

Extraction of Head-Discharge Relationship for Submerged Standard and Modified Piano Key Weirs Using Intelligent Algorithms

Mahdi Majedi-Asl^{1*}, Mehdi Fuladipanah², Rana Zifar³, Zahra Ghasami-Pehrabad³

1- Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran.

2- Assistant professor, Department of Civil Engineering, Ramhormoz Branch, Islamic Azad University, Ramhormoz, Iran.

3- Undergraduate student in civil engineering, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran.

* mehdi.majedi@gmail.com

Received: 4 January 2021, Accepted: 1 May 2021



J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: Weirs are commonly used to measure flow, divert flow, and/or control flow water conduits. Although weirs are generally designed to run under free-flow conditions, they can become submerged under certain conditions. Weir submergence occurs when the downstream water level exceeds the crest elevation. Relative to traditional linear weirs (e.g., ogee crest), the use of nonlinear weirs to increase the flow capacity in discharge channels of limited width without much increasing the required H_o is becoming more common. Typical nonlinear weirs include labyrinth and piano key (PK) weirs which the second one has been considered in this paper. When deciding between a labyrinth and a PK weir for a channel application, the potential influence of submergence, along with the free-flow discharge capacity of both weirs, must be considered. Little works have been conducted on the submergence effects of PK weirs. This paper aims to describe an intelligent method to extract the head-discharge relationship in standard and modified Piano key weirs under submerged conditions. Support vector machine and gene expression programming intelligent algorithms were utilized to predict submerged head-discharge relationship using Dabbling et al. (2014) experimental data. In the end, a comparison has been performed among SVM, GEP, and experimental based predictors using assessment criteria.

Methodology: Gathered data were from a laboratory flume measuring 0.93 m wide, 0.61 m deep, and 7.4 m long. A stilling well with a point gauge (readable to ± 0.15 mm) was hydraulically connected to the flume sidewall at a distance of $4P$ times the weir height, (approximately 0.8 m) upstream of the weir for measuring the piezometric head level (h_o and h^*). A second stilling well with a point gauge connected to the flume $10P$ (approximately 2.0 m) downstream of the weir was used to measure the downstream piezometric head (h_d). Both H_o and H_d were calculated by adding the velocity head ($U^2/2g$) corresponding to the average cross-sectional velocity at the respective measurement locations. For the submergence investigation, variations in tailwater elevation were produced using an adjustable gate located $15P$ (approximately 3.0 m) downstream of the weir. A calibrated orifice meter located in the 305 mm diameter supply piping was used to accurately measure the weir discharge ($\pm 0.2\%$). Repeating variables were opted as upstream flow velocity, U_u , downstream flow velocity, U_d ,

upstream flow depth relative to weir peak under free condition, h_o , upstream flow depth relative to weir peak under submerged condition, h^* , downstream flow depth relative to weir peak under submerged condition, h_d , total free flow head relative to the weir crest, H_o , total submerged flow head relative to the weir crest, H^* , weir height, P , gravity acceleration, g , specific mass of flow, ρ , water viscosity, μ , and water surface tension, σ . The dimensionless linear independent parameters were extracted with omitting the viscosity and surface tension effects (Eq. 12). Various combination of dimensionless parameters were examined to check the best performance of the SVM and the GEP algorithms to predict H^*/H_o using root mean square error, RMSE, determination coefficient, R^2 , mean normalized error, MNE, and Developed Discrepancy Ratio, DDR.

Results and Discussion: Two intelligent algorithms, i.e. SVM and GEP, were trained and tested using laboratory data from Dabbling et al. (2014). The share of training and testing percent of measured data for the SVM were 60% and 40% and those of the GEP were 70% and 30%, respectively. Superior combination for the SVM to predict H^*/H_o included H_d/H_o and H_o/P for both PK-S and PK-M. The values of (RMSE, R^2 , MNE) for the train and the test phases for PK-S and PK-M were (0.008, 0.9996, 0.234), (0.002, 0.9989, 0.237), (0.098, 0.9833, 0.308) and (0.0918, 0.9899, 0.282), respectively. The opted dimensionless parameters for the GEP predictor included all four mentioned parameters in equation (1). The corresponding values of above mentioned criteria for train and test phases were calculated (0.0070, 0.9999, 0.3284), (0.0180, 0.9991, 0.3127), (0.0099, 0.9984, 0.2433) and (0.0097, 0.9998, 0.1825) respectively. A comparison was done between intelligent predictors and experimental equation extracted by Dabbling et al., (2014). Their analogy was performed using standardized DDR values for every three predictors, i.e. Z_{DDR} . The amount of the maximum values of Z_{DDR} was obtained 8.517, 6.582, and 4.098 for the SVM, the GEP, and the experimental predictor, respectively. The results showed that the SVM intelligent algorithm has superiority than to the others.

Conclusion: Despite the high values of experimental studies, the results showed that using artificial and intelligent algorithm is more practical to extract the hidden relationship among dependent and independent variables for achieving high accuracy prediction. The results showed that the SVM and GEP as intelligent algorithms leads to very accurate results.

Keywords: Support Vector Machine Algorithm, Gene Expression Programming Algorithm, Submerged flow, Piano-Key Weir



© 2021 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)
(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

کاربرد الگوریتم‌های هوشمند در مدلسازی منحنی دبی-اشل در سرریز کلید پیانویی مستغرق

مهدی ماجدی اصل^{۱*}، مهدی فولادی پناه^۲، رعنا ذیفر^۳، زهرا قسمی پهرآباد^۳

۱- استادیار، گروه عمران، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

۲- استادیار، گروه عمران، واحد رامهرمز، دانشگاه آزاد اسلامی، رامهرمز، ایران.

۳- دانشجوی کارشناسی مهندسی عمران، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

* mehdi.majedi@gmail.com

دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۱۵، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۲/۱۱، وبگاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: جریان مستغرق به دلیل افزایش تراز سطح آب پایین دست سرریز نسبت به تاج سرریز روی می‌دهد. هدف این پژوهش، مدلسازی منحنی دبی-اشل سرریز غیرخطی کلید پیانویی استاندارد (PK-S) و اصلاح شده (PK-M) در شرایط جریان مستغرق به کمک الگوریتم‌های هوشمند ماشین بردار پشتیبان (SVM) و برنامه‌ریزی بیان ژن (GEP) بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی است. با استفاده از تحلیل ابعادی، چهار فراسنجه بی بعد $\frac{H_d}{H_o}$ ، Fr_d ، Fr_u و $\frac{H_o}{P}$ استخراج شدند. با استفاده از آماره‌های R^2 ، RMSE و MNE، عملکرد الگوریتم‌های هوشمند ارزیابی شدند. همچنین از یک معادله‌ی تجربی افزون بر الگوریتم‌های هوشمند برای پیش‌بینی و مقایسه نتایج شبیه‌سازی‌ها استفاده شد. نتایج پژوهش نشان دادند که فراسنجه‌های موثر در الگوریتم SVM برای سرریزهای PK-S و PK-M شامل $\frac{H_o}{P}$ و $\frac{H_d}{H_o}$ و در الگوریتم GEP مشتمل بر $\frac{H_d}{H_o}$ ، Fr_d ، Fr_u و $\frac{H_o}{P}$ هستند. همچنین نتایج نشان دادند مدل SVM نسبت به مدل GEP در هر دو نوع سرریز PK-S و PK-M میزان آماره‌های ارزیابی عملکرد را افزایش داده است.

کلید واژگان: الگوریتم ماشین بردار پشتیبان، الگوریتم برنامه‌ریزی بیان ژن، سرریز کلید پیانویی، جریان مستغرق.

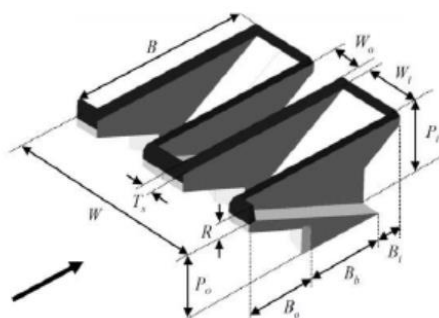


Fig. 1 Schematic view of Piano Key weir with geometric properties (Lempérière et al., 2011)

شکل ۱ نمایی کلی از سرریز کلید پیانویی همراه با مشخصات هندسی (Lempérière et al., 2011)

معادله‌ی دبی-اشل سرریز خطی، معادله‌ی استاندارد ارائه شده توسط هندرسون (Henderson, 1966) است (معادله ۱):

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d L H_o^{1.5} \quad (1)$$

۱- مقدمه

استفاده از سرریزهای غیرخطی در مقایسه با سرریزهای خطی برای افزایش ظرفیت گذردهی سرریز به ازای عرض معینی از مجرای آبراه بدون افزایش قابل توجهی در بار کل جریان H_o رواج زیادی پیدا کرده است. از جمله سرریزهای غیرخطی می‌توان به سرریزهای کلید پیانویی اشاره کرد. نمایی از سرریز کلید پیانویی همراه با ویژگی‌های هندسی آن در شکل ۱ نشان داده شده است (Dabbling and Tullis, 2012). مطابق شکل ۱ و بر مبنای قرارداد نامگذاری سرریزهای کلید پیانویی، ضخامت تاج جانبی، P_i ارتفاع کلید ورودی، P_o ارتفاع کلید خروجی، W_o عرض کلید خروجی، W_i عرض کلید ورودی، B_i طول شیروانی پایین دست، B_o طول شیروانی بالادست، B طول بالادست-پایین دست سرریز، B_b طول پایه، R ارتفاع دیواره‌ی سپری و W عرض کل سرریز هستند (Lempérière et al., 2011).

حال با توجه به شکل ۳، می‌توان نوشت:

$$Q_s = Q_1 - Q_2 \rightarrow \frac{Q_s}{Q_1} = \left[1 - \frac{H_d^{1.5}}{H^{*1.5}}\right]^n \rightarrow \frac{Q_s}{Q_1} = f\left(\frac{H_d}{H^*}\right) \quad (2)$$

که در این معادله n ضریب تجربی می‌باشد. همان طور که از معادله‌ی (۲) مشخص است با یافتن رابطه‌ی بین H_d و H^* می‌توان منحنی دبی-آشل را برای حالت مستغرق سرریز کلید پیاپویی به دست آورد. از سوی دیگر، روشن است ظرفیت گذردهی سرریز تابعی از C_d است که عامل‌های مختلف هیدرولیکی و هندسی میزان آن را تحت تاثیر قرار می‌دهند. وضعیت استغراق جریان روی ضریب گذردهی سرریز اثرگذار است و برآورد دقیق آن نقش بسیار مهمی در ارزیابی عملکرد سرریز خواهد داشت.

پژوهش‌ها و ارزیابی‌های مختلفی در مورد سرریزهای کلید پیاپویی انجام شده است که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌شود. Roshangar et al. (2018) برای بررسی ضریب دبی و کارایی هیدرولیکی سرریزهای کلید پیاپویی، ۱۸ آزمایش انجام دادند. نتایج آنها نشان داد در کلیه سرریزهای کلید پیاپویی، ضریب دبی و کارایی هیدرولیکی در مقابل افزایش نسبت بار آبی آغاز افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد. Safarzadeh and Norouzi (2018) بررسی و ارزیابی‌های آزمایشگاهی و عددی هیدرولیک سرریزهای کلید پیاپویی با کلیدهای اصلاح شده را انجام دادند. آنان به این نتیجه رسیدند ایجاد دیواره قائم در بالادست کلید خروجی تاثیر چندانی بر بهبود عملکرد هیدرولیکی سرریز کلید پیاپویی ندارد. در حالی که با افزودن دیواره‌ی قائم در انتهای کلید ورودی، به پراکنش توزیع مناسب جریان بر روی تاج‌های کناری و تاج پایین‌دست، برخورد تیغه‌های ریزی در درون کلید خروجی به حد زیادی کاهش می‌یابد و از رخداد استغراق موضعی جلوگیری می‌شود. Safarzadeh et al. (2019) تاثیر هد آب بر چگونگی پراکنش دبی بر روی تاج و رفتار خطوط جریان در سرریز کلیدپیاپویی نامتقارن را بررسی کردند. آنان تاثیر ارتفاع نسبی بر بازده سرریز کلید پیاپویی با رویکرد افزایش عرض کلید واحد و ثابت نگه داشتن ارتفاع، بر بازده سرریز را مورد بررسی کردند. Kamaei Abbasi et al. (2020) ضریب شدت جریان در سرریز کنگره‌ای دو سیکلی با دماغه‌ی مثلثی را به صورت آزمایشگاهی بررسی قرار کردند. آنان بیان داشتند که با افزایش بار هیدرولیکی، ضریب شدت

که در این معادله g شتاب ثقل برحسب متر بر مجذور ثانیه، C_d ضریب بی‌بعد دبی جریان (که تابعی از نوع سرریز، شکل تاج سرریز، هندسه‌ی سرریز و جهت جریان است)، L طول تاج سرریز و H_0 بار کل جریان آزاد بالادست سرریز هستند. اگرچه سرریزها اغلب در عمل برای شرایط آزاد طراحی می‌شوند اما در وضعیت‌های معینی به صورت مستغرق در می‌آیند. استغراق سرریز هنگامی رخ می‌دهد که سطح آب پایین‌دست از تراز تاج سرریز بیشتر شود. شکل ۲ تفاوت بین فراسنجه‌های هیدرولیکی جریان آزاد و مستغرق سرریز کلیدپیاپویی را نشان می‌دهد. (Dabbling and Tullis, 2012).

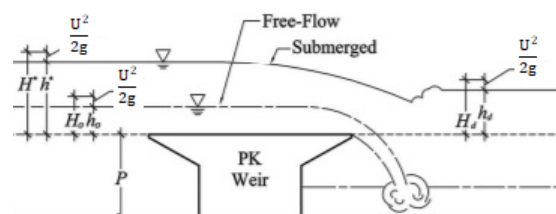


Fig. 2 Piano Key weir under free and submerged-flow conditions (Dabbling and Tullis, 2012)

شکل ۲ سرریز کلیدپیاپویی در شرایط جریان آزاد و مستغرق (Dabbling and Tullis, 2012)

درجه‌ی استغراق (S) به صورت نسبت H_d به H^* تعریف می‌شود. در درجه‌ی استغراق کم، که آستانه‌ی استغراق نیز نامیده می‌شود، میزان H_0 تحت تاثیر قرار نمی‌گیرد. با عبور از حد آستانه‌ی استغراق، مقدار H^* نسبت به میزان H_0 به ازای یک دبی معین Q افزایش می‌یابد که همراه با کاهش دبی عبوری از روی سرریز است. این وضعیت در شکل ۳ نشان داده شده است (Villemonthe, 1947). مطابق شکل ۳، Q_s نشان دهنده‌ی دبی عبوری از روی سرریز در وضعیت مستغرق، Q_1 دبی عبوری از روی سرریز با بار هیدرولیکی h_0 ، Q_2 دبی عبوری از روی سرریز از پایین‌دست به بالادست با بار هیدرولیکی h_d هستند.

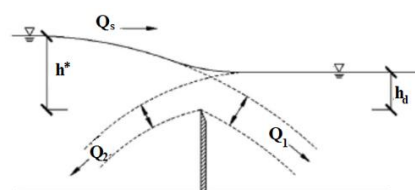


Fig. 3 Illustration of submerged weir flow superposition assumption (Villemonthe, 1947)

شکل ۳ بیانی فرضی از جریان مستغرق سرریز (Villemonthe, 1947)

از دو الگوریتم شبکه‌ی عصبی و SVM برای ۴۲۴ داده‌ی آزمایشگاهی شبیه‌سازی کردند. Kumar et al. (2020) ضریب دبی سرریزهای کلید پیاپویی را به صورت آزمایشگاهی و الگوریتم آموزش ماشین شبیه‌سازی کردند. نتیجه‌ی پژوهش آنان گویای دقت بسیار مناسب الگوریتم‌های آموزش ماشین بود. با توجه به قابلیت‌های بسیار مناسب الگوریتم SVM، کاربرد این الگوریتم برای پیش‌بینی ضریب دبی جریان در سرریزها توسط محققان و پژوهشگران توصیه شده است (Akbari, Parsaie et al., 2019; Hu, Haghiabi et al., 2017; Azimi et al., 2019; et al., 2019; Novak et al., 2013; Zhou et al., 2015; and Zheng, 2015; Kumar et al., 2012; Olyaie et al. (2019b)).

با توجه به تایید و تاکید کاربرد الگوریتم SVM در شبیه‌سازی شرایط هیدرولیکی سرریزهای مختلف، به منظور ارزیابی دیگر الگوریتم‌های بهینه‌سازی، در این پژوهش از الگوریتم برنامه‌ریزی بیان ژن (GEP) در کنار الگوریتم SVM برای مدل‌سازی منحنی دبی-اشل سرریز کلید پیاپویی استاندارد و اصلاح شده با مقطع مستطیلی استفاده شده است. این دو الگوریتم بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی گردآوری شده از مدل آزمایشگاهی Dabbling (2014) به کار گرفته شده‌اند.

۲- مواد و روش‌ها

هدف از این پژوهش، استفاده از الگوریتم‌های SVM و GEP برای استخراج منحنی دبی-اشل سرریز کلید پیاپویی مستغرق استاندارد (PK-S) و اصلاح شده (PK-M) است. نتیجه‌های به دست آمده از این دو الگوریتم با خروجی معادله‌های رگرسیونی ارائه شده توسط پژوهشگران مختلف براساس معیارهای ارزیابی، مقایسه شدند. داده‌های مورد نیاز در این پژوهش توسط Dabbling (2014) از آزمایش روی یک فلوم آزمایشگاهی به عرض ۰/۹۳ متر، عمق ۰/۶۱ متر و طول ۷/۴ متر گردآوری شده است. برای اندازه‌گیری عمق پیزومتریک، از چاهک آرامش در بالادست و پایین‌دست سرریز به ترتیب در فاصله‌ی تقریبی ۴P (حدود ۰/۸ متر) و ۱۰P (حدود ۲ متر) استفاده شده است. برای ایجاد وضعیت استغراق، یک دریچه در فاصله‌ی ۱۵P (حدود ۳ متر) در پایین‌دست سرریز به کار گرفته شده است. دبی جریان به کمک یک روزنه به قطر ۳۰۵ میلی‌متر با دقت $\pm 0.2\%$ درصد اندازه‌گیری شده است. سرریزها با استفاده از آکرلیک شفاف با

جریان در آغاز افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد. پژوهشی توسط Majedi Asl and Fuladipannah (2018) در زمینه برآورد ضریب دبی جریان در سرریز کنگره‌ای مثلثی توسط ماشین بردار پشتیبان (SVM) انجام شد. نتیجه‌ی پژوهش آنان گویای دقت بسیار زیاد مدل SVM در پیش‌بینی ضریب دبی جریان بود. Roshangar et al. (2017) ضریب دبی سرریزهای کنگره‌ای و کنگره‌ای قوسی را با استفاده از مدل SVM بررسی و به این نتیجه رسیدند که این روش دارای دقت بالایی برای پیش‌بینی ضریب شدت جریان سرریزهای کنگره‌ای دارد. Mehri et al. (2018) از مدل SVM برای برآورد ضریب دبی جریان سرریزهای کلید پیاپویی در شبکه‌های آبیاری و زهکشی استفاده کردند. نتیجه‌ی پژوهش آنان انعطاف مناسب مدل SVM نسبت به رگرسیون غیرخطی و دقت زیاد مدل SVM را اثبات نمود. در پژوهش انجام شده توسط Zounemat-Kermani and Mahdavi-Meymand (2019) برای شبیه‌سازی دبی عبوری از روی سرریز کلید پیاپویی، دو مدل داده‌مبنای AI-DDMs و ANFIS همراه با چهار الگوریتم بهینه‌سازی را استفاده کردند. طبق نتیجه‌ی به دست آمده از پژوهش آنان، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی به همراه مدل‌های عددی دقت شبیه‌سازی دبی عبوری از روی سرریز را بسیار افزایش می‌دهد. Olyaie et al. (2019a) در پژوهشی، توانایی چهار مدل عددی GEP, FFBNP, LSSVM و ELM را برای پیش‌بینی ضریب دبی جریان سرریزهای کلید پیاپویی بررسی کردند. نتیجه‌ی پژوهش آنان نشان داد از میان مدل‌های چهارگانه یاد شده، دو مدل ELM و LSSVM منجر به نتایج بسیار مطلوب‌تری نسبت به دو مدل عددی دیگر شده‌اند به طوری که می‌توان از این دو مدل برای شبیه‌سازی ضریب دبی جریان در سرریزهای کلید پیاپویی استفاده کرد. Fuladipannah et al. (2020) در پژوهش خود به بررسی رابطه دبی-اشل در سرریز کنگره‌ای با استفاده از الگوریتم‌های هوشمند SVM و GEP پرداختند و به این نتیجه رسیدند که مدل SVM دقت به مراتب بیشتری برای پیش‌بینی رابطه دبی-اشل در شرایط استغراق دارد. Granata et al. (2019) ضریب دبی سرریز جانبی در آبراهه دایره‌ای را با استفاده از الگوریتم ماشین LMLA بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده شبیه‌سازی کردند. Norouzi et al. (2019) ضریب دبی سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای را با استفاده

جدول ۱ محدوده‌ی متغیرهای آزمایشگاهی

Table 1 Range of experimental variables				
Row	Variable	Unit	Symbol	Range
1	Discharge	(m ³ /s)	Q	0.053-0.157
2	Weir height	(m)	P	0.196, 0.222
3	Upstream flow Velocity	(m/s)	U _u	0.128-0.424
4	Downstream flow Velocity	(m/s)	U _d	0.161-0.899
5	U/S free total head	(m)	H _t	0.0787-0.132
6	U/S submerged total head	(m)	H*	0.040-0.264
7	D/S submerged total head	(m)	H _d	0.011-0.251

وابسته به صورت معادله:

$$y=f(x)+noise \quad (3)$$

بیان می‌شود که در آن $f(x)$ تابع SVM بعلاوه‌ی خطای مجاز مشخص می‌باشد. تابع SVM از معادله‌ی

$$f(x)=W^T \cdot \phi(x)+b \quad (4)$$

که در این معادله W^T ترانهاده‌ی بردار ضریب‌ها، b ثابت مشخصه‌های تابع رگرسیونی و $\phi(x)$ تابع کرنل می‌باشد. برای محاسبه‌ی W و b لازم است تابع خطای

$$\frac{1}{2} W^T W + C \sum_{i=1}^N \xi_i + C \sum_{i=1}^N \xi_i^* \quad (5)$$

با در نظر گرفتن محدودیت‌های

$$\begin{aligned} W^T \phi(x_i) + b - y_i &\leq \varepsilon + \xi_i \\ y_i - W^T \phi(x_i) - b &\leq \xi_i^* \\ \xi_i, \xi_i^* &\geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

کمینه می‌شود که در این معادله‌ها، C عدد صحیح و مثبت (عامل تعیین جرمه در هنگام وقوع خطا در آموزش مدل)، Φ تابع کرنل، N شمار نمونه‌ها، ξ_i^* و ξ_i متغیرهای کمبود هستند. در نهایت تابع SVM رگرسیونی به فرم زیر نوشته می‌شود:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \bar{\alpha}_i \phi(x_i)^T \cdot \phi(x_i) + b \quad (7)$$

که در این معادله $\bar{\alpha}_i$ میانگین ضریب‌های لاگرانژ است. تابع‌های کرنل مورد استفاده در الگوریتم SVM در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

ضخامت ۱۲/۷ میلی‌متر ساخته شدند. شکل ۴ ویژگی‌های هندسی سرریزهای کلید پیانویی استاندارد (شکل ۴-ا) و اصلاح شده (شکل ۴-ب) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است ابعاد سرریز کلید پیانویی استاندارد و اصلاح شده یکسان و کامل هستند. تفاوت آنان فقط در تکیه‌گاه مدور در تاج بالادست و همچنین یک دیوار پاراپت با تاج نیمه‌گرد در بالای سرریز است. نمای سه بعدی از سرریزهای کلید پیانویی استاندارد و اصلاح شده در شکل ۵ ارائه شده‌اند. جدول ۱ محدوده‌ی داده‌های آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. شمار کل داده‌های اندازه‌گیری شده در زمینه تعیین رابطه‌ی دی-اشل برابر با ۵۵ است.

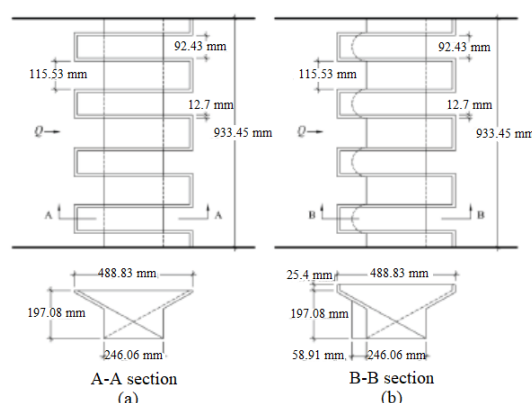


Fig. 4 Dimensional overview of the test weirs (Dabbling, 2014)

شکل ۴ نمایش ابعاد هندسی سرریزهای مورد آزمایش (Dabbling, 2014)

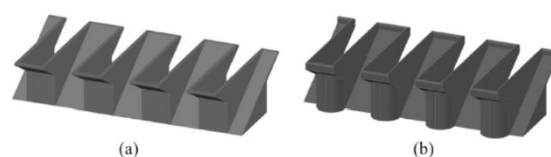


Fig. 5 Three-dimensional renderings of test weirs: (a) standard piano key; (b) modified piano key (Dabbling, 2014)

شکل ۵ نمای سه بعدی از سرریزهای مورد آزمایش (الف) کلید پیانویی استاندارد (ب) کلید پیانویی اصلاح شده (Dabbling, 2014)

۲-۱- مروری بر الگوریتم SVM

بررسی الگوریتم SVM سامانه کارآمد مبتنی بر یادگیری است که از اصل استقرایی کمینه‌سازی خطای ساختاری برای رسیدن به پاسخ بهینه استفاده می‌کند. این الگوریتم بیانگر یک سیستم طبقه‌بندی دو دویی می‌باشد (Vapnic, 1995). در این الگوریتم، همانند با مسئله‌های رگرسیونی، معادله‌ای بین متغیر مستقل و

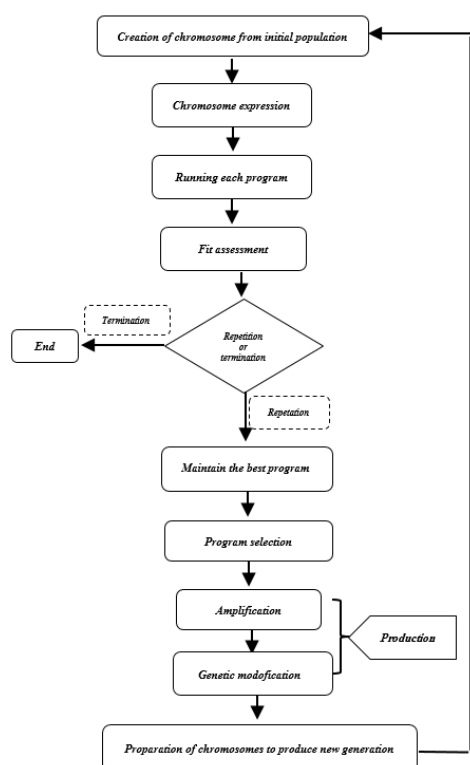


Fig. 6 GEP algorithm (Fuladipannah et al., 2020)

شکل ۶ الگوریتم برنامه‌ریزی بیان ژن (Fuladipannah et al., 2020)

میانگین مربعات خطا، RMSE، و میانگین خطای نرمال، MNE، برابر معادله‌های زیر استفاده شده است:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N [X_{O_i} - \bar{X}_O][X_{P_i} - \bar{X}_P]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [X_{O_i} - \bar{X}_O]^2 \sum_{i=1}^N [X_{P_i} - \bar{X}_P]^2}} \quad (8)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [X_{O_i} - X_{P_i}]^2}{N}} \quad (9)$$

$$MNE = \frac{\left| \sum_{i=1}^N \frac{X_{O_i} - X_{P_i}}{X_{O_i}} \right|}{N} \quad (10)$$

که در این آن X_O و X_P به ترتیب بیانگر متغیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده هستند. افزون بر سه شاخص بالا که بیانگر متوسط خطا هستند (Noori et al., 2010) استفاده از آماره نسبت تفاوت توسعه داده شده (Developed Discrepancy Ratio) یا DDR را برای بررسی پراکنش خطای مدل‌های شبیه‌ساز به قرار زیر پیشنهاد دادند:

$$DDR = \frac{\text{Predicted values}}{\text{Observed values}} - 1 \quad (11)$$

میزان $DDR=0$ بیانگر معادل بودن میزان‌های محاسبه‌ای و مشاهده‌ای، میزان $DDR>0$ بیانگر بیشتر بودن میزان محاسبه‌ای

جدول ۲ انواع تابع کرنل

Table 2 Types of Kernell functions

Kernel name	Function
$K(x_i, x_j) = (x_i, x_j)$	Linear
$K(x_i, x_j) = [(x_i, x_j) + 1]^d$	Polynomial
$K(x_i, x_j) = \exp\left[-\frac{\ x_i - x_j\ ^2}{2\sigma^2}\right]$	Radial Basis Function (RBF)
$K(x_i, x_j) = \tanh[-\alpha(x_i, x_j) + c]$	Exponential Radial Basis Function (ERBF)

۲-۲- مروری بر الگوریتم GEP

الگوریتم GEP که توسط Ferreira (2001) ابداع شده است در ادامه مسیر تکاملی مدل‌های هوشمند و در زمره الگوریتم‌های گردشی به حساب می‌آید که پایه و بنیان آن مبنی بر نظریه تکاملی داروین استوار است. در این الگوریتم در آغاز ساختار (متغیرهای ورودی، هدف و مجموع تابع‌ها) تعریف می‌شوند آنگاه ساختار بهینه مدل و ضریب‌های آن طی فرآیند آموزش تعیین می‌شوند. پنج گام حل مسئله به روش الگوریتم GEP به قرار زیر است: (۱) انتخاب مجموعه پایانه که همان متغیرهای مستقل مسئله و متغیرهای حالت سامانه می‌باشد. انتخاب تابع برازش در این مرحله انجام می‌شود که به‌طور کلی از جذر میانگین مربعات خطا استفاده می‌شود؛ (۲) انتخاب مجموعه تابع‌های که شامل عملگرهای ریاضی، تابع‌های آزمون و تابع‌های بولی است؛ (۳) شاخص اندازه‌گیری دقت مدل که بر مبنای آن می‌توان مشخص کرد که توانایی مدل در حل یک مسئله خاص تا چه اندازه است؛ (۴) مؤلفه‌های کنترل میزان‌های مؤلفه‌های عددی و متغیرهای کیفی که برای کنترل اجرای برنامه استفاده می‌شود. تعداد داده‌های بخش آموزش، شمار داده‌های بخش آزمون، تعداد کروموزوم‌ها، اندازه سر، تعداد ژن‌ها، انتخاب عملگر پیوند که با چهار گزینه جمع، تفریق، ضرب و تقسیم قابل تنظیم هستند؛ (۵) معیارهای توقف برنامه: معیاری برای دستیابی به نتیجه و توقف اجرای برنامه است مانند میزان جمعیت تولید شده، بیشینه سازگاری و هماهنگی و ... (Solgi et al., 2017). الگوریتم برنامه‌ریزی بیان ژن در شکل ۶ نشان داده شده است.

۳-۲- آماره‌های ارزیابی عملکرد

در این پژوهش از سه آماره‌ی ضریب همبستگی، R، مجذور

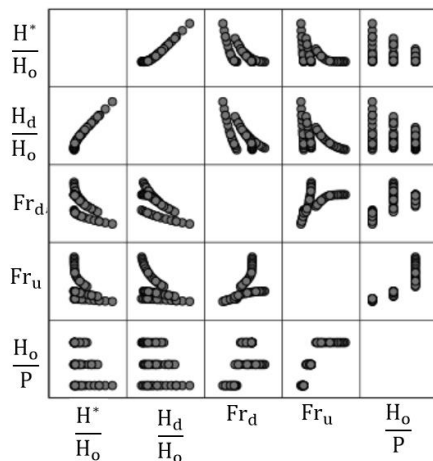


Fig. 7 Linear independence of independent and dependent variables

شکل ۷ بررسی استقلال خطی متغیرهای مستقل و وابسته

مختلفی از ε و γ برای شبیه‌سازی عبارت $\frac{H^*}{H_0}$ استفاده شوند تا در نهایت مدلی که دارای بهترین میزان تابع‌های ارزیابی عملکرد باشد به عنوان بهینه‌ترین مدل انتخاب شوند. مدل‌های مورد بررسی در الگوریتم SVM برای دو نوع سرریز کلیدپیانویی استاندارد و اصلاح شده هستند. با استفاده از فراسنجه‌های بی‌بعد به دست آمده در معادله‌ی ۱۴، شمار ۱۰ مدل ارزیابی شد و در نهایت بهینه‌ترین مدل‌ها برای هر دو نوع سرریز کلید پیانویی برابر جدول ۳ انتخاب شدند. لازم به یادآوری است درصد استفاده‌ی داده‌ها برای سرریز کلید پیانویی استاندارد و اصلاح شده برای فرآیندهای آموزش و آزمون به ترتیب (۶۰، ۴۰) و (۷۰، ۳۰) هستند. در جدول ۳ فراسنجه‌های تنظیمی مدل SVM شامل C ، γ و ε برای فرآیندهای آموزش و آزمون ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود کارکرد مدل SVM برای هر دو نوع سرریز در دوره‌ی آزمون برتر از دوره‌ی آموزش است که این خود گویای مدل‌سازی بهینه الگوریتم می‌باشد. نمودار پراکندگی میزان‌های اندازه‌گیری شده و شبیه‌سازی شده توسط SVM فراسنجه $\frac{H^*}{H_0}$ برای سرریزهای PK-S و PK-M در شکل ۸ نشان داده شده‌اند. در این شکل، پراکنش نقطه‌ها حول خط ۱:۱ ارائه شده است. هر چه پراکنش نقطه‌ها حول این خط بیشتر باشد نشان از دقت بسیار مناسب شبیه‌سازی است.

۳-۲- الگوریتم GEP

به منظور اجرای الگوریتم GEP روی داده‌های مشاهده‌ای، ترکیب‌های مختلفی از عملگرهای ریاضی به کار گرفته شدند.

از مشاهده‌ای و حالت $DDR < 0$ بیانگر کم بودن میزان محاسبه‌ای از مشاهده‌ای هستند. (Noori et al. (2010 پیشنهاد دادند تابع گوسی میزان DDR که به صورت پراکنش نرمال رسم می‌شود به کار گرفته شود. برای این کار میزان استاندارد شده DDR (با نماد ZDDR) با استفاده از تابع گوسی باید محاسبه شود. گرایش بیشتر به سمت محور عمودی همراه با میزان بیشتر روی آن بیانگر دقت زیاد عملکرد مدل مورد نظر است.

۴-۲- تحلیل ابعادی

از نظریه پی-بکینگهام برای استخراج فراسنجه‌های موثر بر عبارت $\frac{H^*}{H_0}$ در سرریز کلیدپیانویی در شرایط استغراق استفاده شد. متغیرهای موثر برای استخراج فراسنجه‌های بی‌بعد مشتمل بر U_u ، سرعت جریان پایین‌دست، U_d ، h_o ، h_d ، h^* ، H_0 ، P ، H^* ، g ، جرم مخصوص آب، ρ ، لزوجت پویایی آب، μ ، و کشش سطحی، σ ، در نظر گرفته شدند. این فراسنجه‌ها در شکل ۱ و شکل ۲ نشان داده شده‌اند. فراسنجه‌های بی‌بعد استخراج شده به کمک تحلیل ابعادی را با صرف‌نظر کردن کردن از اثرهای کشش سطحی و لزوجت (Henderson, 1966) می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{H^*}{H_0} = F\left(\frac{H_d}{H_0}, Fr_d, Fr_u, \frac{H_0}{P}\right) \quad (12)$$

که در این معادله $Fr_u = \frac{U_u}{\sqrt{gh^*}}$ و $Fr_d = \frac{U_d}{\sqrt{gh_d}}$ به ترتیب عدد فرود

در پایین‌دست و بالادست سرریز در حالت مستغرق هستند. پیش از تحلیل داده‌ها با استفاده از الگوریتم‌های SVM و GEP، لازم است از استقلال خطی متغیرهای مستقل اطمینان حاصل کرد. در شکل ۷ رابطه‌ی بین متغیرهای وابسته و مستقل نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود هیچ رابطه‌ی خطی بین آنها وجود ندارد. بنابراین، متغیرهای انتخاب شده به کلی مستقل از یکدیگر هستند.

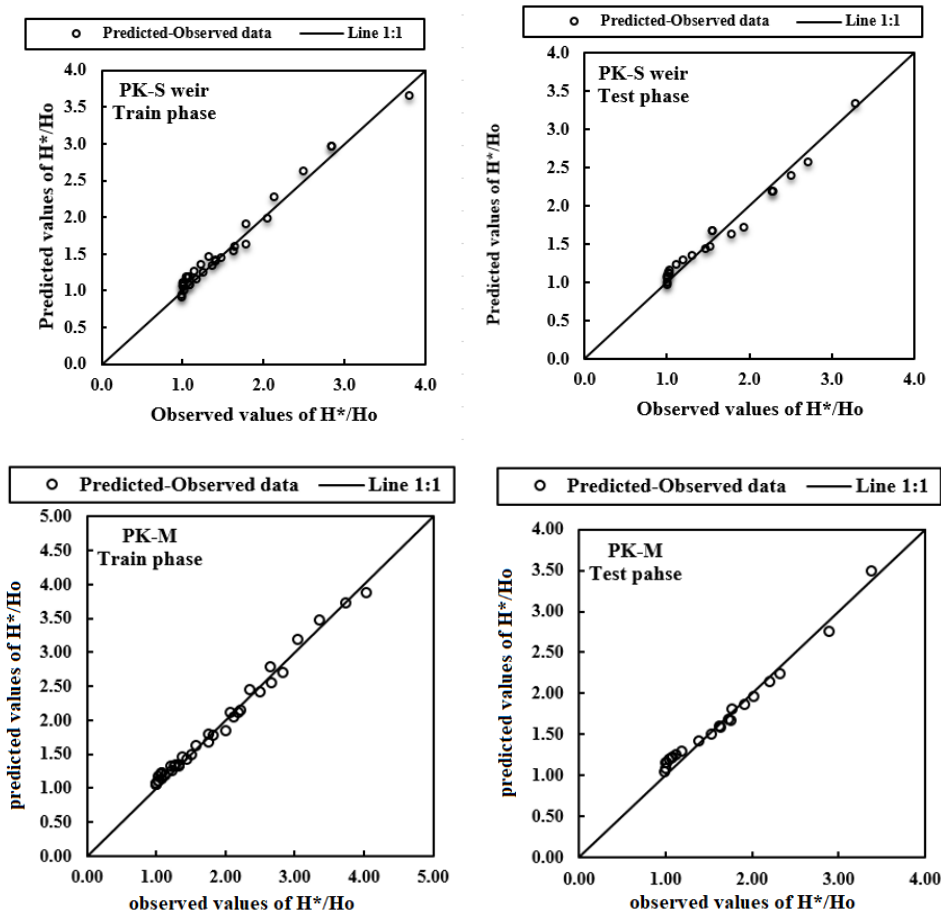
۳- نتایج و بحث

۳-۱- الگوریتم SVM

برای اجرای الگوریتم SVM در زمینه استخراج منحنی دبی-اشل سرریز کلید پیانویی مستغرق، لازم است ترکیب‌های مختلفی از متغیرهای مستقل، عبارت‌های سمت راست رابطه‌ی (۱۲)، در قالب مرحله‌های آموزش و آزمون به ازای میزان‌های

جدول ۳ مدل‌های منتخب توسط الگوریتم SVM برای شبیه‌سازی $\frac{H^*}{H_0}$

Assessment indices						Setting parameters of the SVM			Included parameters	Weir type
Test phase			Train phase			ε	γ	C		
MNE	R ²	RMSE	MNE	R ²	RMSE					
0.237	0.9989	0.002	0.234	0.9996	0.008	0.1	1.1	100	$\frac{H_d}{H_0}, \frac{H_0}{P}$	PK-S
0.282	0.9899	0.0918	0.308	0.9833	0.098	0.1	2.0	105	$\frac{H_d}{H_0}, \frac{H_0}{P}$	PK-M


 Fig. 8 Simulated-observed values of $\frac{H^*}{H_0}$ using the SVM for PK-S and PK-M weirs

شکل ۸ میزانهای مشاهده‌ای و محاسبه‌ای $\frac{H^*}{H_0}$ با استفاده از SVM در سرریز کلیدپیانویی استاندارد و اصلاح شده

در شکل ۹-a و شکل ۹-b نشان داده شده است. در این دو شکل، d_0 ، d_1 ، d_2 و d_3 به ترتیب فراسنجه‌های $\frac{H_d}{H_0}$ ، $\frac{H_0}{P}$ و $\frac{Fru}{Frd}$ هستند. همچنین میزان ثابت‌های معادله‌ی برازش یافته توسط الگوریتم GEP در شکل ۹-a به ترتیب $G2C2 = -1.6633$ ؛ $G3C2 = -5.5065$ ؛ $G2C7 = -7.8313$ ؛ $G3C7 = 3.1782$ و $G1C0 = 3.2529$ در شکل ۹-b به ترتیب $G2C0 = 8.774903$ ؛ $G1C1 = 9.422638$ ؛ $G3C1 = -1.840424$ و $G3C0 = 5.361206$ ؛ $G2C1 = 6.238708$

این کار همراه با اعمال ویژگی‌های مختلف برای کروموزوم‌ها بود. در جداول ۴ و ۵ به ترتیب ترکیب‌های مختلف عملگرهای ریاضی و ویژگی‌های کروموزوم نهایی برای هر دو نوع سرریز کلید پیانویی استاندارد و اصلاح شده ارائه شده‌اند. با استفاده از این دو جدول، ترکیب نهایی و بهینه فراسنجه‌های بی‌بعد استفاده شده در الگوریتم GEP برای پیش‌بینی میزان $\frac{H^*}{H_0}$ در جدول ۶ همراه با معیارهای ارزیابی هر مدل ارائه شده‌اند. بیان درختی الگوریتم GEP برای سرریز کلید پیانویی استاندارد و اصلاح شده به ترتیب

جدول ۵ فراسنجه‌های تنظیمی الگوریتم GEP برای پیش‌بینی $\frac{H^*}{H_0}$ در سرریزهای کلید پیاپویی استاندارد و اصلاح شده

Table 5 Setting parameters of the GEP to predict $\frac{H^*}{H_0}$ in

PK-S and PK-M weirs		
Parameters	PK-S Value	PK-M Value
Head size	9	9
Chromosomes numbers	55	60
Number of genes	3	3
Mutation rate	0.064	0.044
Inversion rate	0.1	0.1
One-point recombination rate	0.3	0.3
Two-point recombination rate	0.3	0.3
Gene recombination rate	0.1	0.1
Gene transposition rate	0.1	0.1
IS transposition rate	0.1	0.1
RIS transposition rate	0.1	0.1
Fitness function error type	RMSE	RMSE
Linking function	+	+

2.700348 هستند. نمودار پراکنش نقطه‌ای میزان‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای فراسنجه $\frac{H^*}{H_0}$ در برابر یکدیگر برای سرریزهای کلید پیاپویی استاندارد و اصلاح شده و پراکنش آنها حول خط ۱:۱ در شکل ۱۰ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود سازگاری بسیار مناسبی بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای وجود دارد.

جدول ۴ ترکیب نهایی عملگرها برای سرریزهای کلید پیاپویی استاندارد و اصلاح شده در الگوریتم GEP

Table 4 Final functions of PK-S and PK-M weirs for GEP algorithm

Weir type	Definition
PK-S	+, -, ×, ÷, Exp, Ln, Inv, X2, 3Rt, Min2, Max2, Avg2, Atan, Tanh, NOT
PK-M	+, -, ×, ÷, power, sqrt, Exp, sin, cos, tan

جدول ۶ مدل‌های به کار رفته در الگوریتم GEP برای شبیه‌سازی $\frac{H^*}{H_0}$

Table 6 Applied models in GEP algorithm to simulate $\frac{H^*}{H_0}$

Assessment indices						n_0	
Test phase			Train phase			Included parameters	Weir type
MNE	R ²	RMSE	MNE	R ²	RMSE		
0.3127	0.9991	0.0180	0.3284	0.9999	0.0070	$\frac{H_d}{H_o}, Fr_d, Fr_u, \frac{H_o}{P}$	PK-S
0.1825	0.9998	0.0097	0.2433	0.9984	0.0099	$\frac{H_d}{H_o}, Fr_d, Fr_u, \frac{H_o}{P}$	PK-M

GEP در فاز آزمون رسم شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۱۱-a مشخص است میزان ZDDR(max) برای SVM، GEP و معادله (۱۵) به ترتیب ۸/۵۱۷، ۶/۵۸۲ و ۴/۰۹۸ است که نشان از برتری مدل SVM در پیش‌بینی میزان $\frac{H^*}{H_0}$ دارد. در زمینه سرریز PK-M میزان ZDDR(max) برای مدل SVM و GEP در فرآیند آزمون به ترتیب ۹/۴۵۸ و ۶/۶۳۸ حاصل شده‌اند که گویای برتری الگوریتم SVM است.

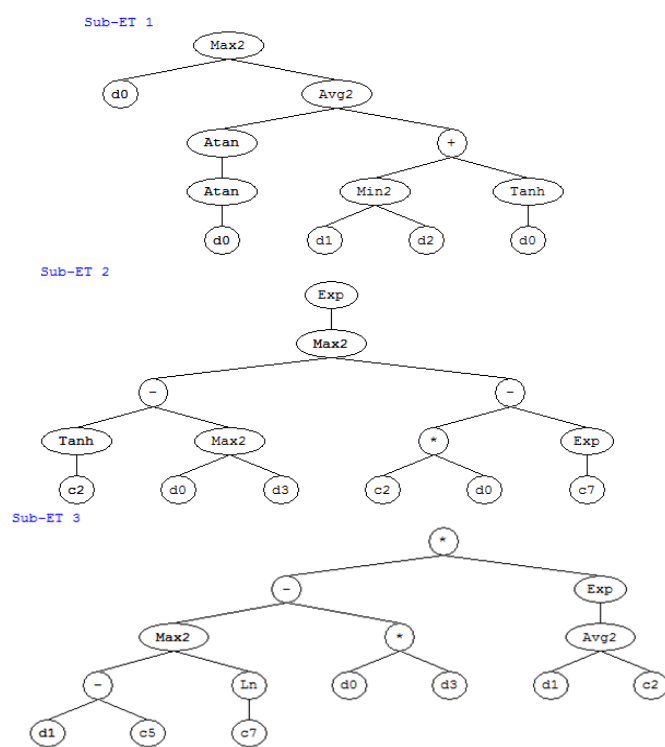
۴- نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی فراسنجه $\frac{H^*}{H_0}$ در سرریزهای PK-S و PK-M با استفاده از الگوریتم‌های SVM، GEP و همچنین معادله‌ی تجربی ارائه شده توسط Dabbling et al. (2014) در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت. عملکرد هر سه شبیه‌ساز با استفاده از چهار شاخص ارزیابی RMSE، R²، MNE و DDR مقایسه

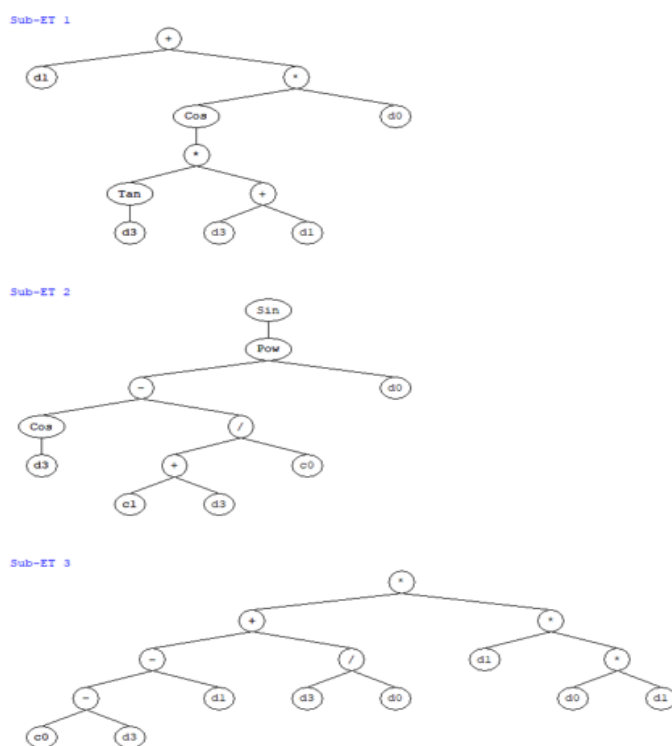
برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های SVM و GEP، افزون بر دو الگوریتم یاد شده از معادله‌ی ارائه شده توسط Dabbling et al. (2014) به قرار رابطه‌ی (۱۳) نیز استفاده شده است:

$$(13) \quad \begin{cases} \frac{H^*}{H_0} = 1 & 0 \leq \frac{H_d}{H_0} < 0.42 \\ \frac{H^*}{H_0} = 1.0615 \left(\frac{H_d}{H_0} \right)^{0.96121} + 1.1454 e^{-1.7951 \left(\frac{H_d}{H_0} \right)} & 0.42 \leq \frac{H_d}{H_0} < 4.66 \\ \frac{H^*}{H_0} = \frac{H_d}{H_0} & 4.66 \leq \frac{H_d}{H_0} \end{cases}$$

لازم به یادآوری است رابطه‌ی (۱۵) برای سرریز کلید پیاپویی استاندارد ارائه شده است. مقایسه‌ی بین سه مدل یاد شده توسط شاخص ZDDR(max) از طریق رسم پراکنش خطا در شکل ۱۱ انجام شده است. در شکل ۱۱-a منحنی پراکنش خطا برای الگوریتم‌های SVM، GEP و معادله‌ی (۱۵) برای سرریز استاندارد و مقایسه‌ی بین الگوریتم‌های SVM و GEP برای سرریز اصلاح شده در شکل ۱۱-b نشان داده شده‌اند. لازم به یادآوری است منحنی پراکنش خطا برای الگوریتم‌های SVM و



(a)



(a)

Fig. 9 Tree expression of GEP algorithm for $\frac{H^*}{H_0}$ modeling: (a) PK-S; (b) PK-M

شکل ۹ بیان درختی الگوریتم GEP برای مدل سازی فراسنجه $\frac{H^*}{H_0}$ (الف) سرریز استاندارد؛ (ب) سرریز اصلاح شده

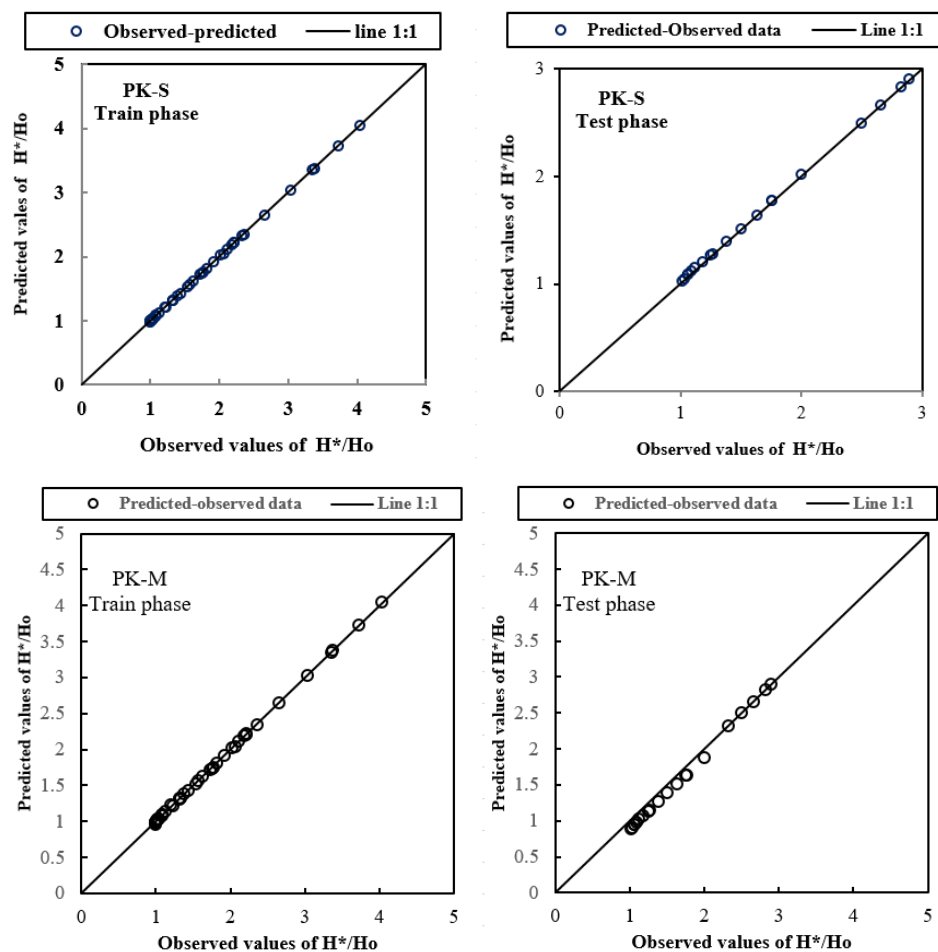


Fig. 10 Predicted-observed values of $\frac{H^*}{H_o}$ in GEP algorithm for PK-S and PK-M weirs

شکل ۱۰ میزان‌های مشاهده‌ای-محاسبه‌ای $\frac{H^*}{H_o}$ در الگوریتم GEP در سرریزهای کلیدپیانویی استاندارد و اصلاح شده

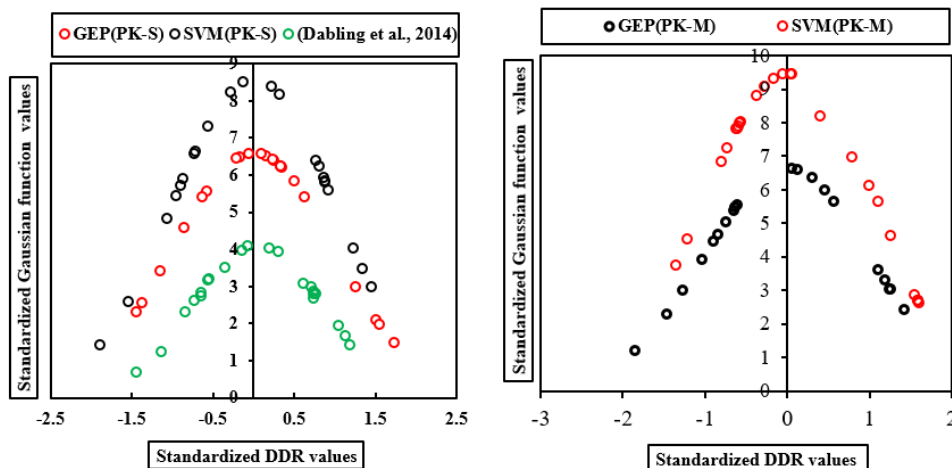


Fig. 11 Error distribution function of SVM, GEP and Dabling et al. (2014) equation for weirs

شکل ۱۱ تابع پراکنش خطای الگوریتم‌های SVM، GEP و معادله‌ی Dabling et al. (2014) برای سرریزها

این برتری کشف رابطه‌های پیچیده و مخفی موجود بین متغیرهای مستقل و متغیر وابسته است که مدل‌های رگرسیونی کلاسیک قادر به تبیین آن نیستند. همچنین مقایسه‌ی بین

شدند. میزان شاخص‌های ارزیابی عملکرد نشان داد استفاده از الگوریتم‌های هوشمند منجر به پاسخ‌های دقیق‌تری نسبت به روش مبتنی بر معادله‌های رگرسیونی کلاسیک شده است. دلیل

of Range and Desert Research, 23(4), 729-743. (In Persian)

Ferreira, C. (2001). Gene expression programming a new adaptive algorithm for solving problems. *Complex Systems*, 13(2), 87-129.

Fuladipannah, M., Majedi Asl, M. and Haghighooyi, A. (2020). Application of intelligent algorithm to model head-discharge relationship for submerged labyrinth and linear weirs. *Journal of Hydraulics*, DOI: 10.30482/JHYD.2020.232388.1461. (In Persian)

Ghobadian, R., Ghorbani, M.A. and Khalaj, M. (2013). Comparison of Performance of Dynamic Wave and Gen Expression Programming Methods to River flood routing. *Journal of Water and Soil*, 27(3), 592-602. (In Persian)

Granata, F., Nunno, F.D., Gargano, R. and Marinis, G. (2019). Equivalent Discharge Coefficient of Side Weirs in Circular Channel-A Lazy Machine Learning Approach. *Water*, 11(2406), 1-19.

Haghiabi, A.H., Parsaie, A. and Ememgholizadeh, S. (2018). Prediction of discharge coefficient of triangular labyrinth weirs using adaptive neuro fuzzy inference system. *Alexandria Engineering Journal*, 57, 1773-1782.

Henderson, F.M. (1966). *Open channel flow*. MacMilan Publication, New York, 576P.

Hu, J. and Zheng, K. (2015). A novel support vector regression for data set with outliers. *Applied Soft Computing*, 31, 405-411.

Kamaei Abbasi, B., Kamaei abbasi, S.R. and Heidarnejad, M. (2020). Experimental study of Discharge Coefficient in Two-Cycle Piano Key Weirs. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 13(73), 10-20. (In Persian)

Kumar, M., Sihag, P., Tiwari, N.K. and Ranjan, S. (2020). Experimental study and modelling discharge coefficient of trapezoidal and rectangular piano key weirs. *Applied Water Science*, 10, 43-52.

Kumar, S., Ahmad, Z., Mansoor, T. and Himanshu, S.K. (2012). Discharge Characteristics of Sharp Crested Weir of Curved Plan-form. *Research Journal of Engineering Sciences*, 1(4), 16-20.

Lempérière, F., Vigny, J.P. and Ouamane, A. (2011). General comments on Labyrinths and Piano Key Weirs: The past and present. *Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW*, CRC press, London.

Majedi Asl, M. and Fuladipannah, M. (2018). Application of the Evolutionary Methods in

الگوریتم‌های هوشمند نشان از برتری مدل SVM نسبت به مدل GEP داشت.

۵- فهرست نشانه‌ها

H_d	بار کل جریان مستغرق پایین‌دست (m)
H^*	بار کل جریان مستغرق بالادست (m)
H_o	بار کل جریان آزاد بالادست (m)
Fr	عدد فرود (-)
C_d	ضریب دبی (-)
Q_1	دبی جریان آزاد ($m^3.s^{-1}$)
Q_s	دبی جریان مستغرق ($m^3.s^{-1}$)
P	ارتفاع سرریز (m)
L	طول سرریز (m)
U	سرعت جریان ($m.s^{-1}$)
	نشانه‌های یونانی:
ρ	جرم مخصوص ($kg.m^{-3}$)
σ	کشش سطحی ($N.m^{-1}$)
μ	لزوجت پویایی ($N.s.m^{-2}$)

۶- منابع‌ها

Akbari, M., Salmasi, F., Arvanaghi, H., Karbasi, M. and Farsadizadeh, D. (2019). Application of Gaussian Process Regression Model to Predict Discharge Coefficient of Gated Piano Key Weir. *Water Resources Management*, 33, 3929-3947.

Azimi, H., Bonakdari, H. and Ebtehaj, I. (2019). Design of radial basis function-based support vector regression in predicting the discharge coefficient of a side weir in a trapezoidal channel. *Applied Water Science*, 9, 78-90.

Dabling M.R. (2014). *Nonlinear weir hydraulics*. (M.Sc. Thesis), Utah state university, Logan, Utah.

Dabling, M.R. and Tullis, B.P. (2012). Piano key weir submergence in channel applications. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 138(7), 661-666.

Danandehmehr, A. and Majdzadeh Tabatabai, M.R. (2010). I Prediction of Daily Discharge Trend of River Flow Based on Genetic Programming. *Journal of Water and Soil*, 24(2), 325-333. (In Persian)

Fathizad, H., Safari, A., Bazgir, M. and Khosravi, Gh. (2017). Evaluation of SVM with Kernel method (linear, polynomial, and radial basis) and neural network for land use classification. *Iranian Journal*

- Safarzadeh, A., Khayat Rostami, S. and Khayat Rostami, B. (2019). Investigation on the effects of water head on discharge distribution and streamlines pattern over the Asymmetric Piano key weirs. *Journal of Hydraulics*, 14(1), 1-17. (In Persian)
- Salarijazi, M., Ghorbani, K., Sohrabian, E. and Abdolhosseini, M. (2016). Prediction of Daily Stream-flow Using Data Driven Models. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 4(10), 479-488. (In Persian)
- Solgi, A., Zarei, H. and Golabi, M.R. (2017). Performance assessment of gene expression programming model using data preprocessing methods to modeling river flow. *Journal of Water and Soil Conservation*, 24(2): 185-201. (In Persian)
- Zhou, Q., Zhou, H., Zhou, Q., Yang, F., Luo, L. and Li, T. (2015). Structural damage detection based on posteriori probability support vector machine and Dempster-Shafer evidence theory. *Applied Soft Computing*, 36, 368-374.
- Zounemat-Kermani, M. and Mahdavi-Meymand, A. (2019). Hybrid meta-heuristics artificial intelligence models in simulating discharge passing the piano key weirs. *Journal of hydrology*, 569, 12-21.
- Villemonte, D. (1947). Submerged weir discharge studies. *Engineering News Record*, 866 p.
- Determining the Discharge Coefficient of Triangular Labyrinth Weirs. *Journal of Water and Soil Science (Science and Technology of Agriculture and Natural Resources)*, 22(4), 279-290. (In Persian)
- Mehri, Y., Esmaeili, S., Soltani, J., Saneie, M. and Rostami, M. (2018). Evaluation of SVM and nonlinear regression models for predicting the discharge coefficient of side piano key weirs in irrigation and drainage networks. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 12(70), 994-1003. (In Persian).
- Norouzi, R., Daneshfaraz, R. and Ghaderi, A. (2019). Investigation of discharge coefficient of trapezoidal labyrinth weirs using artificial neural networks and support vector machines. *Applied Water Science*, 9(148), 1-10.
- Novak, G., Kozelj, D., Steinman, F. and Bajcar, T. (2013) Study of flow at side weir in narrow flume using visualization techniques. *Flow Measurment Instrument*, 29, 45-51.
- Olyaie, E., Heydari, M., Banejad, H., and Chau, K.W. (2019a). A laboratory investigation on the potential of computational intelligence approaches to estimate the discharge coefficient of piano key weir. *Journal of Rehabilitation in Civil Engineering*, 7(1), 42-61.
- Olyaie, E., Banejad, H., and Heydari, M. (2019b). Estimating discharge coefficient of PK-weir under subcritical conditions based on high-accuracy machine learning approaches. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 43(1), 89-101.
- Parsaie, A., Haghiabi, A.H., Emamgholizadeh, S. and Azamathulla, H.M. (2019). Prediction of discharge coefficient of combined weir-gate using ANN, ANFIS and SVM. *International journal of Hydrology Science and Technology*, 9(4), 412-430.
- Roushangar, K., Majedi Asl, M. and Alami, M.T. (2018). Experimental Evaluation of Hydraulic Performance of Modified Piano Key Weirs. *Journal of water and soil science*, 28(3), 93-104. (In Persian)
- Roushangar, K., Alami, M.T., Shiri, J. and Majedi Asl, M. (2017). Determining discharge coefficient of labyrinth and arced labyrinth weirs using support vector machine. *Journal of Hydrology Research*, 49(3), 924-938.
- Safarzadeh, A. and Norouzi, B. (2018). Experimental and Numerical Study on Hydraulics of the Piano-key Weirs with Modified Keys. *Dam and Hydroelectric Power plant*, 5(16), 36-47. (In Persian)