

# Flood Routing using Gravitational Search Algorithm and Investigation of Hydrological Parameters Uncertainty of Nonlinear Muskingum Model


Reyhaneh Akbari <sup>1</sup>, Masoud-Reza Hessami-Kermani <sup>2\*</sup>, Saeed Shojaee <sup>3</sup>

1- Ph. D. Student, Department of Civil Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

2- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

3- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

\* [hessami@uk.ac.ir](mailto:hessami@uk.ac.ir)

Received: 7 January 2019, Accepted: 13 September 2019  J. Hydraul. Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

## Abstract

**Introduction:** The occurrence of flood in the human's history has always been one of the mankind concerns. The methods of confronting this destructive phenomenon are of utter importance between researchers. One of the categories against this issue is flood routing. The financial losses of flood to human societies have made it too important to predict the occurrence of floods, so that it is necessary to accurately predict flood. In order to predict the outflows, the extraction of flood hydrographs is required in the downstream. The routing methods are divided into two hydraulic and hydrological groups. Hydraulic methods require the historical data and the solution of equations mainly through complex hydraulic methods is time consuming. However hydrological methods are preferred because of simplicity of their relative concepts. They are easy to be implemented and economize the simulation time. It is believed to be popular with researchers and has always tried to improve the accuracy of the results of the hydrological methods, which has become a good alternative to hydraulic methods. The Muskingum method is the most widely used hydrological routing technique which is divided into two groups of linear Muskingum and nonlinear Muskingum, depending on the relationship between the amount of storage and the inflows and outflows.

**Methodology:** Various methods for estimating the hydrological parameters of Muskingum model have been presented. Techniques for estimating the parameters of the Muskingum model can be classified into three categories: mathematical techniques, phenomenon-mimicking techniques and hybrid algorithms. Among various methods of routing, three parameters non-linear Muskingum method are widely popular. Evolutionary algorithms are used to estimate the optimal parameters of the non-linear Muskingum method because of their convergence rate, no need to make highly accurate initial estimate of the hydrological parameters and their randomness nature. In this paper, a gravitational search algorithm which is based on the Kepler algorithm was first used to routing three different hydrographs. In fact, Kepler algorithm is inspired by the elliptical motion of planets around the sun. At different times, the planets are too close to the sun, which represent the stage of the exploration of the

algorithm, and at the other times, the planets are far away from the sun and express the stage of exploitation of the algorithm.

**Results and discussion:** Using the combination of gravitational search algorithm and Kepler algorithm (GSA-Kepler), the parameters of the Muskingum model are calculated for routing three different hydrographs: Wilson (1974), Wye River and Veissman and Lewis (2003). The first example is a benchmark problem that was first considered by Wilson (1974) to estimate the parameters of the Muskingum model. This river has no branch to the Belmont and has little flow. The results of the GSA-Kepler and the Segmented Least Squares Method, BFGS, HJ + DFP, HJ + CG, Genetic Algorithm, Immune Clonal Selection Algorithm, Harmony Search Algorithm and Free Parameter Setting Harmony Search Algorithm are compared with each other. The second example is the flood hydrograph in the Wye River. It has no tributaries from Erwood to Belmont and has little lateral flow. The third model is a multi-peak flow hydrograph that was first studied by Veissman and Lewis (2003). For the second example, the results of the GSA-Kepler algorithm, COBSA, PSO, DE, GA, BFGS and WOA are showed and for the third example, the results of the GSA-Kepler are compared with the results of the WOA and MHBMO algorithms. After determining the optimal hydrologic parameters, their uncertainty is estimated using the possibility theory. Selecting an analysis of uncertainty depends on many factors such as knowledge of uncertainty sources and model complexities. There is no definite guideline for choosing the specific uncertainty analysis method that properly works. The principles of analyzing the possibility theory are based on fuzzy theory, which was first pronounced by Zadeh in 1965. To investigate the uncertainty of the non-linear Muskingum model parameters based on the possibility theory, the aforementioned algorithm and other algorithms include Least Squares Method, Gravitational Search Algorithm, BFGS algorithm, HJ + DFP, HJ + CG, Genetic Algorithm, Immune Clonal Selection Algorithm, Harmony Search Algorithm and Free Parameter Setting Harmony Search Algorithm were used. Then, three triangular membership functions were assigned to the hydrological variables and the uncertainty of these parameters was calculated using the fuzzy alpha cut method.

**Conclusion:** Comparing the results of the GSA-Kepler with the results of the previous studies shows that the combined algorithm used in this study has an acceptable accuracy and high convergence rate. Based on the fuzzy alpha cut method, it is determined that for Wilson (1974) the uncertainty of parameter  $k$  is greater than the uncertainty of parameters  $x$  and  $m$ .

**Keywords:** Membership function, GSA-Kepler, Possibility theory.

# روندیابی سیلاب با استفاده از الگوریتم جستجوی گرانشی و بررسی عدم قطعیت فراسنجه‌های هیدرولوژیکی مدل ماسکینگام غیر خطی

ریحانه اکبری<sup>۱</sup>، مسعودرضا حسامی کرمانی<sup>۲\*</sup>، سعید شجاعی باغینی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکترای آب و سازه‌های هیدرولیکی، بخش مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

۲- استادیار، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

۳- دانشیار، بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

\* hessami@uk.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۱۷، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۲۲، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

**چکیده:** رخداد سیلاب همواره یکی از نگرانی‌های بشر در طول تاریخ بوده است. راه‌های رویارویی با این پدیده ویرانگر اهمیت خاصی در میان محققان دارد. یکی از مقوله‌های پژوهش در برابر این مسئله، روندیابی سیلاب می‌باشد. از میان روش‌های گوناگون روندیابی سیلاب، روش هیدرولوژیکی ماسکینگام غیر خطی سه فراسنجه‌ای اهمیت زیادی دارد. برای برآورد بهینه فراسنجه‌های مدل غیر خطی ماسکینگام از الگوریتم‌های تکاملی به جهت سرعت همگرایی و بی‌نیازی به برآورد اولیه فراسنجه‌های هیدرولوژیکی استفاده می‌شود. در این نوشتار برای نخستین بار از الگوریتم جستجوی گرانشی مبتنی بر الگوریتم کپلر به منظور روندیابی سه آب‌نگار متفاوت استفاده شد. مقایسه نتایج این روش با نتایج تحقیقات پیشین نشان می‌دهد که الگوریتم ترکیبی استفاده شده در این تحقیق دارای دقت قابل قبول و سرعت همگرایی بالایی می‌باشد. به منظور بررسی عدم قطعیت فراسنجه‌های مدل ماسکینگام غیر خطی بر اساس تئوری امکان، از الگوریتم ارائه شده در این تحقیق و دیگر الگوریتم‌ها شامل روش‌های حداقل مربعات، الگوریتم جستجوی گرانشی، الگوریتم‌های HJ+CG، HJ+DFP، BFGS، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم انتخاب کلونی ایمن، الگوریتم جستجوی هارمونیک و الگوریتم جستجوی هارمونیک بدون تنظیم فراسنجه استفاده شد. تابع‌های عضویت فراسنجه‌های مدل غیر خطی ماسکینگام نشان می‌دهند که عدم قطعیت فراسنجه  $k$  از فراسنجه‌های  $X$  و  $m$  بیشتر است.

**کلید واژگان:** الگوریتم جستجوی گرانشی، نخبه‌گرا، الگوریتم کپلر، نظریه امکان، تابع عضویت مثلثی.

## ۱- مقدمه

پایین‌دست نیاز می‌باشد. روش‌های روندیابی به دو گروه هیدرولیکی و هیدرولوژیکی تقسیم‌بندی می‌شوند. از آنجایی که روش‌های هیدرولیکی نیازمند داده‌های ثبت شده<sup>۱</sup> می‌باشند و حل معادله‌های سنت و نانت در روش‌های هیدرولیکی پیچیده و وقت‌گیر می‌باشد، روش‌های هیدرولوژیکی به لحاظ راحتی کاربرد و سادگی مفهوم‌های آن و صرفه‌جویی در زمان بسیار مورد توجه محققان می‌باشند و همواره کوشش شده است تا با بالا بردن دقت نتایج روش‌های هیدرولوژیکی، به جایگزین مناسبی در روش‌های هیدرولیکی رسید. روش ماسکینگام

سیلاب یکی از ویرانگرترین و پرهزینه‌ترین بلاهای طبیعی می‌باشد که همواره مورد توجه دانشمندان مهندسی آب بوده است و مهار سیل و ساخت سازه‌های مقاوم در برابر آن امری ضروری برای حفظ حیات بشر و کاهش زیان‌های مالی است. آسیب و زیان‌های مالی و جانی فراوان سیلاب به جامعه‌های انسانی سبب شده است تا پیش‌بینی رخداد سیلاب دارای اهمیت بالایی باشد به طوری که لازم است دبی اوج و زمان آن با دقت پیش‌بینی شوند. برای پیش‌بینی سیل پایین‌دست در حقیقت استخراج آب‌نگار سیل در

<sup>1</sup> Historical Data

مدل‌ها مقدار  $x$  نزدیک به هم می‌باشد در حالی که مقادیر  $k$  و  $m$  نزدیک به یکدیگر نیستند. آنان در تحقیق خود با تعداد نسل تکاملی  $EG^9=300$  به میزان بهینه دست یافتند که نشان‌دهنده سرعت خوب الگوریتم است. (Barati (2011) از الگوریتم  $NMS^{10}$  استفاده و نتایج این روش را با نتایج روش‌های  $HJ+DFP$ ،  $LSM$ ،  $GA$ ،  $HS$ ،  $BFGS$ ،  $ICSA$  مقایسه کرد و نشان داد دقت این روش به خوبی دقت روش  $BFGS$  است و مقدار مجموع مربعات خطا<sup>۱۱</sup> ( $SSQ$ ) در روش  $NMS$  در مقایسه با  $GA$ ،  $HS$ ،  $ICSA$ ،  $LSM$  و  $HJ+DFP$  کمترین مقدار است در حالی که با در نظر گرفتن مقادیر  $SAD^{12}$  و  $DPO^{13}$  بحث برانگیز خواهد شد. در الگوریتم  $NMS$  چهار فراسنجه اسکالر باید تعریف شوند و اندازه simplex اولیه روی سرعت همگرایی تاثیر بسزایی دارد. الگوریتم بالا نتایج خوبی دارد و به محاسبه مشتقات تابع نیازی ندارد و به جای نقطه واحد با جمعیت نقطه‌ها در ارتباط است. در یافتن حل بهینه خیلی سریع است، در برنامه‌نویسی آسان است و برای اجرا نیازمند حافظه و اطلاعات بسیار کم است. این الگوریتم با استفاده از نرم افزار  $MATLAB$  مدل سازی شده است و کاربر می‌تواند بدون دانستن جزئیات دقیق روش فنی بهینه‌سازی از آن استفاده کند. چنانچه الگوریتمی ساختاری پیچیده داشته باشد، تنظیم فراسنجه‌های الگوریتم با دشواری همراه است. برای حذف مرحله‌های خسته‌کننده تنظیم فراسنجه الگوریتم،  $PSF^{14}$  محبوبیت خاصی یافته است. Geem (2011) روش  $PSF-HS$  را برای برآورد فراسنجه‌های مدل ماسکینگام به کار برد. از آن جایی که زمان محاسبه  $PSF$  برای ارزیابی ۵۰۰۰ تابع تنها ۱ ثانیه می‌باشد لذا برای سامانه‌های پیچیده به کار رفت. وی نتایج  $PSF-HS$  را با  $\gamma$  روش  $HS$ ،  $ICSA$ ،  $GA$ ،  $HJ+DFP$ ،  $LMM$  (Das, 2004)<sup>۱۵</sup>،  $S-LSM^{16}$  و  $NL-LSM^{17}$  (Xu et al. (2012) مقایسه کرد.

پراکاربردترین روش روندیابی هیدرولوژیکی است (McCarthy, 1938) که با توجه به رابطه میان میزان ذخیره و جریان‌های ورودی و خروجی وزن‌دار، به دو دسته ماسکینگام خطی و ماسکینگام غیرخطی تقسیم‌بندی می‌شود. روش‌های مختلفی برای برآورد فراسنجه‌های هیدرولوژیکی مدل ماسکینگام ارائه شده است. روش‌های برآورد فراسنجه‌های مدل ماسکینگام را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی کرد: روش‌های فنی، روش‌های فنی برگرفته از پدیده‌ها<sup>۱</sup> و الگوریتم‌های ترکیبی.

(Chu and Chang (2009) با استفاده از روش ازدحام ذرات  $(PSO)^2$  فراسنجه‌های مدل ماسکینگام را برآورد کردند. آنها نتایج روش ازدحام ذرات را با روش‌های  $HS3$ (Kim et al.,  $HJ+DFP$ (Tung, 1985) (NONLR4(Yoon and Padmanbhan, 2001)  $LSM6$ (Gill, و  $GA5$ (Mohan, 1997) (1993) (1978) مقایسه و بیان کردند روش ازدحام ذرات نسبت به همه‌ی روش‌های بالا به جز جستجوی هارمونی برتری دارد. افزون بر اینکه این الگوریتم توانایی‌های همسان الگوریتم ژنتیک را دارد اما در کاربرد خیلی ساده‌تر است. الگوریتم انتخاب همسانه ایمن<sup>۷</sup> ( $ICSA$ )، الگوریتم هوشمند دیگری است که به طور مؤثر بر سرعت همگرایی کم و همگرایی زود هنگام در الگوریتم‌های تکاملی سنتی غلبه می‌کند البته در این الگوریتم، مانند دیگر الگوریتم‌های تکاملی، فراسنجه‌های الگوریتم شامل مقیاس کلونال، احتمال جهش و احتمال تقاطع<sup>۸</sup> لازم است برآورد شوند. الگوریتم بالا بر اساس نظریه انتخاب همسانه پادتن سامانه ایمنی است و تا حدی نقص‌های الگوریتم ژنتیک را می‌پوشاند. Luo and Xie (2010) از این الگوریتم استفاده و عملکرد مدل را با مدل‌های  $LSM$ ،  $HJ+CG$ ،  $HJ+DFP$ ،  $NONLR$ ،  $BFGS$  (Geem, 2006) و  $HS$  و  $GA$  مقایسه و نشان دادند در همه

<sup>11</sup> Sum of Square of Deviation between the Computed and Observed Outflows

<sup>12</sup> Sum of Absolute Deviations between the Observed and Routed Outflows

<sup>13</sup> Absolute Value of the Deviations of Peak of Computed and Observed Outflows

<sup>14</sup> Parameter Setting Free

<sup>15</sup> Lagrange Multiplier Method

<sup>16</sup> Segmented Least-Squares Method

<sup>17</sup> Nonlinear Least Squares Method

<sup>2</sup> Phenomenon-Mimicking Techniques

<sup>3</sup> Particle Swarm Optimization

<sup>4</sup> Harmony Search

<sup>5</sup> Non-Linear Regression

<sup>6</sup> Genetic Algorithm

<sup>7</sup> Least Squares Method

<sup>8</sup> Immune Clonal Selection Algorithm

<sup>9</sup> Crossover

<sup>10</sup> Evolution Generation

<sup>11</sup> Nelder-Mead Simplex Algorithm

کردند. اگرچه این الگوریتم به حدس اولیه نیازی ندارد اما ۵ فراسنجه مستقل دارد که بر عملکرد و بازده الگوریتم تاثیر دارند. از این رو برای هر فراسنجه تحلیل حساسیت انجام شد و بر این مبنا کاهش سرعت مهم ترین عامل تشخیص داده شد. آنان نتایج این الگوریتم را با ۱۷ الگوریتم دیگر مقایسه کردند و با توجه به مقادیر SAD، SSQ و VorexQ<sup>4</sup> الگوریتم بالا نسبت به ۱۷ الگوریتم بهترین بود. از برتری های عمده الگوریتم MHBMO رسیدن سریع به مقدار بهینه در میان دامنه گسترده ای از مقادیر می باشد. در سال ۲۰۱۶ Hamedi et al. نسخه ای از مدل ماسکینگام غیرخطی را با معرفی شرط ذخیره اولیه فراسنجه ای توسعه دادند. مقادیر ماسکینگام غیرخطی توسعه یافته، تعداد درجه های آزادی بیشتری دارد که باعث دقت بیشتر آب نگارهای خروجی پیش بینی شده می شود. آنان فراسنجه های مدل ماسکینگام غیرخطی توسعه یافته را با استفاده از الگوریتم بهینه سازی علف هرز<sup>5</sup> (WOA) برآورد و عملکرد خوب مدل ماسکینگام غیرخطی توسعه یافته با چندین نوع آب نگار را با استفاده از رابطه های آماری ارزیابی کردند. Kang and Zhang (2016) در روندیابی سیلاب از الگوریتم های EMPSO<sup>6</sup> و IGSA<sup>7</sup> استفاده کردند. آنان سه ساختار مدل ماسکینگام را با استفاده از مدل های عددی بررسی و مقایسه کردند. Niazkar and Afzali (2016) برای برآورد فراسنجه های مدل ماسکینگام ۶ فراسنجه ای، الگوریتم های بهینه سازی جفت گیری زنبور عسل MHBMO و گرادیان کاهش یافته کلی GRG را ترکیب کردند. این روش فنی برای سه تحقیق منتخب از مقاله ها شامل آب نگارهای نرم سیلاب، آب نگارهای غیر نرم و آب نگارهای دارای دو نقطه اوج به کار برده شد. پس از مقایسه با دیگر مدل ها بیان کردند که روش بالا در میان همه راه حل های در نظر گرفته شده بهترین است و برای مثال دارای دو نقطه اوج، مقدار SSQ را به طرز قابل توجهی کاهش می دهد. Moghaddam et al. در سال ۲۰۱۶ فراسنجه های مدل ماسکینگام غیرخطی را با استفاده از PSO برآورد کردند. نشان دادند اگرچه در مدل ماسکینگام

برای برآورد فراسنجه ها از روش تکامل تفاضلی<sup>۱</sup> استفاده کردند و نتایج این روش را با روش های PSO، BFGS، HS، GA، HJ+DFP، NONLR و LSM مقایسه کردند. روش تکامل تفاضلی روشی ساده است که همگرایی سریع دارد و تعداد فراسنجه های آن کم است. از نظر مقدار SSQ با BFGS برابری می کند و مقدار SSQ در این روش از روش های یاد شده کمتر است. (Karahan et al. (2012 الگوریتم HS-BFGS استفاده کردند. با توجه به مطالب گفته شده در قسمت الگوریتم های ترکیبی، روش پیشنهادی به زمان کمی نیاز دارد. در این روش زمان پردازش برای بهترین مقدار SSQ در ۱۰۰ اجرا برابر ۰/۰۸۷۲ ثانیه شده است. آنان نتایج مدل HS-BFGS را با ۱۱ روش دیگر مقایسه و نشان دادند الگوریتم مورد نظر بسیار سریع است و بر مبنای مقادیر SSQ به دست آمده، از ۱۱ الگوریتم دیگر توانا تر است. Barati در سال ۲۰۱۳ با استفاده از Excel Solver فراسنجه های مدل ماسکینگام را برآورد کرد. برتری اصلی این روش، کالیبراسیون فراسنجه ها بدون دانستن جزئیات روش های فنی بهینه سازی است. این نرم افزار می تواند فراسنجه ها را با حل کننده GRG<sup>2</sup> و حل کننده تکاملی واسنجی کند. حل کننده GRG نیازمند حدس اولیه بوده و نشان داده است به خوبی پاسخ بهینه را در چند ثانیه می یابد و بازده حل کننده تکاملی نیز به تنظیم فراسنجه های الگوریتم وابسته است. اگرچه هر کدام از این دو روش نتایج خوبی داشتند اما برای افزایش بازده، پیشنهاد شد هر دو با هم به کار روند. به این ترتیب که در آغاز حل کننده تکاملی اجرا شود و پس از چند ثانیه که متوقف شد مقادیر فراسنجه های هیدرولوژیکی به دست آمده به عنوان حدس اولیه برای حل کننده GRG استفاده شوند. لذا حدس اولیه برای حل کننده GRG کمتر می شود و عدم قطعیت نیز کمتر می شود. بنابراین پاسخ بهینه در زمان کمتری به دست می آید. (Niazkar and Afzali (2014) برای یافتن فراسنجه های مدل ماسکینگام از الگوریتم بهینه سازی اصلاح شده جفت گیری زنبور عسل<sup>3</sup> (MHBMO) استفاده

<sup>5</sup> Weed Optimization Algorithm

<sup>6</sup> Elitist-mutated particle swarm optimization

<sup>7</sup> Improved gravitational search algorithm

<sup>1</sup> Differential Evolution

<sup>2</sup> Generalized Reduced Gradient Solver

<sup>3</sup> Modified Honey Bee Mating Optimization

<sup>4</sup> Variance explained in percentage

الگوریتم ژنتیک، الگوریتم انتخاب کلونی ایمن، الگوریتم جستجوی هارمونیک و الگوریتم جستجوی هارمونیک بدون تنظیم فراسنجه در مدل ۱ با یکدیگر مقایسه شده است و با استفاده از ۱۰ الگوریتم یاد شده و منطق فازی میزان عدم قطعیت فراسنجه‌های هیدرولوژیکی تعیین شده است. برای مدل ۲ نتایج الگوریتم GSA-Kepler با نتایج الگوریتم‌های COBSA<sup>4</sup>، PSO، DE، GA، BFGS و WOA و برای مدل ۳ نتایج الگوریتم GSA-Kepler با نتایج الگوریتم‌های WOA و MHBMO مقایسه شده است.

## ۲- الگوریتم جستجوی گرانشی

الگوریتم جستجوی گرانشی نخستین بار توسط Rashedi et al. در سال ۲۰۰۹ و با الهام گرفتن از قانون جاذبه نیوتن و قوانین حرکت بیان شده است. الگوریتم بالا وابسته به هوش جمعی و بدون حافظه است. در قانون جاذبه نیوتن، هر ذره همه ذرات دیگر را با نیرویی گرانشی جذب می‌کند. این نیرو با ضرب جرم‌ها نسبت مستقیم دارد و با مجذور فاصله آن‌ها نسبت عکس دارد.

$$F = G \frac{M_1 M_2}{R^2} \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $F$  بزرگی نیروی گرانش و  $G$  ثابت گرانش است که از رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$G(t) = G(t_0) * \exp\left(\frac{t}{t_0}\right)^\beta \quad \beta < 1 \quad (2)$$

$G(t_0)$  مقدار ثابت گرانش در اولین بازه کوانتومی زمانی کیهانی،  $M_1$  و  $M_2$  جرم نخستین و دومین ذره و  $R$  فاصله بین دو ذره می‌باشد. چنانچه به جای  $R^2$  از  $R$  استفاده شود نتایج بهتری به دست می‌آید. بر مبنای قانون دوم نیوتن زمانی که نیروی  $F$  به ذره‌ای وارد می‌شود شتاب آن برابر رابطه (۳) تنها به نیرو و جرم آن بستگی دارد.

$$a = \frac{F}{M} \quad (3)$$

در این الگوریتم عامل‌های جستجوگر مجموعه‌ای از جرم‌ها می‌باشند. همه این ذرات یکدیگر را با نیروی گرانش جذب

۴ فراسنجه‌ای نتایج پیچیده‌تر می‌شوند اما مدل، بویژه در آب نگارهای با چند نقطه اوج جریان، به داده‌های مشاهده‌ای بهتر برازش می‌شود. (yuan et al. (2016) برای برآورد فراسنجه‌های مدل ماسکینگام غیرخطی از BSA<sup>1</sup> استفاده کردند و از سه مثال برای بیان عملکرد BSA اصلاح شده استفاده و نشان دادند که BSA اصلاح شده به لحاظ کیفیت راه حل بر DE، GA و PSO برتری دارد. Yoo et al. (2017) تحقیقی در مورد برآورد فراسنجه‌های مدل ماسکینگام در آبراهه بدون ایستگاه آب‌سنجی انجام دادند. آنان بیان کردند که اگرچه برآورد فراسنجه‌های مدل ماسکینگام با روش‌های زیادی مانند AHPSO، HS و GA انجام شده است اما هیچکدام از این روش‌ها در نبود داده‌ها دقت خوبی ندارند لذا روشی ارائه کردند تا در شرایط نبود داده‌ها بتوان  $x$  و  $k$  را با دقت پیش بینی کرد. آنان تابع انگیزه-پاسخ<sup>۲</sup> را با استفاده از تابع دلتای دیراک تشکیل دادند تا فراسنجه‌های مدل ماسکینگام را به ویژگی‌های حوضه مربوط کنند و جریان خروجی را بر مبنای ترکیب خطی تابع نمایی و تابع دلتای دیراک به دست آوردند. بر این مبنا حوضه را به دو زیرحوضه تقسیم کردند و زمان تمرکز و ضریب ذخیره زیرحوضه اول (حتی با وجود نبود داده‌های رواناب با استفاده از رابطه‌های تجربی به دست می‌آید) محاسبه شده و پس از آن زمان تمرکز و ضریب ذخیره حوضه آبراهه را به دست آوردند و با استفاده از آن‌ها به ترتیب فراسنجه‌های  $k$  و  $x$  را تعیین کردند.

هدف‌های این نوشتار برآورد بهینه فراسنجه‌های مدل غیر خطی ماسکینگام با استفاده از الگوریتم جستجوی گرانشی مبتنی بر الگوریتم کپلر و بررسی عدم قطعیت فراسنجه‌های هیدرولوژیکی مدل ماسکینگام غیرخطی می‌باشد. در آغاز با استفاده از ترکیب الگوریتم جستجوی گرانشی و الگوریتم کپلر<sup>۳</sup> فراسنجه‌های مدل ماسکینگام غیرخطی برای سه مدل محاسبه شده است و آنگاه نتایج به دست آمده از این الگوریتم و روش‌های حداقل مربعات بخش شده به قسمت‌های مختلف، BFGS، HJ + DFP، HJ + CG.

<sup>4</sup> An Improved Backtracking Search Algorithm based Chaotic Orthogonal Design

<sup>1</sup> Backtracking Search Algorithm

<sup>2</sup> Impulse-Response

<sup>3</sup> GSA-Kepler

$$V_i^d(t+1) = rand_i \times V_i^d(t) + a_i^d(t) \quad (9)$$

$$X_i^d(t+1) = X_i^d(t) + V_i^d(t+1) \quad (10)$$

جرم‌های اینرسی و گرانشی به سادگی با ارزیابی برازندگی محاسبه می‌شوند و توسط رابطه‌های (۱۲) و (۱۳) به روزرسانی می‌شوند.

$$M_{ai} = M_{pi} = M_{ii} = M_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

$$m_i(t) = \frac{fit_i(t) - worst(t)}{best(t) - worst(t)} \quad (12)$$

$$M_i(t) = \frac{m_i(t)}{\sum_{j=1}^N m_j(t)} \quad (13)$$

$fit_i(t)$  میزان برازندگی جرم  $i$  در زمان  $t$ ،  $N$  شمار جرم‌ها و  $worst(t)$  و  $best(t)$  بهترین و بدترین میزان برازندگی است. یک روش برای برقراری تعادل بین اکتشاف و بهره‌برداری، کاهش شمار جرم‌ها با گذشت زمان می‌باشد. بنابراین، تنها مجموعه‌ای از جرم‌های بزرگتر نیروهایشان را به یکدیگر وارد می‌کنند و باعث می‌شود توان اکتشاف کاهش یابد و توانایی بهره‌برداری افزایش یابد. به این منظور مقداری برای  $kbest$  در نظر گرفته می‌شود که تابعی از زمان است. در آغاز به همه جرم‌ها نیرو وارد می‌شود و با گذشت زمان  $kbest$  به طور خطی کاهش می‌یابد و در پایان تنها یک جرم به دیگران نیرو وارد می‌کند. بنابراین برآیند نیروها به صورت زیر است:

$$F_i^d = \sum_{\substack{j \in kbest \\ j \neq i}} rand_j F_{ij}^d(t) \quad (14)$$

$kbest$  مجموعه‌ای از  $k$  جرم اول با بهترین برازندگی می‌باشد (Rashedi et al. 2009).

**الگوریتم GSA-Kepler:** مرحله‌های الگوریتم GSA اصلی در بالا توضیح داده شد. در این مرحله سعی شده است با استفاده از روشی نخبه‌گرا<sup>۲</sup> که توسط Sarafrazi et al. در سال ۲۰۱۵ معرفی شده است، سرعت الگوریتم GSA بهبود داده شود. بر مبنای قانون اول کپلر سیاره‌ها در مدارهای

می‌کنند و این نیرو سبب حرکت کلی همه ذرات به سوی ذره سنگین‌تر می‌شود. جرم‌های سنگین‌تر کندتر از جرم‌های سبک‌تر حرکت می‌کنند که تأکیدی بر مرحله بهره‌برداری<sup>۱</sup> الگوریتم است. در GSA هر جرم ۴ مشخصه دارد: موقعیت، جرم اینرسی، جرم گرانشی فعال و غیرفعال. هر جرم بیان‌کننده یک پاسخ است و الگوریتم با تنظیم درست جرم‌های اینرسی و گرانشی هدایت می‌شود. انتظار می‌رود جرم‌ها توسط سنگین‌ترین جرم جذب شوند که در فضای جستجو این جرم پاسخ بهینه است. در یک سامانه با  $N$  عامل جستجو، موقعیت عامل جستجو  $i$  ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_i = (X_i^1, \dots, X_i^d, \dots, X_i^N) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$X_i^d$  موقعیت جرم  $i$  ام در بعد  $d$  است. در هر بعد نیروی وارد بر هر جرم از سوی جرم‌های دیگر از معادله (۵) به دست می‌آید و برای دستیابی به ماهیت تصادفی الگوریتم، برآیند نیروهای وارده بر جرم  $i$  در بعد  $d$  با استفاده از رابطه (۷) محاسبه می‌شود:

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_{pi}(t) \times M_{aj}(t)}{R_{ij}(t) + \epsilon} (x_j^d(t) - x_i^d(t)) \quad (5)$$

$$R_{ij}(t) = \left\| X_i(t), X_j(t) \right\|_2 \quad (6)$$

$$F_i^d(t) = \sum_{j=1, j \neq i}^N rand_j F_{ij}^d(t) \quad (7)$$

$F_{ij}^d(t)$ : نیروی وارد بر جرم  $i$  از طرف جرم  $j$  در زمان  $t$ ؛  $M_{aj}$ : جرم گرانشی فعال مربوط به جرم  $j$ ؛  $M_{pi}$ : جرم گرانشی غیرفعال مربوط به جرم  $i$ ؛  $G(t)$ : ثابت گرانشی در زمان  $t$ ؛  $\epsilon$ : ثابت کوچک،  $R_{ij}(t)$ : فاصله اقلیدسی بین دو جرم  $i$  و  $j$  برابر رابطه (۶) است و  $rand_j$ : عدد تصادفی در بازه  $[0, 1]$  می‌باشد. بر مبنای قانون حرکت، شتاب جرم  $i$  در جهت  $d$  به صورت زیر است:

$$a_i^d(t) = \frac{F_i^d(t)}{M_{ii}(t)} \quad (8)$$

$M_{ii}$ : جرم اینرسی جرم  $i$  است. میزان سرعت و موقعیت یک جرم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

<sup>2</sup> Elitism

<sup>1</sup> Exploitation

مطرح شد. در این زمینه محققان بسیاری رابطه‌ها و شکل‌های گوناگونی از مدل ماسکینگام غیرخطی را مطرح کردند که به دو گروه عمده مدل غیرخطی با فراسنجه ثابت و مدل غیر خطی با فراسنجه متغیر تقسیم‌بندی شدند (برای مطالعه بیشتر در این زمینه به Niazkar and Afzali (2016) مراجعه فرمایید). در این نوشتار مدل ماسکینگام غیرخطی به شکل زیر استفاده شده است:

$$S_t = K(xI_t + (1-x)O_t)^m \quad (18)$$

$S_t$ : ذخیره آبراهه ( $L^3$ ) در زمان  $t$ ;  $I_t$ : جریان ورودی در زمان  $t$ ;  $O_t$ : جریان خروجی در زمان  $t$ ;  $K$ : ثابت  $(L^3/T)$ ;  $x$ : ضریب زمان-ذخیره برای حوضه رودخانه ( $L^{3(1-m)}T^m$ );  $m$  و  $x$ : وزن دار کردن که به طور معمول بین ۰ تا ۰/۳ است و  $m$  توان برای در نظر گرفتن اثر غیرخطی است. با استفاده از معادله ماسکینگام جریان خروجی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$O_t = \left( \frac{1}{1-x} \right) \left( \frac{S_t}{K} \right)^{1/m} - \left( \frac{x}{1-x} \right) I_t \quad (19)$$

بر مبنای معادله پیوستگی داریم:

$$\frac{dS_t}{dt} \approx \frac{\Delta S_t}{\Delta t} = I_t - O_t \quad (20)$$

با جای‌گذاری رابطه (۱۶) در معادله (۱۷) داریم:

$$\frac{\Delta S_t}{\Delta t} = - \left( \frac{1}{1-x} \right) \left( \frac{S_t}{K} \right)^{1/m} + \left( \frac{1}{1-x} \right) I_t \quad (21)$$

مرحله‌های روندیابی سیلاب به شرح زیر می‌باشد:

- ۱- مقادیر  $K$ ،  $x$  و  $m$  فرض می‌شوند.
- ۲- مقدار  $S_t$  از رابطه (۱۸) محاسبه می‌شود. فرض می‌شود  $I_0=O_0$  باشد در این صورت با استفاده از رابطه (۱۸) داریم:  $S_0=K(O_0)^m$
- ۳- با استفاده از رابطه (۲۱) تغییرپذیری‌های ذخیره نسبت به زمان محاسبه می‌شود.
- ۴- میزان ذخیره در گام بعد از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{t+1} = S_t + \Delta S \quad (22)$$

- ۵- مقدار جریان خروجی در گام بعدی از رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود. (در بسیاری از تحقیقات گذشته به جای  $I_{t+1}$  از  $I_t$  استفاده شده است).

بیضی شکل به دور خورشید حرکت می‌کنند لذا فاصله سیاره‌ها تا خورشید ثابت نمی‌باشد. در واقع الگوریتم کپلر از حرکت بیضی شکل سیاره‌ها به دور خورشید الهام گرفته است. در زمان‌های مختلف، سیاره‌ها به خورشید بسیار نزدیک می‌شوند که بیانگر مرحله بهره برداری الگوریتم است و در زمان‌های دیگر سیاره‌ها از خورشید بسیار دور می‌شوند و بیانگر مرحله اکتشاف الگوریتم است. در این الگوریتم سیاره‌ها توسط رابطه (۱۵) به موقعیت جدید می‌رسند، اما بسته به حرکت خورشید در فضا و به منظور اکتشاف بیشتر و پرهیز از افتادن در کمینه محلی، موقعیت خورشید توسط رابطه (۱۶) تغییر می‌کند.

$$X_{i,new}(t+1) = X_{best}(t) + R_{i,best} * U(-2, 2) \quad (15)$$

$$X_{best,new}(t+1) = X_{best}(t) * U(-2, 2) \quad (16)$$

$U(-2,2)$  توزیع یکنواخت در بازه  $(-2,2)$  است.

موقعیت بعدی سیاره‌ها و خورشید از رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$X_i(t+1) = \begin{cases} X_{i,new}(t+1) & \text{if } \text{fit}(X_{i,new}) < \text{fit}(X_i) \\ X_i(t) & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

شبه کد الگوریتم ترکیبی GSA-Kepler در شکل ۱ آمده است. در آغاز الگوریتم جستجوی گرانشی به صورت جدا اجرا می‌شود. بهترین پاسخ‌ها در هر تکرار به عنوان خورشید در نظر گرفته می‌شود. آنگاه  $k$  سیاره انتخاب می‌شوند و با استفاده از معادله‌های (۱۵) و (۱۶) موقعیت  $k$  سیاره و خورشید به دست می‌آید. با استفاده از رابطه (۱۷) چنانچه موقعیت جدید جرم‌های نخبه نسبت به موقعیت پیشین‌شان بهتر باشد جایگزین جرم‌های پیشین می‌شوند و در غیر این صورت حذف می‌شوند و الگوریتم به تکرار بعد می‌رود و مرحله‌های بالا تا رسیدن به شرط توقف ادامه می‌یابد.

## ۲-۱- مرحله‌های روندیابی مدل ماسکینگام

در نظر گرفتن رابطه خطی میان مقدار ذخیره و مقادیر جریان‌های ورودی و خروجی وزن دار شده در برخی موارد با خطاهای بسیار همراه بوده است لذا پیشنهاد رابطه غیرخطی



۶- مقدار تابع برازندگی محاسبه می‌شود.

۷- به‌روزرسانی مقادیر  $x, k$  و  $m$  بر مبنای روش GSA

$O_t$  جریان خروجی مشاهده شده و  $\hat{O}_t$  جریان خروجی محاسبه شده است.

به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم و مقایسه آن با روش‌های مختلف از شاخص‌های SAD<sup>۱</sup>، EQP<sup>۲</sup>، ETP<sup>۳</sup>، MARE<sup>۳</sup> و VarexQ<sup>۴</sup> برابر رابطه‌های زیر استفاده شده است.

$$SAD = \sum_{t=1}^N |O_t - \hat{O}_t| \quad (24)$$

$$EQP = \frac{|O_p - \hat{O}_p|}{O_p} \quad (25)$$

$$ETP = |T_p - \hat{T}_p| \quad (26)$$

$$MARE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|O_t - \hat{O}_t|}{O_t} \quad (27)$$

$$VarexQ = \left[ 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (O_t - \hat{O}_t)^2}{\sum_{t=1}^N (O_t - \bar{O}_t)^2} \right] \times 100 \quad (28)$$

که در این رابطه‌ها  $O_p$ : جریان خروجی نقطه اوج مشاهده شده،  $\hat{O}_p$ : جریان خروجی نقطه اوج محاسبه شده،  $T_p$ : زمان نقطه اوج جریان خروجی مشاهده شده،  $\hat{T}_p$ : زمان نقطه اوج جریان خروجی محاسبه شده و  $\bar{O}_t$ : میانگین جریان‌های خروجی مشاهده شده می‌باشد. هرچه میزان  $EQP$  کمتر باشد مدل دقیق‌تر است و هرچه میزان  $ETP$  کوچکتر باشد پیش‌بینی دبی نقطه اوج رخ داده درست‌تر است. با استفاده از رابطه (۲۸) نزدیکی شکل و اندازه آب‌نگار اندازه‌گیری می‌شود (Moghaddam et al. 2016).

### ۲-۳- کمی‌سازی عدم قطعیت فراسنجه‌های هیدرولوژیکی

انتخاب تحلیل عدم قطعیت به عامل‌های زیادی مانند آگاهی از منبع‌های عدم قطعیت و پیچیدگی‌های مدل بستگی دارد. هیچ راهنمای مشخصی برای انتخاب روش تحلیل عدم قطعیت مشخصی که بهترین نتیجه را داشته باشد وجود ندارد. برای آشکارسازی عدم قطعیت مدل‌ها در اندازه‌گیری‌های دقیق از نظریه‌های احتمال و در موارد کیفی

- 1-Search space identification,  $t=0$ ;
- 2-Randomized initialization  $X_i(t)$  for  $i=1, \dots, N$ ;
- 3-Fitness evaluation of agents;
- 4-Update  $G(t)$ ,  $Worst(t)$  and  $M_i(t)$  for  $i=1, \dots, N$ ;
- 5-Calculation of the total force in different directions;
- 6-Calculation of acceleration and velocity;
- 7-Updating agent's positions to yield  $X_i(t+1)$  for  $i=1, \dots, N$ ,  $t=t+1$ ;
- 8-Implementing the Kepler algorithm;
  - Choosing  $K$  agents from  $X_i(t)$  for  $i=1, \dots, N$ ;
  - Calculation of the Euclidean distance between two agents  $I$  and the best agent;
  - Calculation the new position of  $K$  agents and best agent  $X_j(t+1)$  for  $j=1, \dots, K$  by Eq (15) and Eq (16);
  - Updating agent's position to yield  $X_j(t+1)$  for  $j=1, \dots, K$  on elitism,  $t=t+1$ ;
- 9-Repeat steps 3 to 8 until the stopping criterion is reached;

Fig.1 Pseudo Code of GSA-Kepler Algorithm (Sarafrazi et al., 2015).

شکل ۱ شبه کد الگوریتم GSA-Kepler (Sarafrazi et al., 2015)

۸- گام‌های ۲ تا ۷ تا رسیدن به زمان نهایی تکرار می‌شوند. (Geem 2011; Barati 2011).

### ۲-۲- ارزیابی الگوریتم

برای ارزیابی الگوریتم بهینه‌یابی مورد نظر از داده‌های Wilson (1974) استفاده شده است و با روش‌های GA, PSF-, HS, ICSA, NL-LSM, HJ+DFP, LMM, S-LSM, BFGS, HS مقایسه شده است. تابع هدف، کمینه کردن مجموع مربعات خطا میان جریان‌های خروجی مدل‌سازی شده و جریان‌های ورودی مشاهده شده به شکل زیر است:

$$Minimize \ SSQ = \sum_t [O_t - \hat{O}_t(K, x, m)]^2 \quad (23)$$

<sup>3</sup> Mean Absolute Relative Error Consideration  
<sup>4</sup> Variance Explained

<sup>1</sup> Error of Peak Discharge  
<sup>2</sup> Error of Time to Peak

مجموع مربعات خطا به صورت رابطه (۲۳) در نظر گرفته شده است. به منظور دستیابی به عملکرد هرچه دقیق‌تر الگوریتم جستجوی گرانشی، طی چندین آزمایش بهترین فراسنجه‌های ورودی سازگار با ساختار مسئله بالا تعیین شده است و در نهایت پاسخ‌های مربوط به بهترین حالت آورده شده است. فراسنجه‌های ورودی تنظیم شده عبارت‌اند از:  $\beta = 20, G(t_0) = 50, T = 1000, N = 20, K = 10$ .

**مدل ۱:** در نخستین مثال برای برآورد فراسنجه‌های مدل ماسکینگام از داده‌های Wilson (1974) استفاده شده است. در ردیف‌های ۱-۱۰ جدول ۱ روش‌های بهینه‌سازی بر مبنای بیشترین مقدار SSQ جانمایی شده‌اند به طوری که روش حداقل مربعات غیرخطی دارای بیشترین مقدار SSQ و الگوریتم‌های BFGS و GSA-Kepler دارای کمترین مقدار SSQ می‌باشند. مقادیر متناظر  $k, x$  و  $m$  در ستون‌های ۴-۶ جدول ۱ آورده شده است. مقادیر SSQ به دست آمده از روش GSA-Kepler و ۹ الگوریتم دیگر به کار رفته در مقاله‌های پیش‌تر در ستون ۷ جدول ۱ آمده است. زمانی برای همه الگوریتم‌های جدول ۱ برابر ۱ ساعت است. همان‌طور که از جدول ۱ برمی‌آید، الگوریتم GSA-Kepler از نظر مقدار SSQ نسبت به ۸ الگوریتم برتری دارد. در شکل ۲ آب نگار جریان ورودی و جریان‌های خروجی که نخستین بار توسط ویلسون در سال ۱۹۷۴ معرفی شده است و همچنین آب نگار جریان خروجی روندیابی شده توسط الگوریتم GSA-Kepler رسم شده است. پس از محاسبه مقدار شاخص‌های ارزیابی برای ۱۰ الگوریتم یاد شده، نتایج در جدول ۲ نمایش داده شده‌اند. الگوریتم GSA-Kepler از نظر مقدار SAD با اختلاف بسیار کمی نسبت به GA و BFGS بر دیگر الگوریتم‌های یاد شده در جدول ۲ برتری دارد. در پیش‌بینی دبی نقطه اوج مدل GSA-Kepler نسبت به سه مدل ضعیف‌تر عمل کرده است اما همچنان دارای دقت قابل قبولی در پیش‌بینی دبی نقطه اوج است مقدار دبی نقطه اوج در این مدل ۸۵/۹ به دست آمده است که در واقعیت ۸۵ بوده است و دیگر مدل‌ها مقداری بین این دو عدد پیش‌بینی کرده‌اند و این مطلب در مقدار به دست آمده از EQP به خوبی نمایان است. مقدار MRAE در مدل GSA-Kepler در میان دیگر مدل‌ها نزدیک می‌باشد. مقدار

و غیر دقیق از نظریه امکان استفاده می‌شود. اصول تحلیل نظریه امکان بر مبنای نظریه فازی می‌باشد که نخستین بار در سال ۱۹۶۵ توسط زاده بیان شد. در علوم مهندسی برآورد کمی متغیرها به علت ساده سازی‌های معادله‌ها و رابطه‌ها و یا ماهیت تصادفی بودن متغیرها همواره با عدم قطعیت‌هایی همراه است. در این مقاله به منظور بررسی عدم قطعیت متغیرهای هیدرولوژیکی برای داده‌های ویلسون از نتایج ۱۰ روش بهینه‌سازی استفاده شده است. برای کمی سازی عدم قطعیت بر مبنای نتایج بررسی‌های Raina and Thomas (2012) و مقاله Najafi and Hessami (2017) عمل شده است. بر این مبنای تابع‌های عضویت مثلثی برای متغیرهای هیدرولوژیکی برابر رابطه (۲۹) به دست آمده است به این صورت که شاخص‌های کمینه یا بیشینه دارای عضویت صفر هستند و به شاخص میانه به علت تأثیرپذیری کمتر از داده‌های پرت و پراکنده درجه عضویت ۱ تعلق می‌گیرد. عدم قطعیت فراسنجه‌های  $k, x$  و  $m$  برابر رابطه (۳۰) در برش ۰/۱ مقایسه شده است. در این رابطه  $S_3$  مقدار بیشینه،  $S_1$  مقدار کمینه و  $S_2$  مقدار میانه هر کدام از فراسنجه‌های هیدرولوژیکی می‌باشد.

$$\mu(S) = \begin{cases} \frac{S - S_1}{S_2 - S_1} & S_1 < S < S_2 \\ \frac{S_3 - S}{S_3 - S_2} & S_2 < S < S_3 \\ 0 & \text{Other Values} \end{cases} \quad (29)$$

$$U = \frac{(S_3 - S_1) * 0.9}{S_2} \quad (30)$$

از آن جایی که مفهوم‌های اولیه اعداد فازی در حین سادگی بسیار گسترده می‌باشند لذا توصیه می‌شود برای مطالعه بیشتر در زمینه اعداد فازی به Varón-Gaviria et al. (2017) مراجعه شود.

### ۳- نتایج و بحث

در این نوشتار برای برآورد فراسنجه‌های مدل غیر خطی ماسکینگام، الگوریتم GSA-Kepler با استفاده از سه آب نگار مدل‌سازی شده است. تابع برازندگی کمینه کردن مقدار

می‌شود. لازم به یادآوری است که سرعت اجرای الگوریتم‌ها به سامانه مورد استفاده و نیز به شمار جمعیت اولیه بستگی دارد.

VarexQ در مدل GSA-Kepler و ۴ مدل دیگر بیشترین مقدار را اختیار کرده‌اند. در این مدل GSA در مدت زمان ۱۹ ثانیه و GSA-Kepler در مدت زمان ۱۴ ثانیه همگرا

**جدول ۱** مقایسه بهترین مقدار جذر مجموع مربعات خطا محاسبه شده با استفاده از داده های ویلسون

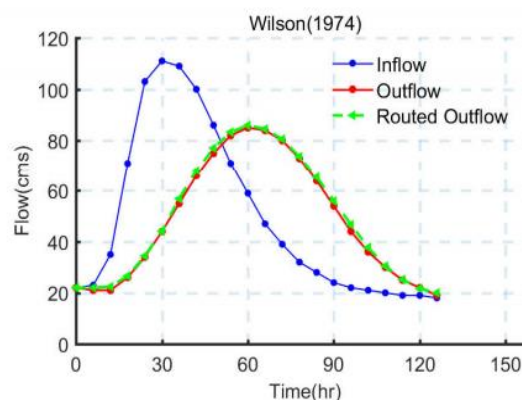
**Table 1** Comparison of the Best SSQ Using Data Set Given by Wilson (1974)

SSQ	m	x	K	Reference	Method
145.6945	2.3470	0.2500	0.0100	Gill(1978)	S-LSM
49.640	1.9291	0.2685	0.0669	Tung(1985)	HJ+CG
45.6120	1.8978	0.2677	0.0764	Tung(1985)	HJ+DFP
38.2363	1.8282	0.2813	0.1033	Mohan(1997)	GA
37.251	1.8434	0.2851	0.0966	Geem(2006)	BFGS <sup>a</sup>
36.8026	1.8624	0.2862	0.0884	Luo and Xie(2010)	ICSA
36.7829	1.8630	0.2873	0.0883	Kim et al. (2001)	HS
36.7680	1.8687	0.2869	0.0864	Geem(2011)	PSF-HS
36.7679	1.8679	0.2869	0.0863	Geem(2011)	BFGS <sup>b</sup>
36.7679	1.8681	0.2869	0.0862	Authers	GSA-Kepler

GA، WOA، HS-BFGS و GSA-Kepler آورده شده است. کمترین مقدار SSQ به دست آمده از هر روش در ستون دوم جدول ۳ آورده شده است و مقادیر متناظر K، x و m در ستون‌های ۵-۳ جدول ۳ نشان داده شده‌اند.

**جدول ۲** مقایسه نتایج روندیابی روش‌های مختلف  
**Table 2** Comparison of Different Flood Routing Methods

VarexQ	MARE	ETp	EQp	SAD	
98.81	0.0569	0	0.0177	46.3	S-LSM
99.59	0.030	0	0.0058	25.20	HJ+CG
99.63	0.0297	0	0.0036	24.9	HJ+DFP
99.69	0.0260	0	0.0084	23.0	GA
99.7	0.0252	0	0.0108	23.4	HS
99.69	0.0260	0	0.0108	22.99	BFGS <sup>a</sup>
99.7	0.0253	0	0.0106	23.5	BFGS <sup>b</sup>
99.7	0.0252	0	0.0106	23.4	ICSA
99.7	0.0253	0	0.0106	23.5	PSF-HS
99.7	0.0253	0	0.0106	23.5	GSA-Kepler



**Fig.2** Inflow, Observed and Routed Outflows for Data Set Given by Wilson (1974)

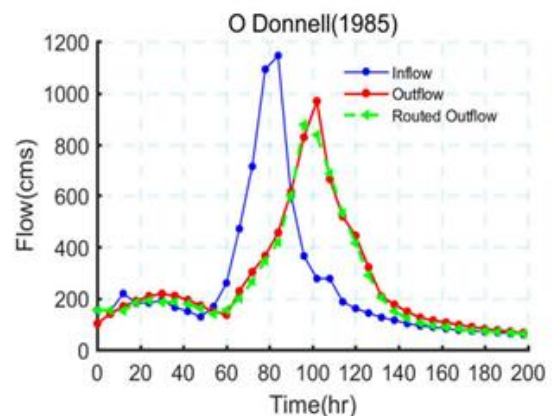
**شکل ۲** جریان ورودی و خروجی مشاهده شده و جریان‌های خروجی روندیابی شده با استفاده از داده‌های Wilson(1974).

**مدل ۲:** مثال دوم آب نگار سیلاب در رودخانه وای<sup>۱</sup> است (O' Donnel, 1985). این رودخانه از اروود تا بلمونت هیچ انشعابی ندارد و جریان جانبی بسیار کمی دارد. در ردیف‌های ۷-۱ جدول ۲، بهترین مقدار تابع هدف به دست آمده از روش‌های مختلف مانند DE، PSO، COBSA، DE.

<sup>1</sup> River Wye

**مدل ۳:** در این مثال آب نگار دارای چند نقطه اوج جریان که نخستین بار توسط (2003) Veissman and Lewis بررسی شده است، آورده شده است. در مرجع بالا واحد جریان‌های خروجی و ورودی cfs می باشد که (2014) Niazkar and Afzali این جریان‌ها را برحسب cms آورده‌اند. گام زمانی برابر ۱ ساعت و تعداد گام های زمانی ۲۳ می‌باشد. آب نگار در ۱۰:۰۰ و ۱۷:۰۰ دارای دو نقطه اوج است. این آب نگار در آغاز سیلاب، جریان غیریکنواخت دارد. در جدول ۴ مقادیر بهینه فراسنجه‌های  $K$ ،  $x$  و  $m$  در ستون‌های ۵-۳ آورده شده اند. در این جدول مقدار SSQ به دست آمده از روش های WOA، MHBMO و GSA-Kepler در ستون ۶ نشان داده شده است. با توجه به مقدار SSQ روش GSA-Kepler نسبت به روش‌های WOA و MHBMO عملکرد بهتری داشته است. در شکل ۳ آب نگار ورودی و آب نگار خروجی مشاهده شده و آب نگار خروجی محاسبه شده از روش GSA-Kepler برای مدل ۳ آورده شده است. در این مدل GSA به ۷۰۰ همگرا می‌شود در حالی که GSA-Kepler به ۲۸/۳۶۲۲ همگرا می‌شود.

برابر جدول بالا روش‌های WOA و GSA-Kepler دارای کمترین مقدار SSQ و روش HS-BFGS دارای بیشترین مقدار SSQ است. شکل ۳ آب نگار ورودی و آب نگار خروجی مشاهده شده و آب نگار خروجی محاسبه شده از روش GSA-Kepler برای مدل ۳ نمایش داده شده است. در این مدل GSA در ۱۹ ثانیه و GSA-Kepler در زمان ۱۵ ثانیه همگرا شده است.



**Fig. 3** Inflow, Observed and Routed Outflows for Data Set Given by O' Donnell (1985)

شکل ۳ جریان ورودی و خروجی مشاهده شده و جریان‌های خروجی روندیابی شده با استفاده از داده‌های O' Donnell (1985)

**جدول ۳** مقایسه بهترین مقدار جذر مجموع مربعات خطا محاسبه شده با استفاده از داده های (1985) O' Donnell

Table 3 Comparison of the Best SSQ Using Data Set Given by O' Donnell (1985)					
SSQ	m	x	K	Reference	Method
37944	0.5815	0.0492	0.0792	Karahan et al. (2012)	HS-BFGS
35196	0.5826	0.4088	0.0786	Yuan et al. (2016)	PSO
35195	1.5824	0.4094	0.0787	Yuan et al. (2016)	DE
35195	1.5868	0.4087	0.0764	Yuan et al. (2016)	GA
35194	1.5861	0.4089	0.0768	Yuan et al. (2016)	COBSA
34789	1.59	0.415	0.08	Hamedi et al. (2016)	WOA
34789	1.5891	0.4149	0.745	Authers	GSA-Kepler

می‌تواند ایجاد شود. اگرچه این اطلاعات به طور معمول موجود نیستند. بنابراین توزیعی که بهترین نماینده داده‌های موجود باشد فرض می‌شود. در این نوشتار تابع عضویت به شکل رابطه (۲۹) به متغیرهای غیر قطعی اختصاص داده می‌شود. برای هر یک از متغیرهای هیدرولوژیکی به دست

در پایان با استفاده از روش فازی برش آلفا (FAC)<sup>۱</sup>، عدم قطعیت فراسنجه‌های هیدرولوژیکی  $k$ ،  $x$  و  $m$  برای مدل ۱ تعیین شده است. در این روش به متغیرهای هیدرولوژیکی تابع عضویتی اختصاص می‌یابد. این تابع عضویت زمانی که اطلاعات در سطح‌های اطمینان مختلف شناخته می‌شود

<sup>1</sup> Fuzzy Alpha Cut Method

$\alpha = 1$  نزدیک می‌شود عدم قطعیت در داده‌ها کاهش می‌یابد. تابع‌های عضویت برای متغیرهای  $k$ ،  $x$  و  $m$  در شکل ۵ رسم شده‌اند. میزان‌های کمینه، میانه و بیشینه برای متغیر  $K$  به ترتیب  $0.01$  و  $0.0864$  و  $0.1033$  می‌باشد و این مقادیر برای متغیر  $x$ ،  $0.25$  و  $0.2832$  و  $0.2873$  می‌باشد و همچنین میزان‌های یادشده برای متغیر  $m$   $0.18282$  و  $0.18678$  و  $0.236$  است. در روش FAC مقدار عدم قطعیت ( $U$ ) برابر سطح اتکا در برش آلفای  $0.1$  به مقداری است که در آن تابع عضویت مقدار  $1$  را به خود اختصاص داده است که در این‌جا همان میانه می‌باشد و با استفاده از رابطه (۳۰) محاسبه می‌شود. مقدار عدم قطعیت برای متغیرهای  $k$ ،  $x$  و  $m$  به ترتیب برابر  $0.9724$  و  $0.1185$  و  $0.2562$  است، لذا نتیجه می‌شود عدم قطعیت فراسنجه  $k$  در روندیابی سیلاب در بین  $10$  روش یادشده شده در نوشتار از فراسنجه‌های  $x$  و  $m$  بیشتر است.

مقادیر  $S_1$ ،  $S_2$  و  $S_3$  در رابطه (۳۰) توضیح داده شده‌اند.

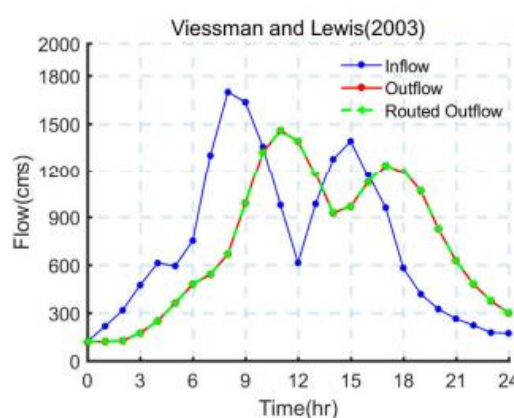
**جدول ۵** محاسبه عدد عضویت  $\mu$  برای متغیرهای غیرقطعی  
**Table 5** Membership Function for Non-Deterministic Variables

m	$\mu(m)$	x	$\mu(x)$	K	$\mu(K)$
2.3600	0	0.2700	0.5917	0.0600	0.6544
2.3470	0.0264	0.2500	0	0.0100	0
0.9291	0.8754	0.2685	0.5572	0.0669	0.07448
1.8978	0.9390	0.2677	0.5237	0.0764	0.8681
1.8282	0	0.2813	0.9260	0.1033	0
1.8434	0.3838	0.2851	0.5366	0.0966	0.3964
1.8624	0.8636	0.2862	0.3862	0.0884	0.8817
1.8630	0.8788	0.2873	0.1048	0.0883	0.8876
1.8677	0.9975	0.2869	0.2072	0.0864	1
1.8679	0.9998	0.2869	0.2072	0.0863	0.9987

**جدول ۴** مقایسه بهترین مقدار جذر مجموع مربعات خطا محاسبه شده با استفاده از داده‌های Veissman and Lewis (2003)

**Table 4** Comparison of the Best SSQ Using Data Set Given by Veissman and Lewis (2003)

SSQ	m	x	K	Method
73399	1.45	0.167	0.077	WOA
7751.7279	1.0661	0.5138	67.5629	MHBMO
28.3622	1	0.4490	3.8164	GSA-Kepler



**Fig. 4** Inflow, Observed and Routed Outflows for Data Set Given by Veissman and Lewis (2003)

شکل ۴ جریان ورودی و خروجی مشاهده شده و جریان‌های خروجی روندیابی شده با استفاده از داده‌های Veissman and Lewis (2003)

آمده از  $10$  الگوریتم بهینه‌سازی تابع عضویت یادشده ایجاد می‌شود. مقادیر درجه عضویت در جدول ۵ آورده شده است. بیشترین درجه عضویت، یک می‌باشد که نشان‌دهنده کمترین عدم قطعیت است و به میانه فراسنجه‌های هیدرولوژیکی اختصاص داده می‌شود. حداقل درجه عضویت، صفر می‌باشد و بیانگر بیشترین عدم قطعیت است و به میزان‌های کمینه یا بیشینه فراسنجه‌های هیدرولوژیکی تعلق می‌گیرد. برای مقادیر بین کمینه یا بیشینه و میانه، درجه عضویت به طور خطی از صفر تا یک تغییر می‌کند و نشان می‌دهد که برای این مقادیر، عدم قطعیت بین صفر تا  $100$  درصد است. در تابع عضویت مثلثی هرچه سطح اتکا به  $0 = \alpha$  نزدیک شود با گسترده شدن پهنای تابع عضویت (سطح اتکا) مقدار عدم قطعیت افزایش می‌یابد و هرچه به

برتری‌های الگوریتم یادشده، روش بالا در کنار ۹ روش دیگر برای بررسی عدم قطعیت داده‌های (Wilson (1974) انتخاب شده است. با استفاده از روش فازی برش آلفا عدم قطعیت فراسنجه‌های هیدرولوژیکی بررسی شد و با توجه به نتایج ۱۰ مدل روندیابی سیلاب، مشخص شد عدم قطعیت فراسنجه  $k$  از فراسنجه‌های  $x$  و  $m$  بیشتر است.

#### ۵- منابع

Barati, R. (2011). Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using Nelder-Mead simplex algorithm. *Journal of Hydrologic Eng.*, 16(11), 946-954.

Barati, R. (2013). Application of excel solver for parameter estimation of the nonlinear Muskingum models. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 17(5), 1139-1148.

Chu, H.J. and Chang, L.C. (2009). Applying particle swarm optimization to parameter estimation of the nonlinear Muskingum model. *Journal of Hydrologic Engineering*, 14(9), 1024-1027.

Das, A. (2004). Parameter estimation for Muskingum models. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 130(2), 140-147.

Geem, Z.W. (2006). Parameter estimation for the nonlinear Muskingum model using the BFGS technique. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 132(5), 474-478.

Geem, Z.W. (2011). Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using parameter-setting-free harmony search. *Journal of Hydrologic Engineering*, 16(8), 684-688.

Gill, M.A. (1978). Flood routing by the Muskingum method. *Journal of hydrology*, 36(3-4), 353-363.

Hamed, F., Bozorg-Haddad, O., Pazoki, M., Asgari, H.R., Parsa, M. and Loaiciga, H.A. (2016). Parameter estimation of extended nonlinear Muskingum models with the weed optimization algorithm. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 142(12), 04016059.

Kang, L. and Zhang, S. (2016). Application of the elitist-mutated PSO and an improved GSA to estimate parameters of linear and nonlinear Muskingum flood routing models. *PLOS one*, 11(1), e0147338.

Karahan, H., Gurarslan, G. and Geem, Z.W. (2012). Parameter estimation of the nonlinear Muskingum flood-routing model using a hybrid harmony search

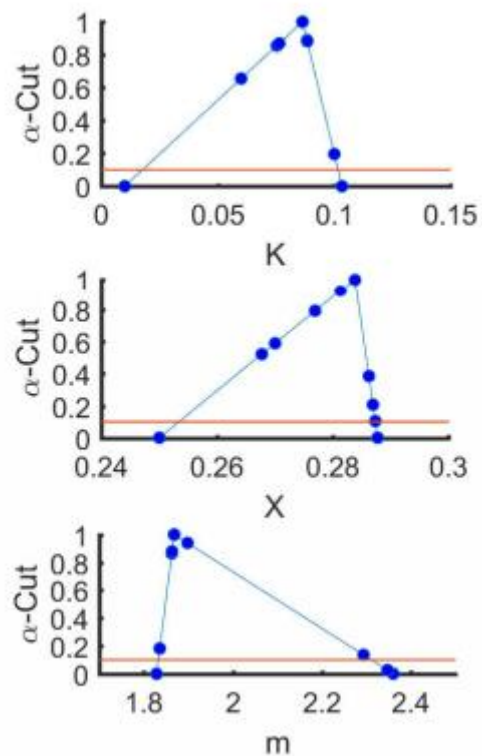


Fig. 5 Triangle Membership Functions for Hydrologic Variables

شکل ۵ تابع‌های عضویت مثلثی برای مقادیر متغیرهای هیدرولوژیکی.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این نوشتار از الگوریتم ترکیبی جستجوی گرانشی و کپلر به عنوان یکی از جدیدترین الگوریتم‌های هوش جمعی، الهام گرفته از قانون گرانش و قوانین حرکت، در روندیابی سیلاب استفاده شد. الگوریتم فوق به مقادیر اولیه فراسنجه‌های هیدرولوژیکی نیاز ندارد و چنانچه فراسنجه‌های آن به طرز بهینه‌ای انتخاب شوند در تکرار کم و سرعت بالا می‌تواند پاسخ‌های دقیقی ارائه دهد. از برتری‌های دیگر آن عدم نیاز به مشتق‌گیری، راحتی کاربرد، همگرایی سریع، هزینه و حافظه کم در مقایسه با دیگر الگوریتم‌های هوش جمعی می‌باشد. الگوریتم GSA-Kepler برای سه مجموعه داده به کار برده شد. این الگوریتم در کنار دقت بالا، نسبت به الگوریتم جستجوی گرانشی سرعت همگرایی بهتری دارد. از آنجا که هر چه شمار روش‌های روندیابی بیشتر باشد با دقت بیشتری می‌توان عدم قطعیت متغیرهای هیدرولوژیکی را بررسی کرد و با توجه به

- Kepler algorithm for numerical optimization. *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 27(3), 288-296.
- Tung, Y.K. (1985). River flood routing by nonlinear Muskingum method. *Journal of hydraulic engineering*, 111(12), 1447-1460.
- Varón-Gaviria, C.A., Barbosa-Fontecha, J. L. and Figueroa-García, J. C. (2017). Fuzzy uncertainty in random variable generation: An  $\alpha$ -cut approach. *International Conference on Intelligent Computing*, pp. 264-273. Springer, Cham.
- Viessman, W. and Lewis, G.L. (2003). *Introduction to hydrology*, 5th Ed, New Delhi, India.
- Wilson, E., M. (1974). *Engineering hydrology*, Hampshire, United Kingdom: Macmillan Education.
- Xu, D.M., Qiu, L. and Chen, S.Y. (2012). Estimation of nonlinear Muskingum model parameter using differential evolution. *Journal of Hydrologic Engineering*, 17(2), 348-353.
- Yoo, C., Lee, J. and Lee, M. (2017). Parameter Estimation of the Muskingum Channel Flood-Routing Model in Ungauged Channel Reaches. *Journal of Hydrologic Engineering*, 22(7), 05017005.
- Yoon, J. and Padmanabhan, G. (1993). Parameter estimation of linear and nonlinear Muskingum models. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(5), 600-610.
- Yuan, X., Wu, X., Tian, H., Yuan, Y. and Adnan, R.M. (2016). Parameter identification of nonlinear Muskingum model with backtracking search algorithm. *Water resources management*, 30(8), 2767-2783.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353.
- algorithm. *Journal of Hydrologic Engineering*, 18(3), 352-360.
- Kim, J.H., Geem, Z.W. and Kim, E.S. (2001). Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using harmony search. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 37(5), 1131-1138.
- Luo, J. and Xie, J. (2010). Parameter estimation for nonlinear Muskingum model based on immune clonal selection algorithm. *Journal of Hydrologic Engineering*, 15(10), 844-851.
- McCarthy, G. T. (1938). *The unit hydrograph and flood routing*. Conf. of North Atlantic Division, U.S. Army Corps of Engineers, Rhode Island.
- Moghaddam, A., Behmanesh, J. and Farsijani, A. (2016). Parameters estimation for the new four-parameter nonlinear Muskingum model using the particle swarm optimization. *Water resources management*, 30(7), 2143-2160.
- Mohan, S. (1997). Parameter estimation of nonlinear Muskingum models using genetic algorithm. *Journal of hydraulic engineering*, 123(2), 137-142.
- Najafi, R. and Hessami, M.R. (2017). Uncertainty modeling of statistical downscaling to assess climate change impacts on temperature and precipitation. *Water resources management*, 31(6), 1843-1858.
- Niazkar, M. and Afzali, S.H. (2014). Assessment of modified honey bee mating optimization for parameter estimation of nonlinear Muskingum models. *Journal of Hydrologic Engineering*, 20(4), 04014055.
- Niazkar, M. and Afzali, S.H. (2016). Application of new hybrid optimization technique for parameter estimation of new improved version of Muskingum model. *Water resources management*, 30(13), 4713-4730.
- O'Donnell, T. (1985). A direct three-parameter Muskingum procedure incorporating lateral inflow. *Hydrological Sciences Journal*, 30(4), 479-496.
- Raina, R. and Thomas, M. (2012). Fuzzy vs. probabilistic techniques to address uncertainty for radial distribution load flow simulation. *Energy and Power Engineering*, 4(02), 99.
- Rashedi, E., Nezamabadi-Pour, H. and Saryazdi, S. (2009). GSA: a gravitational search algorithm. *Information sciences*, 179(13), 2232-2248.
- Sarafrazi, S., Nezamabadi-pour, H. and Seydnejad, S. R. (2015). A novel hybrid algorithm of GSA with