

ارزیابی نیروی ناشی از پراش امواج منظم خطی روی جسم کروی غوطه‌ور به روش ترکیبی المان مرزی و المان محدود

ریحانه حفیظی^۱، ناصر خاجی^{۲*}، مهدی شفیع‌فر^۳

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران - سازه‌های دریایی، دانشگاه تربیت مدرس
۲- استادیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۳- دانشیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵

nkhaji@modares.ac.ir

چکیده- روشهای محاسباتی پیش‌بینی اثر موج بر سازه‌های دریایی در طراحی و کارکرد مناسب این سازه‌ها از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. در برآورد نیروهای موج بر سازه‌هایی که ابعاد قابل توجهی نسبت به طول موج دارند، باید اثر متقابل سازه و موج مطابق تئوری پراش در نظر گرفته شود. در این تحقیق، به کمک روش المان مرزی، نوعی راه حل قلمروی فرکانس برای پدیده پراش سه‌بعدی ارائه شده که در آن، آثار متقابل امواج دریا و سازه‌های صلب حجیم با شکل دلخواه قابل بررسی است. به منظور سنجش صحت این روش، سازه کروی مستغرق به کمک برنامه المان مرزی تهیه شده، مدل‌سازی شده است. در این برنامه سطح کره با شبکه سازگار گسسته‌سازی شده و برای به‌دست آوردن پتانسیل‌های سرعت و فشارهای هیدرودینامیکی گرهی، روش همگذاری نقطه‌ها به‌کارگرفته شده است. برای استفاده بهینه از مزایای دو روش عددی، روش المان مرزی با روش المان محدود ترکیب شد. در این ترکیب، نرم افزار المان محدود ANSYS، با توجه به قابلیت پیوند آن با برنامه‌های دیگر به کمک زبان پارامتری APDL، مورد استفاده قرار گرفته است. مقایسه نتایج حاصل از روش ترکیبی حاضر با نتایج تئوری فرود- کرلیف بیانگر توانایی مناسب آن است.

کلیدواژگان: اثر موج، تئوری پراش، معادله لاپلاس، تئوری پتانسیل، المان مرزی، المان محدود، مدل ترکیبی.

۱- مقدمه

دارد. زیربنای این روش، شکلی از تئوری گرین^۳ است که در آن پتانسیل سرعت در هر نقطه سیال، توسط پخش سطحی تکنیک‌هایی^۴ بر روی سطوح مرزی بیان می‌شود برای مدل‌سازی و طراحی سکوه‌های شناور در دریا، با این فرض که سازه کاملاً صلب بوده و کل سازه دارای شش درجه آزادی (شامل سه درجه آزادی جابه‌جایی طولی^۵،

در مهندسی سازه‌های دریایی فراساحل برای پیش‌بینی آثار امواج، روشهای عددی در برابر روشهای فیزیکی و آزمایشگاهی جایگاه با اهمیتی یافته‌اند.

روش المان مرزی، که به نام روش معادلات انتگرال مرزی نیز شناخته می‌شود، کاربرد گسترده‌ای در زمینه مدل‌سازی اجسام در محیطهای آیرودینامیکی^۱ و هیدرودینامیکی^۲

3. Green Theorem
4. Singularities
5. Surge

1. Aerodynamics
2. Hydrodynamics

کارهای تحقیقاتی قبلی (تا انتهای دهه ۸۰ میلادی) ارائه کرده‌اند. برای در نظر گرفتن آثار غیرخطی موج، نوعی روش المان مرزی در قلمرو زمان توسعه داده شده که نیروهای موج وارد بر استوانه‌های غوطه‌ور را محاسبه می‌کند (Skourup and Jonsson, 1992; Skotner et al., 1994). در تحقیقی دیگر، (Broderick and Leonard (1995) با استفاده از روش ترکیبی المان مرزی و المان محدود، نیروهای موج وارد بر سازه‌های غشایی را محاسبه کرده‌اند. در یک تانک موج عددی، اندرکنش جریان، موج و سازه به کمک روش المان مرزی سه‌بعدی در قلمرو زمان، مطالعه شده است (Lee and Newman (Buchmann et al., 1998). با استفاده از روش المان مرزی در قلمرو فرکانس، آثار موج بر سازه‌های شناور بسیار بزرگ ۸ را برآورد کرده‌اند. (Hermans (2000 مسأله حل شده توسط Lee and Newman (2000a,b) را با استفاده از روش المان مرزی دویعدی در قلمرو زمان، حل کرده است. برای در نظر گرفتن آثار موج، نوعی روش المان مرزی سه‌بعدی در قلمرو فرکانس توسعه داده شده که نیروهای موج وارد بر استوانه‌های غوطه‌ور را محاسبه می‌کند (Politis et al., 2002). (Zheng et al. (2006 با استفاده از نوعی روش المان مرزی سه‌بعدی در قلمرو فرکانس، آثار موج بر سازه‌های شناور مستطیل‌شکل را محاسبه کرده‌اند.

همانگونه که ملاحظه می‌شود، به‌استثنای مواردی که در آنها آثار غیرخطی موج حائز اهمیت است (به عنوان مثال Skourup and Jonsson, 1992; Skotner et al., 1998; Buchmann et al., 1994)، در اکثر موارد، تحلیل در قلمرو فرکانس بوده است.

از سوی دیگر، در بیشتر تحقیقات از روش المان مرزی به‌تنهایی بهره برده‌اند و تحقیقات کمتری (به عنوان مثال Broderick and Leonard (1995)، به ترکیب این روش با سایر روشهای عددی (مانند روش المان محدود)

عرضی ۱ و قائم ۲، و سه درجه آزادی چرخشی دور محور طولی ۳، عرضی ۴، و قائم ۵) است، روش المان مرزی مسأله هیدرودینامیکی را به‌سهولت حل می‌کند. زیرا تا امروز، نقطه تمرکز اصلی در مدل‌سازی سازه‌های دریایی بزرگ مانند سکوه‌های نیمه مستغرق ۶، اندرکنشی بوده است که با موجهای دریا دارند (Chen and Rahman, 1994).

به منظور بررسی وضعیت تنش‌ها در سازه شناور، به‌ویژه در نقاط حساسی چون محل اتصال پانتون‌های سکوی نیمه‌مستغرق به ستونها و اتصال ستونهای آن به مهارها، توسعه مدلی که دربرگیرنده اثر انعطاف‌پذیری سازه نیز باشد لازم به نظر می‌رسد. در این راستا باید به کمک تئوری الاستیسیته، معادلات حاکم با داشتن جابه‌جایی‌های اجزای سازه بر اثر نیروهای هیدرودینامیکی به‌منظور برآورد مقدار تنشهای سازه‌ای حل شود (Zietsman, 1984).

از آنجا که از یک سو روش المان مرزی در تحلیل نیروهای هیدرودینامیکی و مدل‌سازی قلمروهای بینهایت و نیم‌بینهایت بسیار کارآمد بوده و از سوی دیگر روش المان محدود نیز در تحلیل تنش بسیار توانمند است، یکی از مطمئن‌ترین راهها برای این تحلیل چندمنظوره (که هم مقدار نیروهای هیدرودینامیکی بر شناور و در نتیجه حرکت‌های آن، و هم میدانهای تنش سازه در آن معلوم شوند) می‌تواند ترکیب روشهای المان محدود و المان مرزی ۷ باشد (Broderick and Leonard, 1990).

در این قسمت به مرور پیشینه علمی تحقیق در کاربرد روش المان مرزی برای حل مسأله اندرکنش موج و سازه پرداخته می‌شود. سعی شده است که در این مرور به تحقیقات مهمتر و جدیدتر پرداخته شود.

Broderick and Leonard (1990) مرور جامعی از

1. Sway
2. Heave
3. Roll
4. Pitch
5. Yaw
6. Semi-Submersible Platforms
7. Hybrid Finite-Boundary Element Method

8. Very Large Floating Structure (VLFS)

اگر در یک مسأله، معادله لاپلاس برای مجموعه مناسبی از شرایط مرزی حل و پتانسیل سرعت ϕ معلوم شود، با معادله برنولی (۲) فشار را هم می‌توان تعیین کرد.

$$p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho [u^2 + v^2 + w^2] = cte \quad (2)$$

که در آن ρ چگالی جرمی موج، g شتاب جاذبه، p فشار، و u ، v و w سه هم‌نه سرعت ذره سیال در دستگاه مختصات کارتزین مستطیلی $OXYZ$ است.

دستگاه مختصات چنان انتخاب می‌گردد که مبدا O روی سطح ثابت آزاد و محور x در امتداد موج و در جهت انتشار موج مثبت باشد و محور z قائم بر سطح آزاد، به سمت بالا مثبت و محور y تکمیل‌کننده دستگاه مختصات راستگرد باشد.

پتانسیل موج باید علاوه بر برآورده ساختن معادله لاپلاس (۱)، شرایط مرزی سینماتیکی و دینامیکی سطح آزاد و شرط مرزی بستر دریا (به ترتیب (۳)، (۴)، و (۵)) را نیز ارضا کند:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad z = \eta \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g\eta = 0 \quad z = \eta \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad z = -d \quad (5)$$

که در آن، η ارتفاع موج در هر نقطه از سطح ثابت متوسط دریا و d عمق آب است.

۳- نیروی موج بر سازه‌ها

با توجه به طبیعت تصادفی^۶ موج‌های دریایی و اقیانوسی و عدم کفایت تئوری‌های موج (حتی تئوری‌های غیرخطی با مرتبه‌های بالا) برای توصیف طبیعت موج دریا، بررسی اثرهای آن بر سازه‌های فراساحلی دشوار است. با وجود این، برخی تئوری‌های موجود، در کنار درک پدیده اندرکنش از طریق مطالعات تحلیلی، نتایج آزمایشگاهی و

پرداخته‌اند.

در تحقیق حاضر تلاش می‌شود که با بهره‌گیری از مزایای روش‌های ترکیبی (که در مقدمه اشاره شد) فرمول‌بندی روش ترکیبی المان مرزی و المان محدود سه‌بعدی در قلمرو فرکانس را برای حل مسأله پراش (یا تفرق)، امواج پیرامون اجسام غوطه‌ور ارائه نماید.

۲- معادلات حاکم

یکی از مهمترین مسائل در طراحی سازه‌های دریایی، تعیین نیروهای موج وارد بر سازه است. در این ارتباط، هم موج‌های محلی^۲ و هم موج‌های کلی^۳ اهمیت دارند. بار محلی موج‌ها در رابطه با انسجام و یکپارچگی سازه و ملاحظات مربوط به خستگی، و بار کلی موج‌ها در رابطه با پایداری کلی سازه نقش تعیین‌کننده‌ای دارند. در تعیین بار وارد از موج‌ها بر چنین سازه‌های حجیمی، تأثیر حضور سازه بر روی موج، یا به عبارتی پراش موج، باید در نظر گرفته شود در حالی که آثار لزجت^۴ ناچیز انگاشته می‌شود (Oortmerssen, 1996).

در تدوین هر تئوری موج، یک مسأله مقدار مرزی^۵ (که شامل معادله دیفرانسیل و تعدادی شرایط مرزی مشخص که گویای مرزهای مسأله می‌شود) با تقریب قابل قبولی حل می‌شود. در بسط تئوری‌های موج، غیرقابل تراکم و پیوسته‌بودن جریان جزو فرضهای اصلی مسأله است. در مسأله موج‌های دریا، معادله پیوستگی منشأ معادله دیفرانسیل اساسی حرکت موج است. می‌توان نشان داد (Oortmerssen, 1996) که با توجه به شرایط مفروض، معادله پیوستگی به شکل معادله لاپلاس است:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

که در آن تابع پتانسیل ϕ ، تابعی از مختصات و زمان است.

1. Diffraction
2. Local Waves
3. Global Waves
4. Viscous Effects
5. Boundary Value Problem

6. Random

SO عمق استغراق، a شعاع کره، Ch و Cv ضرایب نیروی افقی و قائم فرود- کرلیف، g شتاب جاذبه زمین، و Fx و Fy نیروهای افقی و قائم بر روی سازه مستغرق است (Chakrabarti, 1994).

۴- روش انتگرال مرزی برای محاسبه اثر امواج

در این بخش، فرمول‌بندی عمومی روش انتگرال مرزی برای مسأله هیدرودینامیکی سازه شناور ارائه می‌شود. این فرمول‌بندی عمومی بر حسب تئوری خطی پتانسیل، برای سازه‌ها در آب عمیق یا کم عمق معتبر است.

اگر تحلیل در قلمرو فرکانس انجام شود، میدان جریان را به کمک پتانسیل سرعت به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) e^{-i\omega t} \quad (8)$$

تابع پتانسیل ϕ به میدان‌های موج تشکیل‌دهنده آن، یعنی میدان‌های موج تابیده شده ϕ_i و پراش شده ϕ_d ، تفکیک می‌شود:

$$\phi = -i\omega(\phi_i + \phi_d)\eta_a \quad (9)$$

که در آن η_a دامنه موج است. علاوه بر شرایط مرزی (۳) تا (۵)، پتانسیل ϕ_d باید شرایط مرزی را در دوردست (بی‌نهایت) برآورده سازد. مطابق این شرط که به شرط تابش (سامرفلد)^۴ موسوم است، پتانسیل ϕ_d باید در فاصله دور از سازه ناپدید شود (به بیان ساده، موج دورشونده دیگر بازنگردد). اگر r را به عنوان فاصله از مرکز سازه در تمام جهات تعریف کنیم، شرط تابش سامرفلد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \phi_d}{\partial r} \pm i\lambda \phi_d \right) = 0 \quad (10)$$

که در آن، λ مقدار ویژه و $i = \sqrt{-1}$ است.

با تعیین میدان پتانسیل مجهول ϕ_d ، فشار هیدرودینامیکی وارد بر هر سطح معین از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$p(x, y, z, t) = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho \omega^2 (\phi_i + \phi_d) \eta_a \quad (11)$$

اندازه‌گیری‌های دریایی در پیش‌بینی بار موج بر روی دسته‌ای از سازه‌های فراساحلی تخمین‌های نسبتاً دقیقی را فراهم می‌سازند.

در مواردی که سازه نسبت به طول موج دریا ابعاد قابل توجهی دارد، حضور سازه سبب ایجاد تغییراتی در میدان موج اطراف سازه می‌شود. در واقع موج برخوردکننده به سازه دچار پراش شده و به صورت موجی از مرتبه خود از سطح سازه بازتابش می‌کند. در این حالت، پراش موج‌ها از روی سطح سازه نیز باید در محاسبه نیروی موج‌ها بر سازه در نظر گرفته شود. این تئوری عموماً به نام تئوری پراش^۱ شناخته می‌شود.

اگر جدایی جریان پس از عبور از سازه انجام نشود (سازه خیلی نسبت به طول موج کوچک نباشد) و نیز بازتابش قابل توجهی از سطح سازه مشاهده نشود (سازه خیلی نسبت به طول موج بزرگ نباشد)، می‌توان تئوری فرود-کرلیف^۲ را در قالب تئوری پتانسیل به کار برد. در این حالت، نیروهای درگ^۳ کوچک بوده و نیروهای اینرسی تعیین‌کننده‌تر هستند. این تئوری با محاسبه فشار موج برخوردی و به‌کارگیری روش فشار-مساحت بر روی سطح سازه، نیروها را بدست می‌دهد. یک برتری این روش آن است که تعیین ضرایب نیرو عموماً به‌سادگی میسر است و پاسخهای تحلیلی برای پیکربندی‌های متقارن ویژه‌ای وجود دارد. مطابق تئوری فرود-کرلیف، نیروهای افقی و قائم وارد بر کره مستغرق از رابطه‌های (۶) و (۷) به دست می‌آیند:

$$F_x = C_h \frac{2\rho g H a^3}{3 \cosh kd} \cosh ks_o \sin \omega t \quad (6)$$

$$F_z = C_v \frac{2\rho g H a^3}{3 \cosh kd} \sinh ks_o \cos \omega t \quad (7)$$

که در آن H ارتفاع موج دریا، t زمان، ω سرعت زاویه‌ای موج، k عدد موج، d عمق دریا، ρ جرم ویژه آب دریا،

1. Diffraction Theory
2. Froude-Krylov
3. Drag Forces

4. Radiation (Sommerfeld) Condition

$$-\frac{\partial \phi_o}{\partial n} = -\frac{1}{2} \sigma_d(\vec{x}) + \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma_d(\vec{x}_o) \frac{\partial}{\partial n} G_d(\vec{x}, \vec{x}_o) dS \quad (13)$$

که در آن، σ_d و G_d به ترتیب قدرت چشمه و تابع گرین مربوط به پتانسیل موج پراش شده ϕ_d است.

۴-۱- تابع گرین

توابع گرین دسته ویژه‌ای از تابع‌های همساز^۷ بوده و در نقطه دلخواه \vec{x}_o تکین هستند. بدین ترتیب می‌توان گفت تابع‌های گرین معادله سه‌بعدی لاپلاس، معادله لاپلاس ضربه‌ای تکینه^۸ را برآورده می‌سازند (Pozrikidis, 2002):

$$\nabla^2 G(\vec{x}, \vec{x}_o) + \delta_3(\vec{x} - \vec{x}_o) = 0 \quad (14)$$

که در آن \vec{x} نقطه متغیر میدان^۹، \vec{x}_o موقعیت ثابت نقطه تکین (یا قطب)، و $\delta_3(\vec{x} - \vec{x}_o)$ که شکل آشکارتر آن، $\delta_3(x - x_o, y - y_o, z - z_o)$ است، تابع دلتای دیراک^{۱۰} سه‌بعدی است.

حجم کنترل تکی یا مرکب V_c ، محصور در سطح بسته (یا مجموعه‌ای از سطوح بسته) D را در نظر می‌گیریم. سطح S_G وابسته به تابع گرین می‌تواند یکی از این سطوح باشد. با فرض این که همه سطوح هموار^{۱۱} و فاقد گوشه‌های مخروطی یا تیز باشند، با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۴)، با توجه به تئوری دیورژانس و ویژگیهای تابع دلتای دیراک سه‌بعدی، خواهیم دید که رابطه زیر یکی از ویژگیهای انتگرالی تابع گرین است:

$$\int_D \vec{n}(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla} G(\vec{x}, \vec{x}_o) dS(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & \vec{x}_o \in V_c \\ 1/2 & \vec{x}_o \in D \\ 0 & \vec{x}_o \notin V_c \end{cases} \quad (15)$$

روش انتگرال مرزی بر پایه تخمین پتانسیل سرعت به کمک چیدمان نقاط تکین^۱ استوار است. عموماً این تئوری ما را به حل یک معادله انتگرالی برای به‌دست آوردن قدرت نامعلوم یک چشمه^۲ یا یک لنگر دوقطبی^۳ راهنمایی می‌کند.

روشی که کاربرد گسترده‌ای در مسائل سه بعدی پراش در سازه‌های بزرگ فراساحلی دارد، با استفاده از چیدمان و تپیدن^۴ چشمه‌هایی بر روی سطح تر سازه، محیط شناور را مدل می‌کند. پتانسیل چشمه به کمک تابع گرین^۵ که معادله لاپلاس و شرایط مرزی در سطح آزاد آب، بستر دریا و دوردست را برآورده می‌سازد، توصیف می‌شود. پژوهشگران متعددی روشهای مختلفی را در راستای توصیف چشمه‌ها و فرمول‌بندی تابع گرین‌های معتبر در محیط سازه شناور ارائه کرده‌اند (Lebreton and Cormault, 1969; Garrison and Chow, 1972; Newman, 1985; Peter and Meylan, 2004)

تابع پتانسیل ϕ را می‌توان با چیدمان پیوسته‌ای از چشمه‌های تکین بر روی سطح مرزی S نمایش داد (Lamb, 1993):

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma(\vec{x}_o) G(\vec{x}, \vec{x}_o) dS \quad (12)$$

که در آن $G(\vec{x}, \vec{x}_o)$ مقدار تابع گرین چشمه تکین است که در نقطه $\vec{x} = (x, y, z)$ اندازه‌گیری می‌شود. این چشمه در نقطه $\vec{x}_o = (x_o, y_o, z_o)$ قرار دارد. به بیان دیگر، \vec{x} بردار بیانگر سطح S است. همچنین $\sigma(\vec{x}_o)$ قدرت مختلط چشمه^۶ است.

تابع مجهول قدرت چشمه σ باید چنان تعیین شود که شرط مرزی سطح جسم شناور برآورده شود (Oortmerssen, 1996):

1. Singular Points
2. Source
3. Dipole Moment
4. Pulsating Sources
5. Green's Function
6. Complex Source Strength

7. Harmonic
8. Singularly Impulsive Laplace Equation
9. Field Point
10. Dirac's Delta Function
11. Smooth

نشان‌دهنده توزیع میدان تمرکز ناشی از چشمه (اغتشاش) نقطه‌ای یک دوقطبی واقع در نقطه \vec{x}_0 است. جهت و قدرت دوقطبی به ترتیب با جهت و بزرگی بردار \vec{d} مشخص می‌شوند (Pozrikidis, 2002).

۳-۴- توصیف انتگرالی محیط

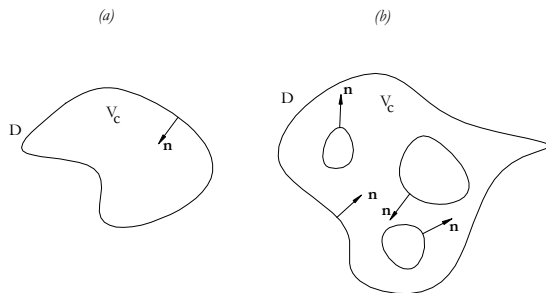
با بهره‌گیری از ویژگیهای تابع گرین و با توجه به رابطه (۱۵) برای تابع همساز غیرتکین $\phi(\vec{x})$ و نیز تابع گرین $G(\vec{x}, \vec{x}_0)$ که معادله لاپلاس (۱) را برآورده می‌سازند، داریم:

$$\phi(\vec{x})\delta_3(\vec{x} - \vec{x}_0) = \vec{\nabla} \cdot [G(\vec{x}, \vec{x}_0)\vec{\nabla}\phi(\vec{x}) - \phi(\vec{x})\vec{\nabla}G(\vec{x}, \vec{x}_0)] \quad (21)$$

اگر حجم کنترل V_c را مطابق شکل ۱ محصور در سطح (یا مجموعه سطوح) بسته D در نظر بگیریم، هنگامی که قطب تابع گرین، \vec{x}_0 ، خارج از V_c واقع باشد، ترم سمت چپ رابطه (۲۱) سرتاسر V_c غیرتکین خواهد بود. با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۱) و به‌کارگیری تئوری دیورژانس داریم:

$$\int_D [G(\vec{x}, \vec{x}_0)\vec{\nabla}\phi(\vec{x}) - \phi(\vec{x})\vec{\nabla}G(\vec{x}, \vec{x}_0)] \cdot \vec{n}(\vec{x}) dS(\vec{x}) = 0 \quad (22)$$

که در آن dS دیفرانسیل سطح D است.



شکل ۱ حجم کنترل محصور توسط سطح بسته (a) و مجموعه‌ای از سطوح بسته (b). بردار نرمال \vec{n} به سمت درون حجم کنترل است.

انتگرال ناگویای^۱ سمت چپ رابطه (۱۵) هنگامی که \vec{x}_0 روی مرز D قرار داشته باشد، یک انتگرال مقدار اساسی^۲ (PV) نامیده می‌شود:

$$\int_D \vec{n}(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla}G(\vec{x}, \vec{x}_0) dS(\vec{x}) = \int_D^{PV} \vec{n}(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla}G(\vec{x}, \vec{x}_0) dS(\vec{x}) \pm \frac{1}{2} \quad (16)$$

از میان توابع گرین موجود، تابع گرین چشمه تکین در \vec{x}_0 که شرایط مرزی سطح آزاد، بستر و دوردست را برآورده سازد، به صورت زیر است (Pozrikidis, 2002):

$$G(\vec{x}, \vec{x}_0) = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} + PV \int_0^\infty \frac{2(\xi + \nu)e^{-\xi d} \cosh \xi(z_0 + d) \cosh \xi(z + d)}{\xi \sinh \xi d - \nu \cosh \xi d} \cdot J_0(\xi R) d\xi + i \frac{2\pi(\kappa^2 - \nu^2) \cosh \kappa(z_0 + d) \cosh \kappa(z + d)}{\kappa^2 d - \nu^2 d + \nu} + J_0(\kappa R) \quad (17)$$

که در آن:

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} \\ r' = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z+2d+z_0)^2} \quad (18) \\ R = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$$

۲-۴- دوقطبی تابع گرین

با مشتق‌گیری از تابع گرین نسبت به مختصات نقطه تکین، تکنیکه‌ای برداری به نام دوقطبی تابع گرین به دست می‌آید که در رابطه زیر آورده شده است:

$$\vec{G}^d \equiv \vec{\nabla}_o G(\vec{x}, \vec{x}_0) = \left[\frac{\partial G(\vec{x}, \vec{x}_0)}{\partial x_o}, \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{x}_0)}{\partial y_o}, \frac{\partial G(\vec{x}, \vec{x}_0)}{\partial z_o} \right]^T \quad (19)$$

که در آن، زیرنویس o نشان‌دهنده مشتق‌گیری نسبت به هم‌نه‌های مختصات کارترین \vec{x}_0 است.

از نظر فیزیکی، میدان اسکالر زیر

$$\phi(\vec{x}, \vec{x}_0) = \vec{d} \cdot \vec{\nabla}_o G(\vec{x}, \vec{x}_0) \quad (20)$$

1. Improper Integral
2. Principal Value (PV) Integral

المان‌ها و رسیدن به دستگاه معادله‌های خطی و برآورده ساختن معادله‌های انتگرالی گسسته می‌شود. برای حل عددی رابطه (۲۳)، سطح S به تعدادی المان‌های محدود دو بعدی تقسیم می‌شود (Beer, 2001). قدرت چشمه بر روی هر یک از این المان‌ها ثابت فرض می‌شود. همچنین شرط مرزی در یک نقطه کنترل (که مرکز المان است) روی هر المان اعمال می‌شود.

۵-۱- گسسته‌سازی

برای حل معادله انتگرال مرزی (۲۳) به روش المان مرزی باید سطح D را به مجموعه‌ای از N المان مرزی (که هر یک با E_i نشان داده می‌شوند، که در آن $i=1,2,\dots,N$) گسسته کرد؛ سپس برای دست‌یابی به معادله محیط گسسته شده (۲۴)، انتگرال‌های روی سطح D را با مجموع انتگرال‌های روی المان‌های مرزی جایگزین کرد:

$$\phi(\bar{x}_o) = -\sum_{i=1}^N \int_{E_i} G(\bar{x}_o, \bar{x}) [\bar{n}(\bar{x}) \cdot \bar{\nabla} \phi(\bar{x})] dS(\bar{x}) + \sum_{i=1}^N \int_{E_i} \phi(\bar{x}) [\bar{n}(\bar{x}) \cdot \nabla G(\bar{x}_o, \bar{x})] dS(\bar{x}) \quad (24)$$

هر سطح باز یا بسته سه‌بعدی را می‌توان با تقسیم به المان‌های مثلثی مسطح یا خمیده، مثلث‌بندی^۵ کرد. هر المان نیز به کمک گروهی از گره‌های المانی تعریف می‌شوند. مجموعه این المان‌ها شبکه سطحی^۶ بدون ساختاری^۷ را با کمک گره‌های کلی^۸ شبکه مشخص می‌سازد. با توجه به آنکه در این تحقیق یک جسم کروی بررسی شده است، در این قسمت نحوه گسسته‌سازی سطح کره به شبکه موردنظر تشریح می‌شود.

برای مثلث‌بندی سطح کره، یک چهاروجهی، هشت‌وجهی، یا بیست‌وجهی منتظم محاط در کره مشخص شده و به صورت بازگشتی، با متصل کردن

از طرف دیگر هنگامی که قطب \bar{x}_o درون V_c باشد، جمله سمت چپ رابطه (۲۱) در نقطه \bar{x}_o تکین می‌شود. با بهره‌گیری از ویژگی‌های تابع دلتای دیراک در سه‌بعد برای انتگرال‌گیری و همچنین متقارن بودن تابع گرین (که این امکان را می‌دهد که ترتیب متغیرهای آن را عوض کنیم، یعنی $G(\bar{x}_o, \bar{x}) = G(\bar{x}, \bar{x}_o)$) خواهیم داشت:

$$\phi(\bar{x}_o) = -\int_D G(\bar{x}_o, \bar{x}) [\bar{n}(\bar{x}) \cdot \bar{\nabla} \phi(\bar{x})] dS(\bar{x}) + \int_D \phi(\bar{x}) [\bar{n}(\bar{x}) \cdot \bar{\nabla} G(\bar{x}_o, \bar{x})] dS(\bar{x}) \quad (23)$$

به طوری که مطابق شکل (۱)، بردار نرمال \bar{n} به سمت درون حجم کنترل محصور شده در سطح D است. معادله (۲۳) نمایش انتگرال مرزی تابع همساز بر حسب مقدارهای مرزی و توزیع مرزی مشتق نرمال آن را ارائه می‌دهد. برای محاسبه ϕ در نقطه معین \bar{x}_o واقع در درون حجم کنترل انتخاب شده، به سادگی دو انتگرال موجود روی سطح D در سمت راست (۲۳) را محاسبه می‌کنیم. دو انتگرال سمت راست (۲۳) نشان‌دهنده پخش تک‌قطبی‌ها و دوقطبی‌های نرمال بر مرزهای حجم کنترل تابع گرین بر روی مرزها (یا به بیان دیگر، پخش مرزی چشمه‌های نقطه‌ای ساده و دوقطبی^۱) هستند. این دو انتگرال به نام پتانسیل همساز تک لایه^۲ و دولایه^۳ خوانده می‌شوند. چگالی (قدرت در واحد سطح) این پتانسیل‌ها به ترتیب برابر با پخش مرزی مشتق نرمال و مقدارهای مرزی پتانسیل همساز هستند.

۵- حل عددی معادله‌های انتگرالی

راهکار کلی به‌کارگیری روش المان مرزی برای حل معادله‌های حاکم بر محیط سه بعدی شامل گسسته‌سازی^۴ مرزهای حجم کنترل انتخاب شده به المان‌های دو بعدی مسطح یا خمیده، تخمین تابع مجهول بر روی تک‌تک

5. Triangulation
6. Surface Grid
7. Unstructured
8. Global

1. Point Sources & Point Source Dipoles
2. Single-Layer Harmonic Potential
3. Double-Layer Harmonic Potential
4. Discretization

پس از مشخص کردن المان‌های مرزی، نوبت به معرفی تخمین‌های محلی برای پخش تابع همساز ϕ و مشتق نرمال آن، $\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \phi$ می‌رسد. در ساده‌ترین حالت، هر دو توزیع را به صورت تابع‌هایی که مقدارشان بر روی هر المان ثابت بوده و به ترتیب با ϕ_i و $(\partial\phi/\partial n)_i$ نشان داده می‌شوند، تخمین می‌زنیم که در آنها $i=1,2,\dots,N$. از این‌رو، معادله‌های گسسته المان مرزی برای نقطه \vec{x}_o که بر روی یکی از المان‌های مرزی قرار دارد به صورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} \phi(\vec{x}_o) = & -2 \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_i \cdot \int_{E_i} G(\vec{x}, \vec{x}_o) dS(\vec{x}) \\ & + 2 \sum_{i=1}^N \phi_i \int_{E_i}^{PV} [\vec{n}(\vec{x}) \cdot \nabla G(\vec{x}, \vec{x}_o)] dS(\vec{x}) \end{aligned} \quad (25)$$

۵-۲- هم‌جایی نقطه‌ها^۱

برای محاسبه مقدارهای مجهول تابع ϕ یا مشتق نرمال آن، معادله انتگرالی گسسته (۲۵) را در نقطه میانی هر المان مرزی (که با \vec{x}_j^M نشان داده می‌شود و $j=1,2,\dots,N$ است) اعمال می‌کنیم. با قرار دادن $\phi(\vec{x}_j^M) = \phi_j$ و $\phi_i = \delta_{ij} \phi_j$ ، و سپس بازنویسی رابطه (۲۵)، به دستگاه معادلات جبری (۲۶) می‌رسیم:

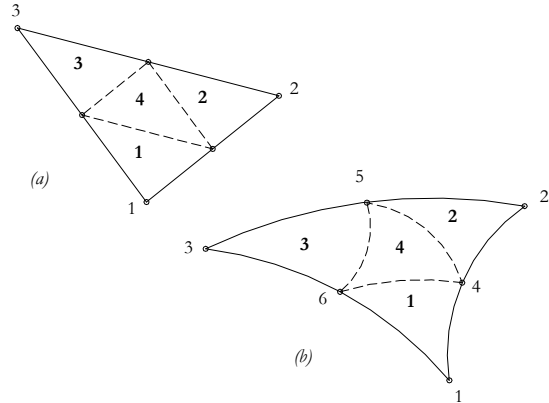
$$(A_{ij} - \frac{1}{2} \delta_{ij}) \phi_j = B_{ji} \left(\frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_i \quad (26)$$

که در آن δ_{ij} دلتای کرونیگر^۲ است و زیرنویس تکرار شده i دلالت بر جمع درایه‌ها در هر دو سمت رابطه (۲۶) دارد. ماتریس ضرایب A_{ij} و B_{ij} که در رابطه بالا آمده‌اند، به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned} A_{ij} & \equiv \int_{E_i}^{PV} [\vec{n}(\vec{x}) \cdot \vec{\nabla} G(\vec{x}, \vec{x}_j^M)] \cdot dS(\vec{x}) \\ B_{ij} & \equiv \int_{E_i} G(\vec{x}, \vec{x}_j^M) dS(\vec{x}) \end{aligned} \quad (27)$$

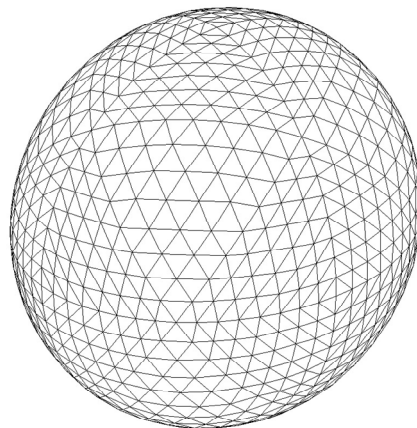
رابطه (۲۶) با مشخص کردن مقدارهای ϕ_i در هر المان، دستگاه معادلات خطی برای به دست آوردن مقدارهای

نقطه‌های میانی سه لبه هر یک از وجوه، سطح وجوه چندوجهی به چهار وجه جدید تقسیم می‌شود. به عنوان نمونه، مثلث‌بندی یکی از وجوه یک چهاروجهی منتظم در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ تقسیم مثلث (a) مسطح و (b) خمیده ۶ گرهی به چهار مثلث جدید

چهار، هشت و بیست وجهی فضایی، کم‌مرتبه‌ترین چندوجهی‌هایی هستند که وجوهشان مثلث‌های متساوی‌الاضلاع است. به منظور به دست آوردن شبکه نهایی، در پایان (یا به طور ضمنی) مطابق شکل ۳ نقطه‌های جدید به دست آمده همراه با نقطه‌های میانی، بر روی سطح کره تصویر می‌شوند.



شکل ۳ مثلث‌بندی کره با تقسیم پیاپی هشت وجهی منتظم

1. Point Collocation
2. Kronecker's Delta

$(\partial\phi/\partial n)_i$ فراهم می‌کند، و بعکس.

مهندسیین مشاور GVA سوئد برای پروژه ملی سکوی نیمه مستغرق ایران البرز (به عنوان نمونه) در جدول ۱ در نظر گرفته شده است (Pederson and Mathias, 2002).

۶- برنامه روش المان مرزی

در این تحقیق، برای حل معادلات حاکم بر قلمروی سیال به روش المان مرزی، برنامه‌ای براساس BEM نوشته شده است.

با فرض این که شرایط مرزی سطح آزاد به جای سطح نوسان‌کننده، در سطح ثابت متوسط دریا برآورده می‌شوند، می‌توان پتانسیل را مطابق رابطه (۲۸) به دست آورد (Chakrabarti, 1994; Lamb, 1993):

$$\phi = \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh \kappa(z+d)}{\cosh \kappa d} \sin(\kappa x - \omega t) \quad (28)$$

که در آن κ عدد موج^۱ (برابر $2\pi/\lambda$ که λ طول موج است) و ω فرکانس موج (برابر $2\pi/T$ که T دوره تناوب موج است) می‌باشد.

در برنامه BEM، هم‌نه‌های حقیقی و موهومی پتانسیل موج دریا در گره‌ها، مطابق رابطه (۲۸)، به‌ازای پارامترهای محیطی موج‌های دریای خزر (به‌عنوان نمونه) که در مرجع شماره [۲۲] آمده است، محاسبه می‌شود. سپس فشارهای هیدرودینامیکی ناشی از برهم‌گذاری^۲ پتانسیل‌های موج دریا و همچنین محیط نیمه بی‌نهایت با کمک تئوری برنولی و رابطه (۹) به دست می‌آید.

در این برنامه کره سه بعدی شناور (همان‌گونه که در بخش ۵-۱ تشریح شد) به کمک روش تقسیم پیاپی^۳ مثلث‌بندی می‌شود. سپس سطح شبکه به کمک برچسب‌های اسکالر^۴ و جدول‌های پیوستگی^۵ که در فرایند مثلث‌بندی تولید می‌شوند، توصیف می‌گردد.

۶-۱- داده‌های ورودی برنامه BEM

پارامترهای محیطی دریا و موج مطابق مدارک طراحی

جدول ۱ پارامترهای محیطی موج دریای خزر

پارامتر محیطی		دوره بازگشت (سال)		
		۱	۱۰	۱۰۰
H_{max}	بیشینه ارتفاع موج (m)	۷/۰	۱۲/۹	۱۴/۰
T_{hmax}	دوره تناوب متناظر با بیشینه ارتفاع موج (s)	۹/۴	۱۰/۶	۱۱/۵
H_s	ارتفاع موج مشخصه ^۶	۵/۶	۷/۲	۸/۴
T_z	دوره تناوب Zero up-crossing (s)	-	-	-
T_p	دوره تناوب بیشینه متناظر با ارتفاع موج مشخصه (s)	۱۰/۴	۱۱/۸	۱۲/۸
	سرعت باد ۱ دقیقه‌ای (m/s)	۲۲/۰	۲۹/۰	۳۸/۰
	سرعت جریان سطحی (m/s)	۰/۸۶	۱/۰	۱/۲۶

با توجه به نقشه آبنگاری دریای خزر که توسط سازمان جغرافیایی نیروهای مسلح تهیه شده، عمق دریا در محل سکوی نیمه مستغرق ایران البرز حدود ۷۰۰ متر در نظر گرفته شده است. جرم ویژه آب دریا در محاسبات برابر $1/01 \text{ t/m}^3$ است.

۶-۲- داده‌های خروجی برنامه BEM

برنامه BEM برای شش تحلیل هارمونیک به ازای پارامترهای موج‌های مختلف مطابق جدول ۲، با حل معادله‌های حاکم بر محیط مسأله، سه دسته داده‌های زیر را فراهم می‌سازد:

الف) داده‌های هندسی:

- شماره گره‌ها و مختصات هر یک در دستگاه مختصات کلی،
- شماره المان‌ها و گره‌های آنها (داده‌های پیوستگی^۱ المان‌ها).

1. Wave Number
2. Superposition
3. Successive Subdivision
4. Scalar Labels
5. Connectivity Tables

6. Significant Wave Height

۷-۱- محاسبه بارها و واکنش‌های گرهی

بارهای استاتیکی، میرایی و اینرسی درگره‌های هر المان به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$\{F_1^m\}_e = \Omega^2 [M_e] \{u_1\}_e \quad (30)$$

$$\{F_2^m\}_e = \Omega^2 [M_e] \{u_2\}_e \quad (31)$$

$$\{F_1^c\}_e = -\Omega [C_e] \{u_2\}_e \quad (32)$$

$$\{F_2^c\}_e = -\Omega [C_e] \{u_1\}_e \quad (33)$$

$$\{F_1^k\}_e = [K_e] \{u_1\}_e \quad (34)$$

$$\{F_2^k\}_e = [K_e] \{u_2\}_e \quad (35)$$

که در آن Ω فرکانس چرخشی نیروهای اعمال شده، زیرنویس ۱ مربوط به همنه‌های حقیقی، زیرنویس ۲ مربوط به همنه‌های موهومی، بالانویس m مربوط به نیروهای اینرسی، بالانویس c مربوط به نیروهای میرایی، و بالانویس k مربوط به نیروهای ارتجاعی است. زیرنویس e نشان‌دهنده بردارها و ماتریس‌های هر المان است.

۷-۲- ترکیب روشهای المان مرزی و المان

محدود

در این تحقیق، پیوند (ترکیب) برنامه BEM با نرم‌افزار المان محدود ANSYS از طریق زبان APDL انجام شده است. همانگونه که قبلاً نیز بیان شد، برای نشان دادن جنبه‌های مختلف مدل ریاضی حاضر، پدیده پراش امواج پیرامون یک کره غوطه‌ور مطالعه می‌شود. در برنامه APDL، مدل یک کره به شعاع ۲۵ متر که در عمق ۴۰ متری دریایی به عمق ۷۰۰ متر با موج‌ها و پارامترهای محیطی جدول ۱ مستغرق است (با معرفی ویژگیهای مصالح پوسته از جمله مدول الاستیسیته، نسبت پواسون، چگالی و ضخامت)، معرفی می‌شود. ۱۰۲۶ گره تحلیل المان مرزی با شماره و مختصات X، Y و Z و همچنین

(ب) پتانسیل سرعت ذره‌های سیال:

- پتانسیل سرعت ناشی از حل محیط نیمه بی‌نهایت سیال (که فقط دارای همنه حقیقی است)،

- پتانسیل سرعت در اثر موج دریا (همنه حقیقی و موهومی) برای موج‌های مشخص شده در جدول ۲.

(پ) فشارهای هیدرودینامیکی:

- فشارهای هیدرودینامیکی ناشی از حل محیط نیمه بی‌نهایت سیال (که فقط دارای همنه موهومی است)،

- فشارهای هیدرودینامیکی در اثر موج دریا (همنه حقیقی و موهومی) برای موج‌های مشخص شده در جدول ۲.

جدول ۲ پارامترهای موج در هر تحلیل برنامه المان مرزی

تحلیل هارمونیک	H (m)	T (s)
I	۵/۶	۱۰/۴
II	۷/۰	۹/۴
III	۷/۲	۱۱/۸
IV	۸/۴	۱۲/۸
V	۱۲/۹	۱۰/۶
VI	۱۴/۰	۱۱/۵

۷-۳- تحلیل هارمونیک به کمک روش المان

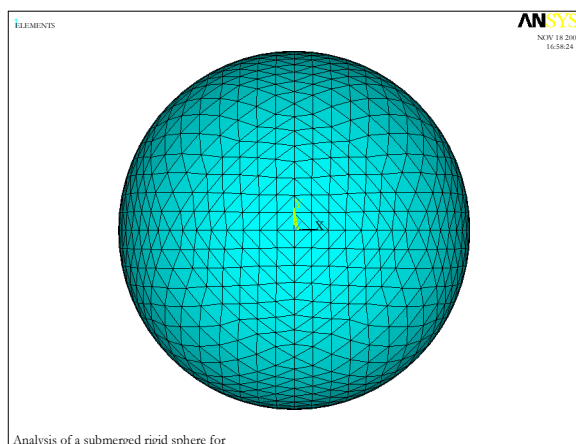
محدود

برای بررسی تغییر مکانها و نیروهای وارد بر سازه‌هایی که تحت تأثیر نیروهای نوسانی هستند، باید معادله‌های حرکت وابسته به زمان (۲۹) را حل کرد (Zienkiewicz and Taylor, 1989):

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F^a\} \quad (29)$$

که در آن $[M]$ ماتریس جرم سازه، $[C]$ ماتریس میرایی آن، $[K]$ ماتریس سختی سازه، $\{\ddot{u}\}$ بردار شتاب گرهی، $\{\dot{u}\}$ بردار سرعت گرهی، $\{u\}$ بردار جابه‌جایی گرهی و $\{F^a\}$ بردار نیروی اعمال شده است.

فروود- کریلف مقایسه شده است. همانگونه که از جدول ۳ و شکل‌های ۶ و ۷ دیده می‌شود، اختلافی در حدود ۲ تا ۱۲ درصد بین هم‌نه‌های متناظر نیروهای افقی و قائم در شش حالت تحلیل مشاهده می‌شود. این اختلاف را می‌توان در دلایل احتمالی زیر ردیابی کرد:



شکل ۵ المان‌های پوسته‌ای سازه کروی مستغرق در آنالیز المان محدود

- تقریب به‌کار رفته در جمله‌های تابع گرین. همانگونه که در بخش ۵-۱ اشاره شده، توابع گرین دیگری نیز وجود دارند که رابطه (۱۴) را برآورده می‌کنند. آزمایش آن توابع می‌تواند در بررسی صحت جوابهای به‌دست آمده مؤثر باشد.

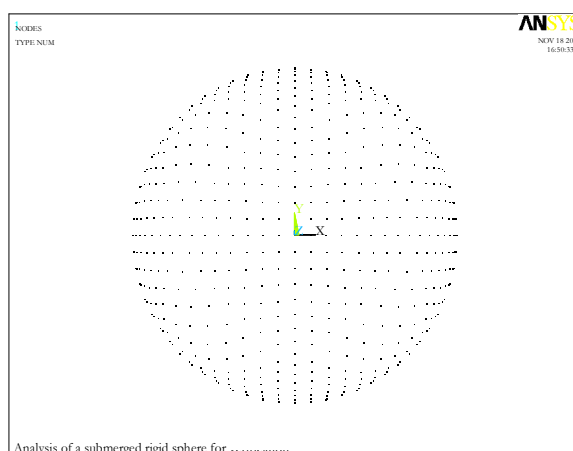
- فرضیات ساده کننده موجود در تئوری فروود- کریلف، از جمله، صرف نظر کردن از آثار پراش.

- تقریب‌های در نظر گرفته شده در ضرایب بار فروود- کریلف، برای محاسبه نیروها.

- عدم اعمال حرکات جسم صلب کروی بر میدان فشار هیدرودینامیکی حاکم بر قلمرو سیال.

با توجه به موارد فوق، به نظر می‌رسد که جوابهای حاصل از روش پیشنهادی دقت مناسبی دارد.

۲۰۴۸ المان پوسته‌ای^۱ با شماره گره‌های هر یک تعریف می‌شوند. لازم است یادآوری شود که تعداد المان‌های مرزی برابر با ۵۱۲ المان مثلثی شش‌گره‌ی و تعداد المان‌های محدود برابر ۲۰۴۸ المان پوسته‌ای مثلثی سه-گره‌ی (که از وصل کردن گره‌های میانی لبه‌های المان‌های شش‌گره‌ی به هم حاصل شده) انتخاب شده است. گره‌ها و المان‌های مدل کره در محیط ANSYS در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است.



شکل ۴ گره‌های سازه کروی مستغرق در تحلیل المان محدود

پس از تعریف شبکه المان محدود، هم‌نه‌های حقیقی و موهومی فشارهای هیدرودینامیکی گره‌ی - که از برنامه المان مرزی به دست آمده - در گره‌های همه المان‌ها (در شش حالت بارگذاری جدا) مشخص می‌شوند.

در پایان، روش تحلیل و گزینه‌های خروجی برنامه المان محدود معین می‌شود.

نیروهای نهایی به‌دست آمده از تحلیل ترکیبی سازه کروی مستغرق در جدول ۳ منعکس شده است. موارد اصلی که در جمع‌بندی این بحث مورد استفاده قرار می‌گیرد، در جدول ۳ به صورت مشخص^۲ نشان داده شده است. در این جدول و شکل‌های ۶ و ۷، نیروهای به‌دست آمده از روش ترکیبی BEM-FEM با نیروهای تئوری

1. Shell
2. Bolded

جدول ۳ مقایسه نیروهای به دست آمده از روش ترکیبی و تئوری فرود- کریلف

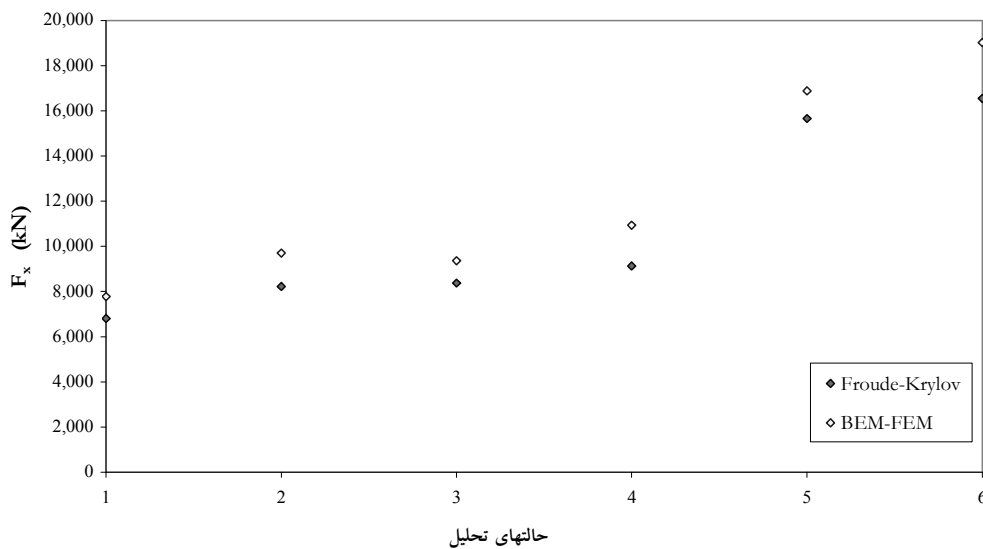
		حالت‌های تحلیل						
		I	II	III	IV	V	VI	
ویژگی‌های موج و دریا	H (m)	۵/۶۰	۷/۰۰	۷/۲۰	۸/۴۰	۱۲/۹۰	۱۴/۰۰	
	T (s)	۱۰/۴۰	۹/۴۰	۱۱/۸۰	۱۲/۸۰	۱۰/۶۰	۱۱/۵۰	
	ω	۰/۶۰	۰/۶۷	۰/۵۳	۰/۴۹	۰/۵۹	۰/۵۵	
	L (m)	۱۶۸/۸۷	۱۳۷/۹۶	۲۱۷/۴۰	۲۵۵/۸۱	۱۷۵/۴۳	۲۰۶/۴۸	
	$k = 2\pi/L$	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۴	۰/۰۳	
	d (m)	۷۰۰/۰	۷۰۰/۰	۷۰۰/۰	۷۰۰/۰	۷۰۰/۰	۷۰۰/۰	
	ρ (t/m ³)	۱/۰۱	۱/۰۱	۱/۰۱	۱/۰۱	۱/۰۱	۱/۰۱	
ویژگی‌های سازه کروی	s_o (m)	-۴۰/۰	-۴۰/۰	-۴۰/۰	-۴۰/۰	-۴۰/۰	-۴۰/۰	
	a (m)	۲۵/۰	۲۵/۰	۲۵/۰	۲۵/۰	۲۵/۰	۲۵/۰	
	C_v	۱/۱۰	۱/۱۰	۱/۱۰	۱/۱۰	۱/۱۰	۱/۱۰	
	C_h	۱/۵۰	۱/۵۰	۱/۵۰	۱/۵۰	۱/۵۰	۱/۵۰	
	ka	۰/۹۳	۱/۱۴	۰/۷۲	۰/۶۱	۰/۹۰	۰/۷۶	
فرود- کریلف	بزرگی	F_x (kN)	۶۸۰۶	۸۲۲۶	۸۳۸۰	۹۱۲۸	۱۵۶۶۴	۱۶۵۵۰
	F_z (kN)	۱۶۰۱۸	۱۷۳۷۳	۲۲۵۳۵	۲۶۷۲۴	۳۷۶۱۷	۴۳۳۱۷	
روش ترکیبی	حقیقی	F_x (kN)	-۷۰۴۰	-۸۱۱۵	-۹۲۵۵	-۱۰۵۵۶	-۱۶۳۵۶	-۱۸۰۲۴
		F_y (kN)	-۷۵۱۵	-۸۳۲۵	-۱۰۳۸۶	-۱۲۲۱۶	-۱۷۵۹۳	-۲۰۰۲۵
		F_z (kN)	-۱۷۹۳	-۲۰۶۷	-۲۴۶۶	-۲۹۳۴	-۴۱۸۴	-۴۷۴۷
	موهومی	F_x (kN)	-۳۳۱۰	-۵۳۳۲	-۱۴۴۸۶	-۲۸۴۸۰	-۴۱۶۳۱	-۶۰۸۵۷
		F_y (kN)	-۸۲۶	-۳۲۷۶	۱۱۶۸	۱۰۴۶۷	۱۵۸۵۲	۲۶۹۰۳
		F_z (kN)	۱۰۳۳۱	۲۳۰۸۹	۳۵۷۶۲	۴۹۶۹۲	۷۳۴۷۲	۹۸۵۱۵
	کل	F_x (kN)	۷۷۷۹	۹۷۱۰	۹۳۶۷	۱۰۹۳۳	۱۶۸۱۷	۱۹۰۲۴
		F_y (kN)	۷۵۶۰	۸۹۴۷	۱۰۴۵۱	۱۶۰۸۷	۲۳۶۸۱	۳۳۵۳۸
		F_z (kN)	۱۶۳۵۵	۱۸۰۰۳	۲۵۴۰۸	۲۷۳۷۵	۴۰۴۵۹	۴۴۳۱۲

H ارتفاع موج دریا، T دوره تناوب موج، ω سرعت زاویه‌ای موج، L طول موج، k عدد موج، d عمق دریا، ρ جرم ویژه آب دریا، s_o عمق استغراق، a شعاع کره، C_h و C_v ضریب‌های نیروی افقی و قائم فرود- کریلف، F_x و F_z نیروهای افقی و قائم بر روی سازه مستغرق است.

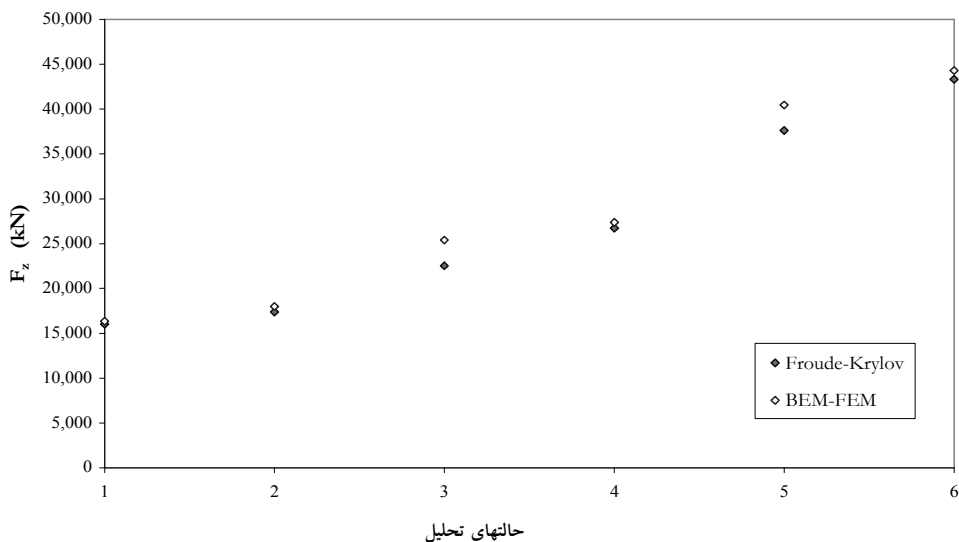
۸- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق، برای تحلیل نیروهای وارد شده بر سازه شناور در فضای نیمه بی‌نهایت دریا، وقتی سطح سازه را با استفاده از المان محدود، و دریا را با روش المان مرزی مدل می‌کنیم، همزمان از امتیاز روش المان محدود در مدلسازی محیط‌های محدود و توانایی روش المان مرزی در مدلسازی محیط‌های نامحدود استفاده بهینه کرده‌ایم.

مدلسازی آسان‌تر محیط‌های نامحدود توسط روش المان مرزی نسبت به روش المان محدود، قابلیت کاربرد آن را برای مدلسازی محیط‌های نامحدود مشخص می‌سازد. در واقع با استفاده همزمان از روش‌های المان مرزی و المان محدود، می‌توانیم از توانایی‌های هر دو روش استفاده کنیم و نقاط ضعف آنها را کاهش دهیم.



شکل ۶ مقایسه نیروهای افقی برنامه BEM-FEM با نیروهای فرود-کریلف



شکل ۷ مقایسه نیروهای قائم برنامه BEM-FEM با نیروهای فرود-کریلف

پیچیده و ملحوظ کردن انعطاف‌پذیری سازه را همراه با آثار اندرکنشی آن با موج، فراهم می‌سازد که در تحقیقات آتی دنبال می‌شود.

۹- فهرست علائم

A_{ij}	ماتریس ضرایب
B_{ij}	ماتریس ضرایب
a	شعاع کره
[C]	ماتریس میرایی سازه

برای بیان توانایی‌های روش پیشنهادی، پدیده پراش امواج پیرامون کره مستغرق مطالعه شده است. نیروهای حاصل از روش ترکیبی پیشنهادی با نیروهای تئوری فرود-کریلف مقایسه شده است. با بررسی نتایج حاصل، دقت مناسبی از جوابهای حاصل از روش پیشنهادی به دست می‌آید.

علاوه بر مزایای اشاره شده در بالا، استفاده همزمان از روشهای المان مرزی و المان محدود، امکان حل مسائل

\bar{x}	بردار بیانگر مکان نقطه متغیر میدان	Ch	ضریب نیروی افقی فرود- کرلیف
\bar{x}_o	بردار بیانگر مکان چشمه یا نقطه تکین (قطب)	Cv	ضریب نیروی قائم فرود- کرلیف
\bar{x}_j^M	نقطه میانی هر المان مرزی ($j = 1, 2, \dots, N$)	D	سطح بسته (یا مجموعه‌ای از سطوح بسته)
ϕ	تابع پتانسیل سرعت	\vec{d}	بردار بیانگر جهت و قدرت دوقطبی
ϕ_i	میدان موج تاییده شده از تابع پتانسیل ϕ	d	عمق دریا
ϕ_d	میدان موج پراش شده از تابع پتانسیل ϕ	dS	دیفرانسیل سطح S
ρ	جرم ویژه آب دریا	E_i	المان مرزی i ($i = 1, 2, \dots, N$)
η	ارتفاع موج در هر نقطه از سطح ثابت متوسط دریا	$\{F^a\}$	بردار نیرو
η_a	دامنه موج	Fx	نیروی افقی بر روی سازه مستغرق
Ω	فرکانس چرخشی نیروها	Fy	نیروی قائم بر روی سازه مستغرق
ω	سرعت زاویه‌ای موج	$G(\bar{x}, \bar{x}_o)$	تابع گرین چشمه تکین
λ	مقدار ویژه	G_d	تابع گرین مربوط به پتانسیل موج پراش شده ϕ_d
$\sigma(\bar{x}_o)$:	تابع قدرت مختلط چشمه	g	شتاب جاذبه زمین
σ_d :	قدرت چشمه مربوط به پتانسیل موج پراش شده ϕ_d	H	ارتفاع موج دریا
$\delta_3(\bar{x} - \bar{x}_o)$:	تابع دلتای دیراک سه بعدی	i	ثابت مختلط واحد ($\sqrt{-1}$)
δ_{ij} :	دلتای کرونگر	[K]	ماتریس سختی سازه
		k	عدد موج
		L	طول موج
		[M]	ماتریس جرم سازه
		$p(x, y, z, t)$	فشار هیدرودینامیکی وارد بر سطح
		r	فاصله از مرکز سازه در تمام جهات
		S:	سطح مرزی
		S_G :	سطح وابسته به تابع گرین
		so	عمق استغراق
		T	دوره تناوب موج
		t	زمان
		$\{u\}$	بردار جابه‌جایی گرهی
		$\{\dot{u}\}$:	بردار سرعت گرهی
		$\{\ddot{u}\}$:	بردار شتاب گرهی
		u	همنه x سرعت ذره سیال
		V_c	حجم کنترل تکی یا مرکب
		v	همنه y سرعت ذره سیال
		w	همنه z سرعت ذره سیال

۱۰- منابع

- [1] Chen M. and Rahman M., 1994, Water wave diffraction analysis by boundary elements. Applied Mathematical Modelling, 18(3): pp. 114-123.
- [2] Zietsman F.W., 1984, The coupled finite element and boundary integral analysis of ocean wave loading: A versatile tool. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 44(2): pp. 153-176.
- [3] Broderick L.L. and Leonard J.W., 1990, Selective review of boundary element modelling for the interaction of deformable structures with water waves. Engineering Structures, 12(4): pp. 269-276.
- [4] Skourup J. and Jonsson I.G., 1992, Computations of forces on, and particle orbits around, horizontal cylinders under steep waves. Ocean Engineering, 19(6): pp. 527-553.

- [14] Chakrabarti S.K., 1994, Hydrodynamics of Offshore Structures. Computational Mechanics Publication.
- [15] Lebreton J.C. and Cormault P., 1969, Wave action on slightly immersed structures; some theoretical and experimental considerations. Proc. Symp. Research on Wave Action, Delft Hydraulics Laboratory.
- [16] Garrison C.J. and Chow P.Y., 1972, Wave Forces On Submerged Bodies. Waterways and Harbors Div. ASCE, 98: pp. 375-392.
- [17] Newman J.N., 1985, Algorithms for the free-surface Green function. Journal of Engineering Mathematics 19: pp. 57-67.
- [18] Peter M.A. and Meylan M.H., 2004, The eigenfunction expansion of the infinite depth free surface Green Function in three dimensions. Wave Motion, 40: pp. 1-11.
- [19] Lamb H., 1993, Hydrodynamics (6th edition).
- [20] Pozrikidis C., 2002, A practical guide to Boundary Element Methods. Chapman and Hall/CRC.
- [21] Beer G., 2001, Programming the Boundary Element Method. John Wiley and Sons.
- [22] Environmental Conditions and Environmental Loads, 1991,. DET NORSKE VERITAS Classification notes, No. 30.5.
- [23] Pederson Mathias, 2002, Mooring Analysis Report, GVA Consultants Documentary "GVA 4000M Khazar Semi-Submersible Drilling Unit", No. 1012-N-050-R02, p6, 10/04/2002.
- [24] Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L., 1989, The Finite Element Method. McGraw Hill, 4th edition.
- [5] Skotner C., Jonsson I.G. and Skourup J., 1994, Wave forces on a large, horizontal submerged cylinder. Ocean Engineering, 21(8): pp. 711-731.
- [6] Broderick L.L. and Leonard J.W., 1995, Nonlinear response of membranes to ocean waves using boundary and finite elements. Ocean Engineering, 22(7): pp. 731-745.
- [7] Buchmann B., Skourup J. and Cheung K.F., 1998, Run-up on a structure due to second-order waves and a current in a numerical wave tank. Applied Ocean Research, 20: pp. 297-308.
- [8] Lee C.-H. and Newman J.N., 2000a, An assessment of hydroelasticity for very large hinged vessels. Journal of Fluids and Structures, 14: pp. 957-970.
- [9] Lee C.-H. and Newman J.N., 2000b, Wave effects on large floating structures with air cushions. Marine Structures, 13: pp. 315-330.
- [10] Hermans A.J., 2000, A boundary element method for the interaction of free-surface waves with a very large floating flexible platform. Journal of Fluids and Structures, 14: pp. 943-956.
- [11] Politis C.G., Papalexandris M.V. and Athanassoulis G.A., 2002, A boundary integral equation method for oblique water-wave scattering by cylinders governed by the modified Helmholtz equation. Applied Ocean Research, 24: pp. 215-233.
- [12] Zheng Y.H., Shen Y.M., You Y.G., Wu B.J. and Jie D.S., 2006, Wave radiation by a floating rectangular structure in oblique seas. Ocean Engineering, 33: pp. 59-81.
- [13] Oortmerssen G.V., 1996, Hydrodynamic aspects of large volume structures (3d ed.), Maritime Research Institute Netherlands.