

Investigating the Simultaneous Effect of Divergence and Bed Roughness on Hydraulic Jump Characteristics


Morteza Ziari¹, Hojat Karami^{2*}, Rasoul Daneshfaraz³

1- M.Sc. of Water and Hydraulic Structures, Department of Civil Engineering, University of Semnan, Semnan, Iran.

2- Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Semnan, Semnan, Iran.

3- Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, East Azerbaijan, Iran.

* hkarami@semnan.ac.ir

Received: 21 September 2022, Accepted: 29 January 2023  J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: Hydraulic jump is a fast and irreversible variable flow that occurs downstream of hydraulic structures and the result of which is the rapid transformation of supercritical flow into subcritical flow. Such event increases the flow depth and causes a significant loss of energy. By examining the previous studies, it is clear that the roughness bed or the divergence plays an important role in hydraulic jump characteristics.

Methodology: FLOW-3D is one of the suitable software in hydraulic modeling. In order to ensure the appropriate capability of FLOW-3D software in simulating hydraulic jump, first, research related to this issue which has been investigated in the past in a laboratory, is simulated in the software. Then, by comparing the results of the numerical simulations with the laboratory data and ensuring the proper functioning of the software, new simulations are made. The experiments related to the physical model were carried out in a laboratory flume with walls and floors made of transparent plexiglass, 5 meters long, 0.3 meters wide, 0.45 meters high, and zero longitudinal slope. To create a supercritical flow, a steel valve with a height of 0.65 meters and a thickness of 3 mm and an opening height of 1.7 cm was used for a non-prismatic channel with a divergence ratio of 0.33. In order to create symmetrical opening ratios of 0.33, glass boxes with a length of 0.5, a height of 0.2 and a width of 0.1 meters were placed on both sides of the flume. After the simulation and by checking the R^2 , MAE and RMSE parameters, the k- ϵ model and the mesh with the number of 687600 cells were selected as the optimal mesh. In this research, according to the selection of four types of bed (smooth bed, rough bed with hemispherical roughness and diameter of 3, 4 and 5 cm) and three divergence angles (7, 14 and 90 degrees) and five Froude numbers (Froude number: 4.34, 5.71, 6.95, 8.17, and 9.37) in total, Simulated for 60 different experiments.

Results and discussion: The results showed that for the maximum discharge for the sudden divergent channel, the roughness of the bed with a diameter of 5 cm causes the amount of the flow depth to decrease by 19.77% compared to the smooth bed. Also, the sudden divergence of the bed reduces the flow level by 23.75%. In all cases, the value of y_2/y_1 increases with increasing Froude number. With the increase of the Froude number from 4.34 to 9.37, the value of y_2/y_1 on the flat bed increases by 15.54%. With the increase of the Froude number from 4.34 to 9.37, the value of y_2/y_1 on the rough bed with a diameter of 3 cm decreases by 5.67% on average compared to the smooth bed. As the roughness diameter

increases from 3 to 5 cm, the value of (L_j/y_1) decreases by 15.58% on average. The results show that the (E_L/E_1) ratio increases with the application of bed roughness. So that by applying a roughness with a diameter of 5 cm, the value of (E_L/E_1) compared to a smooth bed increases by about 5% on average, and by applying a sudden divergence, the value of (E_L/E_1) compared to a bed diverging under an angle of 7 degrees The average increases by 4.58%.

Conclusion: FLOW-3D is an appropriate software to predict hydraulic jump characteristics in divergent channel with smooth bed and rough bed and the $k-\epsilon$ turbulence model was selected as the optimal turbulence model. Increasing the bed roughness size decreases the secondary depth for all values of Fr_1 . The sudden expanding of the rough bed with a roughness of 4 cm reduces the y_2/y_1 by 12.98% compared to the bed with a divergence under 7 degrees. Increasing the size of the roughness decreases the length of the hydraulic jump. According to the results, the length of the hydraulic jump in the rough bed with a diameter of 5 cm compared to the smooth bed decreased by 26.12%. Also, by increasing the roughness diameter from 3 to 5 cm, the value of (L_j/y_1) decreases by 15.58% on average. By applying roughness with a diameter of 5 cm, the value of (E_L/E_1) increases by about 5% on average compared to the smooth bed. Results show that the divergence angle of the bed is effective on streamlines. But, increasing the roughness of the bed, there is no noticeable change in the streamlines. However, increasing the bed roughness size, increases the amount of disturbance energy in the section.

Keywords: Hydraulic jump, Numerical study, FLOW-3D, Energy dissipation.



© 2023 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the
Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)

(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

بررسی تأثیر همزمان واگرایی و زبری بستر بر خصوصیات پرش هیدرولیکی (مدل سازی عددی)

مرتضی زیاری^۱، حجت کرمی^{۲*} و رسول دانشفراز^۳

۱- کارشناس ارشد آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، ایران.

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، ایران.

۳- استاد، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

* hkarami@semnan.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۳۰، پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۰۹ و وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: حوضچه‌های واگرا با بستر زبر نوعی از حوضچه آرامش است که موجب بهبود راندمان پرش هیدرولیکی می‌گردد. در این تحقیق شبیه‌سازی پرش بر روی بستر واگرا و با زبری مصنوعی در اعداد فرود اولیه ۴/۳۴ تا ۹/۳۷، در بستر صاف و بستر زبر با زبری به شکل نیم کره و قطر ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر و تحت زاویه واگرایی ۷، ۱۴ و ۹۰ درجه با نرم‌افزار FLOW-3D انجام شد. نتایج نشان داد که با افزایش زبری بستر عمق جریان کاهش پیدا می‌کند و بیشینه مقدار آن برای بستر زبر به قطر ۵ سانتی‌متر و دبی حداکثر برابر ۱۹/۷۷ درصد می‌باشد. همچنین نسبت اعماق در حالت بستر زبر با زبری به قطر ۵ سانتی‌متر به میزان حدود ۱۶ درصد نسبت به بستر صاف بیشتر می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد با اعمال زبری بستر، نسبت (L_j/Y_1) کاهش می‌یابد. بطوریکه با اعمال زبری به قطر ۳ سانتی‌متر، مقدار (L_j/Y_1) نسبت به بستر صاف به طور متوسط ۱۱/۶۲ درصد کاهش یافته و اعمال زبری در بستر به قطر ۵ سانتی‌متر موجب افزایش مقدار افت انرژی به میزان ۵ درصد می‌شود. بررسی الگوی جریان نشان داد که واگرایی بستر موجب تشکیل جریان چرخشی و زبری بستر موجب افزایش مقدار و شدت آشفتگی می‌گردد.

کلیدواژگان: پرش هیدرولیکی، مطالعه عددی، FLOW-3D، عمق پایاب، افت انرژی.

۱- مقدمه

می‌شود، امکان سنجی استفاده همزمان از واگرایی و زبری بستر برای استهلاک انرژی دارای اهمیت فراوانی می‌باشد. رابطه ای که برای محاسبه ارتفاع آب پس از پرش هیدرولیکی وجود دارد، معروف به رابطه بلانگر می‌باشد که عبارت است از:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1) \quad (1)$$

در رابطه فوق y_1 و y_2 عمق آب پیش و پس از پرش هیدرولیکی می‌باشند و Fr_1 عدد فرود در بالادست می‌باشد.

اگر یک جریان فرابحرانی به طور ناگهانی از مقطعی به یک مقطع عریض‌تر وارد شود، پرش هیدرولیکی به صورت غیر منشوری رخ می‌دهد. Herbrand (1973) پرش هیدرولیکی

پرش هیدرولیکی پدیده ای رایج در پایین دست سازه های هیدرولیکی، نظیر سرریزها و دریچه ها می‌باشد. پرش هیدرولیکی یک جریان متغیر سریع و برگشت ناپذیر است که نتیجه ای آن تبدیل سریع جریان فرابحرانی به شرایط زیربحرانی در بازه ای نسبتاً کوتاه که عمق جریان را افزایش می‌دهد و باعث افت قابل توجه انرژی می‌شود. به منظور کاهش هزینه‌های اجرایی، می‌بایست ویژگی‌های پرش هیدرولیکی بررسی شده و راهکارهایی در نظر گرفته شود که در نتیجه آن طول حوضچه کاهش یابد. از آنجایی که اندیشه‌های نو در ساخت حوضچه‌های آرامش، منجر به بروز تغییرپذیری‌هایی در رفتار کارکردی آن

و ۳۰ و ۱۵ میلی‌متر به عنوان زبری بستر در محدوده اعداد فرود ۲/۹۸ تا ۹/۸۹ استفاده کردند. آنان در مجموع ۲۱۰ آزمایش در فلومی با طول ۱۲ متر، عرض ۲۵ سانتی‌متر و ارتفاع ۵۰ سانتی‌متر انجام دادند و نتیجه گرفتند که میزان y_2/y_1 با افزایش فاصله بین زبری‌ها کاهش می‌یابد و عمق جریان ورودی و ارتفاع زبری‌ها اثر قابل توجهی بر روی نسبت عمق‌ها ندارند. آنها همچنین با ترسیم شکل y_2/y_1 نسبت به عدد فرود، معادله کلی زیر را به دست آوردند:

$$\frac{y_2}{y_1} = 0.0239 \left(\frac{z}{y_1}\right)^2 Fr_1 + 1.115 Fr_1 + 0.0279 \left(\frac{z}{y_1}\right)^2 - 0.1488 \left(\frac{z}{y_1}\right) + 0.7433 \quad (2)$$

(Elsebaie and Shabayek (2010) مطالعه‌ای آزمایشگاهی روی زبری‌های با شکل‌های متفاوت و در محدوده عدد فرود ۳ تا ۷/۵ انجام دادند. آنان از زبری‌هایی با اشکال سینوسی، مثلثی، مستطیلی و دوزنقه‌ای با دو شیب ۴۵ و ۶۰ درجه استفاده کردند و نتیجه گرفتند که زبری بستر باعث کاهش قابل توجه طول پرش و عمق ثانویه در مقایسه با پرش بر روی بستر صاف می‌شود. Kordi and Abustan (2012) به بررسی آزمایشگاهی پرش هیدرولیکی از نوع T در آبراهه واگرا با نسبت واگرایی ۲ و بستر صاف به طول ۱۰ متر، عمق ۰/۶ متر و عرض ۰/۳ متر پرداختند. نتایج نشان داد که با واگرایی مقطع، عمق ثانویه کاهش می‌یابد؛ اما طول پرش حدود ۱/۲۵ برابر پرش کلاسیک می‌باشد. (Velioglu et al. (2015) پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر را به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی کرده و ویژگی‌های پرش هیدرولیکی از جمله عمق ثانویه، طول پرش، افت انرژی را ارزیابی کردند. نتایج نشان داد که زبری نواری بر روی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی تأثیر مثبت دارد و عمق پایاب آب در مقایسه با پرش کلاسیک، ۱۸-۲۰ درصد و طول پرش در حدود ۲۰-۲۵ کاهش یافته بود. Hassanpour et al. (2017) با بررسی تجربی پرش هیدرولیک در یک آبراهه مستطیل شکل در حال گسترش با بستر زبر شده به بررسی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی با نسبت واگرایی مختلف پرداختند. این آزمایش برای آبراهه با نسبت‌های

کلاسیک در انبساط ناگهانی را به صورت تجربی بررسی کرد. در این بررسی انبساط در بیشتر آزمایش‌ها متقارن و در یک آزمایش از یک سو نامتقارن بود. وی با بررسی نسبت عمق‌ها مزدوج برای انبساط‌های مختلف نتیجه گرفت انبساط آبراهه باعث کاهش عمق آب در پرش هیدرولیکی می‌شود. او در مقاله اش بیان کرد اگر عمق پایاب کم باشد، حتی با وجود متعلقات (مانند دیوار سراسری و بلوک بازدارنده) پرش کلاسیک تشکیل نمی‌شود و در این صورت، انبساط آبراهه می‌تواند منجر به افت انرژی شود. (Hughes and Flack, (1984) با بررسی و ارزیابی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر نتیجه گرفتند که زبری‌ها موجب کاهش عمق ثانویه و طول پرش هیدرولیکی می‌شود و این میزان تابعی از عدد فرود اولیه و میزان زبری بستر است. Hager and Wanoschek (1987) طول غلتاب مشاهده شده در پرش هیدرولیکی کلاسیک را بررسی کرده و نتیجه گرفتند که طول نسبی غلتاب (نسبت‌های L_r/y_1 و L_r/y_2) تابع عدد فرود اولیه است. نتایج آزمایش‌ها نشان داد که نسبت L_r/y_2 برای اعداد فرود بزرگتر از ۵، به نسبت ثابت است. Ead (2007) بررسی آزمایشگاهی خود را در مورد تأثیر شکل زبری بستر بر روی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی در محدوده اعداد فرود ۳ تا ۷/۵ انجام داد. در مجموع ۳۳ آزمایش بر روی سه نوع بستر موجدار سینوسی، منشوری و دوزنقه‌ای شکل انجام گرفت. نتایج نشان داد که نسبت عمق‌ها مزدوج تابع عدد فرود اولیه، ارتفاع زبری و همچنین شکل زبری است. Carolo et al. (2007) با بررسی پرش هیدرولیکی بر روی بسترهایی با زبری طبیعی از جنس شن با پنج اندازه مختلف (قطر میانگین ذرات از ۰/۴۶ تا ۳/۲ سانتی‌متر) و در محدوده اعداد فرود ۱/۹ تا ۹/۹ نشان دادند که زبری‌ها باعث کاهش عمق ثانویه و طول نسبی پرش شده و رابطه‌ای را برای ضریب کاهشی در معادله عمومی پرش ارائه دادند که این ضریب به ویژگی‌های زبری وابسته است. Gohari and Farhoudi (2009) از نوارهای چوبی مستطیلی با دو ارتفاع ۲۵ و ۱۵ میلی‌متر و در فاصله‌های ۷۵ و ۶۰ و ۴۵

شرایط آزمایشگاهی به بررسی تاثیر شرایط جریان ورودی به بالادست بر وضعیت پرش هیدرولیکی پرداختند. نتایج نشان داد که نیمرخ سطح آزاد، طول غلتاب و پنجه پرش به شدت تحت تاثیر شرایط جریان ورودی قرار دارند و پرش‌های هیدرولیکی با شرایط جریان ورودی کامل توسعه یافته در مقایسه با پرش‌های هیدرولیک تا حدی توسعه یافته، به نسبت طول کمتری دارند. Javadi and Asadi (2021) با انجام ۶۰ آزمایش در محدوده اعداد فرود $1/8$ تا $1/8$ ، ویژگی‌های پرش هیدرولیکی را در اثر هندسه بلوک‌های مستطیلی زیگزگی در آبراهه‌های دوزنقه‌ای مطالعه نموده و نتیجه گرفتند استفاده از بلوک‌های مستطیلی موجب کاهش عمق ثانویه، کاهش طول پرش هیدرولیکی و افزایش افت انرژی نسبت به بستر صاف شده و میزان آن به ترتیب $3/69$ ، $49/5$ و $46/34$ درصد می‌باشد. Daneshfaraz and Najibi (2021) در شرایط آزمایشگاهی به بررسی تأثیر تنگ‌شدگی ناگهانی به همراه زبری دیواره بر استهلاك انرژی جریان در جریان‌های فرابحرانی پرداختند. آنان از سه نوع تنگ‌شدگی با عرض‌های نسبی متفاوت و زبری با قطرهای میانگین نسبی $0/32$ تا $0/135$ در محدوده اعداد فرود $2/5$ تا $7/5$ استفاده کردند. نتایج نشان داد که با افزایش عدد فرود جریان بالادست، استهلاك انرژی نسبی بالادست افزایش می‌یابد.

در پژوهش‌های گذشته، تأثیر واگرایی بستر و یا زبری بستر به صورت مجزا بررسی شده است. به نظر می‌رسد تأثیر همزمان واگرایی و زبری بستر می‌تواند منجر به بهبود ویژگی‌های پرش هیدرولیکی شود. به همین منظور در این پژوهش سعی شد تأثیر همزمان واگرایی‌های مختلف و زبری بستر با اندازه‌های زبری متفاوت بر ویژگی‌های پرش هیدرولیکی بررسی شود.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- نرم‌افزار FLOW-3D

نرم‌افزار FLOW-3D یک مدل مناسب برای حل مسئله‌های پیچیده پویایی سیال‌ها بوده و می‌تواند دامنه گسترده‌ای از جریان سیال را مدل کند. در FLOW-3D

واگرایی $0/4$ ، $0/6$ ، $0/8$ و 1 و در محدوده اعداد فرود 6 تا 12 صورت پذیرفت. آنان با قرار دادن زبری با ارتفاع مختلف و انجام آزمایش‌های مختلف نتیجه گرفتند که بر روی حوضچه با بستر زبر واگرا طول پرش هیدرولیکی به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. Parsamehr et al. (2017) در بررسی آزمایشگاهی، اثر بستر ناهموار و همچنین شیب آبراهه را بر ویژگی‌های پرش هیدرولیکی بررسی نمودند. آنها از عنصرهای مکعبی به ارتفاع $0/14$ و $0/28$ متر استفاده کرده و شیب کف آبراهه نیز یک بار حالت افقی، یک بار با شیب معکوس $1/5$ درصد و یک بار شیب معکوس $2/5$ درصد در نظر گرفته شد. با مقایسه نتایج آزمایش‌های انجام شده، نتیجه گرفتند که با افزایش ارتفاع عنصرهای ناهموار و تند کردن شیب آبراهه، استهلاك انرژی افزایش و طول پرش هیدرولیکی کاهش می‌یابد. آنان با بررسی تأثیر ارتفاع زبری‌ها رابطه‌ی زیر را برای محاسبه نسبت عمق‌ها ارائه نمودند:

$$\frac{y_2}{y_1} = 1.035Fr_1 - 1.386\left(\frac{h}{y_1}\right) - 1.401 \quad (3)$$

Palermo and Pagliara (2018) با بررسی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی بر روی بستر صاف و بستر زبر آبراهه مستطیلی بدون شیب و با شیب معکوس نتیجه گرفتند که میزان استهلاك انرژی به شدت به میزان زبری بستر و همچنین شیب کف آبراهه بستگی دارد. آنان با تجزیه و تحلیل داده‌های تجربی، رابطه‌هایی را برای محاسبه میزان افت انرژی پیشنهاد دادند. Nikmehr and aminpour (2020) با شبیه‌سازی عددی پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر و بررسی تاثیر فاصله زبری‌ها و همچنین ارتفاع آنها در محدوده اعداد فرود $5/01$ تا $13/7$ نتیجه گرفتند که با وجود زبری بستر، عمق ثانویه و طول پرش هیدرولیکی کاهش می‌یابد. Maleki and Fiorotto (2021) با بررسی ویژگی‌های پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر نتیجه گرفتند که طول پرش هیدرولیکی به عمق ثانویه وابسته بوده و به عدد فرود و نسبت بی بعد زبری بستگی ندارد. همچنین با افزایش اندازه زبری عمق ثانویه پرش هیدرولیکی کاهش می‌یابد. Felder et al. (2021) در

دانشگاه مراغه انجام گرفته، پایه‌گذاری شده است. آزمایش‌های مربوطه در یک فلوم آزمایشگاهی با دیواره و کف از جنس پلکسی گلس به طول ۵ متر، عرض ۰/۳ متر و ارتفاع ۰/۴۵ متر با شیب طولی صفر انجام پذیرفت. برای ایجاد جریان فرابحرانی از دریچه فولادی به ارتفاع ۰/۶۵ متر و ضخامت ۳ میلی‌متر و ارتفاع بازشدگی دریچه ۱/۷ سانتی‌متر برای آبراهه غیر منشوری با نسبت واگرایی ۰/۳۳ استفاده شد. به منظور ایجاد نسبت‌های بازشدگی متقارن ۰/۳۳ از جعبه‌های شیشه‌ای به طول ۵۰ سانتی‌متر، ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر و عرض‌های ۱۰ سانتی‌متری در دوطرف فلوم و برای زیر کردن بستر از شن‌هایی به قطر میانگین ۱/۹ سانتی‌متر به طول ۱۲۰ سانتی‌متر از محل تغییر مقطع استفاده شد. به طوری که سطح بالایی آنها هم‌تراز کف آبراهه بالادست و پایین دست باشد. شکل ۱ طرح کلی از مدل آزمایشگاهی بستر صاف را نشان می‌دهد.

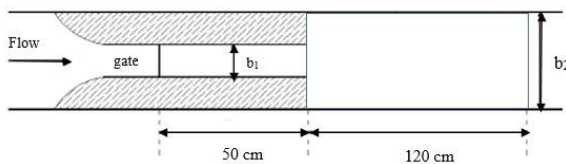


Fig. 1 Outline of the laboratory model
شکل ۱ طرح کلی از مدل آزمایشگاهی بستر صاف

۲-۳- هندسه مدل عددی

برای شبیه‌سازی عددی آزمایش‌های تجربی در نرم‌افزار FLOW-3D برای صرفه جویی در زمان تنها ۲/۳ متر از طول آبراهه مدل‌سازی شد که شامل ۶۰ سانتی‌متر قبل دریچه به ارتفاع ۶۵ سانتی‌متر، ۵۰ سانتی‌متر بعد دریچه تا ابتدای واگرایی و ۱۲۰ سانتی‌متر طول حوضچه آرامش به ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر می‌باشد. زیرا بنا بر نتایج آزمایشگاهی، در همه‌ی آزمایش‌ها سطح جریان در این فاصله طولی نزدیک به یکنواخت و در هیچ ناحیه‌ای از کانال عمق جریان از ۱۱ سانتی‌متر تجاوز نمی‌کند. شکل مدل در نرم‌افزار اتوکد ترسیم و با فرمت STL ذخیره و در FLOW-3D فراخوانی شد. شکل ۲ نمونه‌ای از شبیه‌سازی انجام شده در نرم‌افزار FLOW-3D را نشان می‌دهد.

محیط جریان به شبکه‌ای با سلول‌های مستطیلی ثابت تقسیم‌بندی می‌شود که برای هر سلول میزان‌های میانگین کمیت‌های وابسته وجود دارد. یعنی همه متغیرها به جز سرعت در مرکز سلول محاسبه می‌شوند و کمیت سرعت نیز در مرکز وجوه سلول محاسبه می‌شود. در این نرم‌افزار برای حل معادله‌ها از هر دو قالب مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) و مختصات کارتیزین (x, y, z) می‌توان استفاده کرد. این نرم‌افزار دارای قابلیت تحلیل دو بعدی یا سه بعدی میدان جریان بوده و محدوده کاربردی گسترده‌ای در مسئله‌های مربوط به مکانیک سیال‌ها دارد. در نرم‌افزار FLOW-3D از دو روش برای شبیه‌سازی عددی استفاده می‌شود:

- ۱- روش حجم سیال: این روش برای نشان دادن رفتار سیال در سطح آزاد استفاده می‌شود.
- ۲- روش کسر مساحت - حجم: این روش برای شبیه‌سازی سطح‌ها و حجم‌های صلب مانند مرزهای هندسی کاربرد دارد.

معادله‌های مورد استفاده در FLOW-3D عبارت‌اند از:

- ۱- معادله پیوستگی که فرم کلی آن به صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial x}(uA_x) + \frac{\partial}{\partial y}(uA_y) + \frac{\partial}{\partial z}(uA_z) = 0 \quad (4)$$

که در آن (u, v, w) بیانگر سرعت و (A_x, A_y, A_z) بیانگر نسبت مساحت در جهت‌های (x, y, z) می‌باشند.

- ۲- معادله مومنتم یا معادله حرکت برای مؤلفه‌های سرعت سیال (u, v, w) در سه جهت مختصات یا به عبارت دیگر معادله ناور-استوکس در جهت x به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial u}{\partial x} + vA_y \frac{\partial u}{\partial y} + A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (5)$$

- ۳- معادله نیمرخ سطح آزاد که با استفاده از تابع حجم سیال یعنی $F(x, y, z)$ برآورد می‌شود. تابع یادشده میزان حجم سیال در سلول محاسبه‌ای را بیان می‌کند و به صورت معادله زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ \frac{\partial}{\partial x}(FA_x u) + (FA_y v) + (FA_z w) \right\} = 0 \quad (6)$$

۲-۲- ویژگی‌های مدل آزمایشگاهی

پژوهش حاضر با توجه به اطلاعات و داده‌های اولیه مدل آزمایشگاهی (Daneshfaraz et al. (2018 که در آزمایشگاه

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{num} - X_{exp})^2}{N}} \quad (9)$$

در رابطه‌های فوق X_{num} و X_{exp} به ترتیب بیانگر میزان عددی و آزمایشگاهی و \bar{X}_{num} بیانگر میانگین میزان مدل عددی می‌باشد. همچنین N شمار میزان‌های مورد مقایسه است.

جدول ۱ نتایج مدل‌های آشفتگی K-ε و RNG در بستر صاف

Table 1 The results of turbulence models between k-ε and RNG in smooth bed

RMSE (m)	MAE (m)	R ²	Turbulence Model
$\frac{y_2}{y_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$	
0.05	0.56	0.991	K-ε
0.91	0.84	0.991	RNG

برای انتخاب شبکه حل بهینه، ۵ نمونه آزمایشگاهی در آغاز با اندازه مش ریزتر و آنگاه با اندازه مش درشت‌تر در شرایط مشابه شبیه‌سازی شدند و سرانجام مش‌بندی شماره ۱ با شمار سلول ۶۸۷/۶۰۰ به عنوان مش‌بندی بهینه انتخاب شد. جدول ۲ نتایج به دست آمده را نشان می‌دهد.

جدول ۲ مقایسه انواع مش و انتخاب مش بهینه

Table 2 Comparison of mesh types and optimal mesh selection

RMSE (m)	MAE (m)	R ²	Time (min)	Number of cells
$\frac{y_2}{y_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$		
0.05	0.56	0.991	265	687.600
0.05	0.52	0.992	1120	2.360.700
0.05	0.59	0.978	150	335.700

پس از انتخاب مدل آشفتگی و شبکه حل بهینه برای مدل‌سازی بستر صاف و برای صحت‌سنجی نرم‌افزار برای شبیه‌سازی بستر زبر پنج عدد نمونه آزمایشگاهی بستر زبر با زبری به قطر ۱/۹ سانتی‌متر و مدل آشفتگی K-ε و RNG در نرم‌افزار شبیه‌سازی شد. برابر نتایج جدول ۳ نرم‌افزار FLOW-3D توانایی مناسبی برای شبیه‌سازی بستر زبر دارد.

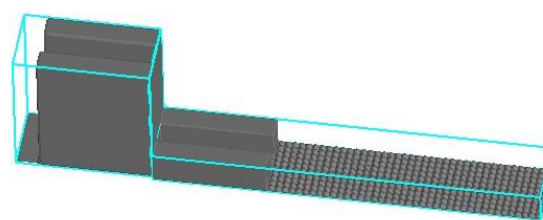


Fig. 2 Simulated sample of rough bed

شکل ۲ نمونه شبیه‌سازی شده بستر زبر

۲-۴- شبکه بندی و انتخاب مدل آشفتگی

در این پژوهش از سه مش بلاک استفاده شد. بدین صورت که از آغاز تا ۰/۰۵ متر پیش از دریچه، ابعاد سلول در سه جهت ۱ سانتی‌متر و از فاصله ۰/۵۵ متر تا انتهای آبراهه ابعاد سلول در سه جهت ۰/۵ سانتی‌متر انتخاب شد. برای انتخاب مدل آشفتگی مناسب، در این مرحله پنج شبیه‌سازی با هر یک از مدل‌های آشفتگی K-ε، RNG و k-ω مدل‌سازی شد. نتایج اولیه نشان‌دهنده آنست که مدل آشفتگی k-ω توانایی شبیه‌سازی پرش هیدرولیکی را ندارد. زیرا در این نوع مدل آشفتگی پرش هیدرولیکی تشکیل نمی‌شود (شکل ۳).

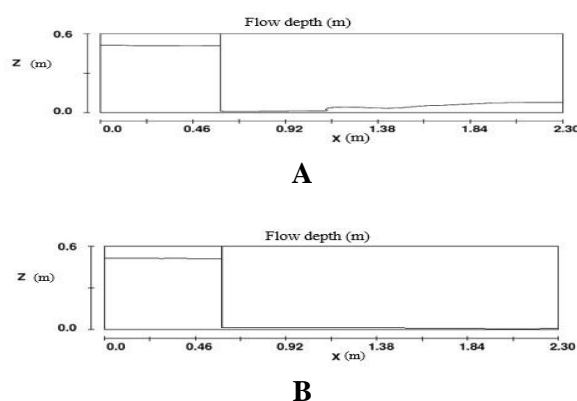


Fig. 3 Flow depth for maximum discharge for turbulence model (A) k-ε, (B) k-ω

شکل ۳ عمق جریان به ازای دبی بیشینه برای مدل آشفتگی k-ω (B) k-ε (A)

با مقایسه نتایج، سرانجام مدل آشفتگی K-ε به عنوان مدل بهینه انتخاب شد. جدول ۱ نتایج مربوطه را نشان می‌دهد. برای تشخیص میزان دقت شبیه‌سازی‌های انجام شده از شاخص‌های R^2 ، MAE و RMSE استفاده شد.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (X_{num} - X_{exp})^2}{\sum_{i=1}^n (X_{num} - \bar{X}_{num})^2} \quad (7)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n |X_{num} - X_{exp}| \quad (8)$$

$$f(y_1, y_2, v_1, g, b_1, D, \nu, \rho, L_j, \theta) = 0 \quad (10)$$

با استفاده از تحلیل ابعادی به روش باکینگهام، تابع بدون بعد زیر به دست می‌آید:

$$f\left(\frac{y_2}{y_1}, \frac{L_j}{y_1}, Fr = \frac{v_1}{\sqrt{gy_1}}, Re_1 = \frac{v_1 y_1}{\nu}, \frac{D}{b_1}, \theta\right) = 0 \quad (11)$$

با توجه به اینکه جریان آشفته می‌باشد، مطابق نتایج بررسی‌های Rajaratnam and Ahmed (1998) می‌توان از تأثیر عدد رینولدز صرف نظر و رابطه را به صورت زیر ساده کرد:

$$f\left(\frac{y_2}{y_1}, \frac{L_j}{y_1}, Fr, \frac{D}{b_1}, \theta\right) = 0 \quad (12)$$

با تقسیم دو رابطه $\frac{L_j}{y_1}$ و $\frac{y_2}{y_1}$ بر یکدیگر می‌توان فراسنجه‌ی بی‌بعد $\frac{L_j}{y_2}$ را بصورت تابعی از دیگر فراسنجه‌های مؤثر تعریف نمود:

$$\frac{L_j}{y_2} = f\left(Fr_1, \frac{D}{b_1}, \theta\right) \quad (13)$$

با استدلالی مانند بالا رابطه‌های زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{L_j}{y_1} = f\left(Fr_1, \frac{D}{b_1}, \theta\right) \quad (14)$$

$$\frac{y_2}{y_1} = f\left(Fr_1, \frac{D}{b_1}, \theta\right) \quad (15)$$

۳- تحلیل نتایج

۳-۱- نیمرخ سطح جریان

با رسم میزان‌های فاصله طولی پرش از آغاز پرش (x) در برابر عمق جریان (y) پروفیل‌های سطح آب استخراج شدند. همان‌طور که از شکل ۵ مشاهده می‌شود به ازای دبی بیشینه برای آبراهه واگرا با بستر ناگهانی، زبری بستر به قطر ۵ سانتی‌متر موجب می‌شود که میزان عمق جریان ۱۹/۷۷ درصد نسبت به بستر صاف کاهش یابد. از سوی دیگر با افزایش قطر زبری‌ها از ۳ به ۵ سانتی‌متر میزان عمق جریان ۹/۹۶ درصد کاهش می‌یابد. بنابراین افزایش اندازه زبری‌ها موجب کاهش عمق جریان می‌شود. همچنین با افزایش عدد فرود، عمق جریان افزایش می‌یابد؛ به طوری که برای بستر صاف با واگرای ناگهانی و هنگامی که عدد فرود از ۴/۳۴ به ۹/۳۷ تغییر می‌کند عمق جریان ۳۱/۷۷ درصد افزایش می‌یابد. به ازای دبی حداکثر برای بستر صاف، واگرایی ناگهانی

جدول ۳ نتایج شبیه‌سازی در بستر زبر

Table 3 Results of simulation in rough bed

RMSE (m)	MAE (m)	R ²	Turbulence model
$\frac{y_2}{y_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$	$\frac{y_2}{y_1}$	
0.05	0.69	0.975	K-ε
0.11	0.82	0.954	RNG

۲-۵- شرایط مرزی مورد استفاده

شرط مرزی بالادست به صورت میزان حجم جریان (Volume flow rate)، مرز پایین دست به صورت خروجی (Outflow)، مرز دیواره جانبی در دو طرف به صورت دیواره (Wall)، مرز در کف بستر به صورت دیواره (Wall) و مرز در سطح آب به صورت متقارن (Symmetry) انتخاب شد. همچنین در محل اتصال دو شبکه حل نیز شرایط مرزی بالادست و پایین دست به صورت متقارن (Symmetry) در نظر گرفته شد.

در این پژوهش با توجه به انتخاب چهار نوع بستر (بستر صاف، بستر زبر با زبری به شکل نیمکره و قطر ۳، ۴ و ۵ سانتی‌متر) و سه زاویه واگرایی (۷، ۱۴، ۹۰ درجه) و پنج عدد فرود اولیه (عدد فرود ۴/۳۴، ۵/۷۱، ۶/۹۵، ۸/۱۷ و ۹/۳۷) در مجموع برای ۶۰×۳×۴ آزمایش مختلف شبیه‌سازی انجام شده است.

۲-۶- تحلیل ابعادی

فراسنجه‌های مؤثر بر روی ویژگی‌های پرش بر روی بستر زبر واگرا به ترتیب عبارت‌اند از:

سرعت جریان فرابحرانی ورودی در بالادست (v_1)، عمق اولیه پرش (y_1)، عمق ثانویه پرش (y_2)، طول پرش هیدرولیکی (L_j)، لزجت سینماتیکی (ν)، شتاب ثقل (g)، قطر میانگین زبری‌ها (D)، جرم مخصوص آب (ρ)، عرض کانال در ابتدای واگرایی (b_1)، زاویه واگرایی (θ) و شکل زبری (Q).

از آنجا که در همه‌ی شبیه‌سازی‌های انجام شده شکل زبری به صورت نیمکره است، این فراسنجه بر ویژگی‌های پرش مورد نظر در این پژوهش تأثیر ندارد. بنابراین فراسنجه‌های مؤثر را به صورت تابع زیر می‌توان نشان داد:

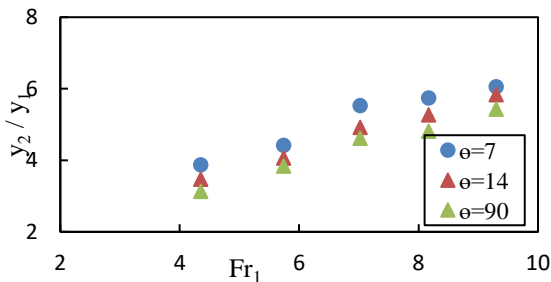


Fig. 6 Effect of expanding angle on y_2/y_1 ($D=4\text{cm}$)

شکل ۶ تأثیر زاویه واگرایی بر نسبت عمق‌ها (زبری به قطر ۴ سانتی‌متر)

۳-۳- طول پرش هیدرولیکی

برای مقایسه تأثیر اندازه زبری‌ها، تغییرپذیری‌های طول بی بعد پرش (L_j/y_1) در برابر عدد فرود برای بستر صاف و بسترهای زیر در آبراهه با واگرایی ناگهانی ترسیم شد. نتایج نشان می‌دهد با اعمال زبری بستر، نسبت (L_j/y_1) کاهش می‌یابد. بطوریکه با اعمال زبری به قطر ۳ سانتی‌متر، میزان (L_j/y_1) نسبت به بستر صاف به طور میانگین $11/62$ درصد کاهش می‌یابد. نکته قابل توجه آنست که با افزایش عدد فرود، میزان کاهش مقدار (L_j/y_1) افزایش می‌یابد. به طوری که برای عدد فرود کمینه این میزان برابر $7/48$ درصد و برای عدد فرود بیشینه برابر $14/42$ درصد می‌باشد. با افزایش قطر زبری از ۳ به ۵ سانتی‌متر، میزان (L_j/y_1) به طور میانگین $15/58$ درصد کمتر می‌شود (شکل ۷). این مسئله متأثر از شرایط هیدرودینامیکی جریان در ناحیه بین زبری‌ها است.

جهت بررسی تأثیر زاویه واگرایی، تغییرپذیری‌های طول بی بعد پرش بررسی شد. در بستر زیر با زبری به قطر ۴ سانتی‌متر با افزایش زاویه واگرایی، نسبت (L_j/y_1) کاهش می‌یابد. به طوری که با اعمال واگرایی ناگهانی، میزان (L_j/y_1) نسبت به بستر واگرا در زاویه ۷ درجه به طور متوسط $16/58$ درصد کاهش می‌یابد.

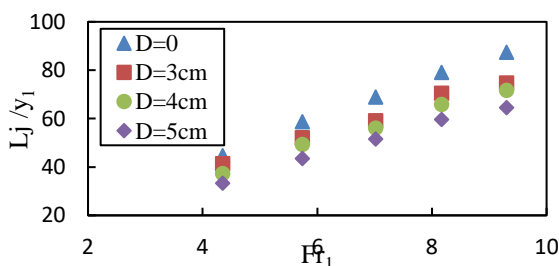


Fig. 7 Effect of roughness on L_j/y_1

شکل ۷ تأثیر زبری بر L_j/y_1

بستر موجب کاهش سطح جریان به میزان $23/75$ درصد نسبت به بستر با واگرایی ۷ درجه می‌شود (شکل ۴).

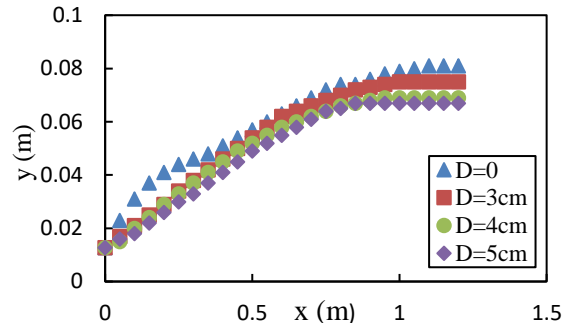


Fig. 4 Effect of roughness on flow surface profile

شکل ۴ تأثیر زبری بر نیمرخ سطح جریان

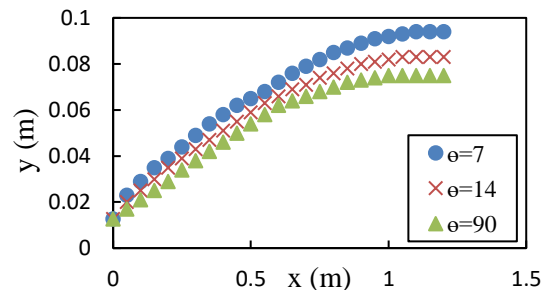


Fig. 5 Effect of expanding angle on flow surface profile

شکل ۵ تأثیر زاویه واگرایی بر نیمرخ سطح جریان

۳-۲- نسبت عمق‌ها

با بررسی میزان y_2/y_1 ملاحظه می‌گردد در تمامی حالت‌ها میزان عمق مزدوج نسبی y_2/y_1 با افزایش عدد فرود افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با افزایش میزان عدد فرود از $4/34$ به $9/37$ ، نسبت عمق مزدوج بر روی بستر صاف $15/54$ درصد بیشتر می‌شود. با افزایش قطر زبری از ۳ سانتی‌متر به ۵ سانتی‌متر، نسبت عمق‌ها به طور متوسط $11/83$ درصد کاهش می‌یابد. ملاحظه می‌گردد مقدار عمق مزدوج نسبی y_2/y_1 برای عدد فرود ثابت بر روی بستر زیر نسبت به بستر صاف کاهش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که در بستر زیر به قطر ۴ سانتی‌متر، واگرایی بستر به صورت ناگهانی موجب کاهش نسبت عمق مزدوج به میزان $12/98$ درصد نسبت به بستر با واگرایی تحت زاویه ۷ درجه می‌شود (شکل ۶).

۳-۴- افت انرژی

برای مقایسه اثر اندازه زبری‌ها، تغییرپذیرهای افت بی بعد انرژی (E_L/E_1) در برابر عدد فرود برای بستر صاف و بسترهای زبر کانال با واگرایی ناگهانی در شکل ۸ نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد با اعمال زبری بستر، نسبت (E_L/E_1) افزایش می‌یابد. به طوری که با اعمال زبری به قطر ۵ سانتی‌متر، مقدار (E_L/E_1) نسبت به بستر صاف به طور متوسط در حدود ۵ درصد افزایش می‌یابد. با بررسی تأثیر زاویه واگرایی بر تغییرپذیری‌های طول بی بعد پرش (E_L/E_1) در برابر عدد فرود برای بستر زبر با زبری به قطر ۴ سانتی‌متر مشخص شد با افزایش زاویه واگرایی، نسبت (E_L/E_1) کاهش می‌یابد. بطوریکه با اعمال واگرایی ناگهانی، میزان (E_L/E_1) نسبت به بستر واگرا در زاویه ۷ درجه به طور میانگین ۴/۵۸ درصد کاهش می‌یابد.

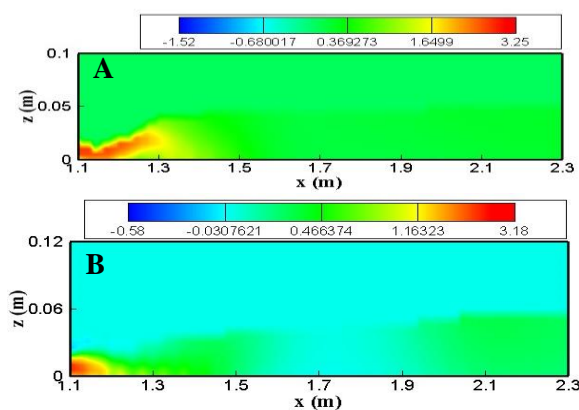


Fig. 9 Longitudinal velocity (m/s) in the middle of rough bed channel with diameter of 5cm and divergence angle: (A) $\theta=7$ deg, (B) $\theta=90$ deg

شکل ۹ سرعت طولی (m/s) در وسط آبراهه بستر زبر به قطر ۵ سانتیمتر و زاویه واگرایی: (A) ۷ درجه، (B) ۹۰ درجه

۳-۷- الگوی جریان

غلاب یا ناحیه چرخشی جریان که نقش مهمی در هدرفت انرژی جریان فرابحرانی ایفا می‌کند، یکی از ویژگی‌های مهم پرش هیدرولیکی می‌باشد. شکل ۱۰ خطوط جریان را در صفحه افقی به ارتفاع ۰/۰۱ متر از کف آبراهه برای بستر صاف و بستر زبر و واگرای ناگهانی نشان می‌دهد. همان طور که مشخص است در دو طرف آبراهه اصلی جریان چرخشی بوجود می‌آید.

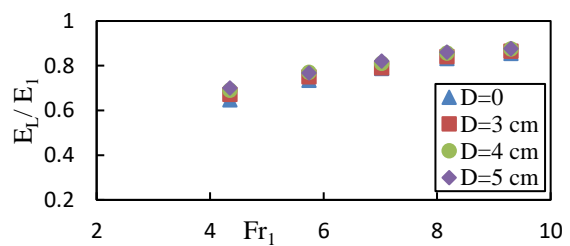


Fig. 8 Effect of roughness on E_L/E_1

شکل ۸ تأثیر زبری بر E_L/E_1

۳-۵- ارائه رابطه‌های پیش‌بینی ویژگی‌های

پرش

پس از پایان شبیه‌سازی و بررسی تأثیر هر یک از فراسنجه‌ها بر ویژگی‌های پرش هیدرولیکی، رابطه‌های زیر به دست آمدند:

$$\frac{y_2}{y_1} = 0.5Fr_1 + 0.001\theta + 0.02\left(\frac{D}{b_1}\right)^{0.1} + 1.37 \quad (16)$$

$$R^2 = 0.72$$

$$\frac{l_1}{y_1} = 6.69Fr_1 + 2.43\theta + 1.2\left(\frac{D}{b_1}\right)^{0.63} + 12.32 \quad (17)$$

$$R^2 = 0.71$$

در رابطه‌های بالا زاویه واگرایی بر حسب رادیان می‌باشد. با انجام تحلیل حساسیت بر روی فراسنجه‌های موثر در معادله‌های رگرسیونی بالا مشخص گردید که فراسنجه‌ی Fr_1 بیشترین تأثیر و پارامتر θ کمترین تأثیر را بر روی

انرژی آشفتگی بیشتر می‌شود. همچنین با افزایش قطر زبری‌ها میزان انرژی آشفتگی نیز بیشتر می‌شود.

۴- نتیجه گیری

با انجام این پژوهش نتایج زیر به دست آمد:

۱- نرم‌افزار FLOW-3D و مدل آشفتگی $k-\epsilon$ در شبیه‌سازی سه بعدی پرش آزاد در آبراهه واگرا با بستر صاف و بستر زبر دقت مناسبی دارند.

۲- افزایش اندازه زبری‌ها در کف بستر موجب کاهش عمق جریان می‌شود. به ازای دبی بیشینه برای آبراهه با واگرایی ناگهانی، زبری بستر به قطر ۵ سانتی‌متر موجب کاهش میزان عمق جریان به میزان ۱۹/۷۷ درصد نسبت به بستر صاف می‌شود.

۳- میزان عمق مزدوج نسبی y_2/y_1 برای عدد فرود ثابت بر روی بستر زبر نسبت به بستر صاف کاهش می‌یابد. با افزایش مقدار دبی از ۰/۰۲۵ به ۰/۰۴۲ متر مکعب بر ثانیه، نسبت میزان بر روی بستر زبر به قطر ۳ سانتی‌متر به طور میانگین ۵/۶۷ درصد نسبت به بستر صاف کمتر می‌شود.

۴- با اعمال زبری به قطر ۳ سانتی‌متر، میزان (L_1/y_1) نسبت به بستر صاف به طور میانگین ۱۱/۶۲ درصد کاهش می‌یابد. هم‌چنین با افزایش قطر زبری از ۳ به ۵ سانتی‌متر، میزان (L_1/y_1) به طور میانگین ۱۵/۵۸ درصد کمتر می‌شود.

۵- با اعمال زبری بستر، نسبت (E_1/E_1) افزایش می‌یابد. به طوری که با اعمال زبری به قطر ۵ سانتی‌متر، میزان (E_1/E_1) نسبت به بستر صاف به طور میانگین در حدود ۵ درصد افزایش می‌یابد.

۶- با ترسیم خط‌های جریان مشخص گردید که در مقطع واگرا، جریان چرخشی تشکیل می‌شود. با اعمال زبری بستر نیز تغییر محسوسی در خط‌های جریان ایجاد نمی‌شود. لیکن میزان واگرایی بستر بر بزرگی و نحوه ایجاد جریان چرخشی تاثیر بسزایی دارد.

۷- با اعمال زبری در کف بستر میزان انرژی و شدت آشفتگی در مقطع افزایش می‌یابد. همچنین افزایش اندازه قطر زبری موجب افزایش اندازه و شدت آشفتگی می‌شود.

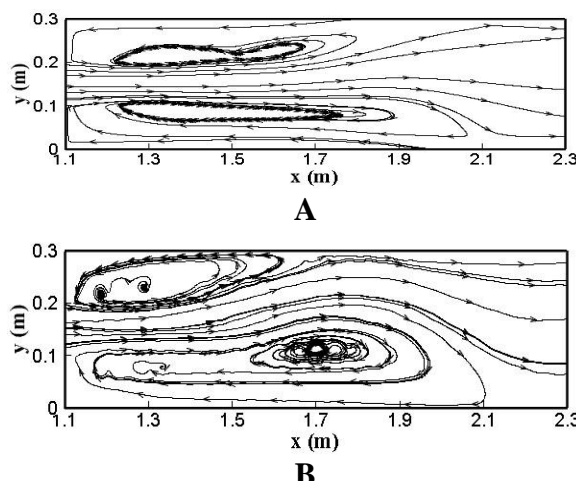


Fig. 10 Stream lines (A) D=0, (B) D=3cm

شکل ۱۰ خط‌های جریان در (A) بستر صاف (B) بستر زبر به قطر ۳ سانتی‌متر

با بررسی تأثیر زاویه واگرایی بر الگوی جریان مشخص می‌شود از آغاز مقطع واگرایی جریان چرخشی ایجاد می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت زاویه واگرایی تاثیر مستقیمی بر تشکیل جریان چرخشی دارد.

۳-۸- انرژی آشفتگی

در شکل ۱۱ تغییرپذیری‌های انرژی آشفتگی در وسط حوضچه آرامش واگرای ناگهانی در حالت بستر صاف و بستر زبر با زبری به قطرهای مختلف نمایش داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با اعمال زبری در کف بستر میزان

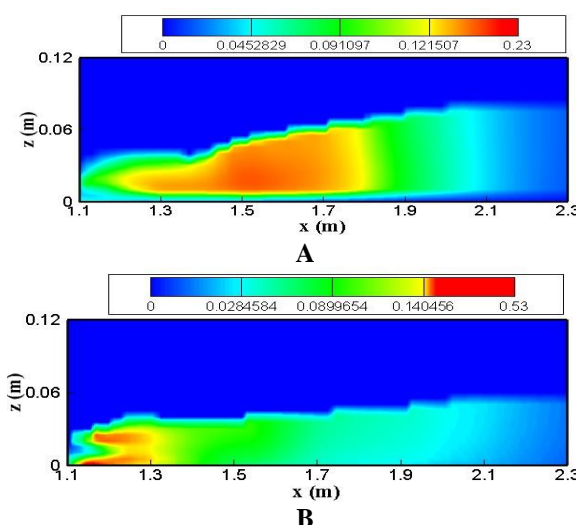


Fig. 11 Turbulent energy (m^2/s^2) (A) D=0, (B) D=5cm.

شکل ۱۱ انرژی آشفتگی (m^2/s^2) (A) بستر صاف، (B) زبری به قطر ۵ سانتی‌متر

Gohari, A. and Farhoudi, J. (2009). The characteristics of hydraulic jump on rough bed stilling basins. 33rd IAHR Congress, Water Engineering for a Sustainable Environment, Vancouver, British Columbia.

Hassanpour, N., Hosseinzadeh Dalir, A. Farsadizadeh and D. Gualtieri, C. (2017). An Experimental Study of Hydraulic Jump in a Gradually Expanding Rectangular Stilling Basin with Roughened Bed. *Water*, 5(12), 945, <https://doi.org/10.3390/w9120945>.

Herbrand, K. (1973). The spatial hydraulic jump. *Journal of Hydraulic Research*. 11(3), 205-218.

Hughes, W.C., and Flack, J.E., (1984). Hydraulic jump properties over a rough bed. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 110(12), 1755-1771.

Javadi A. and Asadi, E. (2021). Experimental Study on the Effects of Rectangular Zigzag Blocks Geometry on Hydraulic Jump Characteristics in Trapezoidal Channel. *Journal of Hydraulics*, 16, 31-42. (In Persian)

Kordi, E. and Abustan, I. (2012). Transitional Expanding Hydraulic Jump. *Journal of Hydraulic Engineering*, 138(1), [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000479](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000479).

Maleki, Sh., and Fiorotto, V. (2021). Hydraulic Jump Stilling Basin Design over Rough Beds. *Journal of Hydraulic*, 147(1), 04020087, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001824](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001824).

Nikmehr, S. and Aminpour, Y. (2020). Numerical Simulation of Hydraulic Jump Over Rough Beds. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 64(2), 396-407, <https://doi.org/10.3311/PPci.15292>.

Palermo, M. and Pagliara, S. (2018). Semi-theoretical approach for energy dissipation estimation at hydraulic jumps in rough sloped channels. *Journal of Hydraulic Research*, 6, DOI: 10.1080/00221686.2017.1419991

Parsamehr, P., Farsadizadeh, D., Hosseinzadeh Dalir, A., Abbaspour, A. and Nasr Esfahani, M. (2017). Characteristics of hydraulic jump on rough bed with adverse slope. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 23(3), 301-307.

Rajaratnam, N. and Ahmed, F. (1998). Flow around bridge piers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124, 288-300.

۵- فهرست نشانه‌ها

b_1	عرض آبراهه بالادست (m)
b_2	عرض آبراهه پایین دست (m)
D	قطر میانگین زبری‌ها (m)
E_1	انرژی جریان پیش از پرش (m)
E_2	انرژی جریان پس از پرش (m)
E_L	افت انرژی (m)
Fr_1	عدد فرود بالادست
g	شتاب گرانش زمین (m/s^2)
L_j	طول پرش (m)
MAE	میانگین خطاها (m)
RMSE	مجذور میانگین مربعات خطاها (m)
R^2	ضریب همبستگی
y_1	عمق اولیه پرش هیدرولیکی (m)
y_2	عمق ثانویه پرش هیدرولیکی (m)
θ	زاویه واگرایی (deg)

۶- منابع‌ها

Bremen, R. and Hager, W.H. (1993). T-jump in abruptly expanding channel. *Journal of Hydraulic Research*, 31(1), 61-78.

Carolo, F.G., Ferro, V. and Pam Palone, V. (2007). Hydraulic Jumps on rough beds. *Journal of Hydraulic Engrg.*, ASCE, 133(9), 989-999. DOI: 10.1061/(ASCE) 0733- 9429 (2007) 133: 9(989).

Daneshfaraz, R., Majediasl, M. and Mirzaee, R. (2018). Experimental Study of Expanding Effect and Sand-Roughened Bed on Hydraulic Jump Characteristics. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 50, 885-896. (In Persian)

Daneshfaraz, R. and Najibi, M.A. (2021). Experimental Investigation of Supercritical Flow Energy Dissipation in Sudden Contraction with Wall Roughness. *Journal of Hydraulics*, 16, 79-92. (In Persian)

Ead, S.A. (2007). Effect of bed corrugations on the characteristics of a hydraulic jump. King Saud University, College of Engineering, Research Center, Final research report No 14/427.

Elsebaie, I.H. and Shabayek, Sh. (2010). Formation of hydraulic jumps on corrugated beds. *Civil & Environmental Engineering, IJCEE-IJENS*, 10(1), 40-50.

Velioglu, D., Tokyay, N.D. and Dincea, A.E. (2015). A numerical and experimental study on the characteristics of hydraulic jump on rough beds. E-proceedings of the 36th IAHR World Congress, 28 June – 3 July, The Hague, The Netherlands.