


Experimental and Numerical Study of Piano Key Weir with Upstream Nose and Semicircular Crest at the Outlet

Ali Ehsanifar¹, Masoud Ghodsian^{2*}

1- M.Sc, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2- Professor, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

* ghods@modares.ac.ir

Received: 28 March 2020, Accepted: 19 May 2020  J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: The newest type of nonlinear weirs is the Piano key weir. This weir significantly increases the discharge, has a relatively simple structure, and is an economic structure. Various studies have been conducted to evaluate the factors affecting the discharge and optimization of this type of the weir. The purpose of this study was to modify the type A Piano key weir for better performance and discharge coefficient, and ventilation at the outlet. In this research, by applying changes such as a triangular nose at the entrance and a semicircular crest in the outlet of the A-type Piano key weir, its performance has been studied numerically by Flow-3D software.

Methodology: The experiments were conducted in a laboratory channel with a length of 10 meters, a width of 0.75 meters, and a height of 0.8 meters. The laboratory channel walls were made of glass and its floor was made of metal and supported by metal frames. The experiments were conducted on a type A Piano key weir which was placed at the middle length of channel. Flow depths and discharge were respectively measured by using an ultrasonic flow meter and a digital point gage. The experimental results were used for calibration of the Flow-3D software. In the numerical simulation, the RNG turbulence model was used.

In the numerical simulation five models of Piano key weir considered. The first type PKW A has the same physical model characteristics and the modified model concurrently with changes such as upstream nose and semicircular cross-section, without outlet overhang (PKW B +). The third type was added by removing the inlet overhang and using a semicircular crest at the outlet without outlet overhang (PKW C). The fourth model was considered by adding the nose at the upstream of the type A Piano key weir (PKW D). The fifth model was considered by a semicircular crest at the outlet (PKW A+). In the numerical model, three meshing were used, one at the upstream of the weir with dimensions of $2 \times 0.4 \times 0.6$, the second in the weir site with dimensions of $0.5 \times 0.4 \times 0.6$ and the third in the downstream of the weir dimension $1 \times 0.4 \times 0.6$. At the inlet boundary of block 1, the volume flow rate was used as boundary condition, in the outlet boundary of block 3, outflow boundary condition, at the upper boundaries of the field, left and right of the inlet flow, and between the blocks, the symmetry boundary condition, and at the bottom boundary, the wall boundary condition was used. The simulation time is set to 15 seconds, which states that the current is stable after about 13.5 seconds.

Results and discussion: The performance of PKW C and PKW A+ and PKW D weirs as the discharge coefficient is better than PKW A weir. The discharge coefficient of the PKW C and PKW A+ weirs were improved compared to PKW A. Also, the lack of downstream overhang of the weir, reduces downstream turbulence and directs the streamlines better at the outflow. An increase in the discharge coefficient of the PKW C weir was observed compared to PKW A weir. Also, the discharge coefficient by inserting a nose at the upstream of the weir (PKW D) has also increased. However, with the increase of the head, due to more interference of the flow layers, this effect is reduced and results in a decrease in the discharge coefficient compared to the lower heads. It was found that adding a nose at the upstream or using a semicircular crest at the downstream of PKW A, behave similarly and each one increases the discharge coefficient by about 8 percent. Simultaneous effect of the upstream nose and semicircular crest at the downstream of PKW B (PKW B+ model) increases the discharge coefficient by 14 percent compared to PKW A model. Flow streamlines at the PKW A weir indicate a 90-degree deviation of the flow lines after collision by the weir and scrolling further to pass through the weir input keys. Also, the focusing of the flow lines at the length of lateral wall of weir, the flow lines are redirected to the weir inlet by the downstream nose. The PKW B + weir reduced the formation of vortices downstream of the weir, which eventually reduced the turbulence. The reduction of the volume of air trapped in the weir outlet key was noticed, which increases the weir discharge.

Conclusion: In this study, the results of numerical simulations were shown to be in agreement with the experimental results. By using the triangular nose at the upstream and a semicircular crest in the outlet of type A piano key weir, the discharge coefficient increased by about 14%. The tested PKW B+ is a good substitute for Piano key weirs types A and B.

Keywords: Piano key weir (PKW), Numerical, Coefficient Discharge, Aeration, Triangular nose.



© 2020 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)
(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

مطالعه آزمایشگاهی و عددی جریان در سرریز کلیدپیانویی با دماغه بالادست و تاج نیم دایره در دهانه خروجی

علی احسانی فرا^۱، مسعود قدسیان^{۲*}

۱- کارشناس ارشد مهندسی آب و سازه های هیدرولیکی، دانشگاه تربیت مدرس تهران.

۲- استاد هیدرولیک، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست و پژوهشکده مهندسی آب، دانشگاه تربیت مدرس تهران.

*ghods@modares.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۰۹، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۳۰ §§§ وب گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: جدیدترین نوع از سرریزهای غیرخطی سرریزهای کلیدپیانویی هستند. این نوع سرریز آبگذری را به میزان قابل توجهی افزایش می دهد، ساختاری به نسبت ساده دارد و سازه ای اقتصادی است. طی سالیان گذشته پژوهش های مختلفی برای بررسی عامل های موثر بر آبگذری و بهینه سازی این نوع سرریزها انجام شده است. در این پژوهش با اعمال تغییرهایی از جمله ایجاد دماغه در دهانه ورودی سرریز و استفاده از تاج نیم دایره در دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع A و B، عملکرد آن با مدل سازی عددی بوسیله نرم افزار Flow-3D بررسی شد. در آغاز آزمایش هایی روی سرریز کلیدپیانویی نوع A انجام و از نتایج به دست آمده برای صحت سنجی مدل عددی استفاده شد. تاثیر هر یک از تغییرهای اعمال شده در سرریز کلیدپیانویی نوع A و B بر ضریب آبگذری به صورت جداگانه و نسبت به سرریز کلیدپیانویی نوع A بررسی شد. نتایج نشان داد ایجاد دماغه مثلثی و تاج نیم دایره در دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع A، هر کدام افزایش حدود ۸ درصدی ضریب آبگذری سرریز را به همراه دارد. تاثیر همزمان این دو تغییر در سرریز کلیدپیانویی نوع B، سبب افزایش ضریب آبگذری در حدود ۱۴ درصد نسبت به سرریز کلیدپیانویی نوع A می شود. این تغییرها در سرریز کلیدپیانویی با اصلاح خطوط جریان و هدایت بهتر جریان، باعث بهبود شرایط هیدرولیکی سرریز شده است. سرریز کلیدپیانویی معرفی شده (مدل PKW B+)، جایگزین مناسبی برای سرریزهای کلیدپیانویی A و B است.

کلید واژگان: ضریب آبگذری، سرریز کلیدپیانویی، سرریز غیرخطی، دماغه سرریز، بیرون زدگی سرریز

۱- مقدمه

- دهانه های ورودی و خروجی و
- لبه های آویزان پایین دست و بالادست

به طور کلی سرریزهای کلید پیانویی را می توان به چهار نوع زیر تقسیم کرد (شکل ۱).

- نوع A: دارای دو لبه ای آویزان (بیرون زدگی) مشابه در بالادست و پایین دست سرریز است.
- انواع B و C: که دارای یک لبه ای آویزان به ترتیب در بالادست یا پایین دست هست.
- نوع D: بدون لبه ای آویزان می باشد.

اجزای یک سرریز کلید پیانویی A که در شکل ۲ نشان داده شده عبارت اند از: P ارتفاع سرریز، L طول سرریز، W عرض کل سرریز، Wi عرض کلید ورودی، Wo عرض کلید

جدیدترین نوع از سرریزهای غیرخطی سرریزهای کلیدپیانویی هستند. نتایج و بررسی های Blancher et al. (2011) نشان داد که دبی عبوری از این سرریز دست کم چهار برابر سرریز خطی است. Tullis (2013) ضمن مقایسه سرریز کلیدپیانویی با سرریز کنگره ای و سرریز دریچه دار به بهتر بودن سرریز کلیدپیانویی از لحاظ اقتصادی و هزینه نگهداری اشاره کرد. (Silvestri and Archambeau 2013) کاهش بیشتر انرژی و کاهش طول سازه کاهنده انرژی در سرریز کلیدپیانویی را نسبت به سرریز اوجی گزارش کردند. قسمت های یک سرریز کلیدپیانویی عبارت اند از:

- صفحه های شیب دار پایین دست و بالادست

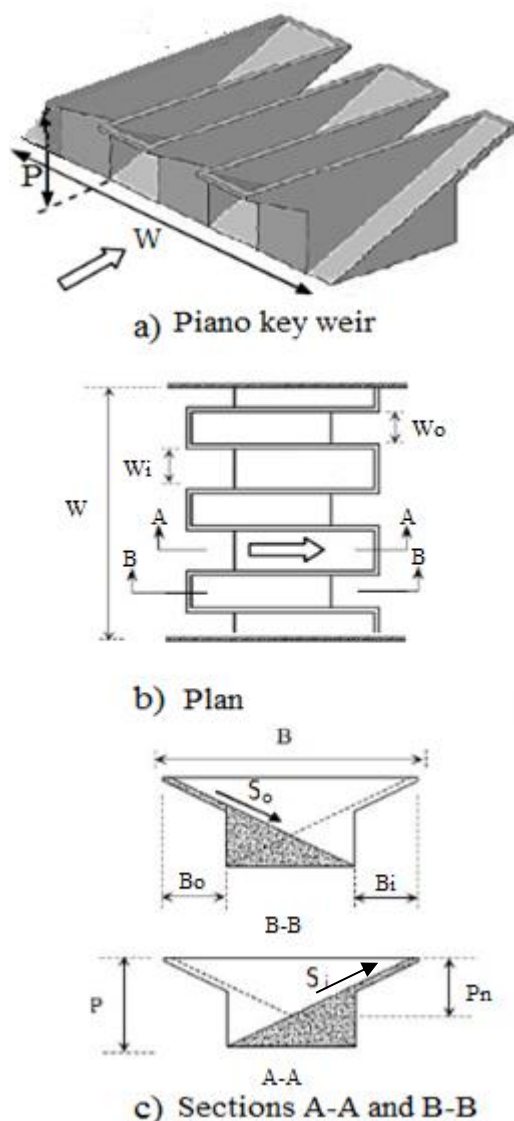


Fig. 2 Characteristics of piano key weir

شکل ۲ مشخصات سرریز کلید پیانویی نوع A

نتایج بررسی آزمایشگاهی Machiels et al. (2012) نشان داد که نسبت عرض کلید ورودی به عرض کلید خروجی سرریز (W_i/W_o) در محدوده $1/25$ تا $1/5$ بیشترین بازده سرریز کلید پیانویی را به همراه دارد. همچنین نسبت بیرون زدگی ورودی به بیرون زدگی خروجی سرریز برابر یک $(B_i/B_o=1)$ را به عنوان میزان‌های بهینه پیشنهاد نمودند.

Cicero and Delisle (2013) با آزمایش روی شکل‌های متفاوت لبه تاج سرریز کلید پیانویی در بار آبی کمتر از ۳ سانتی‌متر، و صرف نظر کردن از تأثیر مقیاس، افزایش ضریب آبگذری ۲۰ تا ۳۵ درصد و در بار آبی بیشتر از ۳

خروجی، S_i و S_o به ترتیب شیب کف کلیدهای ورودی و خروجی، B طول دیوار جانبی سرریز، B_o و B_i به ترتیب طول بیرون زدگی‌های ورودی و خروجی سرریز می‌باشند. رابطه بین دبی عبوری از سرریز کلید پیانویی و فراسنجه‌های موثر بر آن عبارت است از:

$$Q = \frac{2}{3} C_d L \sqrt{2g} H_i^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

با معلوم بودن دبی Q و بار آبی H_i می‌توان ضریب آبگذری سرریز کلید پیانویی C_d را به دست آورد:

$$C_d = \frac{3Q}{2L \sqrt{2g} H_i^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

در رابطه‌های بالا L طول تاج سرریز (W_i+W_o+2B) ، g شتاب گرانش زمین، H_i بار آبی کل (عمق آب بالادست + $\frac{v^2}{2g}$) و v سرعت جریان ورودی به سرریز می‌باشد.

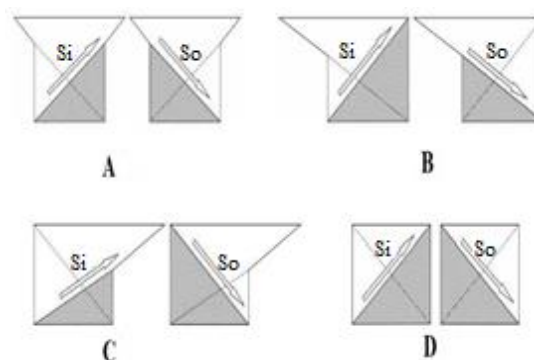


Fig. 1 Type of piano key weirs

شکل ۱ انواع سرریزهای کلید پیانویی

Ghodsian et al. (2001) نیز در نتایج بررسی‌های خود با استفاده از تاج نیم‌دایره در کلیدهای ورودی و خروجی سرریز کنگره‌ای، به بررسی آزمایشگاهی ضریب آبگذری این نوع سرریز پرداختند. Lempérière and Ouamane (2003) با مقایسه سرریزهای کلید پیانویی نوع A و B، آبگذری سرریز نوع B را با طول و ارتفاع و هزینه یکسان، بیشتر گزارش دادند.

Crookstone et al. (2012) کاربرد مدل عددی را برای شبیه سازی آبگذری سرریز کنگره‌ای مناسب دانستند. Ouamane (2013) با بررسی آزمایشگاهی، استفاده از تاج نیم‌دایره در پلان دهانه ورودی سرریز کنگره‌ای را در کاهش هزینه‌ها و بهبود ده درصدی عملکرد سرریز موثر دانست.

آبگذری، دبی عبوری از روی سرریز و الگوی جریان ارزیابی شد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- تجهیزات آزمایشگاهی

آزمایش‌های مورد نظر روی سرریز کلید پیلانوی نوع A با سه کلید (PKW A) در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه تربیت مدرس در آبراه‌ای به طول ۱۰ متر، ارتفاع ۰/۸ متر و عرض ۰/۷۵ متر انجام شد. جداره آبراهه آزمایشگاهی از شیشه و کف آن فلزی می‌باشد. جریان آب از مخزن زیرزمینی به وسیله دو پمپ با بیشترین دبی هر کدام ۸۵ لیتر بر ثانیه تامین می‌شود. طرح کلی آبراهه، تجهیزات آزمایشگاهی، سرریز کلید پیلانوی و موقعیت ابزار اندازه‌گیری در شکل ۳ نشان داده شده است. اندازه‌گیری دبی به وسیله دبی سنج فراصوت با دقت 10^{-6} مترمکعب بر ثانیه و اندازه‌گیری عمق جریان در بالادست و نیم‌رخ جریان عبوری از روی سرریز کلید پیلانوی به وسیله عمق سنج نقطه‌ای با دقت ۱ میلی‌متر صورت گرفت. آزمایش‌ها با دبی‌های ۰/۰۴، ۰/۰۸، ۰/۱، ۰/۱۲ و ۰/۱۶ مترمکعب بر ثانیه انجام شد. دامنه تغییرپذیری‌های عمق نسبی جریان در محدوده $0.185 < H_t/P < 0.2$ می‌باشد. طراحی و انجام آزمایش‌ها طوری صورت گرفت که کشش سطحی اثرگذار نباشد. تصویری از سرریز در شکل ۴ و مشخصات سرریز کلید پیلانوی استفاده شده در آزمایشگاه در جدول ۱ نشان داده شده است. در این جدول T_s ضخامت سرریز و B_b طول جانبی سرریز بدون بیرون زدگی است.

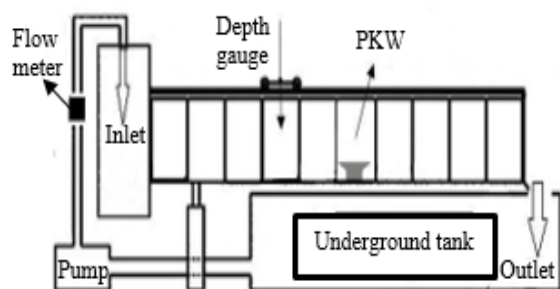


Fig. 3 Schematic diagram of flume and experimental equipments

شکل ۳ طرح کلی آبراهه و تجهیزات آزمایشگاهی

سانتی‌متر، تا ۱۰ درصد عملکرد بهتر سرریز را گزارش کردند.

Safarzadeh and Noroozi (2014) جریان روی سرریز کلید پیلانوی انحنادار در پلان را با استفاده از نرم‌افزار Flow 3D شبیه‌سازی کردند. Ahadian and Afzalian (2016) با آزمایش بر روی شکل‌های متفاوت دماغه در بالادست سرریز کلید پیلانوی به این نتیجه رسیدند که استفاده از دماغه مثلثی بهترین عملکرد را دارد. Bremer and Oertel (2017) با استفاده از شبیه‌سازی عددی بوسیله نرم‌افزار Flow 3D نشان دادند که ضخامت دیواره‌های سرریز کلید پیلانوی روی ضریب آبگذری جریان موثر است. Ghodsian and Ehsanifar (2020) شبیه‌سازی عددی جریان عبوری از روی سرریز کلید پیلانوی نوع A با استفاده از نرم‌افزار Flow-3D، مدل آشفتگی RNG (Renormalization group turbulence model) را در شبیه‌سازی جریان، مناسب دانستند. آنان همچنین به ایجاد جریان شبه گردابه در زیر کلید ورودی سرریز اشاره کردند. نتایج پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که استفاده از تاج-نیم دایره در پلان، در دهانه ورودی سرریز کنگره‌ای افزایش آبگذری آن را به همراه دارد. از سوی دیگر هندسه دماغه ورودی سرریز کلید پیلانوی نیز روی آبگذری آن موثر است. با توجه به اینکه تأثیر هندسه تاج دهانه خروجی و هندسه دماغه ورودی به طور کامل روی آبگذری در سرریز کلید پیلانوی بررسی نشده است لذا هدف اصلی این پژوهش بررسی تأثیر استفاده تاج نیم‌دایره در پلان، در دهانه خروجی و نیز دماغه ورودی مثلثی بر آبگذری سرریز کلید پیلانوی است. در آغاز آزمایش‌هایی روی سرریز کلید پیلانوی نوع A انجام و از نتایج آن برای صحت سنجی مدل عددی استفاده شد. سپس با اعمال تغییرهای مورد نظر با شبیه‌سازی عددی در پنج مدل مختلف سرریز کلید پیلانوی (نوع A، نوع A به همراه دماغه در ورودی بالادست، نوع A با تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز، نوع B با دماغه در ورودی بالادست و تاج نیم‌دایره در خروجی، نوع B با تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز) تأثیر فراسنجه‌های مورد نظر بررسی و نتایج با یکدیگر مقایسه شدند. تأثیر تغییرهای انجام شده در ضریب

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{V_f} (u_j A_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + f_i \quad (4)$$

در رابطه‌های ۳ و ۴، u سرعت، V_f نسبت حجم مایع در هر عنصر، A_i مساحت جزئی روی عنصری که سیال در آن جریان دارد، ρ چگالی، P فشار، g_i نیروی گرانش و f_i تنش رینولدز در عنصرهای پر از مایع می باشند.

شبیه‌سازی عددی برای پنج دبی عبوری از روی سرریز (۰/۰۴، ۰/۰۸، ۰/۱، ۰/۱۲ و ۰/۱۶ مترمکعب برثانیه) انجام شد. به منظور کاهش حجم محاسبات رایانه‌ای و زمان شبیه‌سازی، مدل‌سازی یک کلید از سرریز کلیدپیانویی انجام شد. دبی‌های متناظر برای یک کلید در مدل عددی ۰/۰۱۳، ۰/۰۲۶، ۰/۰۳۳، ۰/۰۴ و ۰/۰۵۳ متر مکعب بر ثانیه است. برای شبیه‌سازی عددی از پنج مدل سرریز کلیدپیانویی استفاده شد. مدل اول PKW A همان مشخصات مدل استفاده شده در آزمایشگاه را داراست که به منظور صحت‌سنجی مدل عددی استفاده شد. مدل دوم با ایجاد دماغه در بالادست و استفاده از تاج نیم‌دایره‌ای در پلان دهانه خروجی سرریز PKW B به دست آمد که در ادامه با PKW B+ نشان داده می‌شود. مدل سوم با استفاده از تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز PKW B به دست آمد که با PKW C نشان داده می‌شود. مدل چهارم با اضافه کردن دماغه مثلثی در بالادست سرریز کلیدپیانویی نوع A و مدل پنجم با استفاده از تاج نیم‌دایره‌ای در پلان دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع A به دست آمد که در ادامه به ترتیب با PKW D و PKW A+ نشان داده می‌شوند. طرح‌واره سرریزهای استفاده شده در شکل ۵ و مشخصات هندسی آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده است. در جدول ۲، J طول دماغه، r شعاع انحنای تاج سرریز و K عرض دماغه مثلثی است.

۲-۲-۱- شبکه‌بندی و صحت‌سنجی

برای شبیه‌سازی از سه شبکه‌بندی با شماری سلول‌های متفاوت استفاده شد. شبکه‌بندی استفاده شده در بالادست سرریز به ابعاد $2 \times 0.4 \times 0.6$ متر، در محل سرریز به ابعاد $0.5 \times 0.4 \times 0.6$ متر و در پایین‌دست سرریز به ابعاد $1 \times 0.4 \times 0.6$ متر بود (شکل ۶). مشخصات شبکه‌بندی‌های استفاده شده (نوع ۳) شبکه بندی) در جدول ۳ نشان داده



Fig. 4 Piano key weir type A
شکل ۴ سرریز کلیدپیانویی نوع A

جدول ۱ مشخصات سرریز کلیدپیانویی A

P	L	W	Wi=Wo	B	Bb
0.2	1.25	0.25	0.125	0.5	0.25
Bi=B0	Ts	Si=So	L/W	N	
0.125	0.01	0.053	5	3	

۲-۲-۲- مدل‌سازی عددی

با توسعه مدل‌های عددی، امکان شبیه‌سازی پدیده‌های پیچیده هیدروبیکی بیش از پیش گسترش یافته است. با توجه به امکانات محدود آزمایشگاهی، هزینه ساخت و انجام آزمایش در مدل‌های ابداعی جدید از یک طرف، و کاهش زمان ارزیابی از سوی دیگر، از مدل عددی برای نیل به هدف‌های این پژوهش استفاده شد. ابتدا آزمایش‌هایی، به گونه‌ای که پیشتر توصیه شده بود، روی سرریز کلیدپیانویی نوع A انجام و با توجه به موارد یاد شده ادامه تحقیق با استفاده از مدل عددی FLOW-3D انجام شد.

مدل FLOW-3D بر پایه گروه‌های عادی شده‌ی رینولدز (RNG) استوار است. این رویکرد شامل روش‌های آماری برای استحصال معادله‌های متوسط‌گیری شده برای کمیت‌های آشفتگی مانند انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ هدر رفت آن است.

معادله‌های حاکم بر حرکت سیال تراکم ناپذیر لزج در حالت آشفته، توسط معادله‌های ناویر استوکس متوسط‌گیری شده، موسوم به رینولدز (RANS) بیان می‌شوند که با در نظر گرفتن متغیرهای (VOF) و (FAVOR) به شکل معادله‌های پیوستگی و اندازه حرکت در می‌آیند که به ترتیب در روابط ۳ و ۴ نشان داده شده است.

$$\frac{\partial}{\partial x} (u_i A_i) = 0 \quad (3)$$

جدول ۲ فراسنجه‌های هندسی سرریزهای کلیدپیانویی

Table 2 Geometrical parameters of piano key weirs

PKW	B+	C	D	A+
	(m)	(m)	(m)	(m)
N	1	1	1	1
Ts	0.01	0.01	0.01	0.01
Bi	-	-	0.125	0.125
Bo	0.125	0.125	0.125	0.125
Bb	0.3125	0.3125	0.25	0.25
B	0.5	0.5	0.5	0.5
Si	0.53	0.53	0.53	0.53
So	0.45	0.45	0.53	0.53
Wo	0.1963	0.1963	0.125	0.1963
Wi	0.125	0.125	0.125	0.125
W	0.25	0.25	0.25	0.25
L	1.196	1.196	1.25	1.196
$\frac{L}{W}$	4.78	4.78	5	4.78
P	0.2	0.2	0.2	0.2
K	0.0625	-	0.0625	-
J	0.135	-	0.135	-
r	0.0625	0.0625	-	0.0625

جدول ۳ شمار سلول‌های شبکه برای شبیه‌سازی عددی

Table 3 Number of mesh cells for numerical simulation

Model (VOF)	1	2	3
Turbulent model	RNG	RNG	RNG
Mesh block 1	5000	12000	20000
Mesh block 2	150000	300000	450000
Mesh block 3	3500	7000	15000
Time (hr) for 15 second simulation	1.2	2.5	8

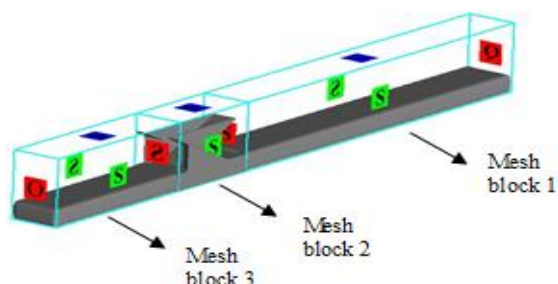


Fig. 6 Boundary conditions in numerical simulation

شکل ۶ شرایط مرزی اعمال شده در شبیه‌سازی عددی

شده است. همچنین از مدل آشفتگی RNG استفاده شد. مدل RNG از رابطه‌هایی مانند رابطه‌های موجود در مدل K-ε استفاده می‌کند. با این تفاوت که ضریب‌های ثابت موجود در مدل K-ε به جای استفاده از روش تجربی، در مدل RNG به صورت صریح محاسبه می‌شوند. با توجه به توصیه استفاده از مدل آشفتگی RNG در پژوهش‌های مشابه گذشته (Ghanbari and Heidarnajad., 2020) و (Farhoudi et al., 2017 و Bremer and Oertel., 2017) همچنین به دلیل برتری‌های آن مانند در نظر گرفتن

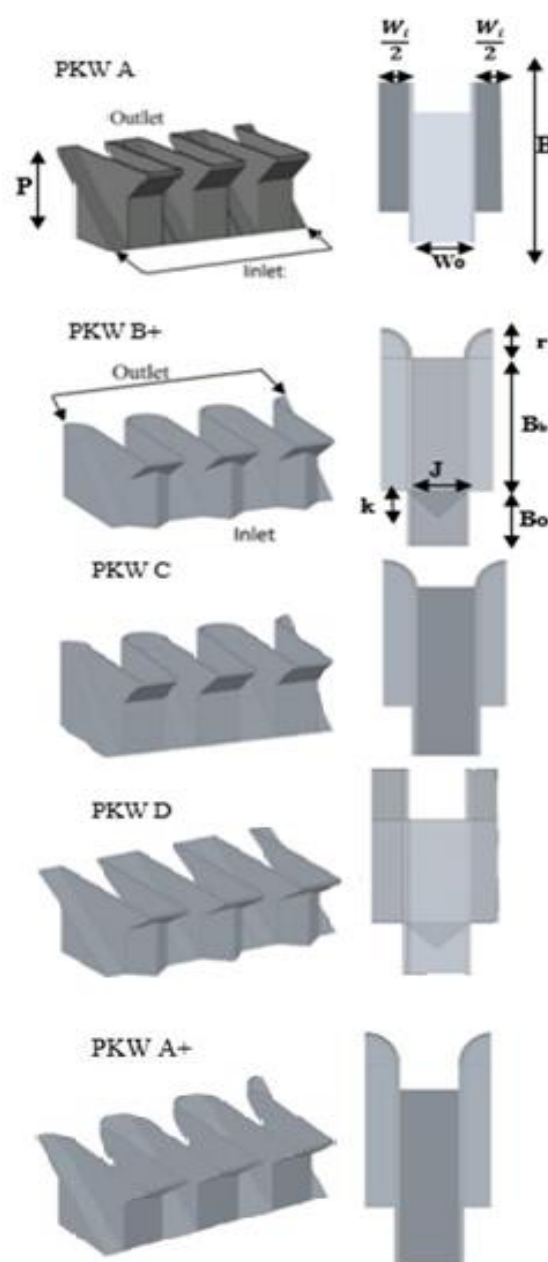


Fig. 5 Schematic diagram of piano key weirs

شکل ۵ مشخصات سرریزهای مدل شده

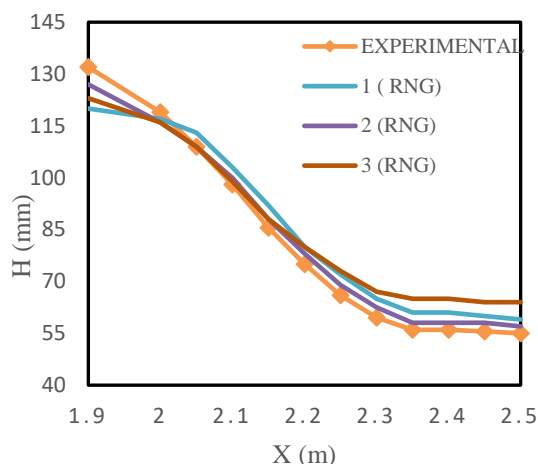


Fig. 7 Water surface profile over weir (Comparison of experimental and numerical results using different meshing): $Q = 0.053 \text{ m}^3/\text{s}$

شکل ۷ رخ نمای آب روی سرریز (مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی با شبکه بندی‌های مختلف) برای دبی $0.053 \text{ m}^3/\text{s}$ متر مکعب بر ثانیه

جدول ۴ مقادیر خطا در شبیه‌سازی عددی رخ نمای جریان نسبت به داده‌های آزمایشگاهی

Table 4 Error in simulated water surface profile using different meshing

Model (VOF)	Maximum Error (%)	Average Error (%)
1	9.09	6.38
2	4.8	2.81
3	14.06	7.51

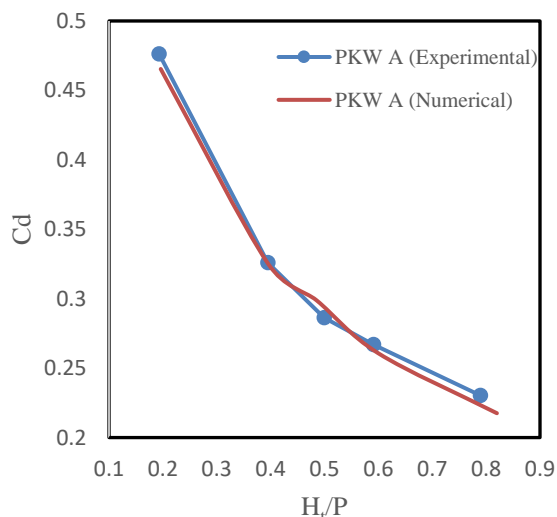


Fig. 8 Variations of C_d with H/P for PKW A weir (Experimental & Numerical)

شکل ۸ تغییرهای ضریب آبگذری سرریز کلیدپیانویی نوع A بر حسب H/P (آزمایشگاهی و عددی)

اثرگذاری‌های چرخش روی آشفتگی در مقایسه با مدل $k-\epsilon$ از مدل آشفتگی RNG در این پژوهش استفاده شد. باتوجه به نتایج به دست آمده و پایدار شدن جریان پس از حدود $13/5$ ثانیه توسط نرم‌افزار، زمان شبیه‌سازی 15 ثانیه در نظر گرفته شد.

باتوجه به شرایط آزمایش‌های انجام شده و دبی معلوم در بالادست سرریز و نیز مانند نتایج برخی از پژوهش‌های پیشین، برای شبیه‌سازی عددی در مرز بالادست (بلوک ۱ در شکل ۶) از شرط مرزی دبی حجمی (Ghanbari and Heidarnajad, 2020 و Farhoudi et al., 2017) در مرز پایین‌دست (بلوک ۳ در شکل ۶) از شرط مرزی خروجی، در مرزهای بالایی و کناری از شرط مرزی تقارن و در مرز کف از شرط مرزی دیوار استفاده شد.

انتخاب شبکه بندی مناسب، با مقایسه رخ نمای شبیه‌سازی شده جریان عبوری از روی سرریز کلیدپیانویی نوع A و داده‌های آزمایشگاهی صورت گرفت که در شکل ۷ نشان داده شده است. در این شکل موقعیت لبه بالادست دیوار سرریز در $x = 2$ متر و H معرف عمق جریان روی تاج سرریز است.

میزان‌های بیشینه و میانگین خطا در نتایج عددی به دست آمده برای رخ نمای جریان در مقایسه با میزان اندازه‌گیری شده در جدول ۴ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۷ و جدول ۴، کمترین خطا در برآورد رخ نمای جریان برای شبکه بندی شماره ۲ می‌باشد. از این رو شبکه بندی ۲ به عنوان شبکه بندی مناسب برای ادامه شبیه‌سازی عددی انتخاب شد.

به منظور اطمینان از صحت نتایج شبیه‌سازی، مقایسه بین ضریب آبگذری سرریز نوع PKW A به دست آمده از داده‌های آزمایشگاهی و نتایج شبیه‌سازی عددی در شکل ۸ نشان داده شده است. میانگین تفاوت ضریب آبگذری شبیه‌سازی شده با نتایج آزمایشگاهی کمتر از 5 درصد به دست آمد. بدین ترتیب می‌توان از صحت نتایج شبیه‌سازی عددی اطمینان داشت. باتوجه به نتایج به دست آمده در این تحقیق و یافته‌های محققین پیشین، می‌توان کارایی مدل آشفتگی RNG و شبکه انتخاب شده را مناسب دانست. نظر به اینکه پیشتر مدل آشفتگی RNG

از شکل ۹ روشن است که دبی با بارآبی رابطه‌ای مستقیم دارد و با افزایش دبی، بارآبی نیز افزایش می‌یابد. نزدیکی داده‌های (Anderson and Tullis (2013 با نتایج این تحقیق نیز صحت شبیه‌سازی انجام شده را تایید می‌کند.

۳- نتایج و بحث

برای بررسی اثرگذاری‌های دماغه مثلثی در بالادست سرریز و استفاده از تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز، هر کدام از این تغییرها به صورت جداگانه در شبیه‌سازی عددی بررسی و نتایج آن در ادامه آورده شده است.

شکل ۱۰ تأثیر تاج نیم‌دایره‌ای در دهانه خروجی سرریز (مدل PKW A+) و استفاده از دماغه مثلثی در بالادست سرریز (مدل PKW D) را روی ضریب آگذری نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که استفاده از تاج نیم‌دایره‌ای در دهانه خروجی یا استفاده دماغه در بالادست سرریز کلیدپیانویی نوع A، افزایش ضریب آگذری را به همراه دارند. روشن است که ضریب آگذری هر دو مدل بالا برای H_t/P ‌های کمتر از حدود ۰/۵ تا حدودی یکسان است. به این معنی که در این محدوده از H_t/P ، دماغه مثلثی و تاج نیم‌دایره تأثیر به نسبت یکسانی روی ضریب آگذری دارند. اما هنگامی که H_t/P بزرگتر از حدود ۰/۵ باشد، ضریب آگذری سرریز با تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز، کمی بیشتر است. استفاده از تاج نیم‌دایره‌ای در دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع A، افزایش حدود ۲/۷ درصدی ضریب آگذری در محدوده H_t/P بزرگتر از حدود ۰/۵، را در مقایسه با هنگامی که از دماغه مثلثی در بالادست این سرریز استفاده شود، دارد. که دلیل آن موثرتر بودن دماغه در هدایت بهتر جریان ورودی در این محدوده از عمق نسبی جریان است. نتایج نشان داد مدل‌های PKW A+ و PKW D هر کدام افزایش حدود ۸ درصدی ضریب آگذری را نسبت به مدل PKW A دارند.

مقایسه ضریب آگذری سرریز کلیدپیانویی B برای حالتی که همزمان از دماغه مثلثی در بالادست و تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی آن استفاده شده (مدل PKW B+) با حالتی که تنها از تاج نیم‌دایره در خروجی آن (مدل PKW C) استفاده شده در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در هر دوی

برای هندسه‌های مختلف سرریز نتایج مناسبی داده است لذا در این تحقیق هم از این مدل استفاده شد. بنابراین FLOW در نرم افزار FAVOR با توجه به استفاده از ابزار و انتخاب شبکه بندی شماره ۲، می‌توان نسبت به نتایج 3D شبیه‌سازی برای دیگر مدل‌های مورد نظر اطمینان داشت. تغییرات دبی برحسب H_t/P به دست آمده از شبیه‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی پژوهش حاضر و همچنین با نتایج آزمایشگاهی (Anderson and Tullis (2013 برای مدل PKW A در شکل ۹ مقایسه شده است. مشخصات هندسی آزمایشگاهی (Anderson and Tullis (2013 برای یک کلید سرریز در جدول ۵ نشان داده شده است.

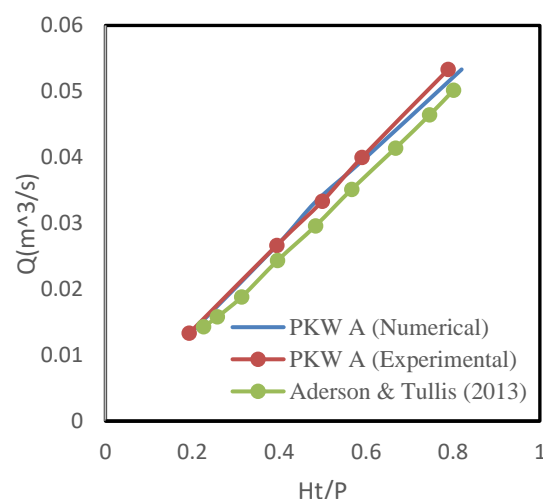


Fig. 9 Variations of C_d with H_t/P (numerical and physical comparison)

شکل ۹ تغییرات دبی بر حسب H_t/P و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

جدول ۵ مشخصات هندسی آزمایش‌های اندرسون و تولیس (۲۰۱۳)

Table 5 Geometrical parameters of the piano key weir used by Anderson & Tullis (2013)

Parameter	PKW A (m)
P	0.197
L	1.185
W	0.234
N	1
Ts	0.012
Bi=Bo	0.121
Si=So	0.55
Wo=Wi	0.115

اما با افزایش بارآبی، به دلیل تداخل بیشتر لایه‌های جریان، تأثیر دماغه کمتر شده ولی کماکان ضریب آبگذری بیشتری، در مقایسه با ضریب آبگذری مدل PKW A دارند. نتایج نشان داد اضافه کردن دماغه مثلثی در بالادست سرریز (مدل PKW D)، افزایش حدود ۸ درصدی ضریب آبگذری سرریز را به همراه دارد.

مدل PKW C، در مقایسه با مدل PKW A دارای تاج نیم دایره‌ای در دهانه خروجی و بدون بیرون زدگی در پایین دست سرریز است. طول تاج این سرریز حدود ۴ درصد از دو سرریز دیگر نشان داده شده در شکل ۱۳ کمتر است. با این حال افزایش ضریب آبگذری حدود ۱۱.۵ درصد نسبت به مدل PKW A و حدود ۳ درصد نسبت به مدل PKW D را دارد. عدم بیرون زدگی در پایین دست سرریز، سبب کاهش تلاطم جریان در پایین ست و هدایت بهتر جریان خروجی از روی سرریز می‌شود. به همین سبب افزایش ضریب آبگذری در مدل PKW C نسبت به مدل PKW A رخ داده است.

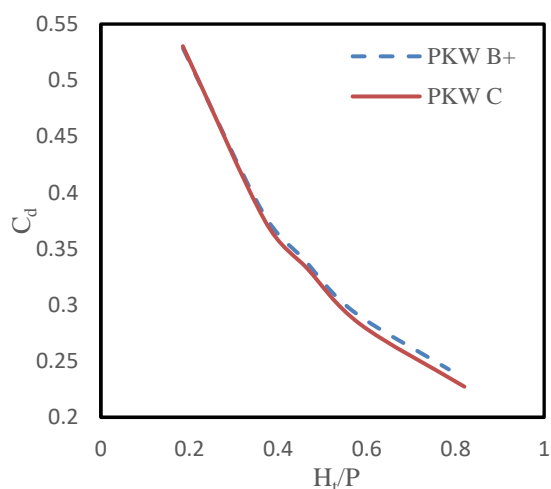


Fig. 11 Variations of C_d with H_t/P for PKW B+ and PKW C models

شکل ۱۱ تغییرات ضریب آبگذری بر حسب H_t/P برای مدل‌های PKW C و PKW B+

تغییرات دبی بر حسب H_t/P برای مدل‌های PKW B+ و PKW A در شکل ۱۴ مقایسه شده است. با توجه به این شکل می‌توان به بارآبی کمتر در یک دبی ثابت، در مدل PKW B+ نسبت به مدل PKW A اشاره کرد. نتایج نشان می‌دهد سرریز اصلاح شده PKW B+ در یک دبی مشخص،

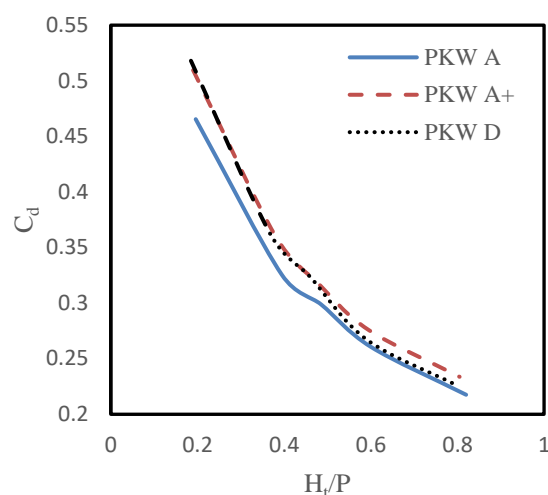


Fig. 10 Variations of C_d with H_t/P for PKW A, PKW A+ and PKW D models

شکل ۱۰ تغییرات C_d بر حسب H_t/P برای مدل‌های PKW A، PKW A+ و PKW D

دوی این مدل‌ها مقدار طول نسبی تاج سرریز L/W برابر است. بر اساس شکل ۱۱، می‌توان بیان داشت که ضریب آبگذری هر دو مدل فوق برای H_t/P های کمتر از حدود ۰/۴ تا حدودی یکسان است. اما هنگامی که H_t/P بزرگتر از حدود ۰/۴ باشد، استفاده همزمان دماغه مثلثی در بالادست و تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز (مدل PKW B+)، ضریب آبگذری بیشتری را دارد. به طور کلی استفاده از دماغه مثلثی در بالادست سرریز کلیدپیانویی نوع B، ضریب آبگذری آن را حدود ۲/۲ درصد افزایش می‌دهد. تغییرپذیری های دبی بر حسب H_t/P برای مدل‌های PKW B+ و PKW C که دارای طول نسبی یکسانی هستند در شکل ۱۲ مقایسه شده است. با توجه به این شکل می‌توان به کاهش جزئی بارآبی در یک دبی ثابت، در مدل PKW B+ نسبت به مدل PKW A نیز اشاره کرد.

ضریب آبگذری برای مدل‌های PKW A، PKW C و PKW D در شکل ۱۳ مقایسه شده است. با توجه به این شکل روشن است که ضریب آبگذری مدل‌های PKW D و PKW C نسبت به ضریب آبگذری مدل PKW A بیشتر است. مقایسه ضریب آبگذری مدل‌های PKW A و PKW D که دارای طول تاج یکسان هستند به خاطر دماغه استفاده شده در سرریز دوم است که باعث هدایت بهتر جریان به سمت کلید ورودی سرریز در این حالت می‌شود.

خطوط جریان به بدنه سرریز و انحراف حدود ۹۰ درجه‌ای آن باعث افزایش تراکم خطوط جریان در هنگام خروج از دیوار جانبی سرریز می‌شود. اما با ایجاد دماغه در بالادست سرریز، زاویه انحراف جریان نسبت به سرریز بدون دماغه کمتر شده و باعث هدایت بهتر جریان به سمت کلیدهای ورودی سرریز می‌شود. در پایین‌دست مدل PKW B+، به دلیل عدم بیرون‌زدگی در پایین‌دست سرریز، تلاطم جریان کمتر شده و هدایت جریان در مقایسه با سرریز کلیدپیانویی با بیرون‌زدگی (مدل PKW A)، بهتر صورت می‌گیرد. تشکیل خطوط شبه‌گردابی در پایین‌دست مدل PKW A گواه وجود تلاطم بیشتر جریان در این مدل است.

به منظور بررسی بیشتر جریان، تغییرهای سرعت جریان در تراز تاج مدل‌های PKW A و PKW B+ برای دبی ۰/۳۳ متر مکعب بر ثانیه در شکل ۱۶ ارائه شده است. همانطور که پیش‌بینی می‌شد در سرریز PKW A سرعت جریان در ناحیه‌های که خطوط جریان متمرکز می‌باشد به دلیل تداخل جریان کاهش پیدا کرده است. اما با استفاده از دماغه در بالادست سرریز PKW B+، با توزیع بهتر جریان در طول دیوار جانبی سرریز، سرعت در ناحیه‌های یادشده نسبت به حالت بدون دماغه افزایش می‌یابد و باعث هدایت بهتر جریان به سمت کلیدخروجی در این سرریز می‌شود.

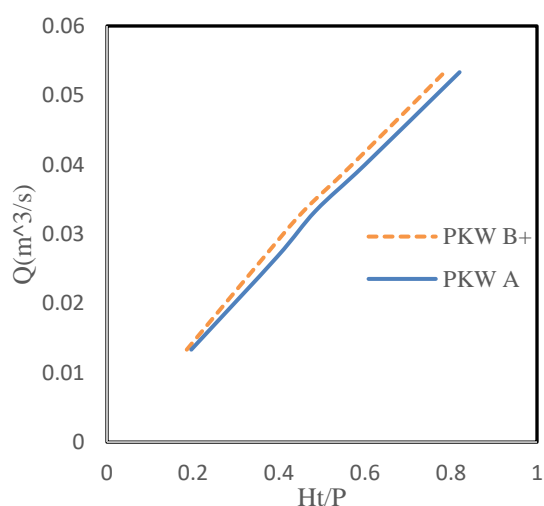


Fig. 14 Variations of Q_d with H_t/P for PKW B+ and PKW A models

شکل ۱۴ تغییرهای دبی بر حسب H_t/P برای مدل‌های PKW A و B+

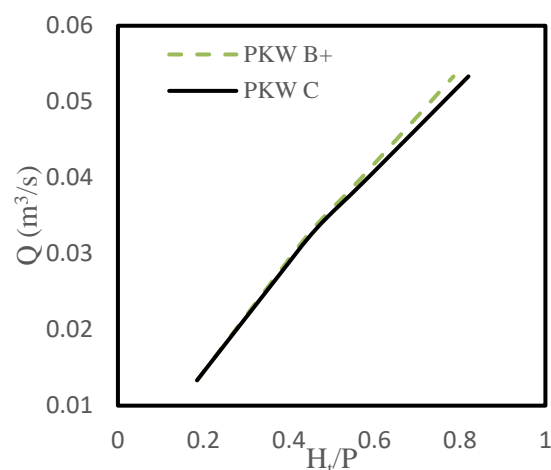


Fig. 12 Variations of Discharge with H_t/P for PKW B+ and PKW C models

شکل ۱۲ تغییرهای دبی بر حسب H_t/P برای مدل‌های PKW C و B+

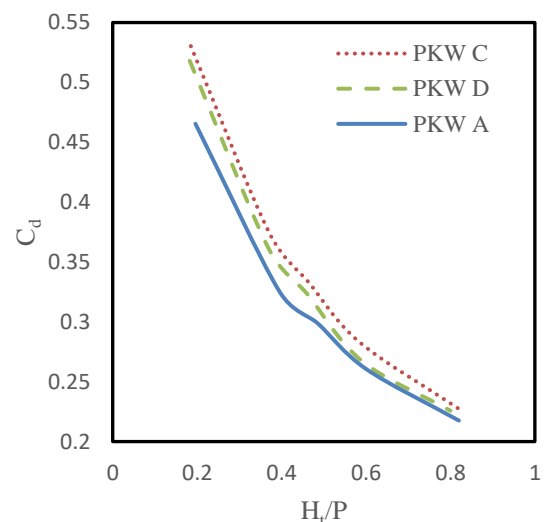


Fig. 13 Variations of C_d with H_t/P for PKW A, PKW C and PKW D models

شکل ۱۳ تغییرپذیری‌های C_d بر حسب H_t/P برای سرریز کلیدپیانویی: مدل‌های PKW A، PKW C و PKW D

کاهش حدود ۶ درصدی بارآبی در مقایسه با سرریز PKW A را دارد. یکی از دلایل عملکرد بهتر آنگذری سرریز PKW B+، هندسه این مدل و هدایت بهتر جریان به دلیل وجود دماغه در بالادست و همچنین عدم بیرون‌زدگی در پایین‌دست این سرریز است. به منظور بررسی و مقایسه رفتار جریان در سرریزهای PKW A و PKW B+، در ادامه به بررسی خطوط جریان در این دو نوع سرریز پرداخته شده است.

شکل ۱۵ نشان می‌دهد در بالادست مدل PKW A، برخورد

جانبی سرریز را در برمی گیرد حال آنکه در مدل PKW B+ تا حدود یک سوم طول دیوار جانبی سرریز مشاهده می شود.

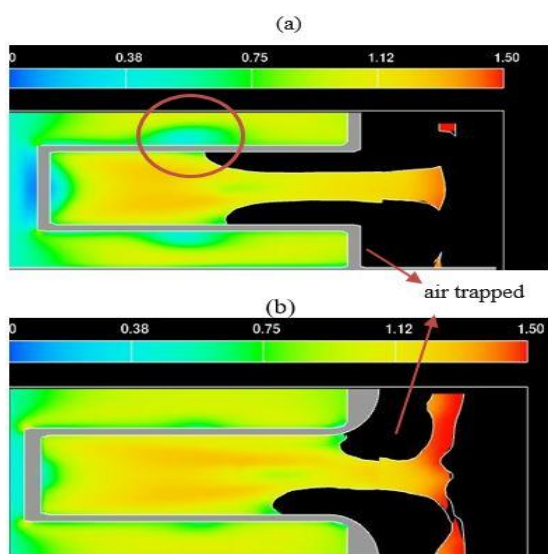


Fig. 16 Velocity magnitude (m/s) at crest of weir:
a) PKW A and b) PKW B+

شکل ۱۶ توزیع سرعت (m/s) در تراز تاج سرریز: (a) PKW A و (b) PKW B+

این بالشتک سبب کاهش آبگذری سرریز و همچنین باعث افزایش توان ایجاد فشار منفی در نزدیک دیوار جانبی سرریز می شود (Ghodsian and Ehsanifar, 2020). در نتیجه، حذف بیرون زدگی و استفاده از تاج نیم دایره در دهانه خروجی سرریز، سبب کاهش حجم هوای محبوس شده درون کلید خروجی سرریز می شود. این کاهش هوا منجر به بهبود آبگذری سرریز می شود. Ghodsian and Ehsanifar (2020) عملکرد هواگیری بر آبگذری سرریز PKW A را موثر دانستند و اشاره کردند که هواگیری در سرریز کلیدپیانویی مستطیلی به دو مرحله هواگیری کامل ($0.4 < H_i/P$) و هواگیری ناقص ($H_i/P > 0.4$) تقسیم می شود. هنگامی که $H_i/P < 0.4$ باشد، تاج نیم دایره و عدم بیرون زدگی سرریز سبب کاهش حجم هوای ورودی به داخل کلیدهای سرریز می شود و به همین دلیل سبب بهبود آبگذری آن می شود. با افزایش H_i/P و کاهش هوای محبوس شده، تاثیر عدم بیرون زدگی نیز کاهش پیدا می کند، اما هدایت بهتر جریان و کاهش جریان شبه گردابی کماکان سبب بهبود آبگذری سرریز می شود.

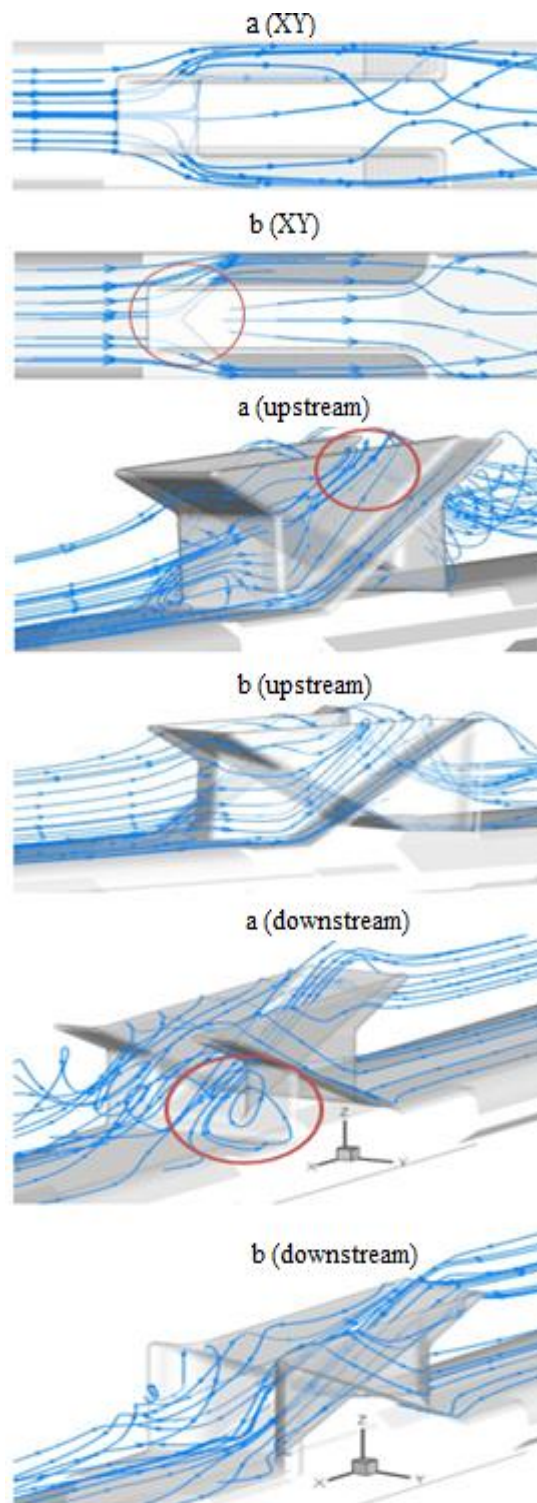


Fig. 15 Streamline at PKW: a) PKW A and b) PKW B+
شکل ۱۵ خطوط جریان در سرریز کلیدپیانویی: (a) PKW A و (b) PKW B+

نکته قابل توجه در شکل ۱۶، کاهش ابعاد بالشتک هوا در مدل PKW B+ می باشد. همان طور که مشاهده می شود بالشتک هوا در مدل PKW A نزدیک به تا نصف طول دیوار

نباید از این نکته صرف نظر کرد که با وجود کاهش حدود ۴ درصدی L/W در سرریز PKW B+ نسبت به سرریز PKW A، به دلیل وجود دماغه و استفاده از تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی آن، ضریب آبگذری آن به صورت میانگین ۱۴ درصد نسبت به سرریز کلیدپیانویی A افزایش یافته است. میزان های میانگین ضریب آبگذری برای دبی‌های مختلف عبوری از مدل‌های استفاده شده و تفاوت این میزان ها با ضریب آبگذری مدل PKW A در جدول ۶ ارائه شده است. با توجه به این جدول، نیز روشن است که ایجاد دماغه در بالادست سرریز (مدل PKW D) یا استفاده از تاج نیم-دایره در دهانه خروجی سرریز (مدل PKW A+)، منجر به افزایش ضریب آبگذری می‌شود. اثر تغییرپذیری های صورت گرفته در سرریز کلیدپیانویی نوع A روی ضریب آبگذری، شبیه به هم عمل کرده و هر کدام باعث بهبود ضریب آبگذری تا حدود ۸ درصد می‌شوند. همچنین استفاده نکردن از بیرون‌زدگی در پایین‌دست سرریز و استفاده از تاج نیم‌دایره‌ای در دهانه خروجی سرریز (مدل PKW C) افزایش حدود ۱۱/۵ درصد در ضریب آبگذری سرریز را به همراه دارد.

جدول ۶ مقایسه ضریب آبگذری مدل‌های مختلف

Models	A	A+	B+	C	D
Average C_d	0.314	0.339	0.358	0.35	0.339
Difference with PKW A (%)	-	7.96	14	11.5	7.96

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با شبیه‌سازی عددی جریان عبوری از سرریز کلیدپیانویی نشان داده شد که ایجاد دماغه مثلی در بالادست و استفاده از تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز، بهبود شرایط جریان را به همراه دارد. مهم ترین نتایج به دست آمده عبارت‌اند از:

استفاده از دماغه در بالادست سرریز (مدل PKW D) یا استفاده از تاج نیم‌دایره در پلان، در دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع A (مدل PKW A+)، تا حدودی شبیه به

برای مقایسه بهتر سرریزهای مدل شده، تغییرهای ضریب آبگذری آن‌ها بر حسب H_t/P در شکل ۱۷ نشان داده شده است. روشن است که مدل‌های PKW A و PKW B+ به ترتیب کمترین و بیشترین ضریب آبگذری را در مقایسه با بقیه مدل‌ها دارد. از عامل‌های بیشتر بودن ضریب آبگذری در مدل‌های PKW C و PKW A+، هندسه سرریز در PKW A+ و همچنین بیرون‌زدگی در پایین‌دست مدل PKW C می‌باشد. همان‌طور که پیشتر اشاره شد بیرون‌زدگی در پایین‌دست سرریز، سبب کاهش تلاطم جریان و هدایت بهتر جریان روی سرریز می‌شود. به همین سبب افزایش ضریب آبگذری در مدل PKW C نسبت به مدل PKW A رخ داده است (شکل‌های ۱۳ و ۱۷). مقایسه مدل‌های PKW C و PKW B+ افزایش حدود ۲.۲ درصدی ضریب آبگذری در مدل PKW B+ نسبت به مدل PKW A، به دلیل وجود دماغه در بالادست سرریز را نشان می‌دهد. شکل ۱۷ همچنین نشان می‌دهد که ضریب آبگذری با ایجاد دماغه در بالادست سرریز (مدل PKW D)، افزایش پیدا کرده است و از عمده دلایل آن نیز هدایت بهتر جریان به سمت کلید ورودی سرریز در این حالت می‌باشد. با افزایش بارآبی، تداخل بیشتر لایه‌های جریان منجر به کاهش ضریب آبگذری می‌شود.

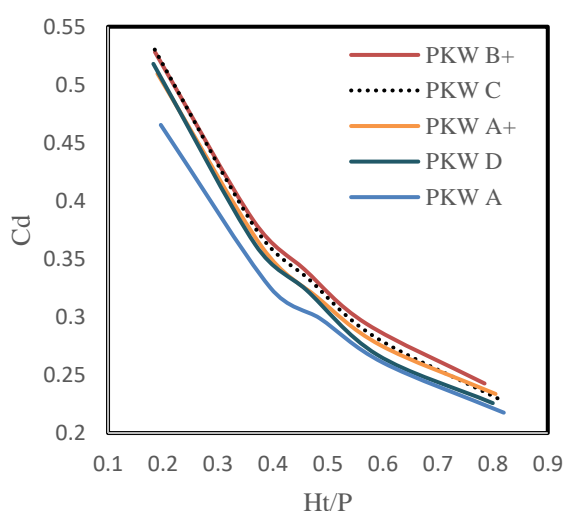


Fig. 17 Comparison of C_d with H_t/P for PKW B+, PKW C, PKW D, PKW A and PKW A+ weirs
شکل ۱۷ مقایسه C_d برای سرریزهای A+, D, C, B+ و A

W_i	طول کلید ورودی (m)	هم عمل کرده و هر کدام به طور کلی باعث بهبود حدود ۸ درصد در ضریب آبگذری سرریز می‌شوند.
W_o	طول کلید خروجی (m)	استفاده از تاج نیم‌دایره در دهانه خروجی سرریز
S_i	شیب صفحه شیبدار ورودی	کلیدپیانویی نوع B، افزایش حدود ۱۱/۵ درصدی ضریب آبگذری را در مقایسه با سرریز کلید پیانویی نوع A به همراه دارد.
S_o	شیب صفحه شیبدار خروجی	استفاده همزمان از دماغه مثلثی در بالادست و تاج نیم دایره ای در دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع B، در یک دبی ثابت، مقداری بار آبی سرریز را کاهش می‌دهد.
B	طول دیوار جانبی سرریز (m)	استفاده از دماغه مثلثی در سرریز کلیدپیانویی نوع B، ضریب آبگذری آن را حدود ۲/۲ درصد افزایش می‌دهد.
B_b	طول جانبی سرریز بدون بیرون زدگی (m)	استفاده همزمان از دماغه مثلثی در بالادست و تاج نیم‌دایره‌ای در دهانه خروجی سرریز کلیدپیانویی نوع B، افزایش حدود ۱۴ درصدی ضریب آبگذری در مقایسه با سرریز کلیدپیانویی نوع A را دارد.
B_i	طول بیرون زدگی ورودی (m)	استفاده از دماغه در بالادست سرریز کلیدپیانویی، توزیع بهتر جریان در طول دیوار جانبی سرریز و هدایت بهتر جریان به سمت کلید خروجی سرریز را به همراه دارد. در این حالت افزایش سرعت جریان در ناحیه های یاد شده نشان دهنده عملکرد بهتر سرریز می‌باشد.
B_o	طول بیرون زدگی خروجی (m)	سرریز کلید پیانویی معرفی شده (مدل PKW B+), جایگزین مناسبی برای سرریزهای کلیدپیانویی A و B در این پژوهش تایید می‌شود.
T_s	ضخامت سرریز (m)	
N	شمار چرخه های سرریز	
r	شعاع تاج نیم دایره پایین دست سرریز (m)	
J	طول دماغه بالادست (m)	
K	ارتفاع سطح مثلثی دماغه (m)	
Q	دبی عبوری از سرریز (m^3s^{-1})	
C_d	ضریب آبگذری سرریز	
H_f	بارآبی کل (m)	

۶- منبع‌ها

Blancher, B., Montarros, F. and Laugier, F. (2011). Hydraulic comparison between Piano Key Weirs and labyrinth spillways, Labyrinth and Piano Key Weirs-I PKW2011, Belgium.

Tullis, B.P. (2013). Comparison of Piano Key Weirs with labyrinth and gated spillways: Hydraulics, cost, constructability and operations, Labyrinth and Piano Key Weirs-II PKW2013., London.

Silvestri, A. and Archambeau, P. (2013). Comparative analysis of the energy dissipation on a stepped spillway downstream of a Piano Key Weir, Labyrinth and Piano Key Weirs-II PKW2013, London.

Ghodsian, M., Amanian, N. and Marashi Shooshtari, S.A. (2001). Discharge coefficient of semicircular labyrinth weirs. Journal of Amirkabir University of Technology, 49(13), 76-83.

Lempérière, F. and Ouamane, A. (2003). The Piano Keys weir: a new cost-effective solution for spillways. Int. J. Hydropower and Dams. 10(5), 144-149

Crookston, B.M., Paxson, G.S. and Savage, B.M. (2012). Hydraulic performance of Labyrinth Weirs for high headwater ratios. In Proceedings of 4th

۵- فهرست نشانه‌ها

u	سرعت (ms^{-1})
V	سرعت (ms^{-1})
V_f	نسبت حجم مایع در هر عنصر مساحت جزئی روی عنصری که سیال در آن جریان دارد (m^2)
A	چگالی (kgm^{-3})
ρ	فشار ($kgm^{-1}s^{-2}$)
p	شتاب گرانش (ms^{-2})
g	تنش رینولدز (Nm^{-2})
f	ارتفاع سرریز (m)
P	طول سرریز (m)
L	عرض آبراهه (m)
W	

IAHR International Symposium on Hydraulic Structures., Portugal.

Ouamane, A. (2013). Improvement of labyrinth weirs shape. Labyrinth and Piano Key Weirs-II PKW2013., London.

Machiels, O., Erpicum, S., Piroton, M., Dewals, B. and Archambeau, P. (2012). Experimental analysis of PKW hydraulic performance and geometric parameters optimum. Proceedings of International Workshop on Piano Key Weir for In-stream Storage and Dam Safety, India.

Cicero, G.M. and Delisle, J.R. (2013). Effects of the crest shape on the discharge efficiency of a type A Piano Key weir. Labyrinth and Piano Key Weirs-II PKW2013, London.

Ahadian, J. and Afzalian, A. (2016). Effect of Piers Geometric on the Hydraulic Properties of Piano Key weirs. Journal of Water and Soil Conservation Research. 23(2), 267-277. (In Persian).

Safarzadeh, A. and Noroozi, B. (2014). Three dimensional hydrodynamics of piano key weir with Curved Plan, Journal of Hydraulics, 9(3), 61-79. (In Persian)

Bremer, F. and Oertel, M. (2017). Numerical investigation of wall thickness influence on Piano Key Weir discharge coefficients: A preliminary study. Labyrinth and Piano Key Weirs III – PKW 2017., 101-10, Vietnam.

Ghodsian, M. and Ehsanifar, A. (2020). Numerical Study of Two-Phase Flow (air and water) in Type A Piano Key weir. 18th Iranian hydraulic conference., Tehran. (In Persian)

Farhoudi, M., Salehi Neyshabouri, S.A.A. and Safarzadeh, A. (2017). Two phase numerical simulations of flow pattern in three sided spillways, considering scale effect, Modares civil engineering journal, 7(4), 127-140. (In Persian)

Ghanbari, R. and Heidarnjad, M. (2020). Experimental and numerical analysis of flow hydraulics in triangular and rectangular piano key weirs, Water science, 1110-4929, 1-6.

Anderson, R.M. and Tullis, B.P. (2013). Piano key weir hydraulics and labyrinth weir comparison. Journal of Irrigation and Discharge Engineering, 139(3), 246–253.

Ghodsian, M. and Ehsanifar, A. (2020). Experimental investigation of flow over piano key weir with rectangular, triangular and trapezoidal plans. 18th Iranian hydraulic conference, Tehran. (In Persian)