

تحلیل فراکتالی سری زمانی جریان رودخانه‌ها مطالعه موردی: رودخانه کُر

علی اکبر حکمت زاده^۱، ناصر طالب بیدختی^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری مهندسی عمران، بخش مهندسی راه و ساختمان، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز
۲- استاد بخش مهندسی راه و ساختمان، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز

* شیراز، خیابان زند، دانشکده مهندسی شماره ۱ دانشگاه شیراز
taleb@shirazu.ac.ir

چکیده- هندسه فراکتالی امروز به عنوان هندسه واقعی بسیاری از پدیده‌های طبیعی شناخته می‌شود. شیء فراکتالی، جسمی است که شکل آن در مقیاسهای کوچکتر یا بزرگتر تکرار می‌شود. سری‌های زمانی بسیاری از پدیده‌های هواشناسی و هیدرولوژیکی، پدیده‌هایی هستند که با هندسه فراکتالی به عنوان ابزار قدرتمند قابل تحلیل هستند. در این مقاله مفاهیم اولیه هندسه فراکتالی در مورد سری‌های زمانی شرح داده شده و چهار روش کلاسیک و اصلی در این زمینه معرفی شده است. سپس دبی متوسط روزانه رودخانه کُر، یکی از رودخانه‌های بزرگ استان فارس، در طول ۳۸ سال به روش فراکتالی تحلیل شده است. نتایج تحلیل نشان می‌دهد که دبی رودخانه کُر دارای هندسه فراکتالی با بعد $1/29$ است و بعد به دست آمده دلالت بر آن دارد که در گام‌های زمانی مختلف، نوعی همبستگی نسبی بین مقادیر دبی رودخانه وجود دارد و مقادیر متوسط دبی روزانه مستقل از یکدیگر نیستند. خصوصیت فراکتالی در مقیاسهای زمانی بزرگتر از ۳ تا ۴ سال دیده می‌شود و برای کمتر از آن، در مورد فراکتالی بودن این سری تردید وجود دارد.

کلید واژگان: هندسه فراکتالی، رودخانه کُر، سری زمانی، تابع خودهمبستگی

۱- مقدمه

بسیاری از پدیده‌های طبیعی مانند مشخصه‌های هواشناسی و هیدرولوژیکی به شکل سری زمانی توصیف می‌شوند. تفسیر و تخمین این تغییرات یکی از شاخه‌های پژوهشی است. اگر چه سیستم‌های هواشناسی و هیدرولوژیکی

تغییرات فصلی تناوبی دارند، اما این تغییرات نوسانها و آشفتگیهای متنوع غیر قابل پیش‌بینی دارند، به طوری که گاهی به حوادث بزرگی منجر می‌شوند. در واقع تغییرات هواشناسی و هیدرولوژیکی تحت تأثیر عوامل متعددی مانند تابش خورشید، توپوگرافی زمین، عرض و طول

زمانی در فرایندهای هواشناسی و هیدرولوژیکی هستند. بسیاری از این فرایندهای طبیعی، ساختار تصادفی یا آماری دارند، اما نوعی رفتار قابل پیش‌بینی بین حال و آینده یا بین گذشته و حال دارند. تحلیل آماری سری‌های زمانی بسیار متداول است. تحلیل فراکتالی به‌تازگی در تشخیص روندهای بلند مدت و فصلی در این سری‌ها به کار رفته است. این روش توانایی تشخیص ساختار قابل پیش‌بینی را در سری‌های زمانی دارد (Rehman, 2007).

تحلیل جریان رودخانه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. رودخانه‌ها به‌عنوان یکی از منابع اصلی تأمین آب آشامیدنی، کشاورزی و صنعت، نقشی محوری در توسعه پایدار دارند. بنابراین تأثیر مستقیم جریان رودخانه‌ها بر فعالیتهای بشر بیشتر از سایر پارامترهای هواشناسی است. ساخت سدها و پلها، ساماندهی رودخانه، ساخت تأسیسات و کارخانه‌ها در کنار رودخانه‌ها، ایمن‌سازی مناطق شهری کنار رودخانه‌ها و فعالیتهای کشاورزی، مهمترین فعالیتهایی هستند که تحت تأثیر مستقیم جریان رودخانه قرار دارند (Movahed and Hermanis, 2008; Malamuda and Turcotte, 2006).

جریان رودخانه‌ها معمولاً نوسانهای فصلی و سالیانه دارند و البته نوسانهای سالیانه متقارن نیستند. این بدان معنا است که جریان رودخانه‌ها در زمستان و اوایل بهار به سرعت افزایش می‌یابد، اما در تابستان و اوایل پاییز به‌تدریج کاهش می‌یابند. همچنین جریان رودخانه‌ها به‌طور مستقیم با خشکسالی و پرآبی سالهای مختلف ارتباط دارد. چندین مشخصه مهم در جریان رودخانه‌ها وجود دارد. نوسانهای جریان، رابطه‌ای نمایی در توزیع آماری داشته و نوسانهای بزرگ جریان با هم مرتبط هستند. به بیان دیگر جریان رودخانه‌ها نوعی وابستگی بلند مدت دارند. از این ویژگی خاص مقیاسی (خصوصیت فراکتالی) در تخمین آماری

جغرافیایی، بافت زمین، پوشش گیاهی و غیره قرار دارند. لذا فرایندهای هواشناسی و هیدرولوژیکی معمولاً پدیده‌هایی غیرخطی، پیچیده، نامنظم و دینامیکی بوده و نوسانهای بزرگ و کوچکی در زمانها و مکانهای مختلف دارند. بنابراین به علت پیچیدگی زیاد، به استفاده از ابزارهای آماری برای تحلیل آنها پرداخته می‌شود (Breslin, 1999; Shange and Kamae, 2005).

با وجود پیدایش فناوریهای روزآمد و روشهای جدید تحلیل، حجم داده‌های در دسترس از پدیده‌های طبیعی بسیار زیاد است. در این زمینه فناوری‌هایی که داده‌ها را استخراج می‌کنند بسیار پیشرفته‌تر از آنهایی هستند که داده‌ها را تحلیل کرده و مورد استفاده قرار می‌دهند. اگرچه امروز کامپیوترها می‌توانند حجم عظیمی از داده‌ها را ذخیره کنند، اما در میان حجم زیادی از داده‌ها، بخشی از آنها ممکن است غیرضروری یا نامربوط باشند. تحلیل فراکتالی می‌تواند در تعیین داده‌های مرتبط با هم بسیار مؤثر باشد (Gerstner, 2003).

بسیاری از مطالعات آماری اخیر نشان می‌دهند که نوسانهای بسیاری از سیستمهای طبیعی، نوعی همبستگی نمایی دارند. وجود این همبستگی نمایی و تعیین آن کمک می‌کند که فرایند دینامیکی پدیده‌های طبیعی به‌صورت کمی شناخته شود. این نوع همبستگی، اشاره به هندسه فراکتالی دارد. این بدان معنا است که ساختار مشخصی، در مقیاسهای زمانی کوچکتر و بزرگتر نیز دیده می‌شود. بنابراین وجود و تعیین این همبستگی نمایی در تخمین نوسانهای سیستمهای طبیعی در مقیاسهای زمانی بزرگ از روی مقیاسهای زمانی کوچک، حائز اهمیت زیادی است (Zhang et al., 2009; Livina et al., 2003).

بارندگی، بار رسوبی، تغییرات پارامترهای هواشناسی مانند دما و دبی جریان رودخانه‌ها جزو معروفترین سری‌های

هدف از این مقاله تحلیل دبی جریان رودخانه گُر در استان فارس و تشخیص ارتباط زمانی بین نوسانهای دبی متوسط روزانه جریان رودخانه در مقیاسهای زمانی مختلف است.

۲- هندسه فراکتالی در سری‌های زمانی

هندسه فراکتالی ابزاری منحصر به فرد در مطالعه بسیاری از پدیده‌های طبیعی است. شیء فراکتالی، جسمی است که شکل آن در مقیاسهای کوچکتر یا بزرگتر تکرار می‌شود. در طبیعت، بسیاری از پدیده‌ها با این هندسه قابل مدل‌سازی هستند. شکل خط ساحلی، یکی از مثالهای متداول است. هندسه خط ساحلی که در نقشه معمولی دیده می‌شود، ویژگیهای یکسانی با شکل خط ساحلی دارد که از بالای کره زمین دیده می‌شود. به چنین خصوصیتی، خود متشابه^۱ می‌گویند. بلورهای برف یا شکل برگ درختان مثالهای دیگری در این زمینه است. در مثال فوق اگر $N(\delta)$ تعداد قطعات خطهایی به طول δ باشد که طول خط ساحلی را می‌پوشاند، می‌توان رابطه (۱) را نوشت:

$$N(\delta) = a\delta^{-D} \quad (1)$$

در رابطه فوق D بعد فراکتالی، عددی بزرگتر از یک و کوچکتر از ۲ است. رابطه (۱) بیانگر آن است که هر چه δ کوچکتر باشد، قطعات بیشتری طول خط ساحلی را می‌پوشاند و لذا طول بزرگتری برای محیط ساحل به دست می‌آید.

بعد فراکتالی میزان پیچیدگی را در هر مقیاس نشان می‌دهد، به گونه‌ای که شکل با بعد فراکتالی بزرگتر، پیچیده‌تر از شکل با بعد کوچکتر است و لذا فضای بیشتری را در دو بعد می‌پوشاند. به بیان دیگر هر چه بعد

تغییرات بزرگ جریان می‌توان استفاده کرد (Livina et al., 2003 ; Bunde et al., 2009).

تاکنون به تحلیل فراکتالی رودخانه‌های ایران کمتر توجه شده است، در حالی که به علت بارندگیهایی که به‌طور متناوب در هر سال وجود دارد، دبی رودخانه‌ها به شدت تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در استان فارس، بارندگیها معمولاً از آبان ماه شروع می‌شود و تا اواخر اردیبهشت ماه ادامه دارد. گاهی سیلابهای بزرگی در ماههای آذر و دی اتفاق می‌افتد؛ در حالی که در مواقع غیرسیلابی و چند روز پس از بارندگی، دبی رودخانه نزدیک به دبی پایه است. در فصل تابستان و اوایل پاییز، دبی پایه رودخانه در حداقل مقدار ممکن است.

به‌تازگی سری‌های زمانی پدیده‌های طبیعی مختلفی در رشته‌های مختلف، به‌صورت فراکتالی تحلیل شده است. به‌عنوان مثال Delignieres et al. (2006) و همکاران حالت‌های رفتاری و روانشناسی بشر را مورد تحلیل فراکتالی قرار داده‌اند. (Telesca et al. (2007) حوادث آتش سوزی در ایتالیا را به‌صورت نوعی سری مکانی و زمانی فراکتالی مطالعه کرده‌اند. (Rehman (2007 پارامترهای مختلف آب و هوای عربستان مانند دما، بارندگی، درجه رطوبت را به کمک تحلیل فراکتالی پیش‌بینی کرده است. (Shang and Kamae (2005 بار کل رسوب رودخانه زرد در چین را به‌صورت نوعی سری زمانی فراکتالی مدل‌سازی کرده است.

(Movahed and Hermanis (2008 نوسانهای دبی جریان رودخانه Daugava را با تحلیل فراکتالی مطالعه کرده‌اند. (Breslin and Belward (1999 بعد فراکتالی سری زمانی بارندگی در Queensland را در تعدادی از ایستگاههای باران‌سنجی به دست آورده‌اند.

فراایندهای متعددی وجود دارند که ساختاری تصادفی یا آماری دارند اما نوعی رفتار قابل پیش‌بینی شونده بین حال و آینده نیز دارند. تابع خودهمبستگی^۳ در تعیین درجه وابستگی داده‌ها در سری زمانی مفید است. این تابع در واقع نوعی وسیله اندازه‌گیری است که نشان می‌دهد آیا مقادیر گذشته می‌توانند در پیش‌بینی مقادیر آینده مورد استفاده قرار بگیرند. تابع خودهمبستگی در واقع نوعی ضریب همبستگی^۴ است، اما به‌جای همبستگی بین دو متغیر مختلف، همبستگی بین دو مقدار مختلف در زمانهای t_i و $t_{i+\tau}$ اندازه‌گیری می‌شود. اگر سری زمانی ایستاد^۵ (سری با میانگین ثابت و واریانس محدود) باشد و μ میانگین سری زمانی باشد، تابع خودهمبستگی به شکل رابطه ۲ بیان می‌شود:

$$R(\tau) = \frac{E[(x_t - \mu)(x_{t+\tau} - \mu)]}{E[(x_t - \mu)^2]} \quad \tau = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

که در رابطه فوق τ بیانگر جابه‌جایی زمانی است.

در حالت کلی، تابع خودهمبستگی یک فرایند تصادفی مطلق حول صفر نوسان دارد. این بدان معنا است که این نوع فرایند در هر زمان هیچ گونه حافظه‌ای از گذشته ندارد. تابع خودهمبستگی فرایندهای تناوبی نیز متناوب است و این نشان‌دهنده ارتباطی قوی بین مقادیر است که بارها تکرار می‌شود. اگر فرایندی دارای حافظه‌ای بلند مدت باشد، یا به بیانی دیگر سری زمانی آن دارای خصوصیت فراکتالی باشد، تابع $R(\tau)$ با افزایش مقیاس زمانی به صورت نمایی کاهش می‌یابد و به شکل رابطه (۳) در می‌آید:

$$R(\tau) = C \tau^{-\beta} \quad (3)$$

که در این رابطه C ضریب ثابت و β ضریبی است بزرگتر از صفر و کوچکتر از یک که به بعد فراکتالی با رابطه (۴) ارتباط دارد (Shang and Kamae, 2005; Rehman, 2007).

فراکتالی بزرگتر باشد، نوسانهای هندسه شکل بیشتر خواهد بود. لازم است توضیح داده شود که خط راست دارای بعد فراکتالی برابر ۱ و صفحه دارای بعد فراکتالی برابر ۲ است (Turner et al., 1998; Feder, 1988).

تحقیقات آماری متعددی نشان داده است که نوسانهای سیستمهای طبیعی (سری‌های زمانی) نوعی همبستگی نمایی^۱ شبیه رابطه (۱) دارند که در این مورد δ بیانگر مقیاس زمانی است. به‌عنوان مثال هر چه مقیاس زمانی بزرگتر باشد، نوسانهای بزرگتری در دبی سیلاب خواهیم داشت. لذا این همبستگی هندسه فراکتالی را نشان می‌دهد. تحلیل فراکتالی سری زمانی، روش اندازه‌گیری مناسبی برای تشخیص وجود ارتباط بین نوسانها، به‌ویژه وجود ارتباط زمانی بلندمدت است. بعد فراکتالی، توصیف مناسبی از سری‌های زمانی است. این پارامتر میزان نامنظم بودن و تصادفی بودن داده‌ها یا وجود نوعی ارتباط زمانی طولانی مدت را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال اگر سری زمانی در بازه‌های زمانی یک ماه تا ۱۰۰ سال خود متشابه باشد، این نشان می‌دهد که نوسانهای ماهیانه و نوسانهای چند ساله، رفتار آماری مشابهی دارند. این مسأله در تعیین مدل آماری مورد استفاده در تحلیل داده‌ها در مقیاس‌های زمانی مختلف، بسیار مهم است. بعد بین ۱ تا ۱/۵ نشان دهنده وجود ارتباط بین داده‌ها یا وجود روندی واضح در داده‌ها است. بعد ۱/۵ نشان‌دهنده تصادفی بودن مطلق داده‌ها است.

بعد ۱/۵ تا ۲ نشان‌دهنده همراه بودن داده‌ها با نویز است. در مورد سری‌های زمانی با ویژگی فوق، به‌جای اصطلاح خود متشابه از اصطلاح خود متناسب^۲ استفاده می‌شود (Feder, 1988; Breslin and Belward, 1999).

نقش مهم تحلیل فراکتالی سری‌های زمانی، تشخیص روندهای بلندمدت است.

3. Autocorrelation
4. Correlation Coefficient
5. Stationary

1. Power Law Correlation
2. Self Affine

رابطه (۱) بین $N(\delta)$ و δ برقرار خواهد بود و خواهیم داشت:

$$N(\delta)\alpha \delta^{-D} \quad (5)$$

بنابراین بعد فراکتالی D ، بصورت رابطه (۶) بیان می‌شود.

$$D = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log[N(\delta)]}{\log \delta} \quad (6)$$

در این روش $N(\delta)$ برای مقادیر مختلف δ شمارش می‌شود. شیب بهترین خط عبوری از بین این داده‌ها در مختصات \log - \log بیانگر بعد فراکتالی D است. با ترسیم سری زمانی و در نظر گرفتن آن به‌عنوان شکلی هندسی، روش فوق قابل استفاده است

این روش برای سریهای زمانی معیابی دارد. نخست آنکه در سری‌های زمانی ابعاد محور افقی و قائم مانند پروفیل‌های معمولی از یک جنس نیست؛ لذا مربع قابل اعمال نیست و باید از مستطیلی با ابعاد مناسب استفاده شود. همچنین سری‌های زمانی مانند نوسانهای دبی جریان دارای پرشهای بزرگی بین گامهای زمانی مجاور هستند و این باعث می‌شود که نمودار \log - \log پیوسته‌ای به‌راحتی به‌دست نیاید. جزئیات این روش در Voss (1985) و Turner et al. (1998) شرح داده شده است.

۳-۲- تحلیل R/S³

این روش ابتدا توسط Hurst (1965) مطرح شده است (1988) Feder و (1997) Caccia et al. نیز اصلاحاتی را بر روی آن انجام داده‌اند. سری زمانی $x(t)$ (مانند دبی جریان) به تعدادی بازه زمانی به طول τ تقسیم شده و مطابق رابطه (۷) برای هر بازه زمانی، سری مجموع $y(t, \tau)$ به‌دست می‌آید:

$$y(t, \tau) = \sum_{i=1}^{\tau} [x(i) - \bar{x}_{\tau}] \quad (7)$$

$$D = \frac{\beta}{2} + 1 \quad (4)$$

هر چه پارامتر β به صفر یا بعد فراکتالی یعنی D ، به ۱ نزدیکتر باشد، فرایند مورد نظر قابلیت پیش‌بینی دقیقتری دارد. در روشهای پیش‌بینی و تخمین غیرمعین آماری مانند روشهای ژئواستاتستیک^۱، تابع خودهمبستگی به‌عنوان جزء اصلی این روشها برای داده‌های ایستان مورد استفاده قرار می‌گیرد.

به‌عنوان مثال اگر یک سری زمانی مانند سری دبی جریان رودخانه در بعضی از روزها فاقد اندازه‌گیری باشد، روشهای ژئواستاتستیک در تخمین مقادیر سری زمانی در این روزها مورد استفاده قرار می‌گیرد (Kyriakidis et al., 2004; Holawe and Dutter, 1999).

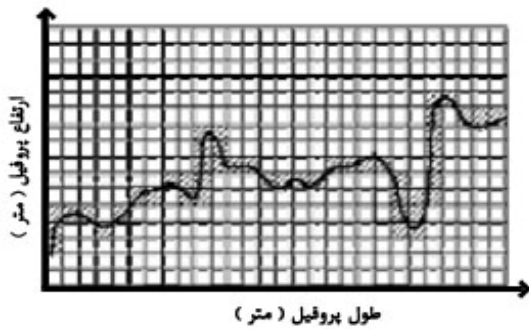
۳- روشهای محاسبه بعد فراکتالی

روشهای متعددی برای محاسبه بعد فراکتالی وجود دارد. در ادامه به چهار روش اصلی محاسبه بعد فراکتالی اشاره می‌شود. اینها روشهایی هستند که معمولاً برای سری‌های زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

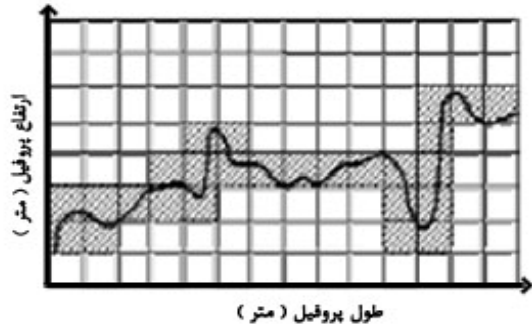
۳-۱- روش شمارش جعبه‌ای^۲

روش شمارش جعبه‌ای یکی از مشهورترین و رایج ترین الگوریتم‌های محاسبه بعد فراکتالی تصاویر، سیگنال‌ها، پروفیل‌ها و منحنی‌ها بوده که توسط Voss (1985) معرفی شده است. در این روش شبکه‌ای مربعی با اندازه δ ، صفحه پروفیل را مطابق شکل ۱ می‌پوشاند. سپس مربعهایی که اثر پروفیل در آنها وجود دارد شمارش می‌شوند. واضح است که با کاهش مقیاس اندازه‌گیری (δ) تعداد مربعهای غیر خالی ($N(\delta)$) افزایش می‌یابد. لذا در صورت فراکتال بودن پروفیل مورد نظر، رابطه‌ای شبیه

1. Geostatistics Method
2. Box Counting



ب- شبکه بندی با مقیاس اندازه گیری کوچکتر



الف- شبکه بندی با مقیاس اندازه گیری بزرگتر

شکل ۱ محاسبه بعدفراکتالی هرمنحنی طبیعی به طریق شمارش جعبه‌ای

$$\left(\frac{R}{S}\right)_v = a \tau^H \quad (11)$$

که $\left(\frac{R}{S}\right)_v$ متوسط نسبت‌های $\frac{R}{S}$ برای هر بازه زمانی (τ) و a ضریب تناسب است. در این رابطه، به H همبستگی بین داده‌های سری زمانی است. $H = 1$ نشان‌دهنده همبستگی کامل بین بازه‌های مختلف زمانی است. مشاهدات (1965) Hurst نشان داد که در صورت تصادفی بودن پدیده (مانند پرتاب سکه)، توان $H = \frac{1}{2}$ به دست می‌آید. به بیان دیگر $H = \frac{1}{2}$ بدان معنا است که داده‌های سری زمانی مورد نظر از توزیع گوسی تبعیت می‌کند و داده‌ها همبستگی ندارند. هر چه H به یک یا صفر نزدیکتر شود، همبستگی بین داده‌ها بیشتر می‌شود. $H > \frac{1}{2}$ نشان‌دهنده آن است که روند افزایشی در گذشته، دلالت بر روند افزایشی در آینده نیز دارد. در حالی که $H < \frac{1}{2}$ بیانگر آن است که یک روند افزایشی در گذشته، دلالت بر روند کاهشی در آینده دارد. به بیان دیگر $H > \frac{1}{2}$ نشان‌دهنده همبستگی مثبت و $H < \frac{1}{2}$ بیانگر همبستگی منفی است. مطالعات آماری او نشان می‌دهد که پدیده‌های طبیعی دارای $H > \frac{1}{2}$ هستند. نتایج تحلیل دبی

که \bar{x}_τ میانگین سری زمانی $x(t)$ در هر بازه زمانی τ مطابق فرمول (۸) است.

$$\bar{x}_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} x(t) \quad (8)$$

بازه تغییرات سری مجموع y (یعنی R) در هر بازه زمانی برابر است با:

$$R = \max_{1 \leq t \leq \tau} y(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} y(t, \tau) \quad (9)$$

در اصلاحات (1997) Caccia et al. برای محاسبه R ، خط مستقیمی که نقاط ابتدایی و انتهایی هر بازه را متصل می‌کند از سری مجموع $y(t, \tau)$ کم شده است. در روش فوق مقادیر تغییر (R) با تقسیم بر انحراف معیار (S) سری اولیه (یعنی سری x)، نرمال‌سازی می‌شود.

$$S = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [x(t) - \bar{x}_\tau]^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

محاسبات فوق برای تمامی بازه‌های زمانی ممکن (مقادیر مختلف τ)، انجام می‌شود. در عمل بزرگترین بازه زمانی برابر است با $\frac{N-1}{2}$ داده که N تعداد داده‌ها است و کوچکترین بازه زمانی از ۱۰ داده تشکیل شده است. با ترسیم نمودار در مختصات log-log رابطه نمایی زیر به دست می‌آید:

$$R_\varepsilon(t) = \{s : |t - s| < \varepsilon\} \quad (14)$$

مساحت بین دو حد بالایی و پایینی برابر است با:

$$V(\varepsilon) = \int v(t, \varepsilon) dt \quad (15)$$

واضح است که هر چه حداکثر شعاع همسایگی، ε ، کوچکتر شود، مساحت دو حد پوششی کمتر می‌شود.

برای محاسبه بعد فراکتالی، بر اساس مقادیر مختلف ε و

$V(\varepsilon)$ اگر نمودار لگاریتمی بین دو متغیر $\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ و

$\left(\frac{1}{\varepsilon^2} V(\varepsilon)\right)$ ترسیم شود، شیب بهترین خط عبوری از

داده‌ها بیانگر بعد فراکتالی سری زمانی مربوط است.

Breslin & Belward (1999) نشان دادند که برای

سری‌های زمانی این روش نتایج بهتری را نسبت به دو

روش شمارش جعبه‌ای و R/S به دست می‌دهد. آنها این

نتیجه را از سری زمانی با بعد فراکتالی مشخص (منحنی

Weierstrass – Mandelbrot) استخراج کردند.

شرح کامل این روش در Dubuce et al. (1989) و

Dubuce and Dubuc (1996) ارائه شده است.

۳-۴- روش DFA²

این روش در ابتدا توسط Peng et al. (1993) مطرح و در

سالهای بعد اصلاح شد. فرض کنید x سری زمانی با

طول N باشد، سری مجموع $y(i)$ از رابطه (۱۶)

به دست می‌آید:

$$y(i) = \sum_{k=1}^i [x_k - \bar{x}] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

سری $y(i)$ به N_s قسمت مساوی به طول s تقسیم

می‌شود. سپس بهترین چند جمله‌ای $(y_v(i))$ گذرنده از

داده‌های هر قسمت به روش برازش به دست می‌آید.

جریان در این مقاله نیز صحت ادعای فوق را تأیید

می‌کند. در صورتی که سری زمانی فراکتالی باشد، H با

رابطه (۱۲) با بعد فراکتالی D ارتباط دارد.

$$D = 2 - H \quad (12)$$

جزئیات این روش در Feder (1988) و Pang and North

(1996) و Caccia et al. (1997) تشریح شده است.

۳-۳- روش تغییرات^۱

این روش توسط Dubuc et al. (1989) ارائه شده

است. در این روش برای سری زمانی $x(t)$ ، حد پوششی

بالایی و حد پوششی پایینی به دست می‌آید که تابعی از

مقدار مقیاس (ε) هستند. شکل ۲ مثالی را در این زمینه

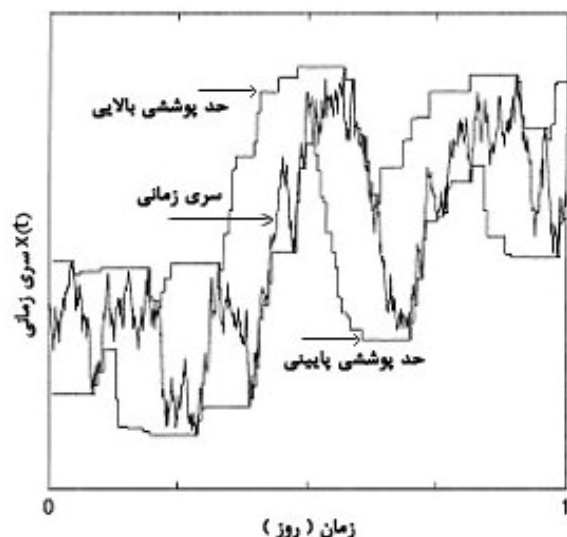
نشان می‌دهد. در این شکل، فاصله بین حد پایینی و بالایی

برابر است با $v(t, \varepsilon)$ که از رابطه (۱۳) بدست می‌آید:

$$v(t, \varepsilon) = \sup_{t' \in R_\varepsilon(t)} x(t') - \inf_{t' \in R_\varepsilon(t)} x(t') \quad (13)$$

$R_\varepsilon(t)$ مجموعه داده‌هایی است که به شعاع همسایگی

ε حول نقطه t قرار دارند.



شکل ۲ حد پوششی بالایی و پایینی برای سری زمانی

غربی فارس (دامنه‌های جنوبی زاگرس) سرچشمه گرفته و با طی کردن مسیری از شمال غربی تا جنوب شرقی، به دریاچه بختگان در استان فارس می‌ریزد. این رودخانه نوسانهای شدیدی در دبی روزانه خود دارد. به‌عنوان مثال، در فاصله سالهای ۱۳۴۳ تا ۱۳۸۱ حداقل دبی متوسط روزانه برابر $0.46 m^3/sec$ و حداکثر دبی متوسط روزانه برابر $1066 m^3/sec$ برای این رودخانه گزارش شده است. ایستگاه هیدرومتری مورد مطالعه، ایستگاه چمریز در نزدیکی سد درودزن با طول جغرافیایی $52^{\circ} 6' 3''$ ، عرض جغرافیایی $28' 30''$ و ارتفاع از سطح دریا برابر ۱۹۷۹ متر است. شکل ۳ موقعیت رودخانه و ایستگاه مورد نظر را نسبت به شهر شیراز در استان فارس نشان می‌دهد. شکل ۴ سری زمانی جریان رودخانه گُر در ایستگاه هیدرومتری چمریز را نشان می‌دهد. مبدا این نمودار بیانگر اول مهر سال ۱۳۴۳ است.

شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب جریان متوسط سالیانه و جریان متوسط سه ساله این رودخانه را بر حسب زمان نشان می‌دهند.

بر این اساس، سالهای آبی به پنج دسته تر و خشک متوالی تقسیم‌بندی می‌شوند. سالهای ۱۳۴۴ تا ۱۳۵۲ و ۱۳۶۱ تا ۱۳۶۸ و ۱۳۷۶ تا ۸۱ به‌عنوان سالهای خشک و سالهای ۱۳۵۳ تا ۱۳۶۰ و ۱۳۶۹ تا ۱۳۷۵ به‌عنوان سالهای تر طبقه‌بندی می‌شوند.

۵- تحلیل فراکتالی

روش مورد استفاده برای محاسبه بعد فراکتالی در این مقاله، روش تغییرات است. همان‌طور که گفته شد این روش یکی از دقیق‌ترین روشها برای محاسبه بعد فراکتالی سری‌های زمانی است.

برای هر قسمت s ، واریانس داده‌های آن قسمت از رابطه (۱۷) به‌دست می‌آید:

$$F^2(s, \nu) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s [y(i) - y_{\nu}(i)]^2 \quad (17)$$

در مرحله بعدی با رابطه (۱۸) از مقادیر واریانس F^2 ، قسمت‌های مختلف میانگیری می‌شود.

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{N_s} \sum_{\nu=1}^{N_s} [F^2(s, \nu)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (18)$$

q ضریبی غیرصفر است که اگر برابر دو باشد، روش DFA استاندارد سال ۱۹۹۳ به‌دست می‌آید. محاسبات فوق برای طولهای مختلف s تکرار می‌شود. واضح است که با بزرگ شدن طول قسمت‌ها یعنی s ، مقدار $F_q(s)$ نیز افزایش می‌یابد. بنابراین اگر رابطه‌ای نمایی بین $F_q(s)$ و s وجود داشته باشد، سری زمانی ویژگی فراکتالی دارد:

$$F_q(s) \propto s^{h(q)} \quad (19)$$

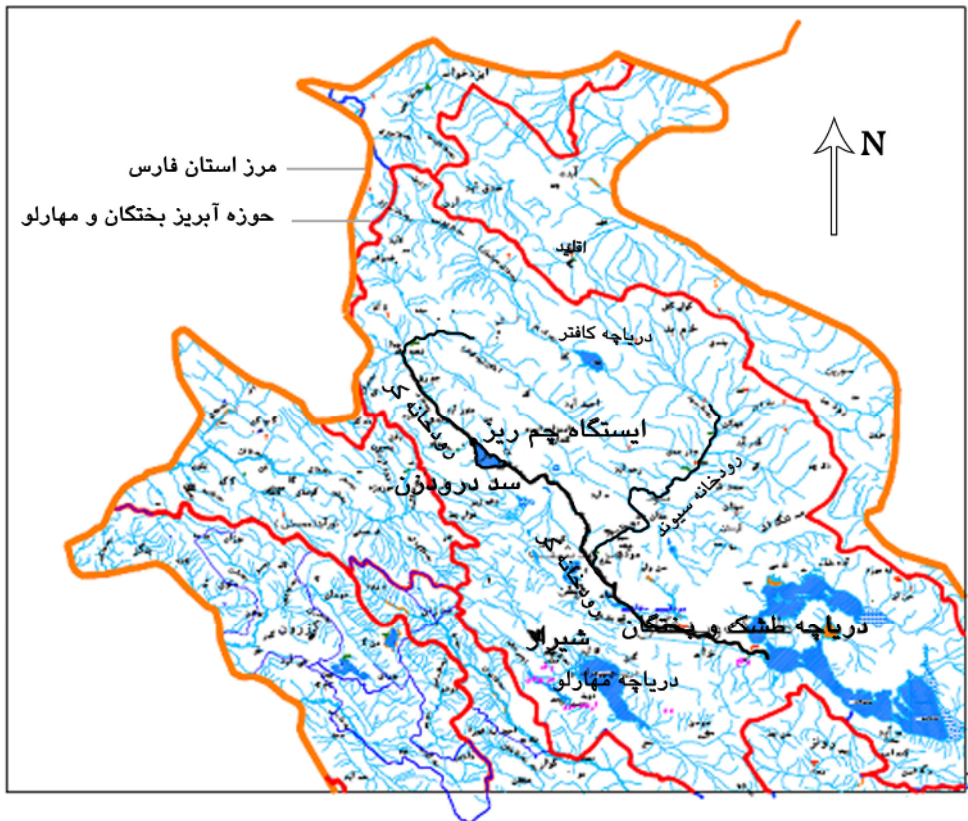
برای سری زمانی ایستان $1 < h(q=2) < 0$ است. در این حالت $h(q=2)$ همان توان Hurst است. برای سری غیر ایستان^۱، $h(q=2) > 1$ می‌باشد. در این حالت، توان Hurst از رابطه (۲۰) بدست می‌آید.

$$H = h(q=2) - 1 \quad (20)$$

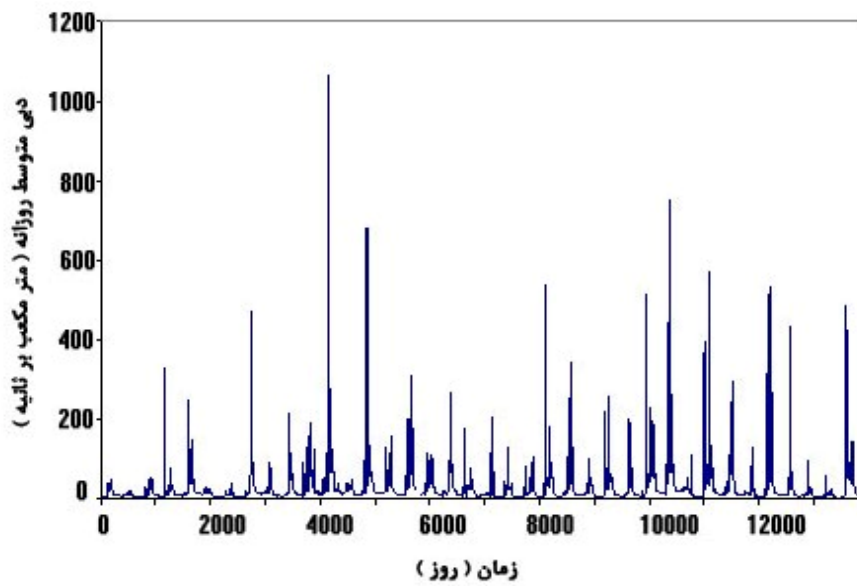
توضیحات بیشتری در (Peng et al. (1993) و Movahed and Hermanis (2008) ارائه شده است.

۴- مطالعه موردی

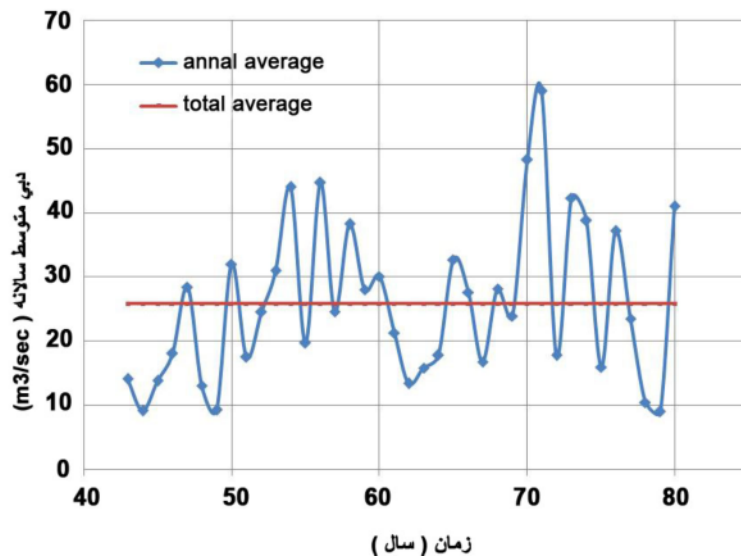
در این مطالعه جریان متوسط روزانه رودخانه گُر در ایستگاه چمریز در فاصله سالهای آبی ۴۳-۴۴ تا ۸۰-۸۱ بررسی شده است. رودخانه گُر یکی از بزرگترین رودخانه‌های استان فارس است که از ارتفاعات شمال



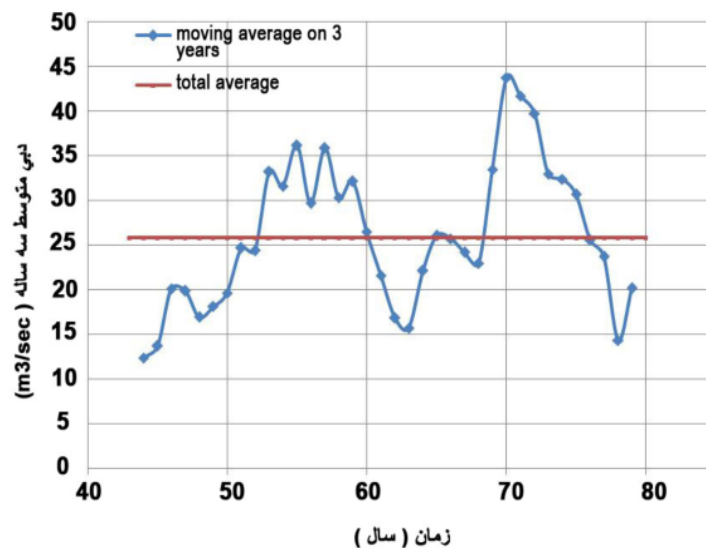
شکل ۳ نقشه موقعیت رودخانه کر و ایستگاه چمریز



شکل ۴ سری زمانی دبی روزانه رودخانه کر در ایستگاه چمریز



شکل ۵ سری زمانی دبی متوسط سالیانه بر حسب زمان



شکل ۶ سری زمانی دبی متوسط سه‌ساله بر حسب زمان

جدول ۱ نتایج تحلیل فراکتالی را برای چهار دوره تر و خشک نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، اگر تعداد داده‌های تحلیل کم باشد، مقادیر به‌دست آمده برای بعد فراکتالی تا حدودی نوسان خواهد داشت. اما با افزایش تعداد داده‌ها در پنجره زمانی مورد تحلیل، بعد فراکتالی ثابت می‌شود.

بدین منظور برنامه‌ای در محیط برنامه نویسی متلب^۱ نوشته شد. برای سری‌های زمانی دوره‌های مختلف تر و خشک و کل سری زمانی، با توجه به مقادیر مختلف پنجره زمانی، N ، بعد فراکتالی برای هر حالت به‌دست آمد.

1. MATLAB

جدول ۱ ابعاد فراکتالی برای دوره‌های مختلف ترسالی و خشکسالی

پنجره زمانی N	بعد فراکتالی D			
	دوره خشک ۵۲-۴۴	دوره تر ۶۰-۵۳	دوره خشک ۶۸-۶۱	دوره تر ۷۵-۶۹
۱۵۰	۱/۳۹۶	۱/۲۸۲	۱/۲۰۹	۱/۲۴
۲۰۰	۱/۴۱۹	۱/۳۸۷	۱/۲۴۷	۱/۳۹۷
۲۵۰	۱/۳۱۸	۱/۳۸	۱/۲۴۵	۱/۲۹۴
۳۰۰	۱/۳۳۱	۱/۳۳۵	۱/۲۳۴	۱/۳۲۳
۴۰۰	۱/۳۵۱	۱/۳۵۵	۱/۲۴۴	۱/۳۲۸
۵۵۰	۱/۴۱۲	۱/۲۹۵	۱/۲۳۱	۱/۲۸۷
۶۵۰	۱/۳۴۵	۱/۲۸۱	۱/۲۳۴	۱/۳۰۴
۷۵۰	۱/۳۶۵	۱/۲۸۳	۱/۲۳۶	۱/۳۰۷
۸۵۰	۱/۱۶۹	۱/۲۸۶	۱/۲۵۴	۱/۳۲۱
۱۰۰۰	۱/۲۳۳	۱/۲۸۹	۱/۲۴۳	۱/۳۵
۱۲۵۰	۱/۲۳۶	۱/۳۰۵	۱/۲۴۲	۱/۳۵۴
۱۵۰۰	۱/۲۵	۱/۳۱۱	۱/۲۷	۱/۳۵
۲۰۰۰	۱/۲۵۷	۱/۳۲۶	۱/۳۰۴	۱/۳۵۳
۲۵۰۰	۱/۲۲۴	۱/۳۳	۱/۲۸۵	۱/۳۵۱
۳۰۰۰	۱/۲۴۲	۱/۳۲۹	۱/۲۸۴	-
۳۲۸۵	۱/۲۴۴	-	-	-

محدوده ۱/۳۵۰ تا ۱/۳۵۳ متغیر و به‌طور متوسط برابر ۱/۳۵۱ و دامنه تغییرات آن بسیار کم است. همان‌طور که دیده می‌شود، ویژگی فراکتالی دوره‌های مختلف ترسالی و خشکسالی تقریباً به هم نزدیک هستند، با این تفاوت که بعد فراکتالی به‌دست آمده در دوره‌های ترسالی به‌طور متوسط ۵ درصد بیش از مقدار متوسط دوره‌های خشکسالی است.

جدول ۲ ابعاد فراکتالی به‌دست آمده را برای سری زمانی کل برای پنجره‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد. برای N بین ۲۰۰۰ تا ۱۲۰۰۰، بعد فراکتالی در بازه ۱/۲۶ تا ۱/۳۱ و به‌طور متوسط برابر ۱/۲۹ است. چون ابعاد به‌دست آمده تقریباً یکی هستند می‌توان نتیجه گرفت که فرض فراکتالی

این نشان می‌دهد که سری‌های زمانی کوچک به‌طور کامل خود متناسب نیستند و از یک حد زمانی به بعد، این خصوصیت دیده می‌شود. در دوره خشکسالی سالهای ۴۴ تا ۵۲ برای سری با بیش از ۱۰۰۰ داده، بعد فراکتالی در محدوده ۱/۲۳ تا ۱/۲۶ و به‌طور متوسط برابر ۱/۲۴۵ است؛ در حالی که برای دوره خشکسالی دوم (سالهای ۶۱ تا ۶۸) برای سری با بیشتر از ۱۳۵۰ داده، این محدوده بین ۱/۲۷ تا ۱/۲۹ و به‌طور متوسط برابر ۱/۲۸ است. در اولین دوره ترسالی (سالهای ۵۳ تا ۶۰)، بعد فراکتالی برای سری با بیشتر از ۵۵۰ عدد در محدوده ۱/۲۸ تا ۱/۳۳ و به‌طور متوسط برابر ۱/۳۰، متغیر است. در دوره ترسالی سالهای ۶۹-۷۵، بعد فراکتالی برای سری با بیش از ۱۰۰۰ داده در

در خط برازش شده به داده‌ها وجود دارد. مشابه این شکل در سایر موارد هم دیده می‌شود.

جدول ۲ ابعاد فراکتالی برای تعداد مختلف داده‌ها

تعداد داده‌های مورد تحلیل N	بعد فراکتالی D
۱۵۰	۱/۴۲۷
۲۵۰	۱/۳۲۸
۴۰۰	۱/۳۴۲
۵۵۰	۱/۳۴۳
۷۵۰	۱/۳۰۲
۱۰۰۰	۱/۳۶
۱۵۰۰	۱/۲۳۵
۲۰۰۰	۱/۲۶۲
۲۵۰۰	۱/۲۵۹
۳۰۰۰	۱/۲۶۱
۴۰۰۰	۱/۲۶۳
۵۰۰۰	۱/۲۶۲
۶۰۰۰	۱/۲۹
۸۰۰۰	۱/۲۸۹
۱۰۰۰	۱/۲۸۹
۱۲۰۰۰	۱/۳

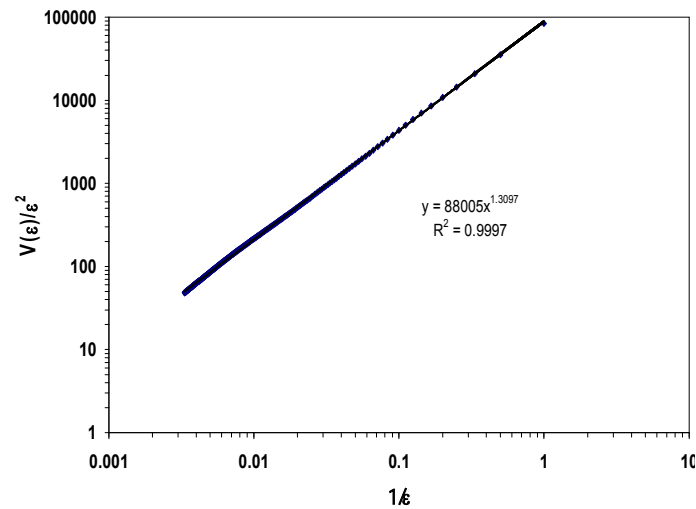
۶- نتیجه‌گیری

برای داده‌های مختلف بزرگتر از ۱۰۰۰ تا ۱۵۰۰، بعد فراکتالی از روش تغییرات، شبیه یکدیگر به دست آمد. این نشان‌دهنده خود متناسب بودن سری زمانی است. بنابراین می‌توان گفت بعد فراکتالی به دست آمده معتبر است. لذا دبی رودخانه کُر در مقیاس زمانی بزرگتر از ۳ تا ۴ سال، ویژگی‌های فراکتالی دارد و همچنین توان Hurst برابر $H=0.71$ نشان‌دهنده همبستگی بین دبی‌های سری زمانی در مقیاسهای زمانی بزرگ است.

بودن سری زمانی صحیح است. همچنین مطابق رابطه (۹) توان Hurst برابر $H=0.71$ می‌شود که از ۰/۵ بزرگتر و نشان‌دهنده وجود همبستگی نسبی بین داده‌های سری زمانی است. این نشان می‌دهد که فرایند دبی متوسط روزانه رودخانه کُر حافظه دارد و مقادیر گذشته می‌تواند در پیش‌بینی مقادیر آینده به‌کار رود. در واقع نوعی همبستگی بلند مدت بین نوسانهای بزرگ جریان وجود دارد.

با توجه به جدولهای ۱ و ۲ مشاهده می‌شود که تقریباً برای پنجره‌های زمانی کوچکتر از ۱۰۰۰ تا ۱۵۰۰، بعد فراکتالی تا حدودی متغیر است. لذا با صراحت نمی‌توان بعد فراکتالی صریحی را به سری زمانی شامل ۳ تا ۴ سال از داده‌های این رودخانه منسوب کرد. از طرفی این می‌تواند بیانگر خصوصیت چند فراکتالی این داده‌ها باشد؛ بدین معنا که در مقیاسهای زمانی کوچک، به‌علت وجود نوسانهای فصلی، بعد فراکتالی متغیر است. این نشان می‌دهد که مدل آماری مورد استفاده در تحلیل داده‌ها باید در مقیاسهای زمانی بزرگ و کوچک متفاوت باشد. در واقع در مقیاسهای زمانی کوچک داده‌ها وابستگی کمتری دارند. یکی از کاربردهای این مقاله، تعیین حداقل بازه زمانی برای محاسبه پارامترهای آماری است. به‌عنوان مثال در تعیین میانگین ریاضی، واریانس، ضریب تغییرات و ضریب چولگی دبی متوسط رودخانه کُر و تابع خودهمبستگی، حداقل داده‌ها باید در محدوده زمانی ۳ تا ۴ سال باشد.

شکل ۷ یکی از نمودارهای لگاریتمی بین دو پارامتر $\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$ و $\left(\frac{1}{\varepsilon^2}V(\varepsilon)\right)$ را برای $N = 12000$ و $\varepsilon = 300$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود همبستگی مناسبی



شکل ۷ نمودار لگاریتمی حاصل از روش تغییرات

$v(t, \varepsilon)$	فاصله بین حد پایینی و بالایی در روش تغییرات	در مقیاسهای زمانی کوچک، ابعاد به دست آمده، اندکی با یکدیگر متفاوتند، بنابراین در مورد فراکتالی بودن این سری در مقیاسهای زمانی کوچک (کمتر از ۳ تا ۴ سال) باید با احتیاط اظهار نظر کرد. همچنین این می تواند بیانگر وجود خصوصیت چند فراکتالی در این داده ها باشد. بدین معنا که در مقیاسهای زمانی کوچک، به علت وجود نوسانهای فصلی و دوره های ترسالی و خشکسالی، بعد فراکتالی متغیر است. بنابراین مدل آماری تحلیل داده ها در مقیاسهای زمانی بزرگ و کوچک باید متفاوت باشد. یکی دیگر از کاربردهای نتایج این مقاله، تعیین حداقل زمان ۳ تا ۴ سال در محاسبه پارامترهای آماری رودخانه کر است.
$V(\varepsilon)$	مساحت بین دو حد بالایی و پایینی در روش تغییرات	
$x(t)$	سری زمانی	
$\overline{x_\tau}$	میانگین سری زمانی در هر بازه زمانی τ	
\overline{x}	میانگین سری زمانی	
$y(i)$	سری زمانی مجموع در بازه s در روش DFA	
$y(t, \tau)$	سری زمانی مجموع در بازه τ در روش R/S	
δ	مقیاس مکانی و یا زمانی	
ε	مقیاس زمانی در روش تغییرات	
τ	مقیاس یا بازه زمانی در روش R/S	
D	بعد فراکتالی	
H	توان Hurst	
R	بازه تغییرات سری مجموع در روش R/S	$F^2(s, \nu)$ واریانس در روش DFA
S	انحراف استاندارد در روش R/S	$h(q)$ ضریب فراکتال در روش DFA
s	مقیاس یا بازه زمانی در روش DFA	$N(\delta)$ تعداد مربع دربرگیرنده پروفیل در روش شمارش جعبه ای
t	زمان	
β	ضریب فراکتال در تابع Autocorrelation	$R(\tau)$ تابع Autocorrelation

۷- فهرست علائم

۸- منابع

- Kyriakidis P. C., Miller N. L. and Kim J. (2004). "A spatial time series framework for simulating daily precipitation at regional scales", *Journal of Hydrology*, 297(1), pp. 236-255.
- Livina V., Ashkenazy Y., Kizner Z., Strygin V., Bunde A. and Havlin S. (2003). "A stochastic model of river discharge fluctuations", *Physica A* 330, pp. 283 – 290.
- Malamuda B. D. and Turcotte D. L. (2006). "The applicability of power-law frequency statistics to floods", *Journal of Hydrology* 322, pp. 168–180.
- Movahed M. S. and Hermanis E. (2008). "Fractal analysis of river flow fluctuations", *Physica A*, 387, pp. 915–932.
- Peng C. K., Mietus J., Hausdorff J. M., Havlin S., Stanley H. E., and Goldberger A.L. (1993). "Long-range anti-correlations and non-Gaussian behavior of the heartbeat", *Physical Review Letter*, 70, pp. 1343–1346.
- Pang J. and North C.P. (1996). "Fractals and their applicability in geological wireline log analysis", *J. Geol.* 19(3), pp. 339-350.
- Rehman S. (2007). "Study of Saudi Arabian climatic conditions using Hurst exponent and climatic predictability index", *Chaos, Solitons and Fractals*, pp. 79-89.
- Shang P. and Kamae S. (2005). "Fractal nature of time series in the sediment transport phenomenon", *Chaos, Solitons and Fractals*, 26, pp. 997–1007.
- Telesca L., Amatiucci G., Lasaponara R., Lovallo, M. and Rodrigues M. J. (2007). "Space-time fractal properties of the forest-fire series in central Italy", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 12, pp. 1326–1333.
- Turner M. J., Blackledge J. M. and Andrews P. R. (1998). "Fractal geometry in digital imaging", *De Montfort University*, pp. 22-56.
- Voss R. (1985). "Random fractals: Characterisation and measurement", *New York*, pp. 25-63.
- Zhang Q., Xu C.Y. and Yang T. (2009). "Scaling properties of the runoff variations in the arid and semi-arid regions of China: a case study of the Yellow River basin", *Stoch Environ Res Risk Assess*, 23, pp. 1103–1111.
- Breslin M.C. and Belward J.A. (1999). "Fractal dimensions for rainfall time", *Mathematics and Computers in Simulation*, 48, pp. 437-446.
- Bunde A., Eichner J.F., Havlin S. and Kantelhardt G.W. (2003). "The effect of long-term correlations on the return periods of rare events", *Physica A*, 330, pp. 1- 7.
- Caccia D. C., Percival D., Cannon M. J., Raymond G. and Bassingthwaite J. B. (1997). "Analyzing exact fractal time series: Evaluating dispersional analysis and rescaled range methods", *Physica A*, 246, pp. 609–632.
- Delignieres D., Ramdania S., Lemoinea L., Torrea K., Marina Fortesb and Gregory Ninot (2006). "Fractal analyses for 'short' time series: A re-assessment of classical methods". *J. of Mathematical Psychology*, 50, pp. 525–544.
- Dubuc B., Quiniou J.F., Roques-Carmes C., Tricot C. and Zucker S.W. (1989). "Evaluating the fractal dimensions of profiles", *Phys. Rev. A*, 39(3), pp. 1500-1512.
- Dubuc B. and Dubuc S. (1996). "Error bounds on the estimation of fractal dimension", *SIAM J. Numer. Anal.* 33(2), pp. 602-626.
- Feder J. (1988). *Fractals*. Plenum Press, New York, pp. 10-70.
- Gerstner T. (2003). "Multiresolution compression and visualization of global topographic data", *Geoinformatica*, 7(1), pp. 7–32.
- Holawe F. and Dutter R. (1999). "Geostatistical study of precipitation series in Austria: time and space", *Journal of Hydrology*, 219(1), pp. 70-82.
- Hurst, H.E., Black, R.P. and Simaika, Y.M. (1965). "Long-term storage: an experimental study", *London: Constable*.
- Kantelhardt G.W., Rybski D., Zschiegner S.A., Braun P., Eva Koscielny-Bunde E., Livina, V., Havline S. and Bunde S. (2003). "Multifractality of river runoff and precipitation: comparison of fluctuation analysis and wavelet methods", *Physica A*, 330, pp. 240 – 245.