

## مدل سازی و تخمین عمر خستگی رایزرهای دریایی در سکوه‌های ثابت

امیر مقیسه<sup>۱\*</sup>، همایون ریاحی<sup>۲</sup>، عباس رهی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی، دانشگاه رازی

۲- استادیار، دانشکده فنی، دانشگاه آزاد واحد تهران مرکزی

۳- استادیار، دانشکده فنی، دانشگاه رازی

\* کرمانشاه، باغ ابریشم، دانشگاه رازی

amirmoghiseh@gmail.com

**چکیده-** در این مقاله نوسان رایزر در راستای جریان و همچنین در جهت عمود بر آن مدل‌سازی و تحلیل می‌شود. از آنجا که رایزرها تحت اثر نیروهای تناوبی درگ و لیفت قرار دارند، نوسان رایزر در هر مقطع موجب بروز تنش‌های متناوبی می‌شود که این تنش‌ها انباشت آسیب خستگی در رایزر را به دنبال داشته و عمر آن را محدود می‌سازد. پس از مدل‌سازی نیروها و بررسی معادلات حاکم بر حرکت، این تنش‌های نوسانی تخمین زده شده و بر اساس تاریخچه بارگذاری در هر مقطع از رایزر، آسیب انباشته شده محاسبه می‌شود.

**کلیدواژگان:** آسیب خستگی، رایزر دریایی، تنش‌های متناوب.

### ۱- مقدمه

جریان توسط اسپارپکایا (Sparpkaya 1979) بررسی شده است. او مدلی استاتیکی و دینامیکی را برای پیش‌بینی رفتار سیلندر در جریان یکنواخت ارائه کرد. (Iwan 1981) مدلی را برای پیش‌بینی رفتار دینامیکی رایزر در جریان غیر یکنواخت مطرح کرد. (Baarholm et al. 2006) به مطالعه خستگی در رایزرهای دریایی در دو جهت جریان و عمود بر آن پرداختند. (Newman et al. 1997) تغییر شکل سیلندر انعطاف‌پذیر و اثر آن را بر میدان جریان بررسی کردند. (Bishop et al. 1964) و نیز (Birkoff et al. 1957) برای اولین بار از معادلات وندریپول برای

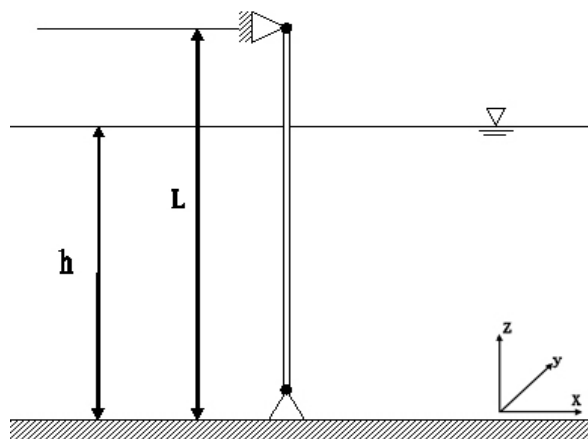
رایزر وظیفه هدایت مته‌های حفاری و انتقال مواد استخراج شده به سکو را بر عهده دارد. در شرایط واقعی رایزر تحت اثر نیروهای ناشی از موج و جریان آب قرار دارد. جریان آب در بر خورد با رایزر موجب بروز نیروی درگ در راستای جریان و نیروی لیفت در جهت عمود بر آن خواهد شد. این نیروها از آنجا که وابسته به پروفیل جریان هستند، تابعی از زمان بوده و موجب بروز تنش‌هایی متناوب در رایزر می‌شوند که بروز خستگی در رایزر را به دنبال دارد. اثر متقابل سیلندر حاوی سیال و

خستگی قطعات و همچنین قاعده پالم‌گرن ماینر، میزان انباشت خستگی و عمر خستگی رایزرها بررسی و اثر وقوع تشدید بر آن مطالعه می‌شود.

## ۲- مدل‌سازی

معمولاً طول رایزر نسبت به سطح مقطع آن از بزرگی قابل توجهی برخوردار است؛ لذا استفاده از تئوری اولر برنولی به‌منظور به‌دست‌آوردن معادلات نوسان رایزر مناسب است. در این مطالعه شرایط تکیه‌گاهی رایزر در محل اتصال آن به سکو و همچنین تأسیسات سرچاهی به صورت لولا در نظر گرفته می‌شود (Chakrabarti, 2005). نیروی وارد شده بر رایزر در راستای جریان آب، نیروی درگ است که با استفاده از رابطه موریسون اصلاح شده با در نظر گرفتن سرعت برآیند میان رایزر و جریان آب توصیف می‌شود. در راستای عمود بر جریان دو نیرو بر رایزر عمل می‌کنند که شامل نیروی لیفت نوسانی ناشی از تشکیل جریان گردابه‌ای در پشت رایزر و اثر استهلاک‌کننده سیال خواهد بود. شکل ۱ مدل مورد استفاده در این مطالعه را نشان می‌دهد.

مدلسازی جریان حول سیلندر استفاده کردند. (2002) Facchinetti et al. اثر حرکت سیلندر بر نوسان نیروی لیفت را برای کابل کشیده شده بررسی کرد. (2002) Mathelin et al. تحقیقات فچیتتی را پیش برده و ارتعاش ناشی از جریان گردابه‌ای را برای کابل کشیده شده در معرض جریان برشی مطالعه کردند. همچنین (2006) Tang et al. رفتار دینامیکی رایزر را در حضور نیروی لیفت ناشی از جریان گردابه‌ای بررسی کردند. در هیچ‌یک از مطالعات فوق اثر همزمان ارتعاش رایزر در دو راستا و در شرایط واقعی به‌منظور مطالعه خستگی و بررسی اثر وقوع تشدید بر انباشت آسیب در نظر گرفته نشده است. در این تحقیق در مرحله اول معادلات حاکم بر حرکت رایزر بر اثر نیروهای در جهت جریان با استفاده از رابطه موریسون به‌دست آمده و در مرحله بعدی با استفاده از روابط سیالاتی به‌منظور تخمین نیروی لیفت، به استخراج معادلات حرکت رایزر در جهت عمود بر راستای جریان پرداخته می‌شود. با یافتن معادلات حاکم بر نوسان رایزر و با استفاده از نظریه اولر برنولی می‌توان توزیع تنش‌خمش نوسانی در طول رایزر را در هر دو جهت یافت. در نهایت با استفاده از تنش‌های به‌دست آمده و با بهره‌گیری از نظریه شیگلی در تخمین عمر



شکل ۱ مدل رایزر برای استخراج معادلات

### ۳- استخراج معادلات

استفاده از مدل تیر اولر برنولی، رابطه (۱) را به عنوان رابطه دینامیکی حاکم بر حرکت رایزر در راستای جریان به دست می دهد:

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ T_{e(z)} \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \right] + m_t \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F_{t(z,t)} \quad (1)$$

که در آن  $x$  جابه جایی افقی رایزر،  $E$  و  $I$  به ترتیب مدول یانگ و گشتاور اینرسی خمشی رایزر،  $T_{e(z)}$  نیروی محوری مؤثر وارد شده بر رایزر در واحد طول،  $m_t$  جرم رایزر و سیال درون آن بر واحد طول و  $F_{t(z,t)}$  برآیند نیروی ناشی از جریان است که در جهت  $x$  بر واحد طول رایزر وارد می شود. نیروی محوری مؤثر وارد شده بر واحد طول رایزر به صورت رابطه زیر بیان می شود:

$$T_{e(z,t)} = T + \left( m_s \cdot g - \gamma \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \right) (h - z) \quad (2)$$

که در آن،  $m_s$  جرم واحد طول رایزر،  $\gamma$  وزن مخصوص آب دریا،  $D$  قطر خارجی رایزر،  $d$  قطر داخلی رایزر و  $g$  شتاب گرانش زمین و  $T$  پیش کشش اعمال شده بر رایزر است که در این تحقیق به صورت ضریبی از وزن شناوری رایزر در نظر گرفته می شود:

$$T = f \cdot l \cdot \left( m_s \cdot g - \gamma \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \right) \quad (3)$$

که  $l$  طول رایزر و  $f$  ضریب اعمال پیش کشش است. نیروی برآیند ناشی از برخورد جریان با رایزر،  $F_t(z,t)$  با استفاده از رابطه موریسون تخمین زده می شود (Birkoff 1957):

$$F_{t(z,t)} = \frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot A \cdot (u + V_C - \dot{x}) \cdot |u + V_C - \dot{x}| + C_M \cdot \rho \cdot V \cdot \frac{Du}{Dt} - (C_M - 1) \cdot \rho \cdot V \cdot \ddot{x} \quad (4)$$

در این رابطه  $\rho$  چگالی آب دریا،  $A$  مساحت مؤثر بر واحد طول،  $V_C$  سرعت جریان آب،  $u$  سرعت موج،  $C_D$  ضریب

درگ،  $C_M$  ضریب اینرسی،  $\dot{x}$  و  $\ddot{x}$  به ترتیب شتاب و سرعت رایزر در هر عمق،  $V$  حجم مؤثر رایزر در واحد طول و  $\frac{Du}{Dt}$  شتاب ذرات سیال در هر عمق است. پروفیل سرعت مورد استفاده برای میدان موج به صورت رابطه (۵) است:

$$u = a \cdot \sigma \cdot \frac{\cosh(Kz)}{\sinh(Kh)} \cdot \cos(\sigma t + Kx) \quad (5)$$

که در آن  $a$  دامنه موج،  $K$  عدد موج و برابر  $2\pi/L_w$ ،  $h$  عمق آب،  $\sigma$  فرکانس موج و  $L_w$  طول موج است. پروفیل جریان آب نیز به صورت رابطه (۶) در نظر گرفته می شود:

$$V_C = v_t + v_w \cdot z \quad (6)$$

در این رابطه،  $v_t$  سرعت جریان در بستر دریا و  $v_w$  ضریبی مثبت است. بر این اساس رابطه نهایی حاکم بر ارتعاش رایزر در راستای جریان به صورت زیر است:

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ T_{e(z,t)} \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \right] + m_t \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot A \cdot$$

$$\left( a \cdot \sigma \cdot \frac{\cosh(Kz)}{\sinh(Kh)} \cdot \cos(\sigma t + Kx) + v_t + v_w \cdot z - \dot{x} \right) \quad (7)$$

$$- C_M \cdot \rho \cdot V \cdot a \cdot \sigma^2 \cdot \frac{\cosh(Kz)}{\sinh(Kh)} \cdot \sin(\sigma t + Kx) -$$

$$(C_M - 1) \cdot \rho \cdot V \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$$

شرایط مرزی حاکم بر مسأله به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{cases} \text{At Upper End} & \begin{cases} x_{(l,t)} = 0 \\ EI \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \Big|_{(l,t)} = 0 \end{cases} \\ \text{At Bottom End} & \begin{cases} x_{(0,t)} = 0 \\ EI \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \Big|_{(0,t)} = 0 \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

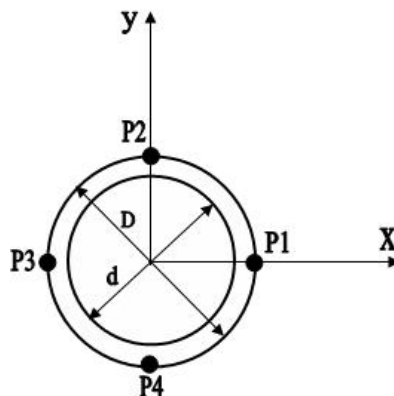
#### ۴- تعیین تاریخچه بارگذاری و تخمین آسیب خستگی

حل تحلیلی معادلات (۷) و (۱۱) به دلیل وجود ترم‌های غیرخطی بسیار دشوار خواهد بود. استفاده از روش‌های عددی تفاضل محدود و رانج کاتای مرتبه چهارم جابجایی هر نقطه از رایزر را در طول آن و در دو راستای جریان و عمود بر آن به دست می‌دهد. بر این اساس می‌توان با استفاده از روابط (۱۲) و (۱۳) تنش‌های خمشی وارد بر رایزر را در هر نقطه به دست آورد.

$$\sigma_{P1,P3} = \frac{T_{e(z)}}{\pi/4(D^2 - d^2)} \pm \frac{ED}{2} \frac{d^2 x}{dz^2} \quad (12)$$

$$\sigma_{P2,P4} = \frac{T_{e(z)}}{\pi/4(D^2 - d^2)} \pm \frac{ED}{2} \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (13)$$

شکل ۲ سطح مقطع رایزر را نشان می‌دهد. روشن است که نوسان رایزر در راستای جریان در نقاط  $P_1$  و  $P_3$  و ارتعاش آن در راستای عمود بر جریان در نقاط  $P_2$  و  $P_4$  تنش خمشی ایجاد خواهد کرد. همان‌طور که اشاره شد از آنجا که این بارگذاری در این نقاط تابعی از زمان است، پدیده خستگی در رایزر رخ خواهد داد و هرچه دامنه این تنش‌ها بیشتر باشد، اثر افزون‌تری بر کاهش عمر خستگی رایزر خواهد داشت.



شکل ۲ سطح مقطع رایزر و نقاط مورد نظر برای تعیین تنش‌ها در جهت جریان (X) و در جهت عمود بر جریان (Y)

به همین ترتیب رابطه حاکم بر نوسان رایزر در راستای عمود بر جریان به صورت رابطه (۹) ارائه می‌شود.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ T_{e(z)} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \right] + m_t \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_{y(z,t)} \quad (9)$$

در این رابطه  $F_{y(z,t)}$  برآیند نیروهای وارد شده بر رایزر در راستای عمود بر جریان بوده و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$F_{y(z,t)} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot (V_C + u)^2 \cdot C_L \cdot \text{Cos}(\omega_s t) - \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot A \cdot (\dot{y}) \cdot |\dot{y}| - (C_M - 1) \rho \cdot V \cdot \ddot{y}$$

که در آن  $\dot{y}$ ،  $\ddot{y}$  به ترتیب شتاب و سرعت رایزر در راستای عمود بر جریان،  $C_L$  ضریب نیروی لیفت و  $\omega_s$  فرکانس تولید گردابه است.

شرایط مرزی این مسئله نیز مانند رابطه (۸) است. بنابراین معادله (۱۱) به عنوان معادله حاکم بر حرکت رایزر در راستای عمود بر جریان آب و امواج حاصل می‌شود.

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left[ T_{e(z,t)} \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \right] + m_t \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \quad (11)$$

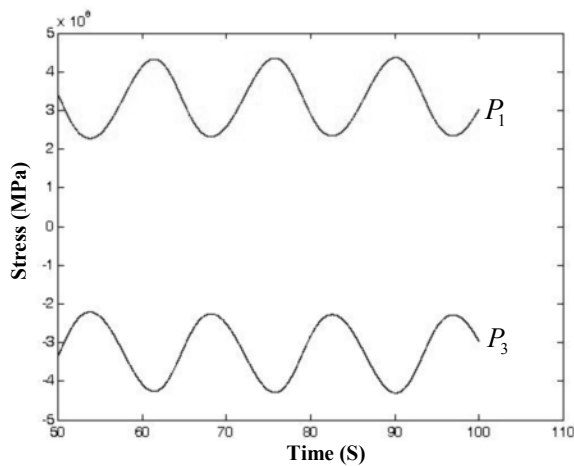
$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot (a \cdot \sigma \cdot \frac{\text{Cosh}(Kz)}{\text{Sinh}(Kh)} \cdot \text{Cos}(\sigma + Kx) + v_t + v_w \cdot z)^2 \cdot$$

$$C_L \cdot \text{Cos}(\omega_s t) - \frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot A \cdot (\dot{y}) \cdot |\dot{y}| - (C_M - 1) \rho \cdot V \cdot \ddot{y}$$

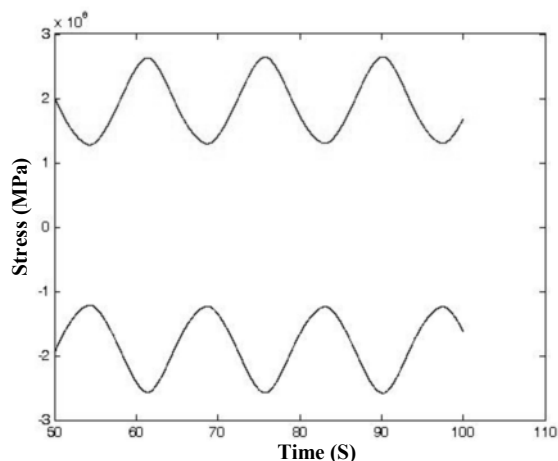
خمش می‌شود، سطح خارجی لوله در یک سمت دچار کشش و در سوی دیگر دچار فشردگی می‌شود.

جدول ۲ مشخصات رایزر

طول رایزر	۱۷۸ (m)	قطر داخلی	۰/۲۳ (m)
قطر خارجی	۰/۲۵ (m)	مدول یانگ	۲۰۰ GPa
چگالی رایزر	۷۸۵۰ (Kg/m <sup>3</sup> )		
چگالی سیال درون رایزر	۲۱۷۵ (Kg/m <sup>3</sup> )		



شکل ۳ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت جریان (f=0, depth=17m)



شکل ۴ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت عمود بر جریان (f=0, depth=17m)

با به دست آوردن تاریخچه بارگذاری در هر مقطع رایزر، رابطه (۱۴) بر اساس نظریه شینگلی به منظور تخمین انباشت آسیب خستگی در رایزر به کار برده می‌شود (Shigly, 2001):

$$\sigma_{ar} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}} = A_f N_f^B \quad (14)$$

که در این رابطه  $N_f$  عمر،  $\sigma_{ar}$  دامنه تنش کاملاً معکوس شونده،  $\sigma_a$  دامنه تنش نوسانی،  $\sigma_m$  میانگین تاریخچه بارگذاری و  $A_f$  و  $B$  ثوابت مربوط به جنس است. لازم است ذکر شود که دوره‌های بارگذاری بر اساس روش رینفلو شمارش شده و آسیب انباشته شده بر اساس رابطه پالم‌گرن ماینر به دست می‌آید. با توجه به حضور تنش میانگین در هر مقطع از رابطه اصلاح شده مربوط به تنش کامل معکوس شونده استفاده می‌شود (Dowling, 1999).

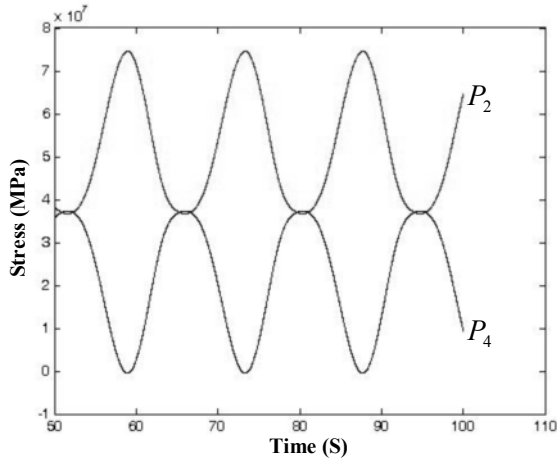
### ۵- حل معادلات و تحلیل نتایج

داده‌های جداول ۱ و ۲ به منظور حل معادلات و بررسی نتایج استفاده شده است.

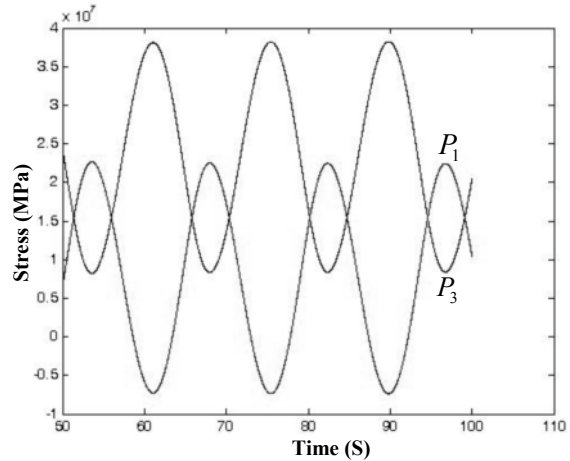
جدول ۱ مشخصات محیطی

عمق آب	۱۷۰ (m)	ضریب درگ	۰/۸
طول موج	۳۰۰ (m)	ضریب اینرسی	۱/۸
دامنه امواج	۴ (m)	ضریب لیفت	۰/۵
ضریب پروفیل جریان	$V_w = ۰/۰۰۷$ (1/s)		
سرعت در بستر دریا	$V_t = ۰/۴$ (m/s)		
چگالی آب دریا	۱۰۲۵ (Kg/m <sup>3</sup> )		

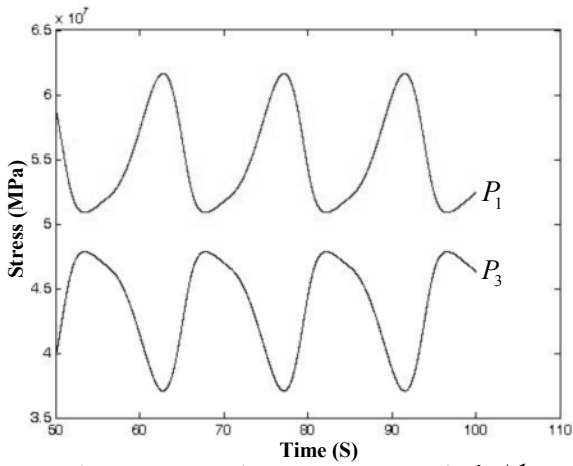
شکل‌های ۳ تا ۶ تاریخچه بارگذاری در هر مقطع از رایزر را برای ارتعاش در راستای جریان و نیز در جهت عمود بر آن نشان می‌دهند. زمانی که رایزر در هر جهت دچار



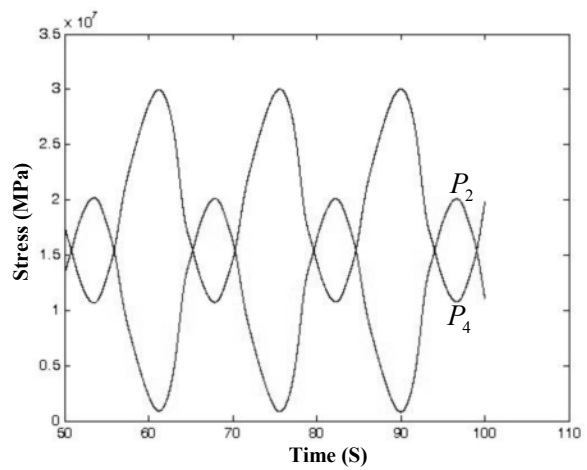
شکل ۸ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت عمود بر جریان  
( $f=1$ , depth=17m)



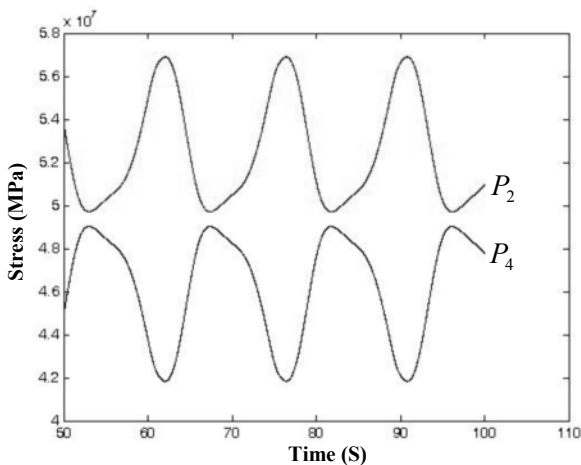
شکل ۵ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت جریان  
( $f=0$ , depth=85m)



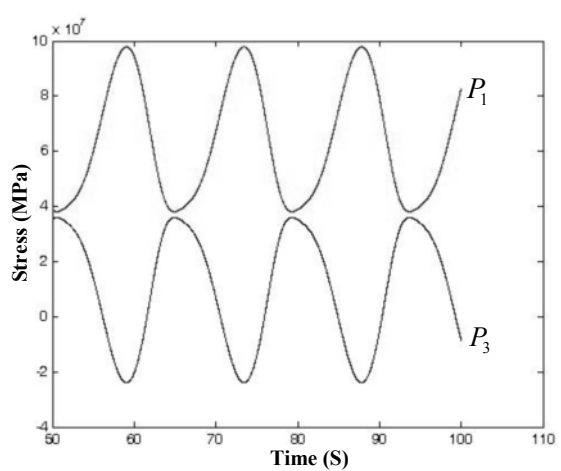
شکل ۹ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت جریان  
( $f=1$ , depth=85m)



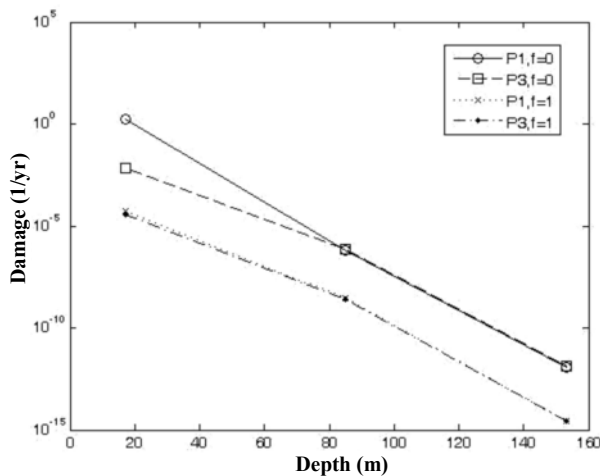
شکل ۶ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت عمود بر جریان  
( $f=0$ , depth=85m)



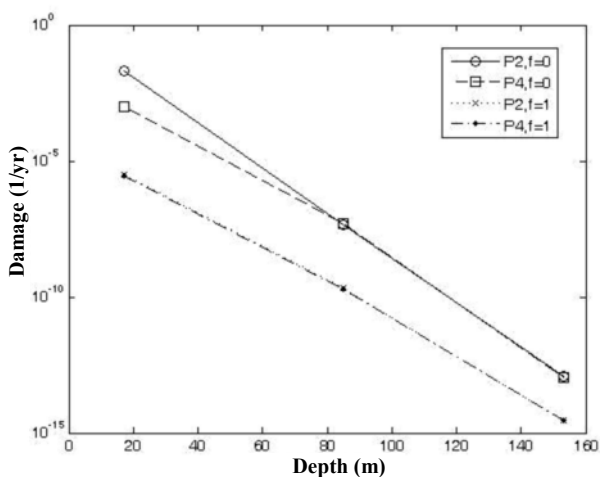
شکل ۱۰ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت عمود بر جریان  
( $f=1$ , depth=85m)



شکل ۷ تاریخچه تنش برای ارتعاش در جهت جریان  
( $f=1$ , depth=17m)



شکل ۱۱ اثر اعمال پیش کشش بر آسیب انباشته شده در اثر نوسان رایزر در جهت جریان



شکل ۱۲ اثر اعمال پیش کشش بر آسیب انباشته شده در اثر نوسان رایزر در جهت عمود بر جریان

شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به خوبی نشان می‌دهند که اعمال پیش کشش بر رایزر- به دلیل کاهش دامنه تنش‌های نوسانی- موجب کاهش آسیب انباشته شده در هر مقطع از رایزر بر اثر ارتعاش آن در راستای جریان و همچنین عمود بر آن می‌شود. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ وضعیتی را نشان می‌دهند که تشدید در رایزر رخ داده است. برای مطالعه چنین وضعیتی فرکانس تولید امواج و فرکانس تولید گردابه‌ها برابر با فرکانس طبیعی اول رایزر در نظر گرفته

این نمودارها برآیند تنش وارد شده بر نقاط  $P_1, P_2, P_3, P_4$  را زمانی که کشش اولیه به رایزر وارد نشده ( $f=0$ ) نشان می‌دهند. مقایسه این نمودارها با شکل‌های ۷ تا ۱۰ که بارگذاری در حضور کشش اولیه با ضریب  $f=1$  را نشان می‌دهند، اثر دوگانه افزایش کشش را نشان می‌دهد. به وضوح مشاهده می‌شود که در مناطق نزدیک سطح دریا که به دلیل نیروهای بزرگ ناشی از امواج، دامنه نوسان رایزر و در نتیجه تنش خمشی زیاد است، اعمال کشش موجب کاهش دامنه نوسان و در نتیجه کاهش تنش خمشی وارد بر رایزر می‌شود؛ اما در مناطق دور از سطح -که دامنه نوسان به دلیل کاهش نیروی امواج تقلیل می‌یابد- در صورتی که عمق به اندازه‌ای زیاد نباشد که وزن رایزر اثر قابل توجهی بر رفتار آن داشته باشد، اثر نیروی محوری در تنش اعمال شده غالب بوده و در چنین شرایطی اعمال کشش افزایش تنش میانگین را در بر خواهد داشت. در این مناطق نیز به دلیل کاهش دامنه نوسان رایزر، دامنه تنش خمشی وارد بر آن کاهش می‌یابد. پیش‌بینی می‌شود که با توجه به توزیع تنش در طول رایزر، حداکثر میزان انباشت خستگی در مناطق نزدیک سطح دریا رخ دهد. این موضوع در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است.

از شکل‌های فوق می‌توان نتیجه گرفت که دامنه تنش‌های خمشی ایجاد شده در نزدیکی سطح دریا - به دلیل غالب بودن اثر امواج - منجر به افزایش آسیب انباشته شده در رایزر می‌شود. با افزایش عمق این آسیب کاهش می‌یابد. علت این امر را می‌توان این‌گونه توضیح داد که جمله غالب در انباشتگی آسیب، دامنه تنش‌های نوسانی است و به دلیل کاهش چشمگیر دامنه این تنش‌ها با افزایش عمق، آسیب ایجاد شده نیز کاهش پیدا می‌کند.

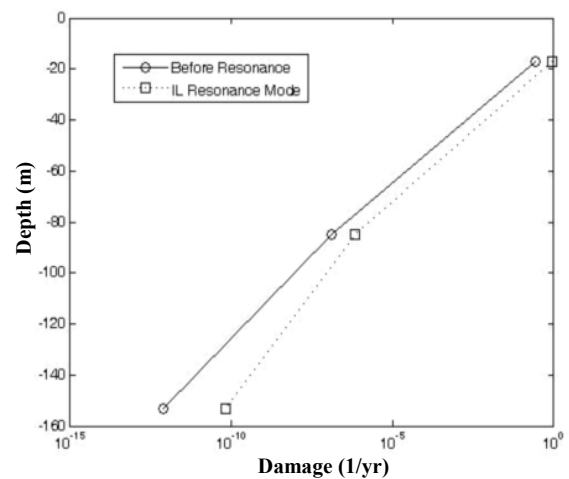
## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله نوسان رایزر در دو راستای جریان و عمود بر آن مطالعه و مشاهده شد که افزایش کشش در مناطق نزدیک سطح دریا - به دلیل کاهش تنش خمشی نوسانی - موجب کاهش تنش در رایزر می شود؛ اما در مناطقی که دامنه نوسان و در نتیجه مقدار تنش خمشی اندک است، افزایش کشش، موجب رشد تنش میانگین کششی وارد بر رایزر می شود؛ اما در عین حال موجب کاهش دامنه تنش های نوسانی نیز می شود. همچنین مشاهده شد که اعمال پیش کشش، علی رغم افزایش تنش میانگین وارد بر رایزر، به دلیل کاهش دامنه تنش های نوسانی، افت آسیب خستگی انباشته شده در رایزر را به دنبال دارد. همچنین مشاهده شد که وقوع تشدید منجر به افزایش آسیب خستگی در طول رایزر می شود و این اثر به دلیل حضور نیروی قابل توجه ناشی از امواج و افزایش سرعت نوسان رایزر در مناطق نزدیک سطح دریا، رشد بیشتری خواهد داشت.

## ۷- فهرست علائم

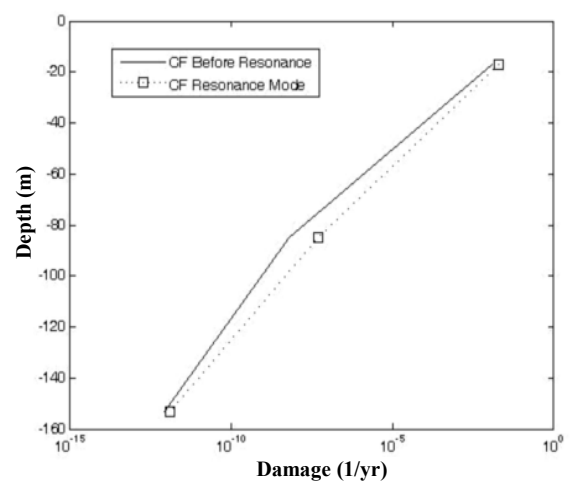
A	مساحت مؤثر بر واحد طول
$A_f$	ثابت مربوط به جنس
a	دامنه موج
B	ثابت مربوط به جنس
$C_D$	ضریب درگ
$C_L$	ضریب نیروی لیفت
$C_M$	ضریب اینرسی
d	قطر داخلی رایزر
D	قطر خارجی رایزر
$\frac{Du}{Dt}$	شتاب ذرات سیال در هر عمق
E	مدول یانگ
$F_{t(z,t)}$	برآیند نیروی ناشی از جریان در جهت x

شده است. می توان استنباط کرد که آسیب انباشته شده در رایزر با وقوع تشدید افزایش می یابد. روشن است که آسیب خستگی در جهت جریان، ناشی از دامنه بیشتر نوسان در حضور نیروهای بزرگ ناشی از موج بیشتر است و طبیعتاً اثر وقوع تشدید در این حالت شدیدتر از ارتعاش رایزر در جهت عمود بر جریان خواهد بود؛ این افزایش برای شرایط محاسبه شده در حدود ۳/۵ برابر است.



شکل ۱۳ اثر تشدید بر آسیب انباشته شده

در اثر نوسان رایزر در راستای جریان



شکل ۱۴ اثر تشدید بر آسیب انباشته شده در اثر نوسان رایزر

در راستای عمود بر جریان



## ۸- منابع

- Sparpkaya, T. (1979). "Vortex-induced oscillation: a selective review", J. Applied Mechanics, 46, pp. 241-248.
- Iwan, W.D. (1981). "The Vortex-induced oscillation of non-uniform structural system", J. Sound and Vibration, 79, pp. 291-301.
- Baarholm, G.S. and Larsen, C.M. and Lie, H. (2006). "On fatigue damage accumulation from in-line and cross-flow vortex-induced vibrations on risers", J. Fluids and Structures, 22, pp. 109-127.
- Newman D.J. and Karniadakis G.E. (1997). "A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable", J. Fluids and Structures, 10, 439-453.
- Bishop, R.E.D and Hassan, A.Y. (1964). "The lift and the drag forces on a circular cylinder oscillating in flowing fluid", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 277, pp. 51-75.
- Birkoff. G. and Zarantanello, E.H. (1957). "Jets, Wakes and Cavities", New York, Academic Press.
- Facchinetti, M.L., Langre, E., Biolley, F. (2002). "Vortex shedding modeling using diffusive van der pol oscillators", Comptes Rendus Mecanique 330, pp. 451-456.
- Mathelin, L., Langre, E. (2005). "Vortex-induced vibrations and waves under shear flow with a wake oscillator model", J. Fluids and Structures, 24, pp. 478-490.
- Tang, Y.G., Zhang, S.X., Yi, C. (2006). "Nonlinear vibration behaviors of casing pipe in the deep water", J. Sound and Vibration, 297, pp. 408-413.
- Chakrabarti, S.K. (2005). "Handbook of Offshore Engineering", Elsevier.
- Shigly, J.E., Mischke, C.R. (2001). C.R Mischke. "Mechanical Engineering Design", McGraw-Hill, New York.
- Dowling, N.E. (1999). "Mechanical Behavior of Materials", Wiley, New York.

$F_{y(z,t)}$	برآیند نیروهای وارد بر رایزر در راستای عمود بر جریان
f	ضریب اعمال پیش کشش
g	شتاب گرانش زمین
h	عمق آب
I	گشتاور اینرسی خمشی رایزر
K	عدد موج
l	طول رایزر
$L_w$	طول موج
$m_s$	جرم واحد طول رایزر
$m_t$	جرم رایزر و سیال درون آن بر واحد طول
$N_f$	عمر
T	پیش کشش اعمال شده بر رایزر
$T_{e(z)}$	نیروی محوری مؤثر وارد شده بر رایزر بر واحد طول
u	سرعت موج
V	حجم مؤثر رایزر بر واحد طول
$V_C$	سرعت جریان آب
$v_t$	سرعت جریان در بستر دریا
$v_w$	ضریب مثبت در رابطه سرعت
x	جابجایی رایزر در راستای جریان
$\dot{x}$	سرعت رایزر در راستای جریان
$\ddot{x}$	شتاب رایزر در راستای جریان
$\dot{z}$	سرعت رایزر در راستای عمود بر جریان
$\ddot{z}$	شتاب رایزر در راستای عمود بر جریان
$\rho$	چگالی آب دریا
$\sigma$	فرکانس موج
$\sigma_a$	دامنه تنش نوسانی
$\sigma_{ar}$	دامنه تنش کاملاً معکوس شونده
$\sigma_m$	میانگین تاریخیچه بارگذاری
$\omega_S$	فرکانس تولید
$\gamma$	وزن مخصوص آب دریا