

مقایسه روشهای برنامه‌ریزی ریاضی و الگوریتم ژنتیک برای طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب

محمدهادی افشار^{۱*}، محمدهادی ستوده^۲

۱- دانشیار دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

* تهران، صندوق پستی ۱۶۸۴۴

mhafshar@iust.ac.ir

چکیده - با بزرگ شدن شهرها و افزایش جمعیت از یک سو و گسترش صنایع و کارخانه‌ها از سوی دیگر، مسأله آلودگی محیط زیست روزبه‌روز اهمیت بیشتری می‌یابد. فاضلاب یکی از عوامل آلودگی محیط زیست است و باید از محیط زیست جمع‌آوری شود. از آنجا که هزینه اجرای شبکه‌های فاضلاب به‌ویژه برای شهرهای بزرگ بسیار زیاد است، هر گونه بهینه‌سازی در فرایند طراحی، موجب کاهش هزینه‌ها و صرفه‌جویی خواهد شد. لذا محققان متعددی با استفاده از روشهای بهینه‌سازی ریاضی و ابتکاری، سعی در کاهش هزینه‌ها داشته‌اند. در این مطالعه، قابلیت‌های روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی و الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های فاضلاب با جانمایی مشخص مقایسه شده است. در روشهای بهینه‌سازی ارائه شده، کلیه محدودیت‌های فنی در نظر گرفته شده است. از مدلهای هیدرولیکی هیزین- ویلیامز اصلاح شده و مانینگ با ضریب زبری ثابت و متغیر برای شبیه‌سازی جریان نیمه‌پر لوله‌ها استفاده شده است. متغیر تصمیم در مدل‌ها تراز کارگذاری لوله‌ها است، که در آن قطر لوله‌ها در طی فرایند بهینه‌سازی به‌صورت گسسته محاسبه می‌شود. کاربرد موفقیت آمیز این مدل‌ها در حل مسائل نمونه، توانایی و قابلیت این مدل‌ها را در طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب نشان داده است.

کلیدواژگان: برنامه‌ریزی ریاضی، الگوریتم ژنتیک، طراحی بهینه، شبکه‌های فاضلاب.

۱- مقدمه

سیستمهای طراحی شبکه‌های فاضلاب، جزو مسائل غیرخطی است و استفاده از الگوریتم‌های سازگار با چنین مسائلی را ایجاب می‌کند. از آنجا که قیود این مسأله توابعی ضمنی از متغیرهای تصمیم، ناحیه جستجوی غیر محدب^۱ و تابع هدف چند نمایی^۲ است، لذا استفاده از روشهای بهینه‌سازی متعارف مانند برنامه‌ریزی غیرخطی،

موجب یافتن طرح بهینه محلی می‌شود که به نقطه شروع در فرایند جستجو بستگی دارد. الگوریتم‌های متفاوتی برای طراحی بهینه شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب در سالهای گذشته توسعه یافته که از آن جمله می‌توان به روشهای برنامه‌ریزی پویا^۳، برنامه‌ریزی خطی^۴، برنامه‌ریزی غیرخطی^۵ و روشهای ابتکاری^۶ اشاره کرد. یکی از روشهای متداول در طراحی بهینه شبکه‌های

3. Dynamic Programming
4. Linear Programming
5. Non-Linear Programming
6. Heuristic Methods

1. Non_Convex
2. Multi Modal

جستجو (حدس اولیه) هستند و تضمینی برای دستیابی به جواب بهینه کلی نمی‌دهند. با اینکه Holland (1966) با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی و نرم افزارهای موجود این مسأله را حل کرد، اما با گرد کردن جوابهای پیوسته به قطره‌های تجاری، از جواب بهینه دور می‌شد. Gupta et al. (1976) و Gupta et al. (1983) نیز از روش برنامه‌ریزی غیرخطی و توابع توانی برای تعیین قطره‌های غیر استاندارد شبکه‌های بهینه استفاده کردند. Fisher (1970) از روش برنامه‌ریزی خطی صحیح مقدار^۳ برای تعیین قطره‌های استاندارد شبکه‌های خیلی کوچک همراه با فرمول مانینگ در شرایط پر استفاده کرد. مشکلات روشهای برنامه‌ریزی ریاضی و پویا محققان را به استفاده از روشهای ابتکاری و به‌خصوص روشهای تکاملی سوق داده است. کاربرد روشهای تکاملی در زمینه شبکه‌های فاضلاب بیشتر معطوف به طراحی شبکه‌های جمع‌آوری سطحی بوده است. Elimam et al. (1989) با توسعه و به‌کارگیری ترکیبی از برنامه‌ریزی خطی و گسسته‌سازی قطر، روشی ابتکاری برای طراحی بهینه‌سازی شبکه‌های جمع‌آوری آبهای سطحی بزرگ مقیاس ارائه کردند. Miles and Heany (1989) از روشی ابتکاری و Heany et al. (1999) از الگوریتم ژنتیک برای به‌دست آوردن جواب بهینه مسأله طراحی شبکه‌های جمع‌آوری آبهای سطحی استفاده کردند. Afshar et al. (2006) با اتصال الگوریتم ژنتیک به مدل Transport از نرم افزار SWMM4.4H مدلی را برای طراحی بهینه شبکه جمع‌آوری آبهای سطحی ابداع کردند.

در این تحقیق از روشهای برنامه‌ریزی غیر خطی ریاضی و الگوریتم ژنتیک به‌عنوان الگوریتمهای بهینه‌سازی در طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب استفاده و قابلیت‌های آنان با یکدیگر مقایسه شده است.

روشهای متداول در طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب با توجه به طبیعت جریان یک سویه در این گونه شبکه‌ها، روش برنامه‌ریزی پویا است. این روش علی‌رغم قابلیت بالای آن برای متغیرهای گسسته، از قابلیت مناسبی برای متغیرهای پیوسته برخوردار نیست. علاوه بر این، برنامه‌ریزی پویا مشکل ابعادی^۱ دارد که کاربرد آن را برای طراحی بهینه شبکه‌های بزرگ مشکل می‌سازد. Dajani et al. (1977) با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب کوچک را طراحی کردند که در آن قطرها به‌صورت غیر استاندارد محاسبه می‌شد.

Argaman et al. (1973) از روش برنامه‌ریزی پویا و Mays and Wenzel (1976) از روش برنامه‌ریزی پویای دیفرانسیلی گسسته^۲ برای بهینه‌سازی همزمان جانمایی و طراحی هیدرولیکی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب استفاده کردند. Meredith and Bogan (1973) از الگوریتم برنامه‌ریزی پویای دیفرانسیلی گسسته با متغیر تصمیم قطر و تراز کارگذاری لوله‌ها استفاده کردند. Kulkarni and Khanna (1985) روش بهینه‌سازی پویا را با معرفی گروههای شدنی در گره‌های رابط، به‌منظور کاهش مشکل ابعادی در بهسازی هزینه سیستمهای ثقلی - پمپاژی در طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب ارائه کردند. Walsh and Brown (1973) نیز روشی کامپیوتری را بر مبنای برنامه‌ریزی پویا ارائه کردند که در آن با اعمال قیود طراحی، ابتدا ناحیه جواب قابل قبول برای هر لوله به‌دست می‌آید و سپس از برنامه‌ریزی پویا در بهینه‌سازی شبکه‌ها استفاده می‌شود.

از طرف دیگر روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی را در حالت کلی می‌توان فقط برای متغیرهای پیوسته به‌کار برد. این روشها در عین حال که زمان کمتری را برای جستجوی جواب بهینه صرف می‌کنند اما تحت تأثیر نقطه شروع

1. Curse of Dimensionality

2. Discrete Differential Dynamic Programming

3. Integer Linear Programming

داده‌های واقعی مشخص می‌شود. در این تحقیق هزینه‌های مربوط به کارگذاری لوله‌ها، آدروها، ایستگاههای پمپاژ و آدروهای ریزشی به شکل جدولی به برنامه وارد شده و برنامه با استفاده از روشهای درونیابی مانند اسپلاین درجه سوم، هزینه مربوط به هر مورد فرضی را محاسبه می‌کند.

۲-۲-۲-۲-۲ قیود

برای آنکه شبکه فاضلاب بتواند در زمان بهره‌برداری به خوبی کار کند، یعنی از یک سو ته‌نشین شدن مواد معلق سبب گرفتگی فاضلابروها نشود و از سوی دیگر مواد معلق سخت مانند شن و ماسه موجب سایش و فرسایش جدار فاضلابروها نشود، باید محدودیت‌های فنی زیر در هنگام طراحی شبکه مورد توجه قرار گیرد:

- قید حداقل و حداکثر سرعت در دبی طراحی:

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad i = 1, \dots, NL \quad (3)$$

که در آن V_i سرعت در لوله i در دبی طراحی، V_{\min} حداقل سرعت مجاز و V_{\max} حداکثر سرعت مجاز است.

- قید تامین سرعت شستشو در دبی حداقل:

$$\underline{V}_i \geq V_{\text{clean}} \quad i = 1, \dots, NL \quad (4)$$

که در آن \underline{V}_i سرعت جریان در لوله i در دبی حداقل طرح و V_{clean} سرعت شستشو است.

- قید حداقل و حداکثر نسبت پرشدگی:

$$\left(\frac{h}{D}\right)_{\min} \leq \left(\frac{h}{D}\right)_i \leq \left(\frac{h}{D}\right)_{\max} \quad i = 1, \dots, NL \quad (5)$$

- قید حداقل و حداکثر عمق کارگذاری:

$$AD_{\min} \leq X_i \leq AD_{\max} \quad i = 1, \dots, NL \quad (6)$$

که X_i عمق متوسط کارگذاری لوله i ، AD_{\min} عمق پوشش حداقل و AD_{\max} حداکثر پوشش مجاز است.

- قید حداقل قطر:

$$D_i \geq D_{\min} \quad i = 1, \dots, NL \quad (7)$$

که در آن D_i قطر لوله i در شبکه و D_{\min} حداقل قطر مجاز است.

۲- مدل بهینه‌سازی

مسئله طراحی بهینه شبکه‌های جمع آوری فاضلاب با جانمایی مشخص را می‌توان به صورت زیر در شکل کلی مسائل بهینه‌سازی ریاضی تعریف کرد:

$$\begin{aligned} \text{Min } C &= \sum_{i=1, \dots, NL} f(D_i, X_i, h_m, h_p, h_D) \\ &\text{subject to:} \end{aligned} \quad (1)$$

$$g_j(D_i, X_i, h_D, h_p) \leq 0.0$$

که در آن C هزینه طرح، D_i قطر لوله i ام، X_i عمق متوسط کارگذاری لوله i ام که تابعی از تراز کارگذاری بالادست و پایین دست لوله و به صورت غیر مستقیم تابعی از شیب لوله است، h_m ارتفاع آدرو، h_p ارتفاع پمپاژ، h_D ارتفاع آدرو ریزشی و NL تعداد لوله‌ها در شبکه است. تابع هدف و قیود مسئله در ادامه معرفی می‌شود.

۲-۱- تابع هدف

مجموع هزینه‌های طرح که شامل هزینه‌های خرید، اجرا و نصب لوله‌ها و آدروها و ایستگاههای پمپاژ و آدروهای ریزشی، در صورت وجود، است به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود که باید کمینه گردد. بنابراین تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_T = \sum C_{P_i}(D_i, X_i) + \sum C_{m_i}(h_m) + \sum C_{PUMP}(Q, h_p) + \sum C_{DROP}(h_D) \quad (2)$$

که در آن Q دبی پمپاژ، C_{P_i} هزینه واحد طول کارگذاری لوله i در شبکه، C_{m_i} هزینه آدرو i ، C_{PUMP} هزینه ایستگاه پمپاژ و C_{DROP} هزینه آدرو ریزشی در شبکه است.

هزینه خرید و نصب لوله‌ها تابعی غیر خطی از قطر و عمق متوسط کارگذاری در لوله‌ها است. همچنین هزینه آدروها و آدروهای ریزشی تابعی از عمق آدرو است. به همین ترتیب هزینه ایستگاههای پمپاژ نیز تابع غیر خطی از دبی و ارتفاع پمپاژ است. این هزینه‌ها تابعی از پارامترهای متفاوتی است که مقدار آن فقط با برآزش

Jain et al. (1978) شرح داده شده است. Elimam et al. (1989) برای برطرف کردن این محدودیت‌ها رابطه هیزین- ویلیامز اصلاح شده را پیشنهاد کرد. در این تحقیق از مدل‌های هیدرولیکی مانینگ و هیزین- ویلیامز اصلاح شده برای تحلیل جریان نیمه پر در لوله‌ها استفاده شده است.

۲-۴- مدل هیدرولیکی مانینگ

سرعت جریان در رابطه مانینگ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (10)$$

که در آن V سرعت جریان به m/s ، R شعاع هیدرولیکی جریان در شرایط نیمه پر به m ، S شیب خط هیدرولیکی و n ضریب زبری مانینگ (بدون بعد) است.

هر چند ضریب زبری n در بسیاری از موارد ثابت در نظر گرفته می‌شود، اما در واقع مقدار آن با ارتفاع فاضلاب و همچنین عواملی مانند ته‌نشینی لجن، پوشش چربی در جدار داخلی و غیره تغییر می‌کند. Camp (1946) جدولی را برای فاضلاب‌روهای دایره‌ای شکل ارائه داد که بر اساس آن ضریب زبری n برای جریانهای نیمه پر، بیشتر از جریان پر است. Gill (1988) بر اساس جدول ارائه شده توسط Camp (1946) رابطه تقریبی زیر را برای محاسبه تغییرات ضریب زبری n در فاضلاب‌روهای دایره‌ای شکل ارائه داد:

$$0.25 < \frac{h}{D} < 0.8 \quad \frac{n}{N} = 1.343 - 0.253 \left(\frac{h}{D} \right) \quad (11)$$

که در آن N ضریب مانینگ در حالت پر و $\frac{h}{D}$ نسبت پرشدگی فاضلاب‌رو است. در این تحقیق با برآزش داده‌های جدول پیشنهادی Camp (1946) در نرم افزار Excel، رابطه ۱۲ برای محاسبه تغییرات ضریب زبری n استخراج و از آن در محاسبات استفاده شد:

- قید اقطار پیشرونده^۱:

$$D_i \geq D_j \quad i = 1, \dots, NL \quad j = 1, \dots, J \quad (8)$$

که در آن D_j قطر مجموعه لوله‌های آورنده جریان J به لوله i است.

- قید حداقل و حداکثر شیب لوله‌ها:

$$S_{\min} \leq S_i \leq S_{\max} \quad i = 1, \dots, NL \quad (9)$$

لازم به تذکر است که قیود حداقل و حداکثر شیب لوله‌ها، قیود ذاتی مسأله محسوب نمی‌شوند و لذا منظور کردن آن ضروری نیست. دلیل مهم آیین‌نامه‌های طراحی برای منظور کردن قیود شیب، لزوم تأمین قید حداقل و حداکثر سرعت است که در طراحی بهینه به صورت صریح در نظر گرفته می‌شوند. در عین حال برای افزایش قابلیت انعطاف پذیری مدل، در این تحقیق از این قیود نیز استفاده شده است.

۲-۳- مدل شبیه‌ساز هیدرولیکی^۲

برآورد دبی‌های طراحی و محاسبه سرعت جریان و ارتفاع آب در لوله‌ها، وظیفه مدل تحلیل شبکه است. کارایی و وظیفه مندی طرح، بستگی به دقت شبیه‌سازی هیدرولیکی شرایط جریان در حالت نیمه پر در خطوط فاضلاب‌رو دارد. بنابراین استفاده از مدل شبیه‌سازی مناسب تأثیر به‌سزایی در دستیابی به طرح بهینه دارد. معمولاً تحلیل شبکه‌های فاضلاب مانند کانالهای باز با استفاده از رابطه تجربی مانینگ انجام می‌شود. این رابطه آثار قطر لوله، سرعت جریان یا لزجت متوسط جریان را بر ضریب زبری به حساب نمی‌آورد. تأثیر این نقیصه توسط Mohan and Khanna (1979) مورد بررسی قرار گرفت که در نتیجه آن مشخص شد که میزان خطا در بکارگیری ضریب زبری مانینگ در مقایسه با ضریب زبری کلبروک در حدود ۲۰۰-۱۰۰٪ است. محدودیت‌های ذاتی فرمول هیزین- ویلیامز توسط

1. Progressive diameter constraint
2. Hydraulic Simulator Model

$$\frac{N}{n} = \left\{ \begin{array}{l} -17.361 \left(\frac{h}{D}\right)^6 + 55.497 \left(\frac{h}{D}\right)^5 - 67.193 \left(\frac{h}{D}\right)^4 \\ + 38.152 \left(\frac{h}{D}\right)^3 - 9.6919 \left(\frac{h}{D}\right)^2 + 0.7915 \left(\frac{h}{D}\right) + 0.8057 \end{array} \right\} \quad 0.1 < \frac{h}{D} < 1 \quad (12)$$

$$q = a / \cos^{-1}(1 - 2r) \quad (17)$$

$$l / C_h = (R_p / R_f)^{0.1667} (f_p / f_f)^{0.5525} \quad (18)$$

$$R_p / R_f = 4q \quad (19)$$

$$f_p / f_f = 1 - 0.377 \ln(r) - 0.546(r - 1) \quad (20)$$

$$+ 0.104(r - 1)^2$$

$$\alpha_1(k) = (\omega_2(k) + 0.6575) / (1 - \omega_3(k)) \quad (21)$$

$$\alpha_2(k) = 0.5525 / (1 - \omega_3(k)) \quad (22)$$

$$\omega_1(k) = A_1 + B_1 e^{-C_1 k} \quad (23)$$

$$\omega_2(k) = A_2 + B_2 e^{-k} + C_2 k + D_2 k^2 \quad (24)$$

$$\omega_3(k) = A_3 + B_3 \ln(k) + C_3(k - 1) + D_3(k - 1)^2 \quad (25)$$

مقادیر A_i, B_i, C_i, D_i به ازای $i = 1, 2, 3$ در جدول ۱ آورده شده است:

جدول ۱ ضرایب توابع $\omega_1(k), \omega_2(k)$ و $\omega_3(k)$

i	A_i	B_i	C_i	D_i
۱	۰/۶۸۹۴	۰/۳۱۰۳	-۱/۹۹۳۰	---
۲	۰/۱۳۱۹۶	-۰/۱۳۱۷۳	-۰/۰۵۵۹۶	۰/۰۱۲۷۶
۳	-۰/۰۹۸۸۸	-۰/۰۲۳۹	۰/۱۹۱۱	-۰/۱۵۴۱

۳- روشهای حل مسأله

الگوریتمهای متعددی در بهینه‌سازی شبکه‌های فاضلاب استفاده شده که به تعدادی از آنها اشاره شد. در این تحقیق از روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی و همچنین الگوریتم ژنتیک در حل مسأله ذکر شده استفاده شده است.

۳-۱- روش برنامه‌ریزی غیرخطی

مسأله طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب همان گونه که از طبیعت آن مشخص است، مسأله ای مقید است که برای حل آن به استفاده از روشهای بهینه‌سازی مقید نیاز است.

که با درجه همبستگی $R^2=0.9998$ نشان دهنده دقت بالای رابطه و محدوده کاربرد وسیعتر آن نسبت به رابطه Gill (1988) است.

۲-۵- مدل هیدرولیکی هیزین- ویلیامز اصلاح شده^۱

Elimam et al. (1989) رابطه هیزین- ویلیامز اصلاح شده را برای محاسبه سرعت جریان در شرایط نیمه‌پر به صورت زیر ارائه کردند:

$$v = \gamma(k, r) D^{\alpha_1(k)} S^{\alpha_2(k)} \quad (13)$$

که در آن:

$$\gamma(k, r) = [143.534 \omega_1(k) q^{0.6575} C_h]^{1/(1-\omega_3(k))} \quad (14)$$

در اینجا v سرعت جریان، D قطر لوله، S شیب خط لوله، k ارتفاع زبری، q پارامتر ثابتی است که به عمق جریان در لوله بستگی دارد و C_h ضریبی است که تغییرات ضریب زبری را نسبت به عمق جریان در نظر می‌گیرد. به آسانی می‌توان نشان داد که سطح مقطع مرطوب لوله A از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A = aD^2 \quad (15)$$

a ضریبی است که به ارتفاع جریان در فاضلابرو بستگی دارد. Gupta et al. (1976) نشان دادند که ضریب a را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$a = 0.25 \left\{ \cos^{-1}(1 - 2r) - (1 - 2r) [2r(2 - 2r)]^{1/2} \right\} \quad (16)$$

که در آن $r = \left(\frac{h}{D}\right)$ نسبت پرشدگی لوله است. در ادامه روابط مربوط به سایر پارامترهای مورد نیاز برای استفاده از مدل مورد نظر ارائه شده است:

1. Modified Hazen-Williamz

به‌کارگیری GA، ابتدا باید جمعیتی از جوابهای اولیه به‌صورت تصادفی یا ابتکاری تولید شود. GA فرایندی تکراری است که هر تکرار دو مرحله دارد: مرحله ارزیابی و مرحله تولید. در مرحله ارزیابی، برازندگی رشته، که اندازه کیفی آن است تعیین می‌شود. مرحله تولید شامل یک عملگر انتخاب و یک عملگر اصلاح است. دو رشته (والدین) از جمعیت با استفاده از طرحی که رشته‌های برازنده‌تر را جذب می‌کند، انتخاب می‌شود. والدین انتخابی برای تشکیل دو فرزند، معمولاً با استفاده از مکانیسم ترکیب با یکدیگر ترکیب می‌شوند. عملگر ترکیب، زیررشته کدهای والدین را در نقطه یا نقطه‌های تصادفی تعیین شده معاوضه می‌کند. جهش معمولاً پس از عمل ترکیب با احتمال کم در فرزندان (نسل جدید) اعمال می‌شود. بنابراین عملگر جهش ممکن است به‌صورت تصادفی مقادیر برخی ژنهای تشکیل دهنده رشته را تغییر دهد.

۳-۲-۱- مدل بهینه‌سازی GA

در این تحقیق با توجه به تنوع متغیرهای تصمیم، از سه مدل بهینه‌سازی به شرح زیر استفاده شده است:

۳-۲-۲- مدل GA1

متغیر تصمیم در این مدل مانند روش برنامه‌ریزی غیرخطی شیب لوله‌گذاری است. در ادامه با استفاده از شیب حاصل، تراز کارگذاری لوله‌ها و در نتیجه، موقعیت ایستگاههای پمپاژ و آدروهای ریزی تعیین می‌شود.

۳-۲-۳- مدل GA2

متغیر تصمیم در مدل GA2 تراز کارگذاری کف لوله‌ها در گره‌های بالادست و پایین دست است.

در این تحقیق از روشی نامقید برای طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب استفاده شده که این نیازمند تبدیل مسأله مقید مورد نظر به مسأله‌ای نامقید است. در این تحقیق از توابع جریمه خارجی به‌عنوان روشی برای تبدیل مسأله اصلی مقید به مسأله‌ای نامقید استفاده شده است. مسأله نامقید حاصل، با استفاده از نرم‌افزار عمومی DOT (1994) و استفاده از روشهای BFGS و جهات مزدوج (فلچر-ریوس) حل شده است.

با در نظر گرفتن شیب لوله به‌عنوان متغیر تصمیم، قيود حداقل قطر، قطرهای پیش‌رونده و حداکثر نسبت پرشدگی به‌صورت خودکار در محاسبه قطر لوله‌ها ارضا می‌شوند. قيود حداقل و حداکثر شیب لوله‌ها نیز به‌عنوان قيود مرزی فرایند بهینه‌سازی به صورت خودکار تأمین می‌شوند. سایر قيود از طریق تابع جریمه به تابع هزینه افزوده می‌شود. بدین ترتیب تابع هدف به‌صورت رابطه (۲۶) نوشته می‌شود که در آن برای یکسان‌سازی اثر قيود از شکل نرمال‌سازی شده آنها استفاده شده است.

که در آن R_p ضریب جریمه است که مقدار آن در صورت تخلف از قيود، عددی بزرگ و در صورتی که قيود ارضا شوند، برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. مقدار R_p از طریق آزمون و خطا تعیین می‌شود. در این رابطه جمله اول هزینه اجرای شبکه فاضلاب است که قبلاً با رابطه (۲) تعریف شده است. جمله دوم، هزینه مربوط به تخلف از قيودی است که با روابط ۳ تا ۶ قبلاً تعریف شده‌اند.

۳-۲-۳- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک (GA) یکی از روشهای محاسباتی الهام گرفته از طبیعت است. از مزایای اصلی این الگوریتم‌ها می‌توان به کاربرد وسیع، انعطاف‌پذیری و قابلیت آن در یافتن جوابهای بهینه یا نزدیک به بهینه اشاره کرد. برای

$$\min \left\{ C_T + R_p \sum_{i=1}^{NL} \left[\left(1 - \frac{V_i}{V_{\min}} \right)^2 + \left(\frac{V_i}{V_{\max}} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{V_i}{V_{\text{clean}}} \right)^2 + \left(1 - \frac{(h/D)_i}{(h/D)_{\min}} \right)^2 + \left(1 - \frac{X_i}{AD_{\min}} \right)^2 + \left(\frac{X_i}{AD_{\max}} - 1 \right)^2 \right] \right\} \quad (26)$$

۴- الگوریتم محاسبه قطرهای استاندارد در

فرایند بهینه‌سازی

در مدل‌های ارائه شده در طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب، چه بر اساس برنامه‌ریزی غیرخطی و چه الگوریتم ژنتیک، هدف تعیین قطر و تراز کارگذاری لوله‌ها است، به نحوی که هزینه اجرا حداقل شود. در مدل‌های ذکر شده، تراز کارگذاری لوله‌ها به صورت متغیری پیوسته محاسبه می‌شود و محاسبه قطر هر لوله به صورت گسسته در فرایند بهینه‌سازی به روشی مطابق الگوریتم زیر انجام می‌شود:

$$\text{گام ۱- } i = 1$$

گام ۲- انتخاب D_i از جدول قطرهای استاندارد به عنوان قطر لوله

گام ۳- محاسبه نسبت پر شدگی فاضلاب

گام ۴- اگر $(h/D) \leq (h/D)_{\max}$ به گام ۸ برو

$$\text{گام ۵- } i = i + 1$$

گام ۶- اگر $i \geq N_{\text{diam}}$ ، قطر لوله را بزرگترین قطر

استاندارد در نظر بگیر و به گام ۸ برو

گام ۷- به گام ۲ برو

گام ۸- ذخیره‌سازی نتیجه

که در آن N_{diam} تعداد قطرهای استاندارد است.

۴-۱- آزمون و مقایسه مدلها

برای آزمون و نشان دادن کارایی مدل‌های پیشنهادی در بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های فاضلاب، از چند مسأله نمونه - که بیشتر به روشهای مختلفی توسط محققان در گذشته حل شده - استفاده و نتایج مقایسه شده است.

۴-۲- مسأله طراحی اول

این مسأله اولین بار توسط Mays and Wenzel (1976) مطرح و توسط Robinson and Labadie (1981) و همچنین Miles and Heaney (1988) حل شد. جانمایی مسأله در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این مسأله از روابط (۲۷) و (۲۸)، ارائه شده توسط Meredith and Bogan (1973) برای محاسبه هزینه

لوله‌ها و آدمروها استفاده شده است:

در این مدل موقعیت ایستگاههای پمپاژ و آدمروهای ریزشی به صورت مستقیم محاسبه می‌شود. شیب هر لوله با استفاده از تراز لوله در گره‌ها محاسبه می‌شود.

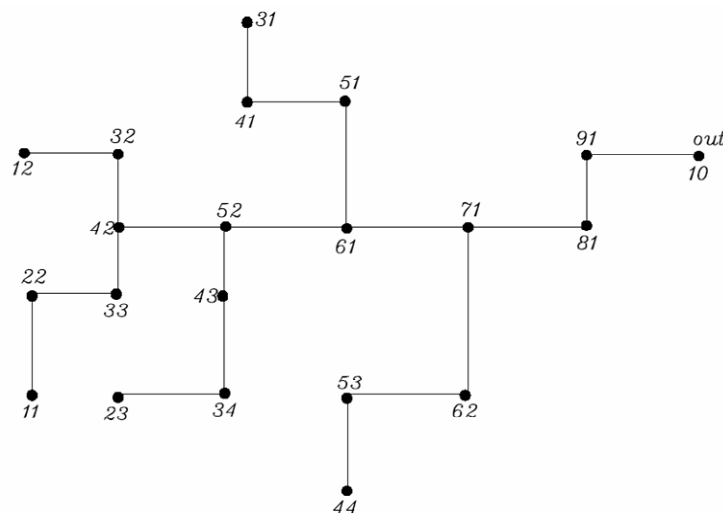
۳-۲-۴- مدل GA3

متغیر تصمیم در این مدل تراز لوله در گره همراه با متغیر Δh در هر گره است که بیانگر ارتفاع ریزش یا پمپاژ است. بدین صورت که تراز کف لوله‌ها در هر گره یکسان در نظر گرفته شده و Δh به عنوان ارتفاع پمپاژ (مقدار منفی) و ارتفاع ریزش (مقدار مثبت) به تراز کف هر لوله در گره بالادست افزوده می‌شود. قطر لوله‌ها در مدل‌های فوق در حین فرایند بهینه‌سازی به صورت گسسته محاسبه می‌شود.

با توجه به اینکه GA با مجموعه‌ای از پارامترهای کد شده سروکار دارد، نه با خود آنها، بنابراین لازم است متغیرهای تصمیم به نحو مناسبی کدگذاری شوند. در اینجا از روش دودویی در کدگذاری متغیرهای پیوسته استفاده شده است. همچنین از معکوس هزینه شبکه به عنوان پرازندگی شبکه استفاده شده است.

قیود ذکر شده در مسأله مقید طراحی بهینه شبکه‌های فاضلاب، همانگونه که در روش برنامه‌ریزی غیرخطی شرح داده شد، به صورت تابع جریمه به تابع هدف افزوده شده تا مسأله مقید مورد نظر به مسأله‌ای نامقید تبدیل شود. در مدل‌های GA2 و GA3 که احتمال ایجاد شیب منفی در شبکه وجود دارد، علاوه بر افزودن جریمه‌ای به عنوان تخلف از قید شیب مثبت، محاسبات هیدرولیکی تا زمان حذف شیب منفی در شبکه انجام نمی‌شود.

در مدل‌های پیشنهادی از روش چرخ گردان به عنوان روش اصلی انتخاب با روشهای مختلف مقیاس بندی استفاده شده است. همچنین از قابلیت نخبه‌گرایی در مدل‌های ژنتیک پیشنهادی استفاده شده است.



شکل ۱. جانمایی مسأله طراحی اول

$$C_p = \begin{cases} 10.98D + 0.8X - 5.98 & \text{if } D \leq 3' \text{ and } X \leq 10' \\ 5.94D + 1.66X + 0.504XD - 9.64 & \text{if } D \leq 3' \text{ and } X \geq 10' \\ 30.0D + 4.9X - 105.9 & \text{if } D > 3' \end{cases} \quad (27)$$

$$C_m = 250 + h^2 \quad \text{if } h > 0.0 \quad (28)$$

$$C_m = 0.0 \quad \text{if } h = 0.0$$

Wenzel (1976) و ۷/۳٪ کاهش نسبت به روش

Robinson and Labadie (1981) نشان می‌دهد.

در این مسأله مانند روش Miles and Heaney (1988)

از مدل هیدرولیکی مانینگ با ضریب زبری متغیر و قیود

هیدرولیکی حداکثر سرعت 8 ft/s ، حداقل سرعت

2 ft/s و حداقل پوشش 8 ft استفاده شده است. نتایج

حاصل از حل مسأله با توجه به قیود فوق توسط مدل‌های

مختلف در جدول ۲ خلاصه شده است.

ملاحظه می‌شود که بهترین جواب مربوط به مدل GA1

است. پارامترهای مربوط به بهترین جواب شامل احتمال

جهش ۰/۵، احتمال ترکیب ۰/۸۵ و روش انتخاب چرخ

گردان با مقیاس بندی خطی است. نتیجه حاصل از بهترین

جواب نشان دهنده کاهش ۶/۴٪ در هزینه نسبت به روش

میلز و هینی است. نتیجه حاصل از مدل غیرخطی به روش

BFGS نیز کاهشی به میزان ۵/۲٪ در هزینه‌ها نسبت به

روش میلز و هینی داشته است.

که در آن C_p هزینه واحد طول نصب لوله ($\$/ft$)، C_m

هزینه نصب آدمرو (\$)، D قطر لوله (ft)، X

میانگین عمق کف کارگذاری (ft) و h عمق

آدمرو (ft) است.

Miles and Heaney (1988) با استفاده از روشی

ابتکاری در محیط صفحه گسترده مسأله فوق را حل

کردند و نشان دادند که جواب آنها بهتر از روش DDDP

به کار گرفته شده توسط Mays and Wenzel (1976)

است. یکی از دلایل عمده آن تصحیح سرعت محاسبه

شده در لوله‌ها است. Miles and Heaney (1988)

نشان دادند که Mays and Wenzel (1976) و

Robinson and Labadie (1981) با توجه به محاسبه

سرعت جریان در حالت پر و بدون در نظر گرفتن ارتفاع

فاضلاب مرتکب خطا شده اند. هزینه حاصل از روش

Miles and Heaney (1988) ۲۵۴۴۰۷ دلار به دست

آمد که معادل ۴/۱٪ کاهش نسبت به روش Mays and

افزایش و قطر آنها کاهش یافته است. همچنین ارتفاع ریزش زیاد در این مسأله مانند روش Miles and Heaney (1988) حذف شده است.

Miles and Heaney (1988) با استفاده از روشی ابتکاری در محیط صفحه گسترده و با هدف امکان اعمال قضاوت مهندسی مسأله فوق را حل کردند. با توجه به اینکه روش آنها، به نوعی خودکار سازی روش سنتی طراحی است، بنابراین تنها امکان مقایسه گزینه‌های بیشتری را نسبت به حالت طراحی دستی فراهم می‌آورد. بنابراین هیچ تضمینی برای دستیابی این روش به طراحی بهینه وجود ندارد و همچنین هزینه محاسباتی این روش در دستیابی به طرحی مناسب زیاد است.

۳-۴- مسأله طراحی دوم

این مسأله به‌عنوان قسمتی از شبکه جمع آوری شهر کرمان توسط منصوری و خانجانی (۱۳۷۸) با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی مقید و با به‌کارگیری مدل هیدرولیکی هیزین- ویلیامز اصلاح شده و مانینگ با ضریب زبری ثابت حل شد. جانمایی مسأله در شکل ۲ نشان داده شده است.

توابع هزینه کارگذاری لوله‌ها و آدروها به شکل روابط زیر داده شده است:

$$C_p = 1.93e^{3.43} D + 0.812d^{1.53} + 0.437d^{1.47} D \quad (29)$$

$$C_m = 41.46E_m \quad (30)$$

که در آن e عدد نپر، D قطر لوله به متر، d متوسط عمق خاکبرداری به متر و E_m ارتفاع آدرو به متر است. فرضیات و محدودیت‌های به‌کار رفته در مسأله، شامل ارتفاع زبری $8/6$ میلیمتر، ضریب زبری مانینگ $0/13$ ، حداقل سرعت $0/6$ متر بر ثانیه، حداکثر سرعت 3 متر بر ثانیه و حداقل پوشش معادل $2/45$ متر است.

جدول ۲ نتایج هزینه مسأله ۱

روش بهینه‌سازی	هزینه (دلار)
غیرخطی به روش BFGS	۲۴۱۲۲۶/۸
غیرخطی به روش فلچر-ریوس	۲۵۸۶۲۸/۵
GA1	۲۳۸۰۰۳/۸
GA2	۲۷۱۲۳۲/۷
GA3	۲۶۱۳۹۸/۴

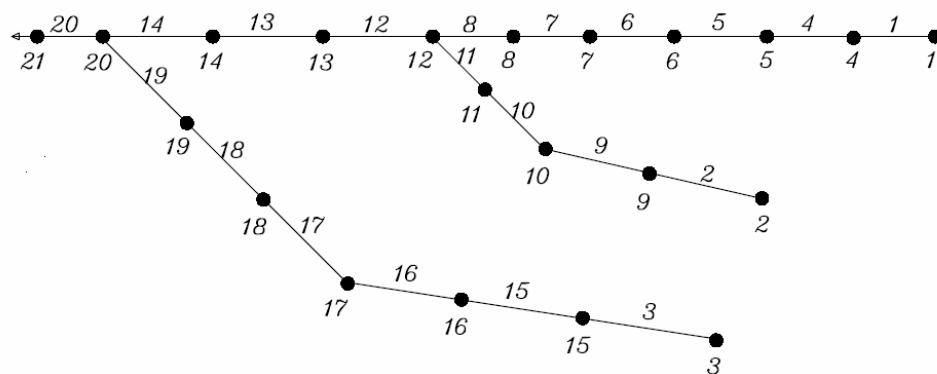
نتایج نشان دهنده ارتفاع ریزش $7/1$ و $3/5$ فوت در دو گره است. در طرح به‌دست آمده توسط Miles and Heaney (1988) نیز ارتفاع ریزش $7/5$ و $4/9$ فوت در دو گره وجود دارد که نامعمول به‌شمار رفته است. آنها برای حذف این وضعیت، حداکثر سرعت را معادل 12 ft/s در نظر گرفتند و شبکه را حل کردند. هزینه حاصل با این تغییر، برابر 245874 دلار بود.

این تغییرات نیز در مدل‌های پیشنهادی اعمال شده و مسأله دوباره حل شد که نتایج آن در جدول ۳ مقایسه شده است:

جدول ۳ نتایج هزینه مسأله ۱ با تغییر قید سرعت

روش بهینه‌سازی	هزینه (دلار)
غیرخطی به روش BFGS	۲۲۰۰۲۲/۸
غیرخطی به روش فلچر-ریوس	۲۲۸۸۸۰/۷
GA1	۲۰۳۹۸۶/۳
GA2	۲۱۵۴۶۷/۲
GA3	۲۱۸۲۰۹/۹

با ملاحظه نتایج در جدول ۳ مشاهده می‌شود که هزینه محاسبه شده توسط همه مدل‌ها نسبت به روش Miles and Heaney (1988) کاهش یافته است. بیشترین کاهش هزینه مربوط به مدل GA1 است که حدود 17% می‌باشد. با ملاحظه نتایج می‌توان دریافت که با افزایش قید سرعت حداکثر، شیب بسیاری از لوله‌ها



شکل ۲ جانمایی مسأله طراحی دوم

نتایج حاصل از حل مسأله با توجه به قیود اشاره شده و با در نظر گرفتن فرمولهای هیدرولیکی هیزین- ویلیامز اصلاح شده و مانینگ با ضریب زبری ثابت توسط مدل‌های بهینه‌سازی مختلف در جدول ۴ خلاصه و با جواب منصورى و خانجانی (۱۳۷۸) مقایسه شده است.

جدول ۴ نتایج هزینه مسأله ۲

هزینه (میلیون ریال)		روش بهینه‌سازی
مانینگ با ضریب زبری ثابت	هیزین- ویلیامز اصلاح شده	
۸۳۱۱۶	۸۲۹۵۰	منصورى و خانجانی (۱۳۷۸)
۸۲۷۳۲/۱	۷۵۶۹۶/۲	غیرخطی به روش BFGS
۸۱۵۵۳/۴	۷۵۶۹۶/۲	غیرخطی به روش فلچر- ریوس
۷۷۷۳۶/۲	۷۲۹۰۱/۲	GA1
۷۹۹۵۵/۸	۷۳۸۶۸/۹	GA2
۸۵۱۰۰/۲	۷۶۴۶۹/۶	GA3

منصورى و خانجانی (۱۳۷۸) با منظور کردن عمق کارگذاری متوسط و اختلاف ارتفاع دو سر لوله به‌عنوان متغیر تصمیم از روش جهات امکان‌پذیر برای حل مسأله مقید مورد نظر استفاده کردند. از آن جا که مدل مورد استفاده منصورى و خانجانی (۱۳۷۸) قطر بهینه را به‌صورت پیوسته به‌دست می‌دهد، لذا تبدیل قطر بهینه پیوسته به قطرهای تجاری از طریق روش پیشنهادی آنان،

به دور شدن از جواب بهینه منجر می‌شود. مدل‌های پیشنهادی ارائه شده با توجه به محاسبه قطر لوله‌ها به‌صورت گسسته در حین فرایند بهینه‌سازی، این نقیصه را برطرف کرده و موجب بهبود جواب‌های حاصل شده است. این موضوع با مقایسه هزینه‌ها در جدول ۴ نشان داده شده است. نتایج حاصل از مدل GA1 به‌عنوان بهترین جواب بدست آمده، نشان دهنده کاهش هزینه‌ها به میزان ۶/۵٪ با استفاده از فرمول مانینگ و ۱۲/۱۱٪ با استفاده از فرمول هیزین- ویلیامز اصلاح شده نسبت به جواب منصورى و خانجانی (۱۳۷۸) است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه امکان استفاده از روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی و الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های فاضلاب با جانمایی مشخص بررسی و مقایسه شده است. نتایج بدست آمده نشان‌دهنده عملکرد مناسب مدل‌های پیشنهادی و به‌ویژه مدل GA1 (با متغیر تصمیم شیب لوله‌ها) بوده است. علت عملکرد نامناسب‌تر مدل‌های GA2 و GA3 در مقایسه با مدل GA1، محدوده وسیع‌تر تغییرات متغیرهای تصمیم در این مدل‌ها بوده است. به‌دلیل گسسته‌سازی این محدوده‌ها به تعدادی نقاط محدود و یافتن جواب بهینه در این نقاط و کوچکتر بودن فاصله نقاط در مدل GA1، طبیعی است که این مدل جواب بهتری را نسبت به سایر مدل‌های ژنتیک بدست می‌آورد.

ASCE, 102(5), pp. 1029-1041.

[12] Gupta A., Mehndiratta S. L. and Khanna, P., (1983), "Gravity wastewater collection systems optimization", J. Envir. Engrg., ASCE, pp. 109, 1195-1209.

[13] Heaney J.P., Wright L.T., Sample D, Field R. and Fan C.Y., (1999), Innovative methods for the Optimization of gravity storm sewer design, *Proc. 8th Int. Conf. on Urban Storm Drainage, Sydney, Australia, 1896-1903*.

[14] Holland M. E., (1966), "Computer model of wastewater collection systems", Water Resources Group, Harvard University, Mass.

[15] Jain A. K., Mohan D. M. and Khanna P. (1978), "Modified Hazen-Williams formula", J. Envir. Engrg., ASCE, 104(1) pp. 137-146.

[16] Kulkarni V. S. and Khanna P., (1985), "Pumped wastewater collection system optimization", J. Envir. Engrg., ASCE, 111(5), pp. 589-601.

[17] Mays L. W. and Wenzel H. G., (1976), "Optimal design of multilevel branching sewer systems", Water Resour. Research, 12(5), pp. 913-917.

[18] Meredith L. B., Bogan R. H., (1973), "Computer-based optimal design of sewer systems", J. Envir. Engrg. Div., ASCE, 99(1), pp. 35-53.

[19] Miles S. W. and Heaney J. P., (1988), "Better than optimal method for designing drainage systems", J. Water Resour. Plng. and Mgmt., ASCE, 114(5) pp. 477-499.

[20] Mohan, D. M. and Khanna P., (1979), "Modified formula gives better sewer design", Water and Sewage Works, pp. 20-22,24.

[21] Robinson D. K. and Labadie J. W., (1981), "Optimal design of urban storm water drainage systems", International Symp. on Urban Hydrology, Hydraulics, and Sediment Control, Univ. of Kentucky, Lexington, Ky., pp. 145-156.

[22] Walsh S. and Brown, L. C., (1973), "Least cost method for sewer designs", J. Envir. Engrg. Div., ASCE, 99(3), pp. 333-345.

[23] Yaghi S., Shiba S., Kaneko M., (1998), "A pump operation method for combined sewer systems using fuzzy control and genetic algorithms", In Proc. Novatech'98 and third international conference on innovative technologies in urban storm drainage, Lyon. Vol. 2, pp. 179-186.

قطر لوله‌ها در تمامی مدل‌های پیشنهادی به صورت گسسته در طی فرایند بهینه‌سازی محاسبه می‌شود. این موجب کاهش مشکلات ناشی از گرد کردن قطرهای پیوسته به قطرهای تجاری و در نتیجه دور شدن از نقطه بهینه می‌شود. این موضوع نیز در مسأله طراحی شماره ۲ به وضوح نشان داده و مقایسه شده است.

۶- منابع

[۱] منصوری، خانجانی (۱۳۷۸)، "بهینه‌سازی شبکه‌های فاضلاب با برنامه‌ریزی غیر خطی"، مجله آب و فاضلاب، شماره ۳۰، صفحات ۳۰-۲۰.

[2] Afshar M.H., A. Afshar M.A. Mariño and A.A.S. Darbandi, (2006), Hydrograph-based storm sewer design optimization by genetic algorithm, *Can. J. Civ. Eng.* 33: pp.319-325.

[3] Argaman Y., Shamir U. and Spivak E., (1973), "Design of optimal sewerage system", J. Envir. Engrg. Div., ASCE, 99(5), pp. 703-716.

[4] Camp T. R., (1946), "Design of sewers to facilitate flow", *Sewerage Works Journal*, 18(1), pp. 3-16.

[5] Cieniawsky S. E., Eheart J. W. and Ranjithan S., (1995), "Using genetic algorithms to solve a multiobjective groundwater monitoring problem", *Wat. Resour. Res.* 31(2), pp. 399-409.

[6] Dajani J. S. S., Hasit Y. and McCullers S. D., (1977), "Mathematical programming in sewer network design", *J. Engrg. Optimization*, 3, pp. 27-35.

[7] DOT user manual, Vanderplaats, Miura and Associates, (1994), <http://www.vander.com>

[8] Elimam A. A., Charalambous C. and Ghobrial F. H., (1989), "Optimum design of large sewer networks", J. Envir. Engrg, ASCE, 115(6), pp. 1171-1190.

[9] Fisher J. M., (1970), "Design of sewer systems", *Proceedings of 6th Annual American Water Resources Conference, Las Vegas, Nev.*

[10] Gill M. A., (1988), "Hydraulics of horseshoe and arch sewers", J. Envir. Engrg., ASCE, 114(1), pp. 179-189.

[11] Gupta J. M., Agarwal S. K. and Khanna, P., (1976), "Optimal design of wastewater collection system", J. Envir. Engrg. Div.,