

Numerical Investigation on Energy Loss in Vertical Drop with Horizontal Serrated Edge

Reza Mirzaee¹, Khosrow Hoseini^{2*}, Farhad Mousavi³

1- PhD student, Department of Water and Hydraulic Structures Engineering, Faculty of Civil Engineering, Semnan University.

2- Associate Professor, Department of Water and Hydraulic Structures Engineering, Faculty of Civil Engineering, Semnan University.

3- Professor, Department of Water and Hydraulic Structures Engineering, Faculty of Civil Engineering, Semnan University.

* khhoseini@semnan.ac.ir

Abstract

Introduction: Due to the simplicity of construction, vertical drops are widely used to reduce the steep slope of the canal and the volume of earthworks in irrigation and drainage canals. The upstream regime of flow in structures can be subcritical or supercritical. Stilling basins are usually used to dissipate the energy and prevent the bed erosion. Due to the fact that concrete materials are used in the construction of the stilling basin, hydraulic engineers are always looking for a way to minimize the construction cost of downstream stilling basin and increase downstream energy loss of these structures. The dimensions of the downstream stilling basin depend on the geometry and hydraulic parameters of vertical drop. In the present study, the effect of serrated drop edge on energy dissipation is investigated numerically using Flow3D software.

Methodology: Computational fluid dynamics is a branch of fluid mechanics that uses computers to analyze and simulate complex fluid problems. Flow-3D software is one of the most widely used software in the field of computational fluid dynamics. One of the prominent features of this software is the ability to simulate free-surface flow by Volume of Fluid (VOF) method. The governing equations of fluid flow are continuity and momentum equations. In Flow 3D software, several turbulence models are implemented. In the present study, k- ϵ and RNG turbulence models were used to perform the simulation. An experimental vertical drop set up with a height of 25 cm, width of 46 cm and a relative critical depth ranging from 0.2 to 0.35 was used for simulation. Total relative energy loss was used to validate the numerical results. Afterwards, different arrangements of dented (serrated) edge were used to simulate the flow on a vertical drop. The squared shapes in plan were used. The dimensions of dented edges which distributed symmetrically along the width were 6.9 and 4.6 cm (0.15 and 0.1 times the width of the flume) and their thicknesses were 2 cm. So, the number of dented edges was 3 and 4, respectively. In present study simulations, the total number of meshes was considered to be 1237500. According to the dimensional analysis, the relative energy loss can be expressed as equation (1):

$$\frac{\Delta E}{E_u} = \varphi(\frac{y_c}{h}, n, \frac{T}{B} = \alpha) \tag{1}$$

where, y_c/h is the relative critical depth, n is the number of serrated edge and α is the relative

Journal of Hydraulics 16 (1), 2021 23

Numerical Investigation on Energy Loss ...

dimensions of the serrated edge.

Results and Discussion: The RNG turbulence model showed a better agreement with laboratory values compared to the k- ϵ turbulence model. The results showed that use of dented vertical drop increases the energy loss for the same relative depth in downstream, length of falling jet and the turbulence intensity compared to the simple vertical drop. In the dented model, irregularities in the streamlines of downstream increased significantly. Increasing in dimensions of the dented edges and decreasing their number caused more irregularity in streamline and augmentation of the turbulence. So, the model with 3 dented edges (relative dimension of 0.15) performed the most turbulence and irregularity in the downstream streamlines. Energy losses in the vertical drop with 3 and 4 dented edges and ordinary vertical drop are compared. The average energy losses were 26, 38, 15 and 25 percent, respectively. Although the use of dented edges increases the length of falling jet, the stilling basin length for energy loss in the models with dented edges is less than the ordinary model.

Conclusion: According to the results of the present study, the vertical drop with 3 dented edges and relative dimension of 0.15 performs the highest energy loss as compared with the ordinary vertical drop and other models of the present study. In this study, the Froude number ranged from 3.7 to 4.5 in the ordinary vertical drop to 2.7 to 2.9. Since a stilling basin is usually constructed at the downstream of the vertical drop to dissipate the destructive kinetic energy of the flow and the dimensions of the stilling basin depends on the Froude number, so the use of dented edges in the vertical drop has such advantages as reduction in basin dimensions, augmentation in the energy loss and lower depth for tail-water to form the hydraulic jump. Therefore, considering the hydraulic and economic conditions of the stilling basins and increasing the energy loss of flow in the downstream of vertical drops. Some other features and conditions are not considered in this study. So, it is suggested that the effect of angle of dented edges on energy loss and other hydraulic parameters would be investigated in future studies.

Keyword: Vertical drop, Energy loss, Flow3D, Serrated edges, Turbulence intensity.



© 2021 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran. This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license) (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

> Journal of Hydraulics 16 (1), 2021 24



بررسی عددی استهلاک انرژی شیبشکن قائم با لبه دندانهای افقی

رضا میرزائی'، خسرو حسینی۲*، فرهاد موسوی۳

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی آب و سازههای هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان. ۲- دانشیار، گروه مهندسی آب و سازههای هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان. ۳- استاد، گروه مهندسی آب و سازههای هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.

* khhoseini@semnan.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۹/۰۸/۲۱، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۱/۰۱ 🕴 🗱 وبگاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: شیبشکن قائم سازهای پرکاربرد در آبراهههای آبیاری و زهکشی بوده که به منظور کاهش شیب تند آبراهه استفاده میشود. پاییندست شیبشکن به حوضچه آرامش منتهی میشود که نقش استهلاک انرژی جریان را بهعهده دارد. در این تحقیق سعی شده است تا اثر دندانهدار کردن لبه این سازه بر میزان استهلاک انرژی به صورت عددی ارزیابی شود. به همین منظور، دو تعداد لبه، با دو ابعاد نسبی، در نظر گرفته شده و محدوده عمق بحرانی نسبی نیز بین ۲/۰ تا ۲۵/۵ انتخاب شده است. از نرمافزار Flow3D با دو مدل آشفتگی B-۶ و RNG برای انجام مدل سازی استفاده شد. نتایج نشان داد که مدل آشفتگی RNG در مقایسه با مدل آشفتگی a-۶ سازگاری خوبی با مقادیر آزمایشگاهی دارد. همچنین، نتایج گویای آن است که استفاده از شیبشکن قائم با لبههای دندانهای افقی در مقایسه با شیبشکن قائم ساده، استهلاک انرژی عمق نسبی پاییندست، طول ریزش جت و شدت آشفتگی ایجاد شده را افزایش می دهد. افزایش ابعاد لبه و کاهش تعداد آنها نیز استهلاک انرژی جریان را افزایش داده و محدوده عدد فرود پاییندست را کاهش می دهد. شمار ۳ عدد لبه دندانهای با ابعاد نسبی آنها نیز استهلاک انرژی محریان را افزایش داده و محدوده عدد فرود پاییندست را کاهش می دهد. شمار ۳ عدد لبه دندانهای با ابعاد نسبی آنها نیز استهلاک انرژی جریان را افزایش داده و محدوده عدد فرود پاییندست را کاهش می دهد. شمار ۳ عدد لبه دندانهای با ابعاد نسبی آنها نیز استهلاک انرژی و طول حوضچه آرامش را به ترتیب ۱۲، ۱۹ و ۱۵ درصد کاهش می دهد.

كليد واژگان: شيب شكن قائم، استهلاك انرژى، Flow3D، لبه دندانهاى، شدت آشفتگى

۱– مقدمه

شیب شکن های قائم به جهت سادگی ساخت، برای کاهش شیب تند آبراهه و حجم عملیات خاکی در آبراهه های آبیاری و زهکشی کاربرد گستردهای دارند. جریان در بالادست این سازهها می تواند به دو صورت زیربحرانی و فرا بحرانی باشد. در بررسی هی چندی، فراسنجه های هیدرولیکی شیب شکن قائم با جریان زیربحرانی در استفاده از معادله انرژی و با فرض توزیع فشار آب ایستایی و سرعت یکنواخت، رابطه ای برای برآورد عمق پایین دست شیب شکن ارائه کرد. (1943) Moore در نتایج بررسی خود نشان داد که استهلاک انرژی شیب شکن قائم تابعی از ارتفاع نسبی شیب شکن یا عمق بحرانی نسبی است. (1973) Rand با تعریف عدد بی بعد شیب شکن، همه فراسنجه های هیدرولیکی شیب شکن قائم را تابعی از آن بیان کرد. (1973) Gil در بررسی

خود، زاویه ریزش جت شیبشکن را ارزیابی کرده و رابطهای برای برآورد آن ارائه کرد. (1995) Rajaratnam and Chamani برای برآورد آن ارائه کرد. (یابطهای محققین پیشین و با استفاده از دادههای آزمایشگاهی محققین پیشین و آزمایشهای خود رابطهای برای پیش بینی استهلاک انرژی و عمق استخر شیبشکن قائم پیش بهاد کردند. (2004) عمق استخر شیبشکن قائم سبب افزایش هم عرض آبراهه در دیواره شیبشکن قائم سبب افزایش استهلاک انرژی در مقایسه با مدل بدون پله می شود. به گونهای که مدل های با ارتفاع نسبی پله ۶/۰ در مقایسه با شیبشکن قائم به طور میانگین سبب افزایش ۹۰ درصدی استهلاک انرژی جریان می شود. (2010) Hong et al. اوزایش شیب شکن شیب بستر پاییندست باعث افزایش طول ریزش شیبشکن می شود. (2012) Farouk and Elgamal با درسی عددی

نتایج نشان دادند که با افزایش دبی، عمق استخر افزایش مییابد. (2014) Mansouri and Ziaei نیز با استفاده از نرمافزار فلوئنت، افزایش استهلاک انرژی شیبشکن قائم مجهز به آستانه انتهایی در مقایسه با شیبشکن قائم ساده را گزارش کردند. Liu et al. (2014) تأثیر شیب بالادست شیبشکن قائم را بررسی کرده و نشان دادند که با افزایش شیب بستر بالادست، عمق استخر کاهش مییابد.(2016) دا فازایش شیب بستر بالادست، عمق استخر مستطیلی در پای شیبشکن (در استخر) و درنظر گرفتن ایعاد معاوت برای آن، به بررسی عددی جریان بر روی آن پرداختند. آنان در نتایج نشان دادند سه نوع رژیم جریان بر روی این سازه ایجاد می گردد. این سه نوع رژیم عبارتاند از رویهای یا سطحی^۱، ریزشی^۲ و جریانهای نوسانی متناوب^۳. تشکیل این نوع رژیمها در مدل عددی مورد بررسی به هندسه و دبی جریان وابسته است.

Kabiri-Samani et al. (2017) جريان روى شيبشكن قائم مجهز به مستهلک کننده شبکهای را بررسی کردند. آنان در نتایج نشان دادند که به کار گیری این صفحهها باعث کاهش طول حوضچه در مقایسه با شیبشکن قائم ساده در حدود ۶۰ تا ۷۵ درصد می شود. (Sharif and Kabiri-Samani (2018 نیز نشان دادند که با افزایش عمق پایاب در پاییندست شیبشکن قائم مجهز به مستهلک کننده شبکهای، تداخل آب و هوا کاهش می یابد. (Ghaderi et al. (2019) با در نظر گرفتن تنگشدگیهای قائم در لبه شیبشکن به بررسی عددی فراسنجههای آن پرداخته و نشان دادند که در مقایسه با شیب شکن قائم ساده، استهلاک انرژی ۳۰ درصد افزایش مى يابد. (Daneshfaraz et al. (2020a) شيب شكن قائم مجهز به صفحههای مشبک افقی دوگانه را بررسی و نشان دادند که استفاده از این صفحهها، در مقایسه با صفحه مشبک تکی، تأثیری بر استهلاک انرژی جریان ندارد. .Daneshfaraz et al. (2020b) نشان دادند که صفحههای مشبک افقی در لبه شيبشكن قائم با زيربحرانى كردن جريان پاييندست شیبشکن، سبب افزایش ۱۹۷ درصدی استهلاک انرژی می شود. همچنین ایشان بی تأثیری شیب قرار گیری صفحات

¹ skimming

مشبک افقی در لبه شیبشکن قائم را بر میزان استهلاک انرژی

جریان در مقایسه با حالت افقی صفحه گزارش کردند. بررسیهای مربوط به سازههای مولد جریان فرابحرانی همچون شیبشکنهای قائم نشان میدهد که محققان و مهندسان هیدرولیک همواره به دنبال راهکاری هستند تا استهلاک انرژی در پاییندست این سازهها افزایش یافته و هزینه ساخت سازههای حوضچه آرامش به کمترین مقدار برسد. با توجه به این که عامل موثر در استهلاک انرژی شیبشکن قائم، تلاطم و آشفتگی ایجادشده در درون استخر آن میباشد، لذا در نظر گرفتن دندانههای افقی در لبه آن، میتواند با عبور دادن جریان از رو و مابین دندانهها بر آشفتگی و تلاطم ایجاد شده در استخر و استهلاک انرژی پاییندست آن موثر شود. به همین منظور، در این تحقیق سعی شده است تا با درنظر گرفتن لبههای دندانهای افقی، تأثیر آن بر استهلاک انرژی شیبشکن قائم به صورت

۲- مواد و روشها ۲-۱- تحلیل ابعادی

بنابر شکل ۱ استهلاک انرژی شیب شکن قائم با لبه دندانهای افقی را می توان متأثر از پارامترهای دبی در عرض واحد (p)، عرض فلوم (B)، ارتفاع شیب شکن (h)، کشش سطحی (σ) شتاب گرانش (g)، چگالی آب (ρ)، گرانروی آب (μ) عمق بحرانی (v_c)، شمار دندانه (n) و طول و عرض دندانهها (T) در نظر گرفت.



Fig. 1 Schematic of the flow on a vertical drop with serrated edge شکل ۱ نمای کلی جریان روی شیبشکن قائم با لبه دندانهای

افقى

Journal of Hydraulics 16 (1), 2021 26

² nappe

³ Periodic oscillatory flows

است. از جمله ویژگیهای بارز این نرمافزار، توانایی شبیهسازی جریان با سطح آزاد به روش VOF است. نرم افزار Flow3D از رویکرد اویلری – اویلری برای شبیهسازی جریان استفاده و معادلهها را به صورت صریح و ضمنی حل میکند. همچنین این نرمافزار قابلیت استفاده از شبکههای متشکل از عنصرهای مستطیلی را دارد. قانونهای حاکم بر جریان آشفته دائمی یک سیال تراکمناپذیر و لزج توسط معادلههای پیوستگی و مومنتم (ناویر – استوکس) به شکل زیر بیان میشود:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{(f)}$$

$$u_{j}\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\rho\partial x_{i}}(\mu\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} - \overline{u_{i}'u_{j}'}) + g_{i} \qquad (\Delta)$$

در رابطههای بالا، $u_i \ u_i \ u_i$ به ترتیب برابر سرعت میانگین و سرعت نوسانی در راستای $x_i \ v_i$ فشار جنبشی (سینماتیک) و $g_i \ g_i$ نیروی وزن میباشند. برای سه راستای عمود بر هم در مختصات دکارتی $(i=1,2,3), \ (i=1,2,3), \ oxtrop (u_i = x, y, z))$ مختصات دکارتی $(u_i = 1,2,3), \ v_i = 1,2,3)$ میامند. یک مدل آشفتگی برای شبیه سازی عبارت تنش رینولدز ($\overline{u'_iu'_j}$) در آشفتگی برای شبیه سازی عبارت تنش رینولدز ($\overline{u'_iu'_j}$) در معادله (۶) مورد نیاز است. نرم افزار Tlow3D از مدل های طول اختلاط پرانتل، یک معادله انرژی جنبشی آشفتگی، مدل دو معادله ای -3 - k مدل گروه های نرمال شده و مدل شبیه سازی گردابه های بزرگ⁷ برای شبیه سازی آشفتگی استفاده می کند. در این تحقیق نیز از دو مدل آشفتگی -3 - k و RNG برای انجام شبیه سازی استفاده گردید.

۲-۳- مشخصات مدل آزمایشگاهی و صحتسنجی مدل عددی

با استفاده از نرمافزار اتوکد، شکل سهبعدی سازه هندسی شیب شکن قائم با دندانه افقی طراحی شد. آنگاه با فرمت STL خروجی گرفته شده و وارد نرمافزار Flow3D شد. برای صحت سنجی از نتایج مدل آزمایشگاهی Rajaratnam and استفاده شد. بنابر نتایج بررسی های آنان، شیب شکن قائم با ارتفاع ۲۵ سانتی متر به عرض ۴۶ سانتی متر و محدوده عمق بحرانی نسبی ۲/۲ تا ۲/۵ درنظر گرفته شد. از استهلاک انرژی نسبی کل برای صحت سنجی نتایج عددی با

$$\Delta E = \varphi_1(q, B, h, \sigma, \rho, \mu, g, y_c, T, n) \tag{1}$$

با انتخاب *g، h* و *Q* به عنوان فراسنجههای تکرار شونده و استفاده از نظریه پی باکینگهام فراسنجههای بیبعد به صورت رابطه (۲) درآمد:

$$\frac{\Delta E}{h} = \varphi_2(\frac{q}{h\sqrt{gh}}, \frac{q\rho}{\mu}, \frac{\sigma}{\rho h^2 g}, \frac{y_c}{h}, \frac{B}{h}, n, \frac{T}{h}) \qquad (\Upsilon)$$

در رابطه بالا، $\frac{dg}{dh}$ / $\frac{dg}{dh}$ از نظر ابعادی بیانگر عدد فرود در بالادست شيبشكن (Fr_{μ})، فراسنجه $q\rho/\mu$ عدد رينولدز ه فراسنجه $y_c \ / \ h$ عدد وبر (W_e) و (W_e عمق (Re)، فراسنجه ($\sigma \ / \
hoh^2 g$ بحرانی نسبی میباشد. با توجه به زیربحرانی بودن جریان در بالادست شیب شکن و بحرانی بودن عمق در نزدیکی لبه سقوط، از عدد فرود بالادست صرف نظر شده و عمق بحرانی نسبی (عدد شیب شکن) درنظر گرفته می شود (Rand, 1955). به دلیل آشفته بودن جريان در طول مدل (Re ≥ 35021) و ناچيز بودن کشش سطحی به دلیل کافی بودن عمق جریان در مدل، از تاثیر عدد رینولدز و وبر نیز صرف نظر می شود (Mahmoudi and لا تحقيق ثابت B / h در اين تحقيق ثابت (Farhoudi, 2018). همچنين، نسبت B / hدرنظر گرفته شده است (, Ghaderi et al., 2018; Chiu et al.,) 2016)، لذا با تقسيم فراسنجه بي بعد h / T بر آن، مي توان ابعاد نسبی لبههای دندانهای را به صورت T = A = T درنظر گرفت. از آنجایی که استهلاک انرژی نسبی کل شیبشکن قائم به صورت اختلاف انرژی مخصوص (انرژی کل) بالادست و پاييندست شيبشكن به انرژى كل بالادست آن ($\Delta E / E_u$) بيان مى شود (Rajaratnam and Chamani, 1995)، لذا به به جای $\Delta E \,/\, E_u$ در رابطه (۲) از $\Delta E \,/\, E_u$ استفاده می شود. بنابراین رابطه (۲) به صورت رابطه (۳) بازنویسی می شود:

$$\frac{\Delta E}{E_{u}} = \varphi_{3}(\frac{y_{c}}{h}, n, \frac{T}{B} = \alpha)$$
(٣)

در رابطه بالا، محدوده تغییرپذیریهای عمق بحرانی نسبی از ۰/۲ تا ۰/۳۵، شمار دندانهها ۳ و ۴ و ابعاد نسبی لبههای دندانهای نیز ۰/۱ و ۰/۱۵ میباشد (B(-0.15) = T).

۲-۲- معادلههای حاکم و مدل آشفتگی

در این تحقیق، برای شبیه سازی عددی شیب شکن قائم با لبه دندانه ای افقی، از نرمافزار Flow3D (نسخه 11.2) استفاده شده

آزمایشگاهی استفاده گردید. برای شبیهسازی جریان روی شیبشکن قائم با لبه دندانهای افقی با شمار دندانههای ۳ و ۴ استفاده شد. دندانهها به شکل مربعی، به ابعاد ۶/۹ و ۶/۶ سانتیمتر (۲۱۵ و ۲/۱۰ برابر عرض فلوم) و ضخامت دو سانتیمتر در نظر گرفته شد. شیبشکن قائم با دندانههای افقی و شمار دندانه ۳ و ۴ به صورت متقارن در لبه شیبشکن قرار داده شد، به گونهای که فاصله عرضی بین لبهها برابر باشد. در ورودی از شرط مرزی دبی مشخص^۱، در پاییندست از شرط مرزی خروجی^۲، برای دیوارهها و کف از شرط مرزی دیواره^۳ و در مرز استفاده شد. بر مبنای نتایج بررسی (۱۹78) Deal طول مورد نیاز برای توسعه یافتن جریان ۵۵ برابر عمق جریان است. بنابراین با توجه به دادههای این تحقیق، کمترین طول برای توسعه یافتن شد. شکل ۲ شرایط مرزی مدل عددی را نشان می دهد.



Fig. 2 Boundary conditions and mesh block of numerical model شکل ۲ شرایط مرزی و شبکهبندی مدل عددی

تعداد کل شبکه ۱۲۳۷۵۰۰ عدد با بزرگترین و کوچکترین اندازه شبکه به ترتیب ۱/۱۹ و ۸/۸۳۳ سانتیمتر در نظر گرفته شد. خطاها و معیارهای ارزیابی برای دادههای شبیهسازی و آزمایشگاهی در هر دو مدل آشفتگی برای استهلاک انرژی نسبی کل در شکل ۳ نشان داده شده است. در شکل ۳ ملاحظه میشود که شمار کل شبکه محاسباتی در نظر گرفته شده برای مدل عددی نتایج قابل قبولی را در مقایسه با مدل آزمایشگاهی ارائه میدهد و مدل آشفتگی RNG در

با مدل ازمایشگاهی ارائه میدهد و مدل اشفتگی RNG در مقایسه با مدل آشفتگی *k-ε* دارای خطای کمتری است. این امر

¹ Volume flow rate

به دلیل عملکرد خوب مدل آشفتگی RNG در شبیه سازی بهتر جداشدگی جریان در برابر انحنای ناگهانی خطوط جریان میباشد. بنابراین برای کاهش اثر شبکه محاسباتی در نتایج شبیه سازی، برای همه مدلهای هیدرولیکی این تحقیق، این تعداد اندازه شبکه با مدل آشفتگی RNG درنظر گرفته شد. علاوه بر این حداکثر مقدار سرعت جریان برای مقاطع مشخص شده در شکل ۴، در عمق بحرانی نسبی ۲/۲ برای مدل آزمایشگاهی و عددی با مدل آشفتگی RNG نیز در جدول ۱ به همراه خطای نسبی ارائه شده است.

با دقت در میزانهای جدول ۱ و مقایسه خطای ایجاد شده، ملاحظه میشود که شبیهسازی انجام شده سازگاری خوبی با دادههای آزمایشگاهی داشته و ضمن این که توسعه یافتن جریان در مدل عددی را تصدیق می کند.

ویژگیهای جریان و هندسه شیب شکن قائم با لبه ناممتد با جریان زیربحرانی در بالادست در جدول ۲ ارائه شده است.



 Fig. 3 Comparison of experimental and numerical values of total relative energy loss: a) RNG turbulence model and b) k-ε turbulence model

 شکل ۳ مقایسه مقادیر آزمایشگاهی و عددی استهلاک انرژی

نسبی کل: a) مدل آشفتگی RNG و b) مدل آشفتگی k-E

³ Wall

⁴ Symmetry

² Outflow

A B C D E F F h = 0.25 m

Fig. 4 defined sections for measuring maximum velocity at yc/h=0.2

شکل ۴ مقاطع مشخص شده برای اندازه گیری سرعت حداکثر در عمق بحرانی نسبی ۰/۲

جدول ۱ مقایسه بیشترین سرعت آزمایشگاهی و عددی در مقاطع مختلف

 Table 1 Comparison of experimental and numerical maximum velocity in different sections

	ت (m/s)		
مقاطع		خطا (./)	
	آزمایشکاهی	عددی	
А	0.69	0.7008	1.5
В	1.11	1.18	6.3
С	1.39	1.34	3.6
D	1.72	1.83	6.4
Е	2.17	2.27	4.6
F	2.19	2.27	3.6

جدول ۲ ویژگیهای جریان و هندسه مدل در این بررسی Table 2 Flow characteristics and model geometry in the present study

present study					
Q(L/s)	$y_u(cm)$	$y_c(cm)$	h(cm)	B(cm)	y _c / h
16.11	5.62	5	25	46	0.2
19.22	6.24	5.625	25	46	0.225
22.51	6.63	6.25	25	46	0.25
25.97	7.19	6.875	25	46	0.275
29.6	7.66	7.5	25	46	0.3
33.37	8.32	8.125	25	46	0.325
37.3	9.03	8.75	25	46	0.35

۳- نتايج و بحث

در این تحقیق حاضر، جریان روی شیب شکن قائم مجهز به لبه های دندانه ای افقی با جریان زیر بحرانی در بالادست آن به صورت عددی بررسی شد. استهلاک انرژی و دیگر نتایج بدست آمده از آن در ادامه به تفصیل ارائه شده است. لازم به یادآوری است که در مدل عددی این تحقیق از شرط مرزی خروجی در

پاییندست استفاده شده است و برای در محاسبه ویژگیهای پرش هیدرولیکی از رابطههای زیر استفاده گردید (شکل ۱).

$$\frac{y_{2,jump}}{y_d} = 0.5(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_d^2})$$
(\$)

$$L_j = 5(y_{2,jump} - y_d) \tag{Y}$$

که در آن، $y_{2,jump}$ عمق ثانویه پرش هیدرولیکی، $y_{2,jump}$ عمق اولیه پرش هیدرولیکی یا عمق پاییندست شیبشکن، Fr_d عدد فرود در پنجه پرش یا عدد فرود پاییندست شیبشکن و Daneshfaraz et al., اطول پرش هیدرولیکی میباشد L_j (2019, 2020c).

۳-۱- معادله های حاکم و مدل آشفتگی

استهلاک انرژی ایجاد شده در شیب شکنهای قائم در نتیجه آشفتگی ایجاد شده ناشی از جریان برگشتی به استخر آن میباشد (White, 1943). بدین منظور، بررسی شدت آشفتگی در نتیجه ریزش جت سقوطی شیب شکن قائم می تواند حائز اهمیت باشد.

افزایش شدت آشفتگی در پاییندست شیب شکن منجر به اغتشاش بیشتر در جریان و استهلاک بیشتر انرژی می شود. این اغتشاش در خطوط جریان نیز تأثیر گذار میباشد. شکل ۵، تراز شدت آشفتگی به صورت سهبعدی و پشت جت ریزشی و همچنین خطوط جریان پاییندست ریزش در حالتهای مختلف مدل های این بررسی برای عمق بحرانی نسبی ۰/۳ را نشان میدهد. همانگونه که در این شکل مشاهده میشود، وجود لبههای دندانهای در مقایسه با شیب شکن قائم ساده، بیشترین شدت آشفتگی ایجاد شده در پشت جت ریزشی را افزایش داده است. با افزایش شمار دندانهها، بیشترین شدت آشفتگی افزایش یافته و برای هر دو شمار دندانه، بیشترین شدت آشفتگی ایجاد شده در ابعاد نسبی لبه ۰/۱۵، کمتر از میزان متناظر آن در بعد نسبی لبه ۰/۱ است. همچنین شکل ۵ نشان میدهد که مدلهای با ۳ دندانه، در مقایسه با ۴ دندانه، باعث افزایش انتقال شدت آشفتگی ایجاد شده در پشت جت ریزشی به پاییندست آن شده و لذا روی برهمخوردگی خطوط جریان نيز مؤثرتر هستند. برهمخوردگی خطوط جریان پاییندست جت برای مدل های دارای لبه دندانهای در مقایسه با شیب شکن قائم ساده مشهود بوده که این عامل در نتیجه انتقال آشفتگی

ایجاد شده از پشت جت ریزشی به پاییندست آن میباشد. با دقت در خطوط جریان پاییندست جت ریزشی، ملاحظه میشود که مدل با ۳ دندانه به ابعاد نسبی ۲۰۱۵ دارای بیشترین نامنظمی و آشفتگی در خطوط جریان بوده و مدل دارای ۴ دندانه به ابعاد ۲۰۱ کمترین میزان نامنظمی در خطوط جریان است. افزایش شمار لبهها و به دنبال آن افزایش ابعاد آنها سبب میشود بخش عمدهای از جریان عبوری، از روی لبهها ریزش میشود تا خطوط جریان مدل با دندانه ۴ تایی همانند حالت بدون دندانه باشد. تداخل دو جریان ریزشی از روی لبهها و مابین آنها نقش بسزایی در افزایش تلاطم ایجاد شده دارد. در مدلهای با شمار دندانه ۳، تداخل ایجاد شده بین دو جریان مدلهای با شمار دندانه ۳، تداخل ایجاد شده بین دو جریان مدلهای با شمار دندانه ۳، تداخل ایجاد شده بین دو جریان مدل های با شمار دندانه ۳، تداخل ایجاد شده بین دو جریان مدل های با شمار دندانه ۳، تداخل ایجاد شده بین دو جریان

لازم به یادآوری است که آشفتگی و نامنظمی ایجاد شده در خطوط جریان برای دو مدل دیگر (شکل 5b و 5b) بسیار نزدیک

و همانند همدیگر به نظر میرسد. برای شکل 5b با توجه به اینکه شمار دندانه ۳ بوده و ابعاد لبهها ۰/۱ می باشد، فاصله بین لبهها بیشتر است. بنابراین توان و شدت جریان ریزشی از بین لبهها بیشتر از روی آنها میباشد. از سوی دیگر به دلیل کوچک بودن ابعاد لبه، جت ریزشی آنها را پوشانده و کامل دربر می گیرد و جریان کمی توسط لبهها منحرف می شود. برای شکل 5e که مربوط به مدل با شمار دندانه ۴ و ابعاد ۱۵/۰ می باشد، افزایش دندانه و ابعاد باعث كاهش فاصله بين لبهها شده و شدت جريان ریزشی از روی لبهها افزایش مییابد. در هر دو مدل مذکور، شدت و توان ریزش یک جریان نسبت به دیگری برتری داشته و همین امر سبب نزدیکی نتایج شده است. به عبارتی عملکرد دو مدل تا حدودی یکسان میباشد و تنها تفاوت در توان ریزش جریان میان لبهای و رو لبهای میباشد. افزون بر این تفاوت دیگر دو مدل در این است که مدلهای با دندانه ۴ و ابعاد ۰/۱۵، در مقایسه با دندانه ۳ و ابعاد ۰/۱، باعث ریزش جریان به فاصله دورتری نسبت به لبه شیب شکن می شوند.





Fig. 5 Turbulence intensity contour in flow surface and cross section behind the jet and streamlines for relative critical depth of 0.3 (a) Plain vertical drop (b) $n = 3, \alpha = 0.1$ (c) $n = 3, \alpha = 0.15$, (d) $n = 4, \alpha = 0.1$, (e) $n = 4, \alpha = 0.15$

شکل ۵ تراز شدت آشفتگی در رویه جریان و مقطع عرضی پشت جت و خطوط جریان برای عمق بحرانی نسبی ۱/۳؛ (a) شیب شکن قائم سادہ (a) $n = 4, \alpha = 0.1$ (c) $n = 4, \alpha = 0.1$ (c) $n = 3, \alpha = 0.1$ (b) سادہ (b) سادہ (b)

میزانهای مربوط به استهلاک انرژی نسبی برای همه مدلهای این بررسی با و بدون پرش هیدرولیکی در پاییندست در شکل ۶ نشان داده شده است. همان طور که پیشتر اشاره شد و در شکل ۶۵ نیز مشاهده می شود، استهلاک انرژی نسبی در شیب شکن قائم ساده مربوط به این بررسی با نتایج بدست آمده از بررسی (Rajaratnam and Chamani (1995) همخوانی دارد. ۲-۳- معادله های حاکم و مدل آشفتگی

نسبت اختلاف انرژی کل بالادست و انرژی مخصوص پاییندست سازه (ΔE) به انرژی در بالادست سازه (E_u)، استهلاک انرژی نسبی شیبشکن قائم در درنظر گرفته می شود. مطابق مطالعه Bakhmeteff (1932) نیز انرژی کل بالادست به صورت $E_u = h + 1.5y_c$



Fig. 6 Changes in relative energy loss versus relative critical depth: a) without hydraulic jump and b) with hydraulic jump شکل ۶ تغییرپذیریهای استهلاک انرژی نسبی در برابر عمق بحرانی نسبی: الف) بدون پرش هیدرولیکی و ب) با پرش هیدرولیکی

7a برای طول ریزش جت، مشاهده می شود که میزانهای عددی این تحقیق سازگاری خوبی با دادههای آزمایشگاهی دارد. همچنین ملاحظه می شود با توجه به این که وجود لبههای دندانهای افقی باعث ریزش جت به فاصلهای دورتر از لبه شیب شکن می شود، در نتیجه باعث افزایش طول ریزش شده است. افزایش ابعاد لبه و شمار آن نیز باعث افزایش طول ریزش می شود. با افزایش ابعاد لبه و شمار آن، حجم جریان عبوری از روی آنها افزایش یافته و لذا طول ریزش افزایش می یابد.

در شکل Vb برای طول حوضچه که از مجموع طول ریزش و طول پرش هیدرولیکی به دست میآید، مشاهده میشود با این که لبههای دندانهای باعث افزایش طول ریزش میشوند با این وجود بیشترین مقادیر طول حوضچه مربوط به شیبشکن قائم ساده بدون لبه میباشد. چرا که بهکارگیری لبه دندانهای افقی سبب افزایش تلاطم و برهم خوردگی خطوط جریان شده و همچنین، ملاحظه می شود که در همه مدل های این تحقیق، استهلاک انرژی نسبی در مقایسه با شیب شکن قائم ساده افزایش یافته است که به دلیل افزایش شدت تلاطم و برهمخوردگی خطوط جریان در پاییندست جت ریزشی میباشد. با افزایش ابعاد لبهها و كاهش شمار آنها نيز استهلاك انرژي افزايش يافته است، به گونهای که به ازای همه میزانهای عمق بحرانی نسبی، مدل با ۳ لبه و ابعاد نسبی ۰/۱۵، دارای بیشترین میزانها بوده و مدل با ۴ لبه با ابعاد نسبی ۰/۱ کمترین میزان استهلاک انرژی را داراست. همچنین به نظر می سد که مدل با ۳ لبه و ابعاد نسبی ۰/۱۱، در مقایسه با مدل با ۴ دندانه و ابعاد نسبی ۰/۱۵ دارای نتایج نزدیک بهم و همانندی در استهلاک انرژی است. همان طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، مدل با ۳ دندانه و ابعاد نسبی ۰/۱۵ دارای بیشترین نامنظمی در خطوط جریان بوده و سبب انتقال شدت آشفتگی به پاییندست می شود. لذا همین امر باعث استهلاک انرژی در این مدل نسبت به دیگر مدلهای تحقیق حاضر شده است. شیب شکن قائم مجهز به لبه دندانهای با ۳ و ۴ لبه و به ابعاد ۰/۱ و ۰/۱۵، در مقایسه با شیبشکن قائم ساده استهلاک انرژی را به ترتیب و به طور مینگین ۲۶، ۳۸، ۱۵ و ۲۵ درصد افزایش میدهد.

در شکل ۶۵، در صورت رخداد پرش هیدرولیکی برای مستهلک کردن انرژی نیز مشاهده می شود که استهلاک انرژی ایجاد شده توسط شیب شکن قائم با لبه های دندانه ای در مقایسه با شیب شکن قائم ساده بیشتر بوده و مدل های با ۳ دندانه، در مقایسه با مدل های با ۴ دندانه، بیشترین استهلاک انرژی را سبب می شوند. بدین ترتیب مدل های با شمار ۳ دندانه به ابعاد ۱/۰ و ۸/۱۵ در مقایسه با شیب شکن قائم ساده، باعث افزایش ۸ تا ۱۲ درصدی استهلاک انرژی می گردند.

3-3- طول ریزش (Ld) و طول حوضچه آرامش (LB)

طول حوضچه آرامش برای مستهلک کردن انرژی در پاییندست شیب شکن قائم عبارت است از مجموع طول ریزش جت (La) و طول پرش هیدرولیکی (Li) تشکیل یافته در پاییندست ریزش (Novak et al., 2007).

میزانهای مربوط به طول ریزش جت و طول حوضچه آرامش برای شیبشکن قائم ساده و همه مدلهای این تحقیق در برابر عمق بحرانی نسبی در شکل ۷ نشان داده شده است. در شکل که دادههای عددی این تحقیق نزدیکی خوبی با نتایج آزمایشگاهی (Rajaratnam and Chamani (1995 دارد. همچنین ملاحظه میشود که با افزایش ابعاد لبهها و کاهش شمار دندانهها، عمق نسبی پاییندست افزایش مییابد و مدل با شمار ۳ لبه دندانهای دارای بیشترین میزانهای عمق نسبی پاییندست میباشد. با توجه به شکل ۵۸ میتوان استنباط کرد که بهینهترین مدل در افزایش عمق نسبی پاییندست مربوط به تابع دندانهای با ابعاد ۱۸۱۵ بوده که در مقایسه با شیبشکن تائم ساده ۳۶ درصد سبب افزایش عمق پاییندست شده است. فرود پاییندست از بازه ۳/۷ تا ۲۵/۵ در شیبشکن قائم ساده به این افزایش عمق نسبی پاییندست سبب کاهش محدوده عدد فرود پاییندست از بازه ۳/۷ تا ۲۵/۵ در شیبشکن قائم ساده به در شکل ۸۵ مشاهده میشود که شیبشکن قائم با لبههای در شکل ۸۵ مشاهده میشود که شیبشکن قائم با لبههای



Fig. 8 Changes of relative downstream depth versus the relative critical depth: a) without hydraulic jump and b) with hydraulic jump

محدوده عدد فرود پایین دست را نسبت به شیب شکن قائم ساده کاهش داده است و این کاهش در عدد فرود موجب کاهش طول پرش هیدرولیکی می شود. همان طور که مشاهده می شود، مدل های با ۴ دندانه، تا حدودی طول حوضچه ای برابر با شیب شکن قائم ساده ایجاد می کنند و مدل های با ۳ دندانه، در مقایسه با شیب شکن قائم ساده، طول حوضچه را کاهش می دهند، به طوری که در ابعاد نسبی ۰/۱ و ۰/۱۵ به تر تیب و به طور میانگین ۱۰ و ۱۵ در صد طول حوضچه کاهش می یابد.



Fig. 7 Changes of: a) length of falling jet and b) basin length versus relative critical depth
(b) مسكل ۷ تغييرپذيرىهاى طول ريزش (a) و طول حوضچه (b)
در برابر عمق بحرانى نسبى

۳-۴- عمق یاییندست (yd)

بررسی عمق پاییندست شیب شکن قائم ار این جهت با اهمیت است که می توان با در اختیار داشتن آن، ابعاد حوضچه آرامش پاییندست را بر آورد کرد. به همین منظور، عمق پاییندست شیب شکن برای دو حالت بدون رخداد پرش هیدرولیکی و با وجود پرش هیدرولیکی در شکل ۸ نشان داده شده است. در شکل ۸۵، برای حالت بدون پرش هیدرولیکی، مشاهده می شود

بررسی عددی استهلاک انرژی شیبشکن ...

نسبی پاییندست کمتری را ایجاد میکند. به عبارت دیگر، شیب شکن قائم با لبه دندانه ای در مقایسه با شیب شکن قائم ساده، عمق پایاب کمتری برای تشکیل پرش هیدرولیکی نیاز دارد، به طوری که در مقایسه با شیب شکن قائم ساده، در کمترین میزان تا ۷ درصد و بیشترین مقدار تا ۱۹ درصد کاهش میدهد. کاهش عمق نسبی پایین دست با وجود پرش هیدرولیکی به منزله کاهش ارتفاع دیواره حوضچه آرامش می باشد.

با در نظر گرفتن همه دادههای مربوط به مدلسازی عددی این تحقیق و با استفاده از دستور Solver در اکسل، به صورت سعی و خطا، رابطه (۸) برای برآورد استهلاک انرژی نسبی، عمق نسبی پاییندست و طول ریزش شیبشکن قائم ساده و شیبشکن قائم با لبههای دندانهای افقی بدون لحاظ کردن عمق پایاب و پرش هیدرولیکی ارائه شد.

$$f(x) = a(\frac{y_c}{h})^b (\frac{1+\alpha}{1+n})^c \tag{A}$$

در رابطه بالا، a، d و c ضریبهای ثابت بوده و به همراه ضریب تعیین ۱ و خطای جذر میانگین مربعات نرمال سازی شده ۲ برای هر کدام از فراسنجههای استهلاک انرژی، عمق نسبی پاییندست و طول ریزش در جدول ۳ ارائه شده است. همان طور که ملاحظه می شود، رابطه های ارائه شده معیارهای ارزیابی قابل قبولی داشته و می توانند تخمین در ستی از داده های این تحقیق ارائه دهند.

(۸) جدول ۳ ضریبهای ثابت و معیارهای ارزیابی رابطه Table 3 Constant coefficients and evaluation criteria of equation (8)

f(x)	а	b	с	\mathbb{R}^2	NRMSE
$rac{\Delta E}{E_u}$	0.14	-0.53	-0.43	0.95	0.06
$\frac{y_d}{h}$	0.448	1.1	-0.025	0.95	0.07
$rac{L_d}{h}$	1.76	0.3	-0.009	0.93	0.035

۴– نتیجه گیری

در این تحقیق، با استفاده از نرمافزار Flow3D به بررسی عددی استهلاک انرژی شیبشکن قائم با لبه دندانهای افقی در محدوده

عمق بحرانی نسبی ۰/۲ تا ۰/۳۵ پرداخته شد. شمار لبهها ۳ و ۴ در نظر گرفته شده و ابعاد نسبی آنها نیز ۰/۱ و ۰/۱۵ انتخاب شد. نتایج نشان داد که افزایش ابعاد دندانهها و کاهش شمار آن استهلاک انرژی، عمق نسبی پاییندست و برهم خوردگی خطوط جریان را افزایش می دهد. همچنین، با این که وجود لبه ها باعث افزایش طول ریزش شیب شکن شد، اما با این حال طول حوضچه برای استهلاک انرژی در مدلهای دارای لبه دندانهای افقی، کمتر از مدل بدون لبه دندانهای می شود. با توجه به نتایج بدست آمده از این تحقیق، شیب شکن قائم با شمار ۳ لبه و ابعاد نسبی ۰/۱۵ بیشترین استهلاک انرژی را نسبت به شیب شکن قائم ساده و دیگر مدلهای مربوطه ایجاد کرده و محدوده عدد فرود را از بازه ۳/۷ تا ۴/۵ در شیبشکن قائم ساده به ۲/۷ تا ۲/۹ تغییر میدهد. در کل برای شبیهسازیهای انجام شده در این تحقیق مدلهای با شمار دندانه ۴ در مقایسه با شمار دندانه ۳، نتایج بهتری ندارد. با این حال پرسشی که مطرح می گردد این است که آیا اگر تعداد دندانه ۲ باشد نتایج بهتر خواهد شد؟ بهتر است در راستای تحقیق، چند مدل با تعداد دندانه ۲ بررسی شود، تا نتایج دقیقتری به دست آید. برای مدل با تعداد دندانه ۲ آرایش متفاوتی اعم از آرایش متقارن و نا متقارن در عرض میتوان درنظر گرفت. در آرایش متقارن اول این که میتوان دندانهها را چسبیده به دو دیواره فلوم درنظر گرفت و دوم، دندانه ها در وسط قرار گیرند (همانند حالت ۴ دندانه با این تفاوت که دو دندانه كنارى يا وسطى حذف شود). افزون بر اين مىتوان فاصله بين دو دندانه را متفاوت درنظر گرفت تا بهینهترین حالت ممکن انتخاب شود. بنابراین برای تکمیل بررسیها در زمینه استفاده از لبههای دندانهای در شیب شکن قائم لازم است تا موارد اشاره شده در زمینه شمار دندانه ۲ بررسی شود.

از آنجایی که در پاییندست شیب شکن قائم اغلب از حوضچه آرامش برای مستهلک کردن انرژی جنبشی زیان آور جریان استفاده می شود و ابعاد حوضچه یاد شده وابسته به عدد فرود می باشد، لذا استفاده از این دندانه های افقی در لبه شیب شکن قائم دارای برتری هایی چون کاهش ابعاد حوضچه، افزایش استهلاک انرژی و نیاز به عمق پایاب کمتر برای تشکیل پرش هیدرولیکی می باشد. بنابراین، با درنظر گرفتن شرایط

¹ Correlation coefficient

² Normalized root-mean-square error (NRMSE)

8- منبعها

Abbasi, A. and Maleknejad yazdi, M. (2014). Effect of sill and submerged vanes on the flow containing sediment entering the lateral intakes. Journal of Irrigation and Water Engineering. 4(16), 104-116. (in Persian).

Bakhmeteff, M.W. (1932). Hydraulics of open channels, New York and London, McGraw-Hill Book Company, Inc.

Chiu, C.L., Fan, C.M. and Tsung, S.C. (2017). Numerical modeling for periodic oscillation of free overfall in a vertical drop pool. Journal of Hydraulic Engineering, 143(1), 04016077.

Daneshfaraz, R., Mirzaee, R., Ghaderi, A. and Majedi Asl, M. (2019). The S-jump's Characteristics in the Rough Sudden Expanding Stilling Basin. AUT Journal of Civil Engineering, 4(3), 8-8.

Daneshfaraz, R., Majedi Asl, M., Razmi, S., Norouzi, R. and Abraham, J. (2020a). Experimental investigation of the effect of dual horizontal screens on the hydraulic performance of a vertical drop. International Journal of Environmental Science and Technology. https://doi.org/10.1007/s13762-019-02622-x.

Daneshfaraz, R., Hasanniya, V., Mirzaee, R. and Bazyar, A. (2020b). Experimental investigation of the effect of positive slope of the horizontal screen on hydraulic characteristics of vertical drop. Iranian Journal of Soil and Water Research, 50(10), 2499-250. (in Persian).

Daneshfaraz, R., Majedi Asl, M., Mirzaee, R. and Tayfur, G. (2020c). Hydraulic jump in a rough sudden symmetric expansion channel. AUT Journal of Civil Engineering, doi: 10.22060/ajce.2020. 18227.5667.

Dean, R.B. (1978). Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in twodimensional rectangular duct flow. Journal of Fluids Engineering, 100, 215-223.

Esen, I.I., Alhumoud, J.M. and Hannan, K.A. (2004). Energy loss at a drop structure with a step at the base. Water International, 29(4), 523-529.

Farouk, M. and Elgamal, M. (2012). Investigation of the performance of single and multi-drop hydraulic structures. International Journal of Hydrology Science and Technology, 2(1), 48-74.

Hong, Y.M., Huang, H.S. and Wan, S. (2010). Drop characteristics of free-falling nappe for aerated

هیدرولیکی و اقتصادی طرح، میتوان از لبههای دندانهای در پروژههای عملی برای کاهش ابعاد حوضچه و افزایش استهلاک انرژی جریان بهره جست. برای تکمیل بررسیها در این زمینه نیز پیشنهاد میشود تا در بررسیهای بعدی، تأثیر زاویه قرارگیری این لبهها بر استهلاک انرژی و دیگر فراسنجههای هیدرولیکی جریان بررسی و ارزیابی شود.

۵– فهرست نشانهها

В	عرض فلوم (m)
E_u	انرژی کل بالادست شیبشکن (m)
Re	عدد رينولدز (-)
<i>Fr</i> _u	عدد فرود بالادست (-)
g	شتاب گرانش (m.s ⁻²)
h	ارتفاع شیبشکن (m)
L_B	طول حوضچه (m)
L_d	طول ریزش جت (m)
L_j	طول پرش هیدرولیکی (m)
n	تعداد لبه دندانهای (-)
р	فشار (Pa)
q	دبی در واحد عرض (m³s⁻¹m⁻¹)
Q	دبی (m ³ s ⁻¹)
Т	طول و عرض لبه دندانهای (m)
<i>u</i> _i	سرعت در راستای i (ms ⁻¹)
u_i'	سرعت نوسانی در راستای i (ms ⁻¹)
x_j	راستای محور مختصاتی
y_c	عمق بحرانی (m)
Уu	عمق بالادست (m)
μ	گرانروی آب (Pa.s)
α	بعد نسبي لبه (-)
ρ	چگالی آب (kg.m ⁻³)
	اختلاف انرژی بالادست و پاییندست
ΔE	شیبشکن (m)
$y_{2, jump}$	عمق ثانویه پرش هیدرولیکی (m)
<i>Y</i> d	عمق پاییندست (m)
Fr_d	عدد فرود پاييندست (-)

straight-drop spillway. Journal of Hydraulic Research, 48(1), 125-129.

Ghaderi, A., Dasineh, M. and Abbasi, S. (2019). Impact of vertically constricted entrance on hydraulic characteristics of vertical drop (numerical investigation). Journal of Hydraulics, 13(4), 121-131. (in Persian).

Kabiri-Samani, A.R., Bakhshian, E. and Chamani, M.R. (2017). Flow characteristics of grid drop-type dissipators. Flow Measurement and Instrumentation, 54, 298-306.

Liu, S.I., Chen, J.Y., Hong, Y.M., Huang, H.S. and Raikar, R.V. (2014). Impact characteristics of free over-fall in pool zone with upstream bed slope. Journal of Marine Science and Technology, 22(4), 476-486.

Mahmoudi, B. and Farhoudi, J. (2018). Experimental Studies of flow from Flap Gate in circular open channel at free flow condition. Iranian Journal of Soil and Water Research, 49(1), 159-170. (in Persian).

Mansouri, R. and Ziaei, A. (2014). Numerical modeling of flow in the vertical drop with inverse apron. 7th International Symposium on Environmental Hydraulics, Singapore.

Moore, W.L. (1943). Energy loss at the base of a free overfall. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 108(1), 1343-1360.

Novák, P., Moffat, A.I.B., Nalluri, C. and Narayanan, R. (2007). Hydraulic structures. CRC Press.

Rajaratnam, N. and Chamani, M.R. (1995). Energy loss at drops. Journal of Hydraulic Research, 33(3), 373-384.

Rand, W. (1955, September). Flow geometry at straight drop spillways. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 81(9), 1-13.

Sharif, M. and Kabiri-Samani, A. (2018). Flow regimes at grid drop-type dissipators caused by changes in tail-water depth. Journal of Hydraulic Research, 56(4), 505-516.

White, M.P. (1943). Discussion of Moore. Transactions of ASCE, 108, 1361-1364.