

اصطکاک ناماندگار در تحلیل حجم محدود جهتمند پدیده ضربه قوچ در لوله‌ها در شرایط عدم جدایی توده آب

علی عباسی^۱، سعیدرضا صباغ یزدی^{۲*}

۱- کارشناس ارشد سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

* تهران، خیابان ولی عصر، بالاتر از میدان ونک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

syazdi@kntu.ac.ir

چکیده - در این مقاله با توجه به تأثیر افت‌های اصطکاک و تنش‌های برشی در جریان‌های گذرا، روش مؤثری برای مدل‌سازی تنش‌های کلی اصطکاک در تلفیق با روش حجم محدود در جریان ناماندگار در شرایط عدم جدایی توده آب، با استفاده از معادلات پیوستگی و حرکت جریان یک‌بعدی در لوله‌ها ارائه شده است. معادلات به‌دست آمده، با روش حجم محدود (روش گودنف مرتبه دوم) برای حل مسائل جریان ناماندگار، در مجاری بسته حل شده‌اند. تنش‌های کلی گذرای ناشی از اصطکاک جداره‌ای مجرا، از حل معادلات جریان به‌دست آمده و با داده‌های اندازه‌گیری شده و نتایج مدل‌های دوبعدی مقایسه شده است. روش ارائه شده برای مدل‌سازی تنش‌های کلی اصطکاک، تطابق خوبی با اندازه‌گیری‌های گزارش شده و نتایج مدل‌سازی با روش دوبعدی آشفته سایر محققان دارد. روش حل معادلات جریان در اینجا فقط به ذخیره‌سازی اطلاعات جریان در یک گام زمانی نیاز دارد که این نقش قابل توجهی در کاهش زمان محاسبات و نیز حافظه مورد نیاز دارد.

کلید واژگان: ضربه قوچ، روش حجم محدود، مدل اصطکاک ناماندگار، مدل یک‌بعدی.

۱- مقدمه

نیاز است که بتواند مسائل جریان ناماندگار را با دقت حل کند. روشهای عددی گوناگونی برای حل جریان ناماندگار در لوله گسترش یافته است که معمولاً شامل: روش تفاضل محدود (FDM)، روش مشخصه‌ها (MOC)، روش حجم محدود (FVM)، روش پلان موج (WP) و روش المان محدود (FEM) می‌شوند. روش حجم محدود، به دلیل توانایی در پایستاری جرم و اندازه حرکت، دقت بالا در

در خطوط لوله تحت فشار، آشفستگی‌های جریان ناشی از خاموش شدن پمپ یا تغییرات سریع در بازشدگی شیر، موجهای فشار مثبت و منفی تولید می‌کند که قدرت کافی برای تخریب خط لوله و سایر وسایل هیدرولیکی شبکه دارند. لذا در طراحی سیستم‌های خط لوله، پیش‌بینی تغییرات فشار آب درون لوله، به مدل‌های عددی کارآمدی

آنها، عدم کارایی محاسباتی به دلیل نیاز به زمان زیاد محاسبات و حافظه قابل توجه است. Vardy and Brown (1995) مدل توسعه یافته‌ای را برای تولید نتایج دقیق برای دامنه وسیعی از اعداد رینولدز، از جریان آرام تا جریان بسیار آشفته، معرفی کردند. Ghidaoui and Mansour (2002) مدل اصطکاک ناماندگار را در تحلیل جریان گذرا، با روش مشخصه‌ها به کار بردند.

در این مقاله سعی شده با تلفیق مدل اصطکاک ناماندگار و حل حجم محدود جریان گذرا، ضمن کاهش زمان و حافظه مورد نیاز برای محاسبات، نتایج دقیق‌تری برای تحلیل و طراحی مجاری تحت فشار به دست آید.

۲- معادلات حاکم

معادلات پیوستگی و اندازه حرکت در جریان گذرا به شکل دستگاه معادلات با مشتقات جزئی هذلولوی مرتبه اول است که به شکل ماتریسی زیر نشان داده می‌شود (Abbasi et al., 2009):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H}{V} \right) + A(V) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{H}{V} \right) = S(V) \quad (1)$$

که در آن:

$$A(V) = \begin{pmatrix} V & a^2/g \\ g & V \end{pmatrix}, \quad S(V) = \begin{pmatrix} -V \cdot \sin \theta \\ -J \end{pmatrix} \quad (2)$$

در این معادلات، x فاصله در امتداد محور لوله، t زمان، $H(x,t)$ بلندای فشار (پیزومتریک)، $V(x,t)$ سرعت میانگین در سطح مقطع، g شتاب جاذبه، θ زاویه امتداد لوله با افق، a سرعت موج و J افت اصطکاک جدار در واحد طول لوله است. برای سرعت موج با توجه به مشخصات سیال و لوله از رابطه زیر استفاده می‌شود (تائبی و چمنی، ۱۳۷۹).

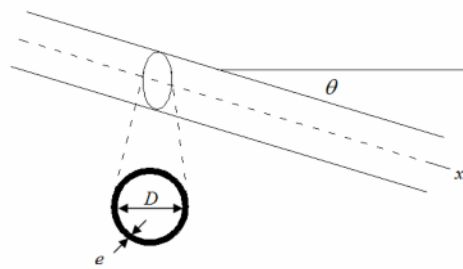
$$a = \frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + [(K/E)(D/e)]}} \quad (3)$$

که K مدول بالک سیال، E مدول الاستیسیته لوله و e ضخامت لوله است (شکل ۱).

نایبوستگی‌ها بدون ایجاد نوسان و قابلیت به‌کارگیری شبکه‌های با فواصل نقاط متغیر گرهی، مورد توجه قرار گرفته است. Sabbagh Yazdi et al. (2007) روش حجم محدود و مدل اصطکاک شبه‌ماندگار برای تحلیل مسائل ضربه قوچ را با هم تلفیق کرده و نشان دادند که نتایج حاصل از مدل با نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی و نیز نتایج روش مشخصه‌ها مطابقت داشته و وجود عبارتهای انتقالی در معادلات ضربه قوچ، هیچ مشکلی را در مدل ایجاد نکرده و حل صریح روش مرتبه دوم، برای اعداد کورانت کوچکتر یا برابر یک، حل پایداری را به دست می‌دهد که دقت نتایج به دست آمده، به اندازه شبکه محاسباتی بستگی دارد. آنان این مدل را برای تحلیل سیستم لوله‌های سری به کار برده و از نتایج حاصل برای تحلیل تنش‌های ناشی از نوسانهای فشار در جدار لوله استفاده کردند (Abbasi et al., 2009). مدل‌های ضربه قوچ یک‌بعدی (1D) تجاری - که در آنها تنش برشی با فرمول‌های حالت ماندگار (معادله دارسی- وایسباخ) تخمین زده می‌شود - در تخمین مقدار فشار (بلندای آب) برای سیکل‌های دوم به بعد دچار ضعف هستند. دلیل اصلی این ناتوانی، عدم توانایی فرمول‌های افت حالت ماندگار برای در نظر گرفتن تأثیر رفتار دوبعدی پروفیل سرعت در افت انرژی است. این رفتار دوبعدی پروفیل سرعت، ناشی از پراکنده شدن گردابه‌های تولید شده توسط موج در جدار لوله است. با وجود این که نتایج حاصل از مدل‌های دوبعدی، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند، اما هزینه بالای محاسبات، این گونه مدل‌ها را غیرکاربردی ساخته است. لذا از این مدل‌ها فقط برای انجام تجربیات عددی و نیز صحت‌سنجی مدل‌های یک‌بعدی استفاده می‌شود (Vardy and Brown, 2003). به دلیل نیاز به مدل‌های اصطکاک ناماندگار دقیق یک‌بعدی برای جریانهای گذرا، روشهای مختلفی برای محاسبه مقدار تنش برشی در جدار لوله، پیشنهاد شده که عیب اساسی

مرزی، شرایط ساده زیر در نظر گرفته شده است
(Sabbagh Yazdi et al., 2007):

الف) شرط مرزی مخزن بالادست: این شرط به صورت فشار (بلندا) ثابت در بالادست لوله مدل سازی می شود.
ب) شرط مرزی شیر در پایین دست: که به صورت بسته شدن شیر در مدت زمان T_c فرض می شود.



شکل ۱ مشخصات هندسی لوله

۳-۲- انتگرال گیری زمانی

انتگرال گیری نسبت به زمان برای محاسبات گام $n+1$ با استفاده از گام n به شکل زیر است (Zhao and Ghidaoui, 2004):

$$\bar{U}_i^{n+1} = \bar{U}_i^n + \Delta t \cdot s(\bar{U}_i^n) \quad (5)$$

که در آن:

$$\bar{U}_i^n = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1/2}^n - f_{i-1/2}^n) \quad (6)$$

$$\bar{\bar{U}}_i^{n+1} = \bar{U}_i^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} s(\bar{U}_i^{n+1}) \quad (7)$$

۳-۳- پایداری

گام زمانی انتخاب شده، باید طوری باشد که شرط پایداری کورانت برقرار شود:

$$Cr = \frac{a \cdot \Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (8)$$

در این رابطه عدد کورانت می باشد. این شرط پایداری با نادیده گرفتن جمله اصطکاک به دست آمده است. در صورتی که این جمله، به شکل غیرخطی در معادله باقی بماند - هر چند به طور قطعی نمی توان شرایط پایداری مشابهی را ارائه کرد - اما اثر این جمله بر پایداری روش عددی، با مطالعات تجربی مشخص شده است (کوچک زاده و پرورش ریزی، ۱۳۸۴).

۴- مدلسازی اصطکاک در جریان ناماندگار

در اینجا برای مدلسازی اصطکاک جدار لوله از فرمول بندی مدل اصطکاک ناماندگار که توسط

۳- فرمول بندی حجم محدود معادلات حاکم

فرض می شود که شبکه محاسباتی در راستای x دارای شبکه ای به طول Δx بوده و محور زمان t بازه هایی به اندازه Δt داشته باشد. حل معادلات حاکم به روش حجم محدود با فرض عدم وقوع جدایی توده آب و با استفاده از تئوری مسائل ریمان، به شکل زیر است (Zhao and Ghidaoui, 2004):

$$u_{i+1/2}(t) = \begin{pmatrix} H_{i+1/2} \\ V_{i+1/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (H_L^n + H_R^n) + \frac{a}{g}(V_L^n - V_R^n) \\ (V_L^n + V_R^n) + \frac{g}{a}(H_L^n - H_R^n) \end{pmatrix} = BU_L^n + CU_R^n \quad (9)$$

که: $C = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -a/g \\ -g/a & 1 \end{pmatrix}$ و $B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & a/g \\ g/a & 1 \end{pmatrix}$

که n اندیس زمان، اندیس L برای مقادیر متغیرها در سمت چپ و اندیس R برای مقادیر متغیرها در سمت راست سطح کنترل می باشد. برای محاسبه U_L^n و U_R^n از مرتبه دوم نسبت به زمان و مکان، از حل مرتبه دوم گودنفر حجم محدود و محدود کننده MINMOD استفاده می شود.

۳-۱- شرایط مرزی

در حل عددی مسائل با مشتقات جزئی، اعمال درست شرایط مرزی، گام مهمی در روند محاسبات است، به طوری که مدلسازی نادرست شرایط مرزی، تأثیر قابل توجهی بر نتایج می گذارد. در مدل پیشنهادی با توجه به تأکید بر مدلسازی اصطکاک گذرا و عدم تأکید بر شرایط

عدد رینولدز است. برای حل معادلات تنش از روش تقریبی زیر استفاده شده که تقریب خوبی از معادلات اصلی مدل است (Ghidaoui and Mansour, 2002):

$$\tau_u^{n+1} = \frac{\rho\sqrt{v}}{A\Delta t\sqrt{\beta}} \operatorname{erf} \sqrt{\beta\Delta t} [Q^{n+1} - Q^n] + \zeta \exp(-\beta\Delta t) \times \left[\sqrt{\frac{n+1}{n}} + \frac{1}{2n} \operatorname{Ln} \frac{\sqrt{\frac{n+1}{n}} - 1}{\sqrt{\frac{n+1}{n}} + 1} \right] \tau_u^n + (1 - \zeta) \tau_u^n \quad (14)$$

ک ضریب تابع وزنی تنش ناماندگار می باشد. با توجه به عدم حساسیت زیاد نتایج نسبت به ک (کمتر از ۱ درصد) برای ک مقداری بین ۰/۸۵ و ۰/۹ (معمولا برابر ۰/۹) مناسب به نظر می رسد.

۵- واسنجی مدل

برای اطمینان از صحت نتایج حاصل از مدل، دو آزمون کلاسیک ضربه قوچ که مشخصات هندسی و پارامترهای هیدرولیکی آنها در جدول ۱ آورده شده، بررسی شده است.

Vardy and Brown (1995) پیشنهاد شده، استفاده شده است:

$$J = \frac{4}{\rho D} \tau \quad (9)$$

در این رابطه J اصطکاک جداره، τ تنش برشی در جدار لوله، ρ چگالی سیال و D قطر داخلی لوله است. در جریان ناماندگار، تنش برشی جداره، مجموع مؤلفه تنش شبه ماندگار (τ_s) و مؤلفه تنش ناماندگار (τ_u) است:

$$\tau = \tau_s + \tau_u \quad (10)$$

فرمول بندی مدل اصطکاک (Vardy and Brown (1995) به صورت زیر است:

$$\tau_s = \rho f \frac{V|V|}{8} \quad (11)$$

$$\tau_u = \frac{4\mu}{D} \int_0^t \omega(t-t') \frac{\partial V}{\partial t'} dt' \quad (12)$$

در این معادلات، f ضریب اصطکاک داریسی - وایسباخ، μ لزجت دینامیکی سیال و ω تابع وزنی است که بصورت زیر بیان می شود:

$$\omega(t) = \frac{\alpha \cdot \exp(-\beta t)}{\sqrt{\pi t}} \quad (13)$$

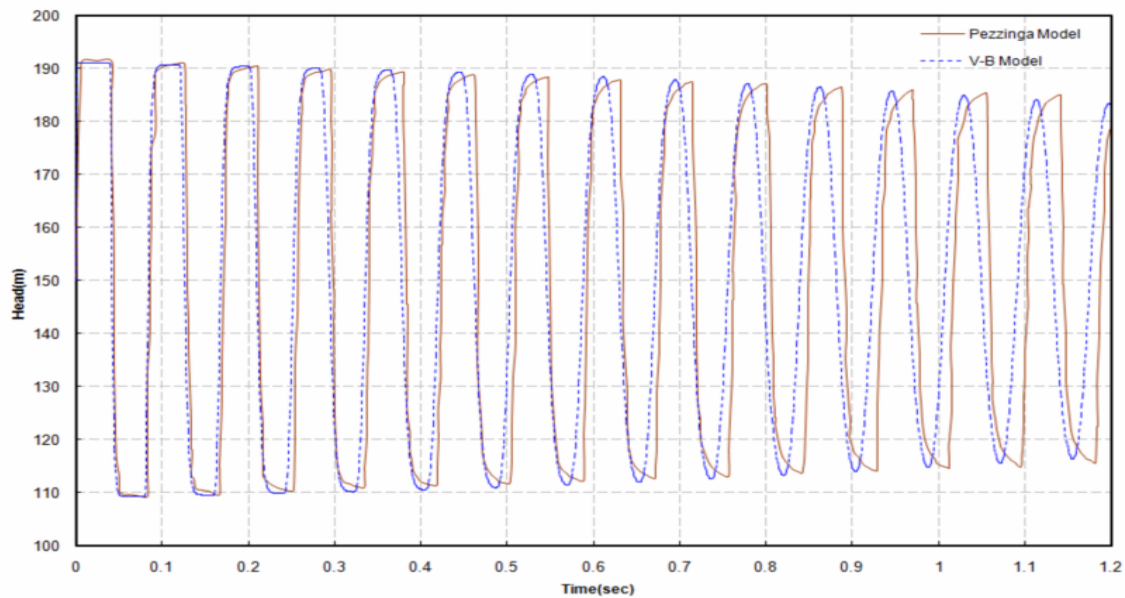
که در آن: $\alpha = \frac{D}{4\sqrt{v}}$ ، $\beta = \frac{0.54vR^\kappa}{D^2}$ ، $\kappa = \log(14.3/R^{0.05})$ و R لزجت سینماتیک سیال و

جدول ۱ مشخصات آزمونهای واسنجی مدل

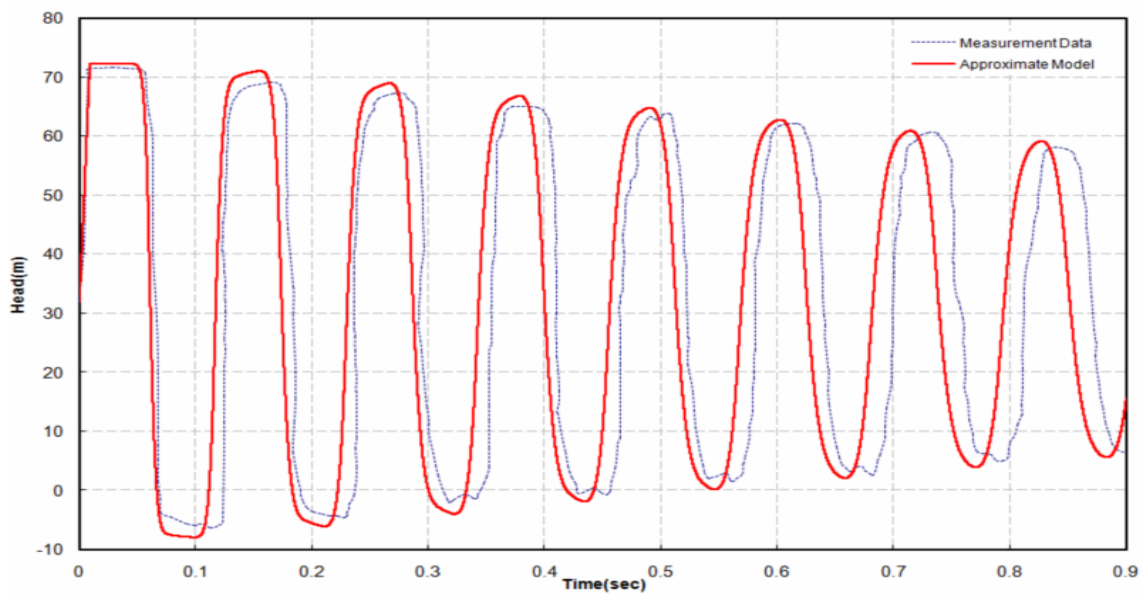
مشخصات	آزمون اول	آزمون دوم
قطر لوله	۰/۰۵ متر	۰/۰۲۲ متر
طول لوله	۲۱ متر	۳۷/۲۰ متر
ضریب اصطکاک ناماندگار	۰/۰۲۵	۰/۰۳۴
سرعت موج	۱۰۰۰ متر بر ثانیه	۱۳۱۹ متر بر ثانیه
ارتفاع آب در مخزن بالادست	۱۵۰ متر	۳۲ متر
دبی جریان	۰/۷۸۹ لیتر بر ثانیه	۰/۱۱۴ لیتر بر ثانیه
چگالی سیال	۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب	۱۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب
لزجت سیال	$1/41 \times 10^{-6}$ متر مربع بر ثانیه	$1/39 \times 10^{-6}$ متر مربع بر ثانیه
عدد رینولدز	۲۵۰۰۰	۵۶۰۰
عامل ایجاد جریان ناماندگار	بستن ناگهانی شیر پایین دست	بستن شیر پایین دست در مدت ۰/۰۰۹ ثانیه

نتایج مدل دوبعدی آشفته Pezzinga مقایسه شده است
(Ghidaoui and Mansour, 2002).

درآزمون اول، برای بررسی دقت مدل اصطکاک ناماندگار
یکبعدی، نتایج به دست آمده با نتایج مدل دوبعدی،
مقایسه شده است. در شکل ۲ نتایج حاصل از مدل، با



شکل ۲ تغییرات فشار در محل شیر پایین دست در آزمون ۱ (Ghidaoui and Mansour, 2002)



شکل ۳ تغییرات فشار در محل شیر پائین دست در آزمون ۲ (Ghidaoui and Mansour, 2002)

۷- فهرست علائم

A, \bar{A}	ماتریس ضرائب، ماتریس خطی شده ضرائب
a	سرعت موج در سیال
A	سطح مقطع لوله
B	ماتریس ضرائب
C	ماتریس ضرائب
Cr	عدد کورانت
D	قطر لوله
e	ضخامت جداره لوله
E	مدول الاستیسیته لوله
f	مولفه‌های شار
f	ضریب اصطکاک داریسی وایسباخ
g	شتاب ثقل
H	بلندای فشار
H_L	مقدار بلندا در سمت چپ سطح اتصال
H_R	مقدار بلندا در سمت راست سطح اتصال
H_{res}	مقدار بلندای آب در مخزن بالادست
h_{id}	مقدار افت بلندا در محل تغییر قطر
h_{ib}	مقدار افت بلندا در محل خم
i	اندیس در جهت محور x
J	نیروی اصطکاک جداره برای واحد طول
K	مدول بالک سیال
N_x	تعداد تقسیمات در امتداد طولی لوله
n	اندیس زمان
Q	دبی جریان
R	عدد رینولدز
S	بردار جملات منبع
t	زمان
T_c	زمان بسته شدن کامل شیر
U	مقدار میانگین u در هر سلول
U_L	مقدار میانگین u در هر سلول در سمت چپ سطح اتصال
U_R	مقدار میانگین u در هر سلول در سمت راست سطح اتصال

شکل ۲ به خوبی تطابق بین نتایج حاصل از مدل پیشنهادی را با مدل دوبعدی آشفته نشان می‌دهد. این مدل مقادیر حداکثر فشارها و نیز زمان وقوع آنها را با تطابق خوبی در مقایسه با مدل‌های دوبعدی به دست می‌دهد. در آزمون دوم، برای بررسی دقت نتایج حاصل از مدل، از نتایج آزمایشگاهی استفاده شده است. در شکل ۳ نتایج حاصل از مدل تقریبی با نتایج آزمایشگاهی اندازه‌گیری‌های Bergant and Simpson (1994) مقایسه شده است (Ghidaoui and Mansour, 2002). در اینجا نیز تطابق خوبی بین نتایج مدل پیشنهادی و نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. لذا می‌توان این روش را به عنوان روش مناسبی برای حل معادلات جریان ناماندگار در نظر گرفت.

۶- نتیجه گیری

در این تحقیق فرمول بندی روش حجم محدود گودنف مرتبه دوم و نیز مدل اصطکاک ناماندگار توسعه داده شد. از مقایسه نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با داده‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل دوبعدی می‌توان نتیجه گرفت: (۱) بیشینه و کمینه امواج فشار محاسبه شده در روش حجم محدود با دقت قابل قبول (حداکثر خطای ۱٪) در بازه زمانی متناظر با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی پدیدار می‌شود.

(۲) نتایج مدل اصطکاک ناماندگار، برای اعداد رینولدز مختلف (برای آزمون ۱ عدد رینولدز برابر ۲۵۰۰۰ و در آزمون دوم برابر ۵۶۰۰)، در تطابق خوبی با اندازه‌گیری‌های گزارش شده آزمایشگاهی و نیز نتایج مدل‌های دوبعدی آشفته است.

(۳) با استفاده از نتایج مدل اصطکاک ناماندگار می‌توان با دقت قابل قبولی، موقعیت و مقدار فشارهای حداکثر و حداقل را تخمین زد.

Abbasi, A., Sabbagh-Yazdi, S.R. and Wegian, F.M., (2009), "Accurate water hammer pressure modeling for trial modification of stress distribution along multi segments pipeline", Water Science and Technology Journal (to be appeared in Vol.60 Issue 5).

Sabbagh Yazdi, S.R., Mastorakis, N.E. and Abbasi, A., (2007), "Water hammer modeling by godunov type finite volume method", International Journal of Mathematics and Computers in Simulation, Issue 4, Volume 1, 2007, pp. 350-355.

Zhao, M. and Ghidaoui, M.S. (2004), "Godunov-type solution for water hammer flows", J. of Hydraul. Engng, 130(4), pp. 341-348.

Guinot, V. (1998), "Boundary condition treatment in 2×2 systems of propagation equations", Int. J. Numer. Meth., Eng, 42, pp. 647-666.

Guinot, V. (2000), "Riemann solvers for water-hammer simulations by godunov method", Int. J. Numer. Meth. Eng., 49, pp. 851-870.

Ghidaoui M.S. and Mansour S., (2002), "Efficient treatment of varyd-brown unsteady shear in pipe transients", J. of Hydraul. Eng, 128(1), pp. 102-112.

Wylie, E.B. and Streeter, V.L. (1993), "Fluid transients in system", Prentice-Hall, Engle-Wood, N.j.

Prado, R. A. and Larreteguy, A.E. (2002), "A transient shear stress model for the analysis of laminar water-hammer problems", J. Hydraulic Research, 40, pp. 45-53.

Vardy A.E. and Brown J.M., (2003), "Transient turbulent friction in smooth pipe flows", Journal of Sound and Vibration, 259(5), pp. 1011-1036.

Bergant A., Vitkovsky J., Simpson R. and Lambert M., (2001), "Valve induced transients influenced by unsteady pipe flow friction", 10th International Meeting of the Work Group on The Behavior of Hydraulic Machinery Under Steady Oscillatory Conditions, IAHR and AIRH, Trondheim, Norway.

Vardy A.E. and Brown J., (1995), "Transient turbulent smooth pipe friction", J. Hydraul. Res., 33(4), pp. 435-456.

\bar{U}	متغیر کمکی برای محاسبات جملات منبع
$\bar{\bar{U}}$	متغیر کمکی برای محاسبات جملات منبع
u	بردار پارامترهای (متغیرها) جریان
V	سرعت متوسط در هر سلول
V_L	سرعت متوسط در سمت چپ سطح تماس
V_R	سرعت متوسط در سمت راست سطح تماس
V_{steady}	سرعت در لوله در حالت جریان پایدار
x	فاصله در امتداد محور طولی
\bar{V}	سرعت متوسط تقریبی در سطح مقطع
Δt	گام زمانی
Δx	طول المانهای محاسباتی در امتداد محور x
σ	شیب در هر سلول
θ	زاویه لوله با سطح افق
τ	تنش برشی
τ_s	تنش برشی شبه ماندگار
τ_u	تنش برشی ناماندگار
ω	تابع وزنی
ν	ضریب تابع وزنی
ζ	ضریب تابع وزنی
α	ضریب تابع وزنی
β	ضریب تابع وزنی
κ	ضریب تابع وزنی

۸- منابع

تائی، امیر و چمنی، محمدرضا (۱۳۷۹)، "شبکه‌های توزیع آب شهری"، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان.

کوچک‌زاده، صلاح و پرورش‌ریزی، عاطفه (۱۳۸۴)، مقدمه‌ای بر هیدرولیک جریانهای ناپایدار"، انتشارات دانشگاه تهران.