

ضربه قوچ در لوله‌های پلی اتیلن

علیرضا کرامت^۱، علی حقیقی^{۲*}

۱- استادیار دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول

۲- استادیار گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز

* اهواز، صندوق پستی ۶۱۳۵۷۴۳۳۳۷

a.haghighi@scu.ac.ir

چکیده- تحقیق حاضر به معرفی و مدل‌سازی اثرهای ویسکوالاستیک در لوله‌های پلی اتیلن در شرایط وقوع پدیده ضربه قوچ می‌پردازد. به بیانی ساده، خواص ویسکوالاستیک مواد پلیمری در حین ضربه قوچ سبب ایجاد تنش پسماند در جداره لوله می‌شود که تغییر شکل‌های ناشی از آن به‌طور ناگهانی و پس از باربرداری به حالت اولیه باز نمی‌گردند. این پدیده سبب کاهش قابل توجه سرعت موج در این لوله‌ها می‌شود که البته شدت اثر آن در دوره‌های مختلف متفاوت است. در این تحقیق به شبیه‌سازی عددی رفتار لوله‌های ویسکوالاستیک با استفاده از مدل مکانیکی کلون-ویت پرداخته می‌شود. سپس مدل توسعه داده شده با استفاده از نتایج آزمایشگاهی از صحت‌سنجی می‌شود. همچنین با تعریف یک مطالعه موردی در تئوری مخزن-لوله-شیر، در باره زوایای دیگری از رفتار ویسکوالاستیک لوله‌ها مطالعه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که در ضربه قوچ استاندارد، به دنبال بسته شدن شیر پایین‌دست، تأثیر خواص ویسکوالاستیک بر حداقل فشار بیش از حداکثر فشار است. با افزایش دبی و در واقع افزایش خطرپذیری ضربه قوچ، تأثیر کاهندگی اثرهای مخرب ناشی از فشارهای منفی نیز بیشتر می‌شود که این نشان‌دهنده ماهیت سازگار شونده این پدیده و نوعی روش خودکار کاهنده شدت ضربه قوچ در سیستم‌های آبرسانی است.

کلید واژگان: ضربه قوچ، پلی اتیلن، ویسکوالاستیک، مدل عددی.

۱- مقدمه

این پدیده ضربه قوچ یا چکش آبی^۱ نامیده می‌شود و یکی از عوامل اصلی بروز آسیب در خطوط لوله است. شبیه‌سازی جریان گذرا در خطوط لوله برای شرایط

بر اثر بسته شدن ناگهانی شیر یا توقف و راه‌اندازی ناگهانی پمپ، یک موج فشاری در طول لوله منتشر می‌شود که سبب افزایش و کاهش تناوبی فشار می‌شود.

1. Water Hammer

و مومنتم) می‌شود که این مدلها آن را در نظر نمی‌گیرند. معادلات حاکم، شرایط مرزی و روش معمول در مدل‌سازی پدیده ضربه قوچ در خطوط لوله، به‌طور کامل در (Chaudhry (1987) و Wylie and Streeter (1993) آورده شده است. روشهای ارائه شده در این دو مرجع، مبنای بسیاری از مطالعات جامع‌تر در زمینه مدل‌سازی جریانهای گذرا در خطوط لوله بوده است که از آن میان می‌توان به بررسی پدیده اندرکنش سازه-سیال (Tijsseling 1993; Ahmadi and Keramat 2011)، جدایی ستون مایع (Bergant et al., 1999; 2006)، اثرهای افت اصطکاک غیرماندگار (Brunone 1999; Bergant et al. 2001)، شناسایی نشت و واسنجی (Vitkovsky et al. 2009; Shamloo and Haghghi 2005) و اعمال اثرهای ویسکوالاستیک (Pezzinga 2002; Covas et al. 2002) اشاره کرد که مورد آخری، موضوع تحقیق حاضر نیز می‌باشد.

تشریح روش مدل‌سازی رفتار ویسکوالاستیک دیواره لوله در معادلات ضربه قوچ، با استفاده از روش خطوط مشخصه (MOC)¹ توسط Covas et al. (2004a, b and 2005) ارائه شد. در این کارها که جدیدترین تحقیقات در زمینه ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک به‌شمار می‌روند، اثر کرنشهای محیطی دیواره لوله با استفاده از المان‌های کلونین - ویت² مدل‌سازی شده است. در این مدل، رفتار ویسکوالاستیک به‌وسیله مجموعه‌ای از فنرها و میراگرها شبیه‌سازی می‌شود. معادلات ارائه شده در آن تحقیقات، دو معادله پیوستگی و مومنت سیال می‌باشند که اثر رفتار ویسکوالاستیک به‌شکل عبارت چشمه³ در معادله پیوستگی وارد می‌شود. البته ضعف مهم این روش آن

بحرانی بهره‌برداری، به طراح کمک می‌کند که با تعیین مقادیر بیشینه و کمینه فشارهای ضربه قوچ، طراحی ایمن سیستم آبرسانی را انجام دهد. در کنار شرایط فیزیکی و هیدرولیکی حاکم بر مسئله، ویژگیهای مکانیکی لوله‌ها نیز تأثیر به‌سزایی در شدت فشارهای ضربه قوچ دارد. در سالهای اخیر، استفاده از لوله پلی‌اتیلن - با برتری‌های فنی و اقتصادی نسبت به سایر لوله‌ها از جمله فولادی، چدنی، بتنی و آزیست- روز به روز افزایش یافته است. این موضوع، شناخت رفتار سازه‌ای و عملکرد هیدرولیکی لوله‌های پلی‌اتیلن را بیش از پیش ضروری می‌سازد.

از دیدگاه هیدرولیکی، در تعیین قطر لوله‌ها بر اساس دبی طراحی، تفاوتی میان تحلیل جریان ماندگار در لوله پلی‌اتیلن با سایر لوله‌ها وجود ندارد؛ جز آنکه نرخ افت انرژی در این لوله‌ها - به دلیل سطح صافی که دارند - به مراتب کمتر از دیگر لوله‌های رایج در آبرسانی است. اما در تحلیل جریان گذرا برای تعیین فشارهای حدی ضربه قوچ، روش مدل‌سازی در لوله پلی‌اتیلن تفاوتی اساسی با لوله‌های غیر پلاستیکی نظیر فولادی، چدنی و بتنی دارد. به خلاف مواد نام برده شده - که در مقابل بار وارد شده به‌صورت الاستیک عمل می‌کنند - پلیمرها معمولاً رفتاری ویسکوالاستیک نشان می‌دهند (Franke and Seyler 2000; Riande et al., 1983). این ویژگی، بر شدت، شکل‌گیری و میرایی نوسانهای فشار در جریانهای گذرا اثر می‌گذارد و بسته به نوع پلیمر مورد استفاده دامنه این اثر متفاوت است. نه تنها در محاسبات معمول و سرانگشتی ضربه قوچ، بلکه در نرم‌افزارها و مدل‌های تجاری شناخته شده (مانند HAMMER، HYTRAN و WHAMO) نیز اثر ویسکوالاستیک لوله‌های پلی‌اتیلن دیده نمی‌شود. خواص ویسکوالاستیک سبب بروز عبارت‌های جدیدی در معادلات سازگاری حاکم بر جریانهای گذرا (پیوستگی

1. Method of Characteristics (MOC)

2. Kelvin-Voigt

3. Source Term

هدف اصلی آن نشان دادن اهمیت مدل‌سازی ویسکوالاستیک در مسائل طراحی است.

۲- مدل ریاضی

معادلات بقای جرم و مومتم در خطوط لوله، رفتار جریان را توصیف می‌کند. این معادلات با در نظر گرفتن یک حجم کنترل از جریان و با به‌کارگیری تئوری انتقالی رینولدز استخراج می‌شود و در این کار، جنس لوله - که می‌تواند الاستیک یا غیرالاستیک باشد - نقش کلیدی را ایفا می‌کند. مواد با رفتار الاستیک (کشسان یا ارتجاعی) موادی هستند که در محدوده تنش‌های وارد شده، مانند فنر رفتار و از قانون هوک تبعیت می‌کنند. در این مواد تغییر شکل‌های اضافی با گذر زمان رخ نمی‌دهد و پس از باربرداری، جابه‌جایی ایجاد شده به حالت اولیه باز می‌گردد. برای لوله‌های الاستیک مانند لوله‌های فولادی، این معادلات را در بسیاری از مراجع مانند Wylie and Streeter (1993) با جزئیات می‌توان یافت.

اما برای لوله‌های با جداره پلاستیکی و از جمله با رفتار ویسکوالاستیک، معادلات موجود به اصلاحاتی نیاز دارند که این کار فقط با اعمال برخی فرضها، انتخاب مدل مکانیکی مناسب و آگاهی از علم جریان و تغییر شکل مواد پلی‌اتیلن ممکن است که در اینجا به این موضوع پرداخته می‌شود.

۲-۱- فرضهای مدل

- مدل به کار رفته در این تحقیق، برای لوله‌های با مقطع گرد معتبر است.

- لوله و شیر در جهت محوری کاملاً مهار شده‌اند، به طوری که امکان پیدایش هیچیک از اثرهای تداخلی

است که لازم است توابع خزش^۱ مدل با انجام آزمایش‌های جریان گذرا، واسنجی شوند. این روش در تحقیقات بعدی یعنی Soares et al. (2008) تکمیل و تصحیح شده است. در تحقیق کاملتر Soares et al. (2009) و Keramat et al. (2010) اثر جدایی ستون مایع در لوله‌های ویسکوالاستیک به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی شد.

روش‌های بالا به تحلیل عددی پدیده ضربه قوچ و مدل‌سازی اثرهای ویسکوالاستیک در حوزه زمان پرداخته‌اند؛ حال آنکه ماهیت دوره‌ای جریان گذرا در خطوط لوله، امکان تحلیل مسأله ضربه قوچ را در حوزه فرکانس نیز فراهم می‌سازد و در این حیطه مورد علاقه بسیاری از محققان دیگر بوده است. (Chaudhry 1987) به‌طور مفصل به معرفی مفاهیم و اصول مدل‌سازی جریانهای گذرا در حوزه فرکانس پرداخت. در این دیدگاه معادلات هاپربولیک حاکم بر مسأله با استفاده از تبدیل لاپلاس یا فوریه به حوزه فرکانس منتقل شده و پس از ساده‌سازی‌ها (مانند حذف یا خطی‌سازی عبارت افت انرژی) به صورت تحلیلی بر حسب فرکانس (به جای زمان) حل می‌شوند. این روش در زمینه اعمال اثرهای ویسکوالاستیک نیز نتایج مثبتی داشته که می‌توان به کارهای (Suo et al. 1990)، Brinson (2008) و Wineman et al (2000) اشاره کرد.

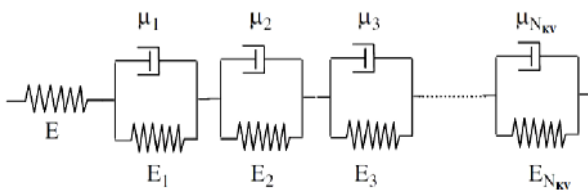
در تحقیق حاضر به تشریح معادلات حاکم و مدل مکانیکی معرف رفتار ویسکوالاستیک در لوله‌های پلی‌اتیلن در حوزه زمان پرداخته شده و سپس با استفاده از روش خطوط مشخصه و اعمال اصلاحات عددی، پدیده ضربه قوچ به‌طور کامل تحلیل می‌شود. تحقیق حاضر در ادامه و همسو با تاریخچه یاد شده قابل تعریف است و

یک روش توصیف پاسخ ماده ویسکوالاستیک خطی، استفاده از سیستمی متشکل از فنر و میراگر موازی است که المان کلویین-ویت نامیده می‌شود. در این سیستم کل نیروی وارده بر سیستم برابر $F = F_D + F_S$ و بنابراین $F = k_1 u + k_2 \dot{u}$ است.

مدل کامل تری به نام مدل تعمیم یافته کلویین-ویت - که در شکل ۱ نشان داده شده است - مدل مناسب تری برای این منظور است. در این مدل تعداد المان کلویین-ویت به صورت سری همراه با یک فنر به هم متصل شده‌اند. می‌توان ثابت کرد که رابطه بین تنش σ و کرنش ε که بر این سیستم (مجموعه فنر و میراگر) عمل می‌کنند عبارت است از (Wineman et al. 2000):

$$p_0 \sigma + \sum_{k=1}^{N_{KV}} P_k \frac{d^k \sigma}{dt^k} = q_0 \varepsilon + \sum_{k=1}^{N_{KV}} q_k \frac{d^k \varepsilon}{dt^k}, \quad (1)$$

که در آن ضرایب p و q توابعی از مدول الاستیسیته فنر E و ویسکوزیته میراگر μ مربوط به هر المان است که با شاخص 1 الی N_{KV} برای هر المان (مطابق شکل ۱) نشان داده شده‌اند.



شکل ۱ معادل مکانیکی ماده جامد ویسکوالاستیک با استفاده از مدل تعمیم یافته کلویین-ویت

همان‌طور که دیده می‌شود رابطه بین تنش و کرنش برای مواد ویسکوالاستیک خطی، شامل جملاتی از مشتقات زمانی تنش و کرنش است. با استفاده از تبدیل لاپلاس و سپس معکوس آن (Wineman et al. 2000) شکل جایگزین زیر برای رابطه تنش و کرنش به دست می‌آید:

مانند اثرهای تداخلی پواسن و اتصال (کرامت ۱۳۸۹) وجود ندارد.

- فرض بر آنست که دمای محیط و سیال در طول شبیه‌سازی ثابت است.

- مدل یک‌بعدی بوده و فقط یک محور مختصات در امتداد محور لوله برای توصیف روابط در نظر گرفته می‌شود.

- در استخراج معادلات دیفرانسیلی حاکم، لوله دارای جدار نازک فرض می‌شود که از مواد الاستیک یا ویسکوالاستیک خطی ساخته شده است.

- سیال درون لوله تراکم ناپذیر، نیوتونی و الاستیک خطی فرض می‌شود.

- تمامی معادلات دیفرانسیلی، به جز عبارت اصطکاک بین سیال و دیواره لوله، خطی است. البته وجود شرایط مرزی غیر خطی (همچون بسته شدن شیر) سبب می‌شود که مسأله در مجموع غیر خطی شود.

- در طی مدل‌سازی، فشار همواره بزرگتر از فشار بخار سیال بوده و لذا پدیده جدایی ستون مایع رخ نمی‌دهد.

۲-۲- مدل مکانیکی

برای شبیه‌سازی رفتار مکانیکی ماده جامد الاستیک خطی، معمولاً از فتری استفاده می‌شود که در حالت یک‌بعدی با رابطه‌ای خطی به صورت $F_S = k_1 u$ مدل‌سازی می‌شود. F نیرو، u جابه‌جایی، k_1 ضریب فنر و S نشان‌دهنده فنر است. همچنین برای شبیه‌سازی رفتار مکانیکی سیال ویسکوز خطی، معمولاً از میراگر ویسکوز (لزج) استفاده می‌شود که در حالت یک‌بعدی با رابطه $F_D = k_2 \dot{u}$ توصیف می‌شود. D نشان‌دهنده میراگر و نقطه بالای u نشان‌دهنده مشتق جابه‌جایی نسبت به زمان است.

که در آن Q دبی جریان، H فشار پیژومتری، ρ چگالی سیال، K مدول بالک سیال، g شتاب گرانشی، D قطر داخلی لوله، A مساحت مقطع جریان و f ضریب افت داری و ایسباخ است. جمله آخر معادله (۴) توصیف کننده نرخ تغییر کرنش محیطی است که شامل رفتار الاستیک و تأخیری می شود. همچنین کرنش محیطی در لوله های الاستیک به صورت ضریبی از فشار سیال عمل می کند، اما در لوله های ویسکوالاستیک، مقداری تأخیر زمانی در کرنش ایجاد شده نسبت به تغییر فشار سیال رخ می دهد (Bergant et al. 2008 a,b).

با استفاده از فرض لوله جدار نازک و رابطه تنش محیطی در لوله تحت فشار، کرنش محیطی (هوپ^۳) در لوله جدار نازک به صورت زیر از قوانین مقاومت مصالح به دست می آید (کرامت ۱۳۸۹):

$$\varepsilon_\phi = (1 - \nu^2) \left(\frac{\rho g D}{2e} \tilde{H} * dJ \right), \quad \tilde{H} = H - H_0 \quad (6)$$

به این ترتیب با جایگذاری رابطه (۶) در رابطه (۴)، رابطه پیوستگی به شکل زیر به دست می آید:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\rho g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + (1 - \nu^2) \frac{\rho g D}{e} \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{H} * dJ) = 0 \quad (7)$$

و اگر تعریف عملگر استیلیس کانولوشن به کار رود، می توان نوشت (پیوست الف):

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{g}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} = - (1 - \nu^2) \frac{\rho g D}{e} \frac{\partial I_{\tilde{H}}}{\partial t} \quad (8)$$

که در آن c سرعت انتشار موج در لوله و $I_{\tilde{H}}$ عبارتند از:

$$c = \left(\rho \left(\frac{1}{K} + (1 - \nu^2) \frac{D}{eE} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$I_{\tilde{H}}(t) = \int_0^t \tilde{H}(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \quad (10)$$

$$= \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left(\frac{J_k}{\tau_k} \int_0^t \tilde{H}(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \right) = \sum_{k=1}^{N_{KV}} I_{\tilde{H}k}(t)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma(t)J(0) + \int_0^t \sigma(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \quad (2)$$

$$= (\sigma * dJ)(t) = (J * d\sigma)(t)$$

علامت * نشان دهنده عملگر کانولوشن و d عملگر استیلیس کانولوشن^۱ است که در اینجا برای دو تابع σ و J تعریف شده اند. این دو عملگر و روابط اساسی مربوط به آنها، در ادامه مورد بررسی قرار می گیرد. عملگر استیلیس کانولوشن نسبت به عملگر کانولوشن معمولی یک جمله اضافی $\sigma(t)J(0)$ دارد که نشانگر پاسخ آنی (الاستیک) سیستم است. در رابطه بالا تابع خزش تطابقی $J(t)$ مطابق با مدل تعمیم یافته کلون-ویت به صورت زیر به دست می آید (کرامت ۱۳۸۹):

$$J(t) = J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} J_k \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right) \quad (3)$$

که در آن $J_0 = 1/E$ نشان دهنده پاسخ آنی مصالح ویسکوالاستیک، $J_k = 1/E_k$ نشان دهنده خزش تطابقی فنر مربوط به المان k ام کلون-ویت، E_k مدول الاستیسیته فنر k -ام و τ_k زمان تاخیر میراگر k -ام است. در اینجا $\tau_k = \mu_k/E_k$ که در آن μ_k ویسکوزیته میراگر k -ام است.

۲-۳- معادلات حاکم

چنانچه معادلات ضربه قوچ به تنهایی (بدون اثرهای FSI^۲) در لوله ویسکوالاستیک مد نظر باشد، می توان معادلات پیوستگی و مومنت سیال را به صورت زیر نوشت (Keramat et al. 2010):

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\rho g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + 2 \frac{\partial \varepsilon_\phi}{\partial t} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-f Q |Q|}{2DA^2} \quad (5)$$

1. Stylus Convolution
2. Fluid-Structure Interaction

معمولی بر روی دو خط مشخصه C^+ و C^- نوشته می‌شوند (Soares et al. 2009 و کرامت ۱۳۸۹):

$$C^+ : Q_p = -C_{a+} H_p + C_p \quad (12)$$

$$C^- : Q_p = C_{a-} H_p + C_n \quad (13)$$

که در این روابط $Q = A V$ دبی سیال و P نشان‌دهنده مقادیر مجهول است و مقادیر C_n, C_p, C_{a+} و C_{a-} پارامترهایی هستند که با استفاده از مقادیر محاسبه شده در گام زمانی قبل به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$C_p = \frac{Q_{A_1} + BH_{A_1} + C'_{p1} + C''_{p1} + C'''_{p1}}{1 + C'_{p2} + C''_{p2}}, B = \frac{gA}{c_f} \quad (14)$$

$$C_n = \frac{Q_{A_2} + BH_{A_2} + C'_{n1} + C''_{n1} + C'''_{n1}}{1 + C'_{n2} + C''_{n2}}, \quad (15)$$

$$C_{a+} := \frac{B + C'''_{p2}}{1 + C'_{p2} + C''_{p2}}, \quad (16)$$

$$C_{a-} := \frac{B + C'''_{n2}}{1 + C'_{n2} + C''_{n2}} \quad (17)$$

که در آنها p و n نشان‌دهنده خطوط مشخصه "مثبت" و "منفی" است. مجهولات دارای شاخص $A_1(A_2)$ مربوط به نقاط متناظر روی خطوط $C^+(C^-)$ در گام زمانی قبل است. '، '' و ''' به ترتیب نشان‌دهنده عبارت‌های مربوط به مدل اصطکاک شبه‌ماندگار، اصطکاک غیرماندگار (که در این تحقیق مورد نظر نبوده) و رفتار مکانیکی دیواره لوله است. رابطه قابل استفاده برای محاسبه هر یک از مقادیر به کار رفته در روابط بالا در زیر آورده شده است:

$$C'''_{p2} = \frac{D}{e} A \rho g (1 - v^2) c \Delta t a_1, C'_{p2} = R |Q_{A1}| \Delta t, \quad (18)$$

$$C'''_{p1} = \frac{D}{e} A \rho g (1 - v^2) c \Delta t a_2, C'''_{n2} = C'''_{p2},$$

$$C_{n2} = R |Q_{uA2}| \Delta t, C'''_{n1} = -C'''_{p1},$$

که در آن a_1 و a_2 مربوط به ویژگی ویسکوالاستیک لوله بوده و بر حسب مقادیر محاسبه شده در گام زمانی قبل به صورت زیر تعیین می‌شوند (Soares et al. 2009 و کرامت ۱۳۸۹):

عبارت سوم رابطه (۱۰) از جایگذاری J از رابطه (۳) به دست می‌آید. بر این اساس، معادلات مومنتم (۵) و پیوستگی اصلاح شده (۸) برای تعیین دو مجهول Q و H قابل حل خواهند بود.

۴- مدل سازی عددی

برای تحلیل در حوزه زمان، عبارت انتگرال کانولوشن در معادله (۱۰) باید به صورت تابع مستقیمی از مجهولات نوشته شود. در غیر این صورت تعدادی معادلات انتگرالی به وجود می‌آیند که حل عددی آنها بسیار دشوار است. برای این منظور، ساده‌ترین کار، نوشتن آنها به صورت عبارت‌هایی از مجهولات در گام زمانی فعلی و مقادیر محاسبه شده در گام‌های زمانی قبل است. جمله شامل انتگرال کانولوشن در معادله (۱۰) بر حسب مجهولات در گام زمانی فعلی، با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود (پیوست ب):

$$\frac{\partial I_{Hk}(t)}{\partial t} \approx \tilde{H}(t) \left(\frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) \quad (11)$$

$$+ \tilde{H}(t - \Delta t) \left(\frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} - \frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) - \frac{e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k} I_{Hk}(t - \Delta t)$$

اکنون روش خطوط مشخصه (MOC) برای حل معادلات حاکم به کار می‌رود. قابل ذکر است که نحوه پیاده‌سازی روش خطوط مشخصه در این حالت، مشابه پیاده‌سازی این روش در لوله‌های الاستیک است، با این تفاوت که مشتق عبارت دارای انتگرال کانولوشن در این حالت بر حسب آنچه در رابطه (۱۱) داده شده، بر اساس مقدار هد در گام زمانی مجهول نوشته می‌شود. مطابق روش خطوط مشخصه، ابتدا دو معادله دیفرانسیل مورد نظر به دو معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی، اما جدا از هم (فقط بر حسب یک متغیر) تبدیل شده و سپس به شکل تفاضل محدود

آزمایش در آزمایشگاه هیدرولیک، جریان گذرا در سیستم تولید می‌شود. سپس با استفاده از مدل عددی و تعریف مسأله معکوس، به واسنجی ضرایب خزش بر اساس مقادیر محاسبه و مشاهده شده نوسانهای فشار پرداخته می‌شود. از آنجا که رفتار ویسکوالاستیک نسبت به عواملی مانند دما، شرایط تکیه‌گاهی، دبی اولیه جریان و یکنواخت نبودن مواد لوله بسیار حساس است، لذا با آزمون ضربه قوچ می‌توان تخمین واقع بینانه‌تری از ضرایب خزش را به دست آورد. در آزمایش امپریال کالج نیز محققان با انجام آزمون‌های ضربه قوچ، توابع خزش تطابقی را تعیین کرده‌اند. در مقاله آنان این ضرایب برای شرایط مختلف جریان ماندگار اولیه ارائه شده است. در اینجا از نتایج آزمون $Q_0=1.01$ l/s و $c = 395$ m/s برای صحت‌سنجی مدل استفاده می‌شود. ضرایب کرنش خزشی برای این آزمون با فرض تعداد پنج المان کلوین-ویت و برای بازه زمانی بیست ثانیه در تحلیل عددی از مقاله Covas et al. (2005) مطابق جدول ۲ است.

داده‌های جداول ۱ و ۲ برای تحلیل عددی ضربه قوچ در سیستم مذکور به کار گرفته شد. نتایج در فواصل 116.5، 197، 271 متر از مخزن بالادست در شکل ۲ با مقادیر اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی مقایسه شده است. در نمودارهای شکل ۲ مقادیر محاسبه شده ویسکوالاستیک (شکل‌های سمت چپ) و مشاهده شده (شکل‌های سمت راست) همراه با نتایج محاسبه شده الاستیک خط لوله برای مقایسه آورده شده است. مجموع مربعات اختلاف نتایج عددی و آزمایشگاهی در تمامی نقاط از جمله محل شیر کوچکتر از 0.1 به دست آمد و به همین دلیل - همان‌طور که مشاهده می‌شود- جوابها تطابق بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارند. این نشان دهنده صحت مدل‌سازی انجام شده است.

$$a_1 = \sum_{k=1}^{N_{KV}} \frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right)$$

$$a_2 = -H_0 \sum_{k=1}^{N_{KV}} \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} - \sum_{k=1}^{N_{KV}} \frac{e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}}}{\tau_k} I_{ik}(t - \Delta t) + H(t) \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left(\frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} - \frac{J_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) \quad (19)$$

$$I_{ik}(t - \Delta t) \approx \left(H(t - \Delta t) - H_0 \right) \left(J_k - \frac{J_k \tau_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) + \left(H(t - 2\Delta t) - H_0 \right) \left(-J_k e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} + \frac{J_k \tau_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) + e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} I_{ik}(t - 2\Delta t).$$

۴- صحت‌سنجی مدل

برای ارزیابی صحت مدل معرفی شده در این تحقیق، از نتایج مدل آزمایشگاهی آزمون ضربه قوچ در لوله پلی‌اتیلن استفاده می‌شود. این مدل که به آزمایش امپریال کالج^۱ (ساخته شده در دانشگاه امپریال کالج لندن) معروف است توسط Covas et al (2003) ارائه شد و پس از آن در مقالات متعددی به‌عنوان مرجع صحت‌سنجی مدل‌های ویسکوالاستیک مدنظر قرار گرفت (Covas et al 2004 a, b, 2005). مدل معرفی شده به شکل سیستم ساده مخزن - لوله - شیر است که از خط لوله پلی‌اتیلن به طول 277m تشکیل شده است. سایر مشخصات سیستم در جدول ۱ آورده شده است.

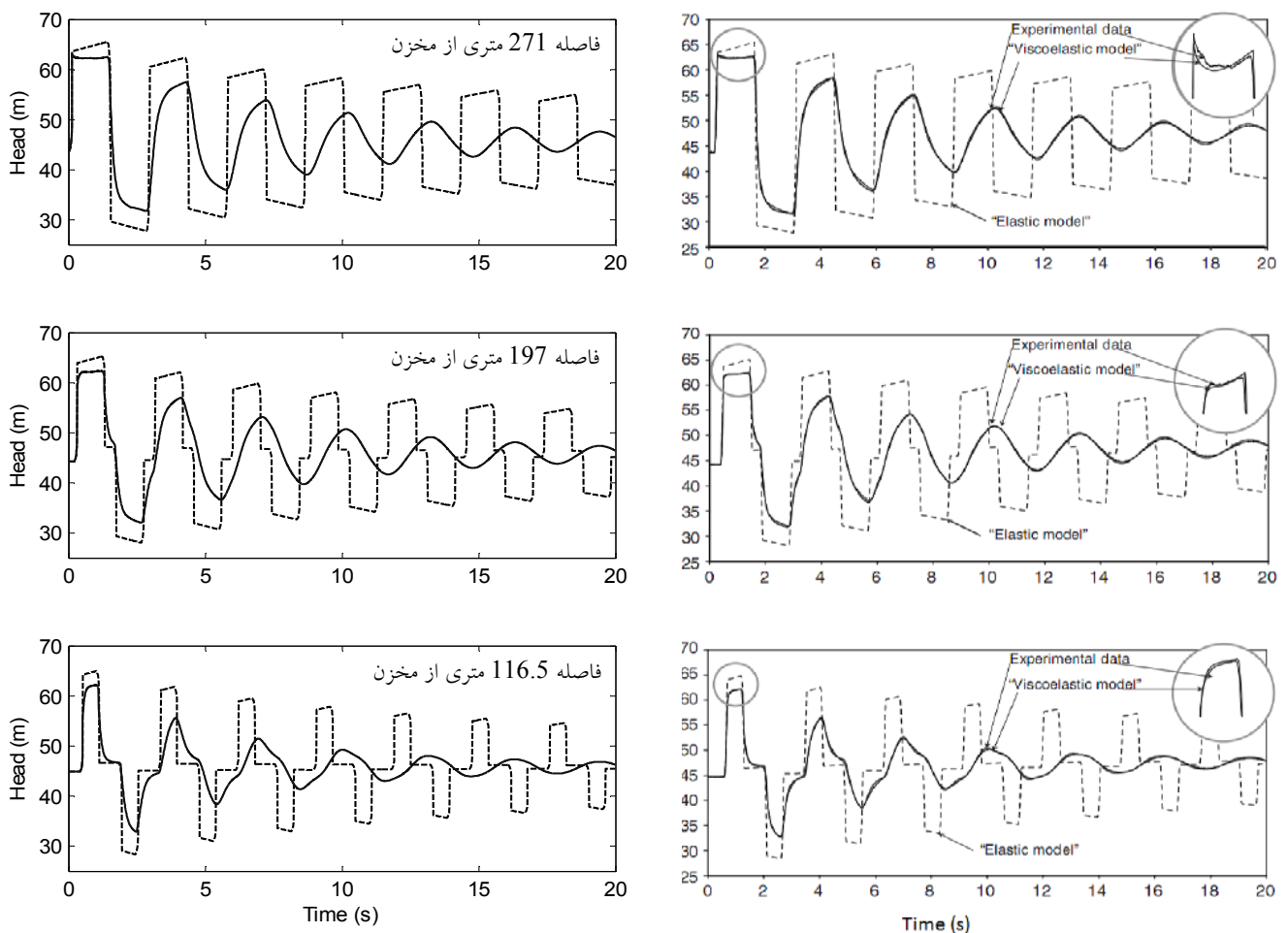
به‌طور کلی دو روش برای تعیین ضرایب خزش تطابقی لوله‌های پلی‌اتیلن وجود دارد که عبارتند از: آزمون‌های مکانیکی خزش و آزمون ضربه قوچ. اولی در آزمایشگاه‌های مقاومت مصالح و معمولاً توسط کارخانه سازنده لوله انجام می‌شود، که البته برای بسیاری از لوله‌های پلی‌اتیلن موجود در ایران، این اطلاعات در دسترس نیست. در آزمون ضربه قوچ، با بستن سریع لوله

جدول ۱ داده‌های ورودی در آزمایش امپریال کالج برای مطالعه ضربه قوچ در لوله‌های ویسکوالاستیک

قطر لوله	ضخامت جداره	مدول یانگ	نسبت بواسن	جریان پایدار	هد مخزن	زمان بستن شیر	ضرب افت
50.6 mm	6.3 mm	1.43 GPa	0.46	1.01 l/s	45 m	0.09 s	0.02

جدول ۲ ضرایب واسنجی شده توابع خزشی در آزمایش امپریال کالج برای $Q_0=1.01$ l/s و $c = 395$ m/s

مجموع مربعات اختلاف در محل شیر (m^2) ، $J_k (10^{-10} Pa^{-1})$ ، $\tau_k(s)$					
$\tau_1=0.0$	$\tau_2=0.5$	$\tau_3=1$	$\tau_4=5$	$\tau_5=10$	0.061
$J_1=1.06$	$J_2=1.05$	$J_3=0.91$	$J_4=0.26$	$J_5=0.75$	



شکل ۲ نتایج مدل عددی حاضر (سمت چپ) در مقایسه با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی (سمت راست) از (Covas et al (2005) (مدل الاستیک، --- مدل ویسکوالاستیک)

۵- روش تحقیق و مطالعه موردی

تا این بخش به معرفی اثرهای ویسکوالاستیک در لوله‌های پلی‌اتیلن و نحوه مدل‌سازی آنها در تحلیل جریان گذرا در خطوط لوله پرداخته شد. در مسائل طراحی، تعیین فشارهای ضربه‌فوج و روش کنترل آنها از مهمترین دغدغه‌های طراح پس از تعیین اندازه قطر لوله‌ها، ارتفاع مخازن و مشخصات ایستگاه‌های پمپاژ است. عدم شناخت صحیح از عوامل و نحوه بروز ضربه‌فوج و همچنین پاسخ سیال و خط لوله به آن در هر مسأله، سبب تخمین‌های نادرست این پدیده می‌شود. تخمین‌های دست‌بالا، هزینه‌های اجرایی طرح را افزایش داده و تخمین‌های دست‌پایین سبب کاهش قابلیت اعتماد طرح در طول دوره بهره‌برداری خواهند شد. پیش‌تر اشاره شد که کاربرد لوله‌های پلی‌اتیلن در صنعت آب و فاضلاب کشور بسیار رایج شده است. با توجه به مزایای فنی و اقتصادی فراوان این لوله‌ها از یک سو و توسعه صنعت ساخت این لوله‌ها در جهان از سوی دیگر، انتظار می‌رود که استفاده از لوله‌های پلی‌اتیلن روز به روز افزایش یابد. با مقدمه‌ای که در بخش‌های پیش آورده شد، در کنار مزایای شناخته شده این لوله‌ها می‌توان به خواص ویسکوالاستیک آنها نیز اشاره کرد که نقش قابل توجهی در کاهش فشارهای مخرب ضربه‌فوج بازی می‌کند.

در اینجا فشارهای بیشینه و کمینه تولید شده در دوره اول از جریان گذرا به‌عنوان فشارهای ضربه‌فوج در نظر گرفته می‌شود که ملاک طراحی است.

با توجه به نمودارهای شکل ۲، اثرهای مثبت ضربه‌فوج در کاهش فشار بیشینه و افزایش فشار کمینه (که معمولاً در مسائل طراحی مهم‌تر است) قابل توجه است. در واقع می‌توان نتیجه گرفت که خواص ویسکوالاستیک، دامنه نوسانهای جریان گذرا در لوله‌های پلی‌اتیلن را بطور معناداری در مقایسه با لوله‌های الاستیک محدودتر

می‌سازد. در مجموعه نمودارهای تحلیلی در سمت چپ شکل ۲، منحنی خط‌چین با فرض الاستیک بودن لوله و دیگری با اعمال شرایط ویسکوالاستیک به‌دست آمده است.

در این بخش با معرفی یک سیستم تئوری برای سیستم مخزن-لوله-شیر به مطالعه این اثرها پرداخته می‌شود. در این مطالعه، نقش قطر، سرعت جریان اولیه و زمان بستن شیر در اندرکنش با خواص ویسکوالاستیک بررسی خواهند شد. روش تحقیق چنین است:

- در سیستم ساده مخزن-لوله (پلی‌اتیلن)- شیر، هد مخزن بالادست برابر ۱۰۰ متر بوده و جریان در پایین‌دست به‌طور آزاد به اتمسفر تخلیه می‌شود.

- با بستن شیر در مدت زمان $t_c = aL/c$ ضربه‌فوج در خط لوله شبیه‌سازی می‌شود. برای بررسی اثرهای ویسکوالاستیک برای شدت‌های مختلف نوسانها، ضریب α به‌عنوان معیار سرعت بستن شیر تعریف می‌شود که در اینجا برابر 0، 0.5، 1، 1.5 و 2 در نظر گرفته شده است.

- سرعت جریان اولیه V_0 نیز نقش اساسی در شدت بروز پدیده ضربه‌فوج و نحوه اثرگذاری خواص ویسکوالاستیک جداره لوله بازی می‌کند. برای تحقیق در باره این موضوع، مدل معرفی شده به‌ازای سرعت‌های اولیه 0 تا 2.25 متر بر ثانیه متغیر در نظر گرفته می‌شود.

- برای بررسی اثر قطر لوله، کل محاسبات به‌ازای سرعت‌های مختلف بسته شدن شیر و به‌ازای سرعت‌های اولیه مختلف جریان و برای چند قطر تجاری رایج لوله پلی‌اتیلن انجام شد. این لوله‌ها در جدول ۳ معرفی شده‌اند.

- ترکیب حالت‌های مختلف در مدل‌سازی ضربه‌فوج در سیستم مورد نظر وارد شده و نتایج در مقایسه با یکدیگر تحلیل می‌شود.

جدول ۳ مشخصات لوله‌های مورد استفاده در مسأله

تئوری معادل نوع PE80

قطر داخلی (میلی‌متر)	ضخامت جداره (میلی‌متر)	قطر خارجی (میلی‌متر)
93.8	16.2	110
213.2	36.8	250
302.8	52.2	355
383.8	66.2	450
477.6	82.4	560

مسأله انجام می‌شود. البته روشن است که در سیستم ساده مخزن-لوله-شیر (تعریف شده) مقادیر بیشینه و کمینه در کل سیستم در محل شیر و در دوره اول جریان گذرای ایجاد شده به وقوع می‌پیوندد. بر اساس فرضهایی که در بالا آورده شد، سناریوهای مختلفی از نظر زمان بستن شیر، سرعت اولیه جریان و قطرهای متفاوت اجرا شد که برای سازماندهی بحث و نتیجه‌گیری‌ها به شرح زیر ارائه می‌شوند.

در ابتدا یک شرایط مبنا در نظر گرفته می‌شود که در آن قطر داخلی خط لوله برابر 302.8 mm، سرعت اولیه جریان 1.125 m/s و زمان بستن شیر برابر $1/c$ در نظر گرفته شده است. با استفاده از رابطه (۹) و با جایگذاری مشخصات لوله پلی‌اتیلن، سرعت موج در لوله برابر 341.2 m/s به دست می‌آید که با آگاهی از طول خط لوله می‌توان زمان بسته شدن شیر را محاسبه کرد.

شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب میزان تغییر p_{min} و p_{max} را برای بستن سریع شیر در زمان $1/c$ برای قطرهای مختلف نشان می‌دهند که در آنها نمودارهای متناظر با قطرهای مختلف بر یکدیگر منطبق شده‌اند. این بدان معنا است که مستقل از قطر لوله و فقط با آگاهی از سرعت اولیه جریان می‌توان تغییر فشار ضربه قوچ در لوله‌های پلی‌اتیلن (در مقایسه با فرض الاستیک بودن) را به دست آورد. نکته دیگر این است که با افزایش سرعت ماندگار اولیه جریان V_0 - که سبب وقوع جریانهای گذرای شدیدتری می‌شود - نسبتهای p_{min} و p_{max} از عدد یک (شرایط الاستیک) دورتر می‌شوند که این به معنای اثرگذارتر بودن خواص ویسکوالاستیک با افزایش V_0 است.

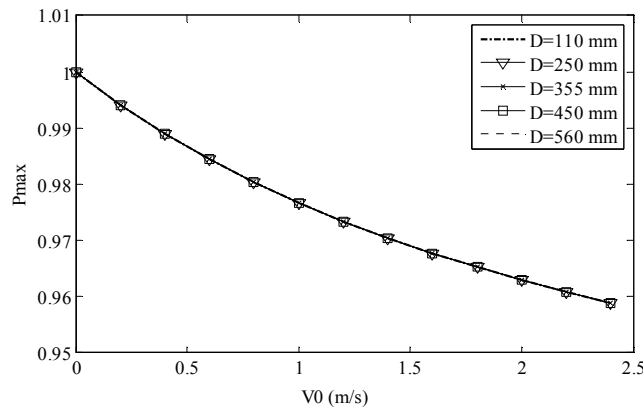
- به عنوان مبنای مقایسه و تحلیل نتایج، فشارهای بیشینه و کمینه ضربه قوچ در شرایط ویسکوالاستیک نسبت به شرایط الاستیک سنجیده می‌شوند. بر این اساس پارامترهای نسبی زیر تعریف می‌شود:

$$P_{max} = \frac{H_{max}^v}{H_{max}^e} \quad (20)$$

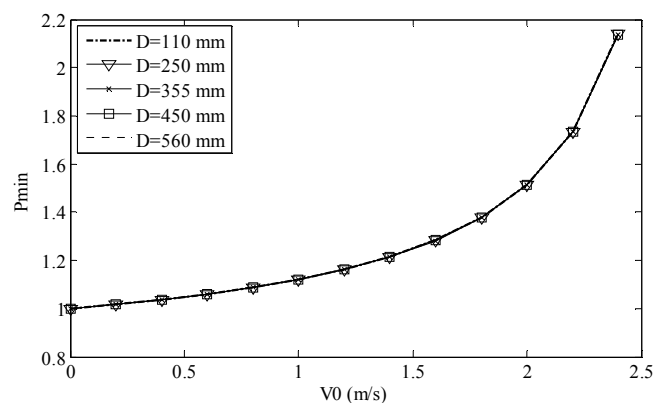
$$P_{min} = \frac{H_{min}^v}{H_{min}^e} \quad (21)$$

که در این روابط p_{min} و p_{max} به ترتیب نسبت فشارهای بیشینه و کمینه، H_{min}^v و H_{max}^v به ترتیب مقادیر بیشینه و کمینه فشار در سیستم با اعمال شرایط ویسکوالاستیک و H_{min}^e و H_{max}^e به ترتیب مقادیر بیشینه و کمینه فشار در سیستم با فرض وجود شرایط الاستیک و با صرف نظر کردن از اثرهای ویسکوالاستیک است. نسبت‌های p_{max} و p_{min} در اینجا به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری اثرهای ویسکوالاستیک در نظر گرفته می‌شوند، که هر چه از عدد یک دورتر باشد، نشان‌دهنده نقش پر رنگتر خواص ویسکوالاستیک در تخفیف فشارهای ضربه قوچ است. با توجه به شکل سیگنال نوسان فشار در جریان گذرا، انتظار می‌رود که $p_{max} \leq 1 \leq p_{min}$ باشد.

پس از مدل‌سازی خط لوله بر اساس روابط تشریح شده، تحلیل مسأله ضربه قوچ برای تعیین فشارهای حدی در



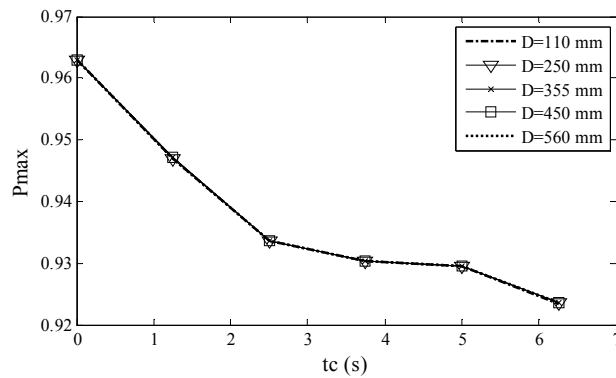
شکل ۳ نمودار تغییر p_{max} در زمان بستن شیر l/c



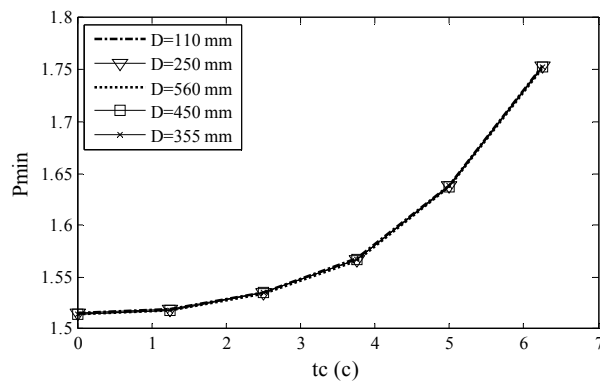
شکل ۴ نمودار تغییر p_{min} در زمان بستن شیر l/c

همچنین برای نشان دادن اثر بستن شیر در بروز اثرات ویسکوالاستیک، سیستم تعریف شده برای $V_0=2 \text{ m/s}$ به ازای قطرهای مختلف و زمانهای مختلف بستن شیر، تحلیل شد. شکل های ۵ و ۶ به ترتیب تغییرات p_{min} و p_{max} را برای این تحلیل نشان می دهند. دیده می شود که با افزایش زمان بستن شیر هر دو مقدار p_{min} و p_{max} از عدد یک (شرایط الاستیک) فاصله بیشتری می گیرند هر چند که معنادار به نظر نمی رسند. همچنین برای بررسی اثر سرعت اولیه در کنار زمان بستن شیر، نمودارهای شکل ۷ تهیه شد که در آن قطر لوله در سیستم مورد مطالعه برابر 355 mm ثابت نگاه داشته شد.

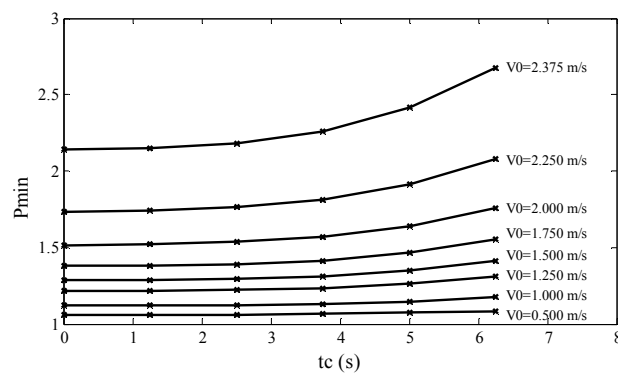
البته درجه تأثیر رفتار ویسکوالاستیک در تعدیل فشارهای کمینه بسیار معنادارتر از این اثر در فشارهای مثبت است که این موضوع نیز با توجه به مقادیر شکل ۴ برای p_{min} در مقایسه با شکل ۳ برای p_{max} قابل مشاهده است. علت این پدیده را می توان در معادلات سازگاری جریان شامل عبارت ویسکوالاستیک (رابطه ۴) جستجو کرد. اثرهای ویسکوالاستیک مانند پدیده افت انرژی، ماهیت میرایی داشته و سبب استهلاک سیگنال جریان می شوند. از آنجا که این اثرها بصورت تجمعی و در طول زمان اعمال می شوند، بنابراین منطقی است که تأثیرگذاری آن در تعدیل فشار کمینه معنادارتر باشد.



شکل ۵ نمودار تغییر p_{max} برای سرعت 2 m/s



شکل ۶ نمودار تغییر p_{min} برای سرعت 2 m/s



شکل ۷ نمودار تغییر p_{min} برای قطر 355 mm

دبی بالا مواجه‌تر می‌سازد. در واقع هر چه خطر پدیده ضربه قوچ در سیستم افزایش می‌یابد، به همان نسبت اثرهای کاهندگی ویسکوالاستیک نیز بیشتر پدیدار

دیده می‌شود که با افزایش سرعت اولیه جریان، اثرهای ویسکوالاستیک نیز افزایش می‌یابد. این موضوع نیز منافع حاصل از استفاده از لوله‌های پلی اتیلن را در طرحهای با

۷- فهرست علائم

<i>A</i>	سطح مقطع جریان (m^2)
<i>B, C</i>	پارامترهای ثابت در حل عددی
<i>c</i>	سرعت موج (m/s)
<i>D</i>	قطر داخلی لوله (m)
<i>E</i>	مدول الاستیسیته (Pa)
<i>e</i>	ضخامت دیواره لوله (m)
<i>f</i>	ضریب اصطکاک دارسی - وایسباخ
<i>g</i>	شتاب گرانشی (m/s^2)
<i>H</i>	فشار پیزومتري (m)
<i>I</i>	انتگرال کانولوشن
<i>J</i>	تابع خزش تطابقی دیواره ویسکوالاستیک لوله (Pa^{-1})
<i>K</i>	مدول بالک سیال (Pa)
<i>Q</i>	دبی (m^3/s)
Δt	گام زمانی در حل عددی (s)
ε	کرنش
ρ	جرم مخصوص سیال (kg/m^3)
σ	تنش (Pa)
τ	شاخص زمانی تأخیری (s)
<i>v</i>	نسبت پواسن
<i>0</i>	جریان پایدار
'	ضریب اصطکاک جریان شبه پایدار
"	ضریب اصطکاک جریان گذرا
"	ضریب ویژگی رفتاری ماده ویسکوالاستیک
<i>A1, A2</i>	مقاطع متناظر با گره‌های محاسباتی
<i>f</i>	سیال
<i>KV</i>	کلوین - ویت
<i>n</i>	اندیس خط مشخصه منفی
<i>P</i>	مقاطع متناظر با گره‌های با مقادیر مجهول
<i>p</i>	اندیس خط مشخصه مثبت
<i>z</i>	امتداد محوری لوله
ϕ	امتداد محیطی لوله

می‌شود. این مسأله را می‌توان نوعی سازوکار خودکار و غیرسازه‌ای برای مهار ضربه قوچ در سیستم‌های آبرسانی تلقی کرد که علاوه بر سرعت و اعتمادپذیری بالای آن در حال کار، هزینه اضافه‌ای را نیز به طرح تحمیل نمی‌کند.

۶- نتیجه گیری

در این تحقیق به معرفی و تحلیل معادلات حاکم بر پدیده ضربه قوچ در خطوط لوله با در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک جداره پرداخته شد. نتایج نشان داد که تأثیر ویسکوالاستیک در تعدیل فشار کمینه بسیار بیشتر از فشار بیشینه است که این عامل مهمی در کاهش خطر وقوع کاویتاسیون و جدایی ستون مایع در لوله‌های پلی‌اتیلن محسوب می‌شود. نکته دیگر آنکه در سرعتهای بالای جریان - که احتمال وقوع ضربه قوچ و شدت آن بسیار زیاد است - عملکرد رفتار ویسکوالاستیک در جهت تخفیف اثرهای مخرب ضربه قوچ نیز بسیار بیشتر می‌شود. این موضوع به خلاف رفتار الاستیک در لوله‌های فولادی است که در آنها نتایج فشار بیشینه و کمینه همواره به صورت ضریب ثابتی از سرعت اولیه بوده و این ضریب مستقل از بزرگی سرعت اولیه است. در واقع رفتار ویسکوالاستیک لوله‌های پلی‌اتیلن به عنوان نوعی سازوکار خودکار و سازگار شونده کاهنده ضربه قوچ در سیستم عمل می‌کند که با افزایش شدت فشارهای مخرب ضربه قوچ به‌طور معناداری وارد عمل می‌شود. همچنین می‌توان گفت که ویژگی‌هایی از لوله‌های پلی‌اتیلن که در این تحقیق بررسی شد، در کنار سایر مزایای فنی و اقتصادی آنها، می‌توانند تأثیر به‌سزایی در طراحی سیستم های آبرسانی اقتصادی و مطمئن داشته باشند.

۸- پیوست‌ها

پیوست الف: استخراج رابطه (۸)

با از استفاده از تعریف عملگر استیلیس کانونلوشن (این عملگر در رابطه (۲) تعریف شده است) در رابطه (۷) داریم:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\rho g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + \quad (الف-۱)$$

$$(1-v^2) \frac{\rho g D}{e} \frac{\partial}{\partial t} \left(\tilde{H} J(0) + \left(\int_0^t \tilde{H}(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \right) \right) = 0$$

و یا:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial z} + \left(\frac{\rho g}{K} + (1-v^2) J(0) \frac{\rho g D}{e} \right) \frac{\partial H}{\partial t} \quad (الف-۲)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^t \tilde{H}(t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \right)$$

از طرفی با توجه به رابطه (۳) با اعمال $t = 0$ سرعت انتشار موج در لوله به صورت رابطه (۹) و متغیر $I_{\tilde{H}}$ به صورت رابطه (۱۰) قابل تعریف است که از جایگزینی آنها در رابطه (الف-۲) رابطه (۸) نتیجه می شود.

پیوست ب: تقریب مشتق عبارت شامل انتگرال

کانونلوشن (رابطه (۱۱)).

از اعمال رابطه (۱۰) در رابطه (۸)، رابطه ای حاصل می شود که در آن عبارت انتگرالی باید به شکل تقریبی محاسبه شود. برای ارائه مشتق نسبت به t از عبارت دارای انتگرال کانونلوشن $I_{\tilde{H}k}$ ، با استفاده از عملیات جبری می توان ثابت کرد:

$$\frac{\partial I_{\tilde{H}k}(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{J_k}{\tau_k} \int_0^t \tilde{H}(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \right) \quad (ب-۱)$$

$$= -\frac{I_{\tilde{H}k}(t)}{\tau_k} + \frac{J_k}{\tau_k} \tilde{H}(t)$$

از طرفی انتگرال کانونلوشن $I_{\tilde{H}k}$ نیز به شکل تقریبی زیر قابل محاسبه است.

$$\begin{aligned} I_k(t) &= \frac{J_k}{\tau_k} \int_0^t h(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \\ &= \underbrace{\frac{J_k}{\tau_k} \int_0^{\Delta t} h(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds}_A + \underbrace{\frac{J_k}{\tau_k} \int_{\Delta t}^t h(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds}_B \\ A &= \frac{J_k}{\tau_k} \int_0^{\Delta t} h(t-s) e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \\ &= -\frac{J_k}{\tau_k} \int_t^{t-\Delta t} h(y) e^{\frac{y-t}{\tau_k}} dy = \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{t}{\tau_k}} \int_{t-\Delta t}^t h(y) e^{\frac{y}{\tau_k}} dy \\ &= \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{t}{\tau_k}} \left(h(y) \tau_k e^{\frac{y}{\tau_k}} \Big|_{t-\Delta t}^t - \int_{t-\Delta t}^t \frac{\partial h}{\partial y}(y) \tau_k e^{\frac{y}{\tau_k}} dy \right) \\ &\approx \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{t}{\tau_k}} \left(h(t) \tau_k e^{\frac{t}{\tau_k}} - h(t-\Delta t) \tau_k e^{\frac{t-\Delta t}{\tau_k}} \right. \\ &\quad \left. - \tau_k \dot{h}(t-\Delta t) \int_{t-\Delta t}^t e^{\frac{y}{\tau_k}} dy \right) \\ &\approx \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{t}{\tau_k}} \left(h(t) \tau_k e^{\frac{t}{\tau_k}} - h(t-\Delta t) \tau_k e^{\frac{t-\Delta t}{\tau_k}} \right. \\ &\quad \left. - \tau_k \dot{h}(t-\Delta t) \left[\tau_k e^{\frac{y}{\tau_k}} \right]_{t-\Delta t}^t \right) \\ &\approx J_k h(t) - J_k h(t-\Delta t) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \\ &\quad - J_k \tau_k \left(\frac{h(t) - h(t-\Delta t)}{\Delta t} \right) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \\ &\approx h(t) \left(J_k - \frac{J_k \tau_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) \\ &\quad + h(t-\Delta t) \left(-J_k e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} + \frac{J_k \tau_k}{\Delta t} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \right) \right) \\ B &= \int_{\Delta t}^t h(t-s) \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{s}{\tau_k}} ds \\ &= e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} \int_0^{t-\Delta t} h(t-\Delta t-u) \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\frac{u}{\tau_k}} du \\ &= e^{-\frac{\Delta t}{\tau_k}} I_k(t-\Delta t) \end{aligned}$$

(ب-۲)

Covas, D. (2003). Inverse Transient Analysis for Leak Detection and Calibration of Water Pipe Systems- Modelling Special Dynamic Effects. PhD Thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, London, UK.

Covas, D., Stoianov, I., Mano, J., Ramos, H., Graham, N. and Maksimovic, C. (2004a). The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity on hydraulic transients. Part I-Experimental analysis and creep characterization, *Journal of Hydraulic Research*, 42(5), pp. 516-530.

Covas, D., Stoianov, I., Ramos, H., Graham, N., Maksimovic, C. and Butler, D. (2004b). Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis, *Urban Water Journal*, 1(2), pp. 177-197.

Covas, D., Stoianov, I., Maksimovi, C., Graham, N., Ramos, H. and Butler, D. (2002). Hydraulic Transients in Polyethylene Pipes. EWRSA, ASCE, 19-22 May, Virginia-EWRI, Roanoke.

Franke, G. and Seyler, F. (1983). Computation of unsteady pipe flow with respect to viscoelastic material properties. *Journal of Hydraulic Research*, 21(5), pp. 345-353.

Keramat, A., Tijsseling, A.S. and Ahmadi, A. (2010). Investigation of transient cavitating flow in viscoelastic pipes, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 12, 012081.

Pezzinga, G. (2002). Unsteady flow in hydraulic networks with polymeric additional pipe. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(2), pp. 238-244

Riande, E., Díaz-Calleja, R., Prolongo, M. G., Masegosa, R. M., and Salom, C. (2000). *Polymer Viscoelasticity: Stress and Strain in Practice*, Marcel Dekker, Inc., New York, USA.

Shamloo, H. and Haghghi, A. (2009). Leak detection in pipelines by inverse backward transient analysis. *Journal of Hydraulic Research*. 47(3), pp. 311-318.

Soares, A.K., Covas, D.I.C., Ramos, H.M. and Reis, L.F.R. (2009). Unsteady flow with cavitation in viscoelastic pipes, *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, 2(4), pp. 269-277.

Soares, A.K., Covas, D.I.C. and Reis, L.F. (2008). Analysis of PVC pipe-wall viscoelasticity during water hammer, *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(9), pp. 1389-1394.

رابطه (ب-۲) انتگرال $I_{\ddot{H}k}$ را به شکل تقریبی محاسبه می‌کند. از اعمال این نتیجه در رابطه (ب-۱)، مشتق انتگرال کانولوشن به صورت داده شده در رابطه (۱۱) به دست می‌آید.

۹- منابع

کرامت علیرضا "بررسی اندرکنش سیال-سازه در سیستمهای لوله ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن جدایی ستون مایع" (۱۳۸۹)، رساله دکتری، دانشگاه صنعتی شاهرود، دانشکده عمران و معماری.

Ahmadi, A. and Keramat, A. (2011). Investigation of fluid-structure interaction with various types of junction coupling. *Journal of Fluids and Structures*, 26 (7-8), pp. 1123-1141.

Bergant, A., Simpson, and Angus R. (1999). Pipeline column separation flow regimes. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125, pp. 835-848.

Bergant A., Tijsseling, A., Vítkovský, J.P., Covas, D., Simpson, A. and Lambert, M. (2008a). Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing. Part 1: mathematical tools. *Journal of Hydraulic Research*, 46(3), pp. 373-381.

Bergant A., Tijsseling, A., Vítkovský, J.P., Covas, D., Simpson, A. and Lambert, M. (2008b). Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing. Part 2: case studies, *Journal of Hydraulic Research*, 46(3), pp. 382-391.

Brinson, H.F. and Brinson, L.C. (2008). *Polymer engineering science and viscoelasticity, an introduction*, Springer.

Bergant, A., Simpson, A.R. and Tijsseling, A.S. (2006). Water hammer with column separation: A historical review, *Journal of Fluids and Structures*, 22, pp. 135-171.

Brunone, B. (1999). Transient test-based technique for leak detection in outfall pipes. *Journal of Water Resource Planning and Management*. 125(5), pp. 302-306.

Chaudhry, M.H. (1987). *Applied hydraulic transients*, 2nd ed., Litton Educational/Van Nostrand Reinhold, New York.

Wylie, E. B. and Streeter, V. L. (1993). Fluid Transients in Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.

Vitkovsky, J., Lambert, M., Simpson, A., Liggett, J.A. (2007). Experimental observation and analysis of inverse transients for pipeline leak detection. Journal of Water Resource Planning and Management. 133(6), 519-530.

Suo, L., Wylie, E.B., (1990). Complex wave speed and hydraulic transients in viscoelastic pipes, Journal of Fluid Engineering, 112, 496-500.

Wineman, A.S., Rajagopal, K.R. (2000). Mechanical Response of Polymers: an Introduction, Cambridge University Press.