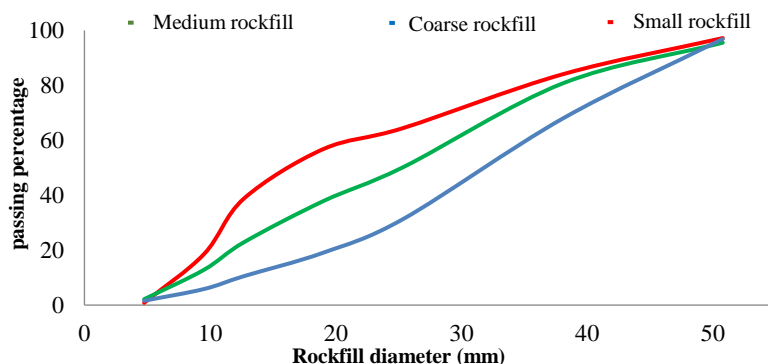


Fig. 2 Granulation curve of rockfill materials

شکل ۲ منحنی دانه‌بندی مصالح سنگریزه‌ای



Fig. 3 The stages of granulation of rockfill materials in the quality control laboratory of Omran Beton Zanzan Company

شکل ۳ مرحله‌های انجام دانه‌بندی مصالح سنگریزه‌ای در آزمایشگاه کنترل کیفیت شرکت عمران بتن زنجان

است که برای اطمینان از عملکرد صحیح برگرداننده (اینورتر^۱)، از دو جریان سنج (فلومتر) نام برده، استفاده شد.

همچنین به منظور ایجاد دبی‌های مورد نظر از یک برگرداننده (اینورتر) استفاده شد و عملکرد آن به گونه‌ای بود که توسط نرم‌افزار مربوطه، بسامد (فرکانس) مورد نیاز برای تولید دبی، به پمپ ارسال می‌شد. لازم به یادآوری

1 Calibration



Fig. 5 Scaled board for piezometric height reading in the bottom and body of the laboratory flume

شکل ۵ تابلوی مُدرج برای خوانش بلندای پیزومتریک در کف و بدنه‌ی فلوم آزمایشگاهی



Fig. 4 Magnetic and ultrasonic flowmeters used in the laboratory

شکل ۴ جریان سنج (فلومتر) مغناطیسی و فراصوتی (آلتراسونیک) استفاده شده در آزمایشگاه

۳- نتایج و بحث

استفاده از مصالح سنگریزه‌ای در سازه‌های آبی به دلیل ویژگی‌های آن‌ها روز به روز به افزایش می‌باشد. به طوری که امروزه از این مصالح برای پالایش و تصفیه (فیلتراسیون)، ساخت گابیون، پوشش آبراهه‌ها، حوضچه‌های آرامش و سدهای پاره‌سنگی استفاده می‌شود. در علوم مهندسی برای ارزیابی رفتار سازه‌های ساحلی و طراحی درست این سازه‌های حجیم و سنگین لازم است از فرضیه‌های (تئوری) محیط متخلخل درشت‌دانه سنگریزه‌ای با مفهوم جریان غیرخطی استفاده نمود.

با توجه به اینکه در اغلب شرایط ارتفاع نظیر سرعت جریان در مقایسه با $\frac{P}{\gamma}$ ناچیز است، گرادیان هیدرولیکی در مصالح سنگریزه‌ای را برابر با شیب خط انرژی (S_f) می‌توان در نظر گرفت (Stephenson, 1969; Bari and Hansen, 2006; Bazargan and Shoaee, 2002). از سویی محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی در تحلیل جریان ماندگار (استفاده از دو روش فرضیه‌ی جریان‌های متغیر تدریجی که جریان را به صورت یک‌بعدی تحلیل می‌کند و حل معادله‌ی پارکین که جریان را به صورت دو‌بعدی تحلیل می‌کند) و جریان غیرماندگار (حل معادله‌های سنت و نانت) دارای اهمیت بالایی است.

در ادامه نمودارهای مربوط به گرادیان هیدرولیکی (i) برحسب سرعت جریان (V) برای انواع مصالح سنگریزه‌ای در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ و میزان ضریب‌های روابط دو جمله‌ای (a و b) و نمایی (m و n) در جدول ۳ ارائه شده‌اند

در طول انجام آزمایش‌ها برای دستیابی به اطمینان از ایجاد جریان ماندگار، حدود ۱۰ دقیقه پمپ با دبی مورد نظر مشغول به کار بوده و پس از پایداری جریان، فراسنجه‌های (پارامترهای) مورد نظر اندازه‌گیری شده‌اند. این فراسنجه‌ها شامل بلندای پیزومتریک در محل ۲۳ پیزومتر و همچنین عمق آب در محل هر پیزومتر می‌باشد. میزان بلندای پیزومتریک با استفاده از یک تابلوی مُدرج خوانش شده که تصویر آن در شکل ۵ نشان داده شده است. در هر آزمایش عمق آب نیز به صورت مستقیم (در نقطه‌هایی که پیزومترها واقع شده‌اند) اندازه‌گیری و ثبت شد. در اینجا می‌توان به این نکته اشاره کرد که پیش از انجام هر آزمایش، سطح آب درون مخزن کنترل شده و در تراز مشخصی تنظیم می‌شد تا همه‌ی آزمایش‌ها در شرایط به کل همانندی صورت پذیرند.

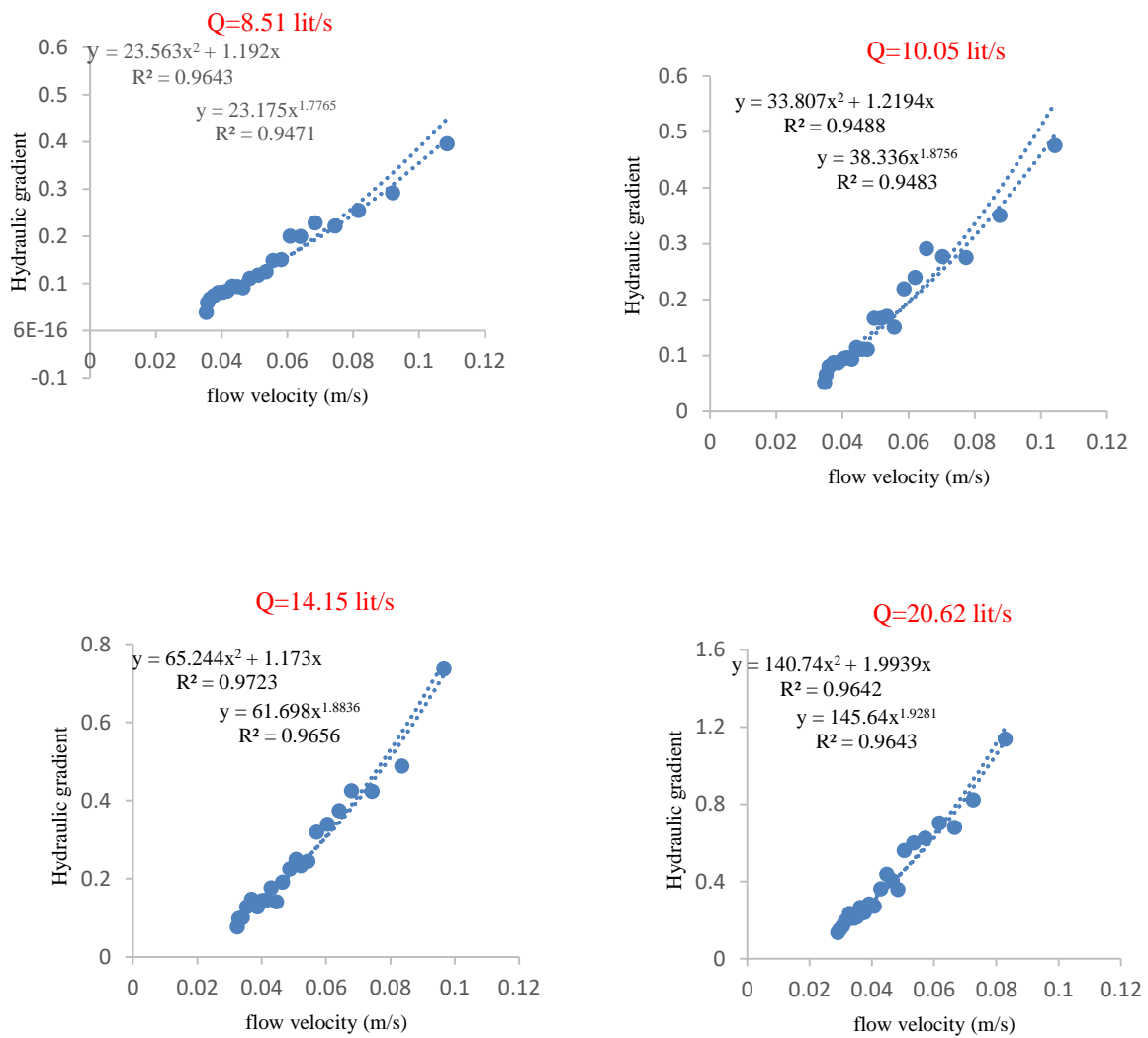


Fig. 6 Hydraulic gradient versus flow velocity by laboratory data for small rockfill
 شکل ۶ گرادیان هیدرولیکی نسبت به سرعت جریان توسط داده‌های آزمایشگاهی برای سنگریزه‌ی ریز

جدول ۳ میزان ضرایب‌های رابطه‌ی دو جمله‌ای و نمایی به دست آمده با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی

Table 3 Values of binomial and exponential relationship coefficients obtained using laboratory data

n	m	b (s ² /m ²)	a (s/m)	discharge (li/s)	Type of material
1.78	23.18	23.56	1.19	8.51	small rockfill
1.88	38.34	33.81	1.22	10.05	
1.88	61.70	65.24	1.17	14.15	
1.93	145.64	140.74	1.99	20.62	
1.76	27.22	28.25	1.58	11.61	Medium rockfill
1.85	48.68	39.71	2.11	13.46	
1.99	108.14	80.30	1.59	15.78	
1.99	148.83	125.01	1.44	17.81	
2.00	54.79	41.44	0.86	16.47	Coarse rockfill
1.97	73.31	47.48	2.32	23.92	
1.91	68.86	49.13	2.77	26.36	
1.92	74.57	57.76	2.45	27.46	

و درشت به تحلیل آن‌ها پرداخته شد و پس از محاسبه‌ی ضرایب‌های رابطه‌ی دو جمله‌ای (a و b) برای مصالح یاد

در این پژوهش پس از انجام آزمایش‌ها و ثبت مشاهده‌های آزمایشگاهی برای سه نوع مصالح سنگریزه‌ای ریز، متوسط

آزمایشگاه به محاسبه‌ی میزان m و n با استفاده از رابطه‌های ۶ و ۷ در دو حالت $V_{max} = 1$ و $V_{max} = 0.5$ پرداخته شد.

شده، میزان ضریب‌های رابطه‌ی نمایی (m و n) بر مبنای ضریب‌های a و b به دست آمد. پس از آن برای مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از مشاهده‌های ثبت شده در

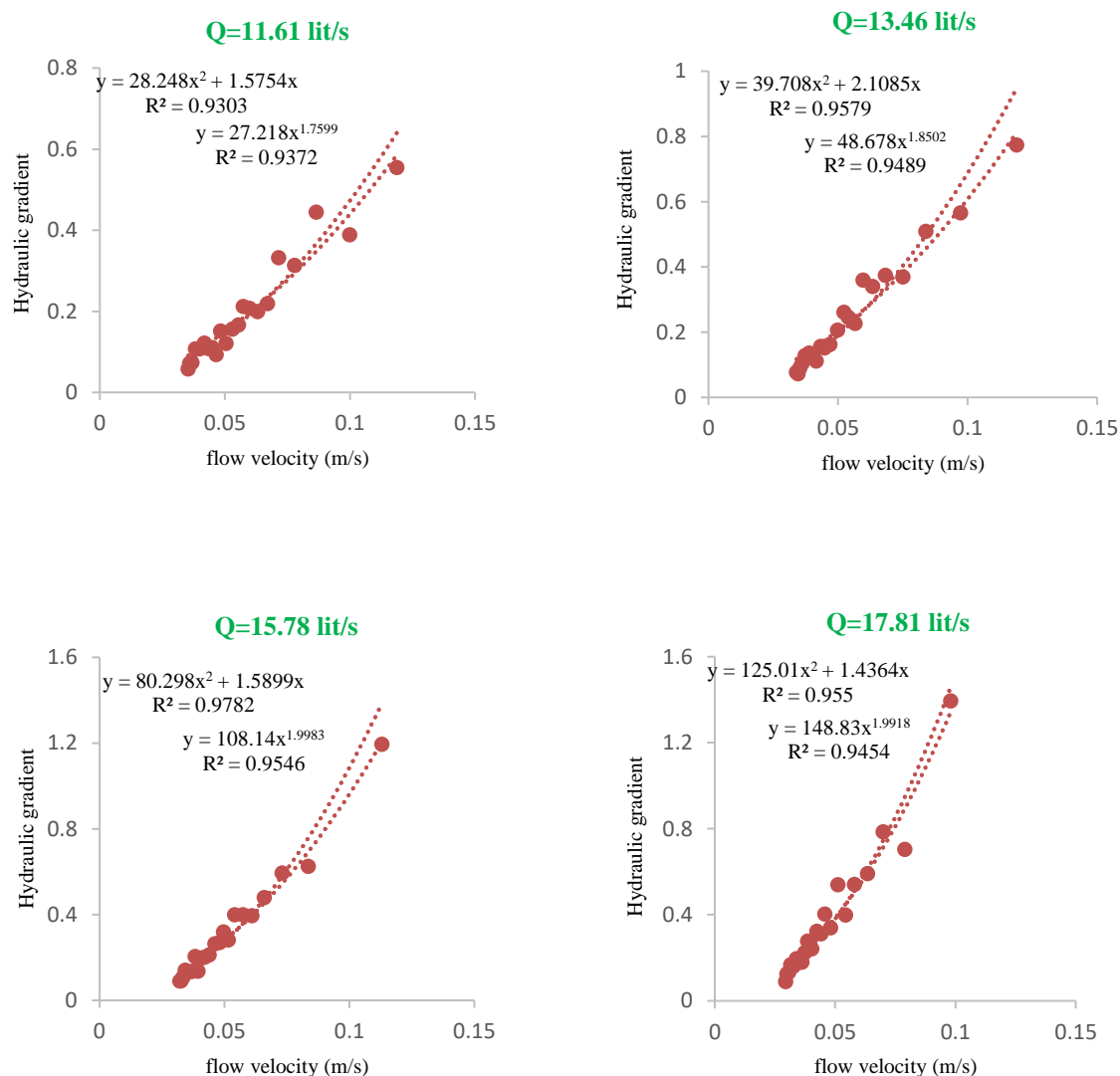


Fig. 7 Hydraulic gradient versus flow velocity by laboratory data for medium rockfill

شکل ۷ گرادیان هیدرولیکی نسبت به سرعت جریان توسط داده‌های آزمایشگاهی برای سنگریزه‌ی متوسط

توضیحات داده شده، میانگین خطای نسبی (MRE) بین گرادیان هیدرولیکی محاسبه‌شده‌ی ثبت شده در آزمایشگاه در حالت‌های مختلف محاسبه گردید که به تفکیک مصالح سنگریزه‌ای در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ آورده شده‌اند.

با توجه به رابطه‌ی بیان شده مقدار Re_{max} در مقطع خروجی جریان از محیط سنگریزه‌ای یعنی شرایطی که سرعت حداکثر و عمق حداقل است، به دست می‌آید. به همین منظور در این پژوهش مقدار سرعت بیشینه برای مقطع یاد شده در نظر گرفته شده است. با توجه به

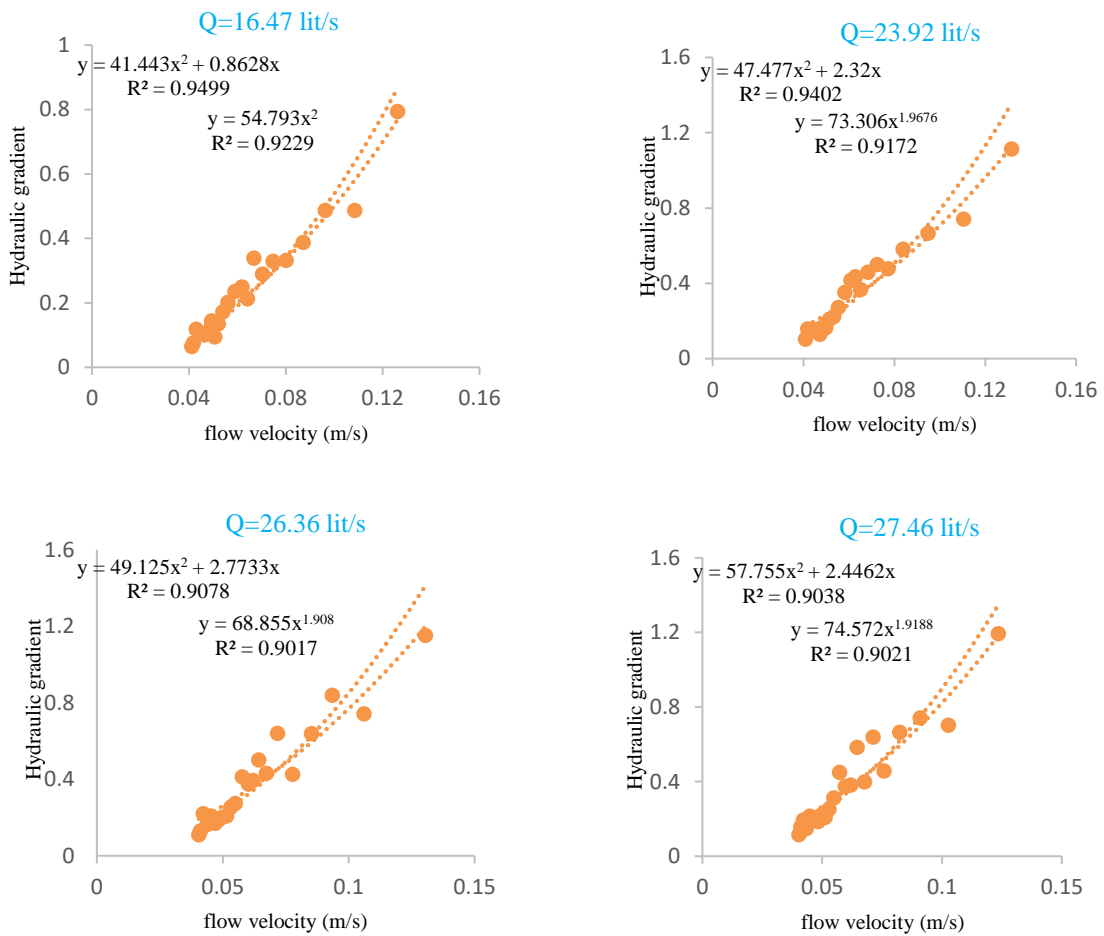


Fig. 8 Hydraulic gradient versus flow velocity by laboratory data for coarse rockfill

شکل ۸ گرادیان هیدرولیکی نسبت به سرعت جریان توسط داده‌های آزمایشگاهی برای سنگریزه‌ی درشت

جدول ۴ ضریب‌های رابطه‌ی نمایی با استفاده از رابطه‌های محاسبه‌شده‌ی و مشاهده‌پذیر و میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی برای مصالح سنگریزه‌ای ریز

Table 4 Exponential relationship coefficients using computational and observational relationships and the mean relative error of hydraulic gradient for small rockfill materials.

Experimental observations			$V_{max} = Re_{max}^{a/b}$			$V_{max} = 1$			discharge (lit/s)	Type of material
MRE%	n	m	MRE%	n	m	MRE%	n	m		
9.41	1.77	23.17	10.68	1.54	12.09	30.29	1.92	24.66	8.51	Small rockfill
11.19	1.87	38.33	13.88	1.61	18.34	24.83	1.94	34.93	10.05	
8.65	1.88	61.69	10.02	1.74	42.04	17.20	1.97	66.32	14.15	
9.45	1.92	145.64	10.99	1.76	89.98	15.49	1.98	142.57	20.62	

جدول ۵ ضریب‌های رابطه‌ی نمایی با استفاده از روابط محاسبه‌شده‌ی و مشاهده‌پذیر و میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی برای مصالح سنگریزه‌ای متوسط

Table 5 Exponential relationship coefficients using computational and observational relationships and the mean relative error of hydraulic gradient for medium rockfill materials.

Experimental observations			$V_{max} = Re_{max}^{a/b}$			$V_{max} = 1$			discharge (lit/s)	Type of material
MRE%	n	m	MRE%	n	m	MRE%	n	m		
12.67	1.76	27.22	14.87	1.54	15.12	29.60	1.92	29.70	11.61	Medium rockfill
12.37	1.85	48.68	16.04	1.55	21.14	29.37	1.92	41.66	13.46	
11.64	1.99	10.14	14.22	1.73	50.84	17.44	1.97	81.76	15.78	
12.03	1.99	148.83	13.64	1.82	89.38	15.50	1.98	126.33	17.81	

جدول ۶ ضریب‌های رابطه‌ی نمایی با استفاده از روابط محاسبه‌شدنی و مشاهده‌پذیر و میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی برای مصالح سنگریزه‌ای درشت

Table 6 Exponential relationship coefficients using computational and observational relationships and the mean relative error of hydraulic gradient for coarse rockfill materials.

Experimental observations			$V_{max} = Re_{max}^a/b$			$V_{max} = 1$			discharge (lit/s)	Type of material
MRE%	n	m	MRE%	n	m	MRE%	n	m		
16.00	2.00	54.79	17.15	1.77	29.38	17.29	1.97	42.24	16.47	Coarse rockfill
15.24	1.97	73.31	20.76	1.59	27.80	23.27	1.93	49.62	23.92	
16.81	1.91	68.86	21.91	1.55	27.20	24.95	1.91	51.69	26.36	
15.05	1.92	74.57	19.04	1.61	33.25	22.35	1.93	60.01	27.46	

فراسنجه‌های (پارامترهای) m و n در رابطه‌ی نمایی ارائه شده است. به‌طورکلی نتایج به دست آمده از این تحقیق شامل موارد زیر می‌باشد:

۱- چنانچه ضریب‌های m و n رابطه‌ی نمایی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و رابطه‌ی ۲ محاسبه شود، متوسط میانگین خطای نسبی بین گرادیان هیدرولیکی محاسبه‌شدنی و ثبت شده در آزمایشگاه برای مصالح سنگریزه‌ای ریز، متوسط و درشت به ترتیب برابر با ۹/۶۸، ۱۲/۱۸ و ۱۵/۷۸ درصد محاسبه شده است.

۲- چنانچه از رابطه‌های ۶ و ۷ برای محاسبه‌ی ضریب‌های m و n استفاده شود و بنا بر نتایج پژوهش‌های پیشین $V_{max} = 1$ در نظر گرفته شود، میزان‌های متوسط میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی برای مصالح یاد شده به ترتیب برابر با ۲۱/۹۵، ۲۲/۹۸ و ۲۱/۹۷ درصد به دست آمده است.

۳- در شرایطی که اگر برابر راهکار ارائه شده در این تحقیق $V_{max} = Re_{max}^a/b$ لحاظ شود، میزان‌های متوسط میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی به ترتیب برابر با ۱۱/۳۹، ۱۴/۶۹ و ۱۹/۷۲ درصد محاسبه شده است.

به عبارت دیگر با استفاده از رابطه‌های ۶ و ۷ و به کار بردن رابطه‌ی پیشنهادی این پژوهش به جای $V_{max} = 1$ ، میزان‌های متوسط میانگین خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی در مصالح سنگریزه‌ای ریز، متوسط و درشت، به ترتیب به میزان ۱۰/۵۶، ۸/۲۹ و ۲/۲۵ درصد کاهش یافته‌اند که این مهم بیانگر دقت و کارایی بالای راهکار پیشنهادی می‌باشد.

۵- منابع

Bari, R. & Hansen, D. (2002). Application of

چنانچه از رابطه‌های ۶ و ۷ در محاسبه‌ی ضریب‌های رابطه‌ی نمایی (m و n) جریان ماندگار در مصالح سنگریزه‌ای استفاده شود، برابر جدول‌های ۴ تا ۶ متوسط میانگین خطای نسبی بین گرادیان هیدرولیکی محاسبه‌شدنی و ثبت شده در آزمایشگاه با فرض $V_{max} = 1$ (بنا بر نتایج پژوهش‌های پیشین) در مصالح سنگریزه‌ای ریز، متوسط و درشت به ترتیب برابر با ۲۱/۹۵، ۲۲/۹۸ و ۲۱/۹۷ درصد محاسبه شده است. در حالی که اگر از رابطه‌ی ۱۲ (راهکار ارائه شده در این پژوهش) استفاده شود، میزان میانگین‌های خطای نسبی گرادیان هیدرولیکی به ترتیب برابر با ۱۱/۳۹، ۱۴/۶۹ و ۱۹/۷۲ درصد به دست آمده است.

۴- نتیجه‌گیری

محاسبه‌ی گرادیان هیدرولیکی در تحلیل یک‌بعدی (فرضیه‌ی جریان‌های متغیر تدریجی) و دوبعدی (حل معادله‌ی پارکین) جریان ماندگار درون مصالح سنگریزه‌ای اهمیت بالایی دارد. رابطه‌ی دو جمله‌ای نسبت به رابطه‌ی نمایی در محاسبه‌ی تغییر پذیری‌های گرادیان هیدرولیکی بر مبنای سرعت جریان دارای کارایی و دقت بالاتری می‌باشد. این در حالی است که برای تحلیل دوبعدی جریان درون مصالح سنگریزه‌ای می‌بایست از رابطه‌ی نمایی استفاده شود. به همین دلیل در پژوهش‌های پیشین رابطه‌هایی برای محاسبه‌ی ضریب‌های m و n (رابطه‌های ۶ و ۷) رابطه‌ی نمایی بر اساس ضریب‌های a و b رابطه‌ی دو جمله‌ای ارائه شده است.

در این پژوهش با استفاده از مدل تحلیلی احمد و سونادا و عدد بی‌بعد رینولدز راهکاری برای افزایش دقت

- Groundwater Hydrology and hydraulics. Water Resources Publication, Fort Colins, Colorado, USA. 65-73.
- Sedghi-Asl, M., Rahimi, H. & Salehi, R. (2014). Non-Darcy flow of water through a packed column test. *Transport in Porous Media*, 101, 215-227.
- Sedghi-Asl, M. & Rahimi, H. (2011). Adoption of Manning's equation to 1D non-Darcy flow problems. *Journal of Hydraulic Research*, 49(6), 814-817.
- Shokri, M. & Sabour, M.R. (2014). Experimental Study of Unsteady Turbulent Flow Coefficients through Granular Porous Media and Their Contribution to the Energy Losses. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18, 706-717.
- Stephenson, D. (1969). Rockfill in hydraulic engineering. Elsevier Scientific, Amsterdam, Netherlands.
- Venkatarman, P. & Rao, P.R.M. (1998). Darcian, transitional and turbulent flow through porous media. *J. Hydra. Eng., ASCE.*, 124(8), 840-846
- Ward, J.C. (1964). Turbulent flow in porous media, *J. Hydra. Div. ASCE*, 90(5), 1-12, <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0001096>.
- gradually-varied flow algorithms to simulate buried streams. *Journal of Hydraulic Research*, 40(6), 673-683.
- Bazargan, J. & Bayat, H. (2002). Determination of the Nonlinear Equation Coefficients for Flow through Coarse Alluvium Foundations. *Journal of Advanced Materials in Engineering (Esteghlal)*, 21(1), 101-113. (In Persian)
- Bazargan, J. & Bayat, H. (2002). A new method to supply water from the sea through rockfill intakes. 5th international conference on coasts, ports and marine structures (ICOPMAS), October 14-17, Ramsar, Iran, Book of Extended Abstracts. 276-279.
- Bazargan, J. & Shoaeei, S.M. (2006). Discussion, Application of gradually varied flow algorithms to simulate buried streams. *IAHR J. of Hydraulic Research*, 44(1), 138-141.
- Bazargan, J. (2002). Investigation of rockfill water draw off design basics. PhD thesis. Amir Kabir industrial University, Civil engineering faculty, Tehran. Iran. (In Persian)
- Bazargan, J., Zamani Sabzi, H. & Eskandari, H. (2011). Experimental investigation of rockfill size and shape effect on hydraulic parameters of fluid inside the rockfill dams. The 6th National congress of Civil Engineering, Semnan university, Semnan, Iran. (In Persian)
- Burcharth, H.F. & Andersen, O.H. (1995). On the one-dimensional steady and unsteady porous flow equations, *Coastal Engineering*, 24(3), 233-257.
- Chen, Z., Lyons, S.L. & Qin, G. (2001). Derivation of the Forchheimer law via homogenization. *Transport in porous media*, 44(2), 325-335.
- Curtis R.P. & Lawson, J.D. (1967). Flow Over and Through Rockfill Banks. *J. Hydra. Div.*, 93(5), 1-12.
- George, G.H. & Hansen, D. (1992). Conversion between quadratic and power law for non-Darcy flow. *J. Hydra. Engineering*, 118(5), 792-797.
- Hansen, D., Garga, V.K. & Townsend, D.R. (1995). Selection and application of a one-dimensional non-Darcy flow equation for two-dimensional flow through rockfill embankments. *Canadian Geotechnical Journal*, 32(2), 223-232.
- Leps, T.M. (1973). Flow through rockfill-embankment dam engineering, Casagrande volume, Edited by Hirschfield, R.C. and Paulo's, S.J., John Wiley and Sons, New York, 87-107.
- McWhorter, D.B. & Sunada, D.K. (1997).