

# ارزیابی روشهای فرودی در تعیین عمق بحرانی در مقاطع مرکب با استفاده از مفهوم انرژی مخصوص

اسماعیل کردی<sup>1</sup>، میر خالق ضیاء تبار احمدی<sup>2</sup>، سید علی ایوب زاده<sup>3\*</sup>، علیرضا ظهیری<sup>4</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی زراعی، دانشگاه مازندران

2- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده مهندسی زراعی، دانشگاه مازندران

3- استادیار گروه سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس

4- دانشجوی دکتری آبیاری، گروه سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس

\* تهران، صندوق پستی 14115-336

ayyoub@modares.ac.ir

**چکیده-** برای تخمین تعداد و مقدار اعماق بحرانی در مقاطع مرکب روشهای مختلفی ارائه شده است که به تعریفی از عدد فرود منجر می‌شوند. این مدلها عبارتند از: روشهای مقطع واحد، مقطع واحد اصلاح شده، روش انرژی مبتنی بر اصلاح ضریب تصحیح انرژی، روش مومتم مبتنی بر خطوط مشخصه و روش عدد فرود وزنی. محققان تلاش کرده‌اند که روشی را بر اساس عدد فرود ارائه نمایند که بتواند نقاط تغییر رژیم جریان را در منحنی انرژی مخصوص بدرستی تعیین کند. در تحقیقات پیشین چنین بیان شده است که در میان روابط موجود، فقط تعاریفی از عدد فرود - که بر مبنای روشهای مومتم و انرژی باشند - توانایی خوبی در برآورد اعماق بحرانی در مقاطع مرکب داشته و قابل اعتمادند. لیکن بررسی صحت برآورد تعداد و مقدار اعماق بحرانی در این مقاطع با استفاده از روشهای تعریف عدد فرود - در مقایسه با استفاده مستقیم از معادله انرژی مخصوص - نشان می‌دهد که روابط ارائه شده هنوز این توانایی را ندارند. این بررسی نشان می‌دهد که در مقاطع مرکب غیر همگن با زبری نسبی بالا و نیز مقاطع مرکب با دشت سیلابی عریض، تعداد اعماق بحرانی پیش بینی شده با استفاده از این دو روش بیش از تعداد نقاط تغییر رژیم جریان در منحنی انرژی مخصوص است. لذا استفاده از این دو روش نیز در تمامی شرایط توصیه نمی‌شود.

**کلید واژگان:** مقطع مرکب، عدد فرود، عمق بحرانی، انرژی مخصوص.

## 1- مقدمه

الف - به ازای اعماق کمتر از مقداری مشخص (عمق لبریز)<sup>2</sup> جریان به یک آبراهه با مقطع واحد محدود می‌شود.  
ب - در اعماق بیشتر از عمق لبریز، نواحی کم عمق و

آبراهه با مقطع مرکب<sup>1</sup> را می‌توان به عنوان مجرای طبیعی یا مصنوعی به صورت زیر تعریف کرد (Samuels, 1989):

2. Bank full Stage

1. Compound channel

Petryk and Grant (1978) اظهار داشتند که عمق بحرانی، در جایی رخ می‌دهد که عدد فرود وزنی توسط دبی، برابر یک است (رابطه 5).

$$QFr = Q_1 Fr_1 + Q_2 Fr_2 + \dots \quad (4)$$

$$Fr = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i Fr_i}{Q} \quad (5)$$

که در آن  $Q_i$  دبی‌های جزئی محاسباتی با استفاده از رابطه مانینگ،  $Fr_i$  عدد فرود جزئی و  $N$  تعداد مقاطع جزئی است. Blalock and Sturm (1981) ضریب تصحیح انرژی را به شکل تابعی از عمق جریان در نظر گرفته و رابطه عمومی عدد فرود را به صورت زیر بیان کردند:

$$Fr = \frac{Q^2}{2gK_T^3} \sqrt{\frac{\sigma_2 \sigma_3}{K_T} - \sigma_1} \quad (6)$$

$$\sigma_1 = \sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{K_i}{A_i} \right)^3 \left( 3T_i - 2R_i \frac{dP_i}{dy} \right) \right) \quad (7)$$

$$\sigma_2 = \sum_{i=1}^3 \frac{K_i^3}{A_i^2} \quad (8)$$

$$\sigma_3 = \sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{K_i}{A_i} \right) \cdot \left( 5T_i - 2R_i \frac{dP_i}{dy} \right) \right) \quad (9)$$

که در آن  $T_i$  عرض فوقانی سطح آب در مقطع جزئی،  $P_i$  محیط خیس شده،  $Fr$  عدد فرود مقطع مرکب،  $R_i$  شعاع هیدرولیکی و  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  پارامترهای خصوصیت مقطع جزئی<sup>2</sup> است. سرعت جریان داخل مقاطع جزئی یکنواخت فرض شده و در محاسبه محیط خیس شده، فصل مشترک بین مقاطع جزئی در نظر گرفته نمی‌شود.

Chaudhry and Bhallamudi (1989) روشی را برای محاسبه عمق بحرانی بر اساس رابطه یک بعدی غیر ماندگار ارائه کردند. آنان فرض کردند که در نقطه بحرانی، سرعت آشفستگی سطحی (بر اساس روش خطوط مشخصه) با سرعت متوسط افزوده شده که با  $\beta v$  نمایش داده شده، برابر است. این روش به روش مومنتم نیز موسوم است:

نواحی عمیقی در جریان وجود دارد که در تعامل با یکدیگر هستند.

در میان روشهای ارائه شده برای برآورد اعماق بحرانی، می‌توان به روش مقطع واحد، مقطع واحد اصلاح شده، روش انرژی، روش مومنتم و روش عدد فرود وزنی اشاره کرد. در بیشتر مقالات، معیار نقاط حداقل انرژی مخصوص برای بررسی صحت نتایج انتخاب شده و روشهای مومنتم و انرژی به عنوان روشهایی مطلوب و مطمئن معرفی شده است.

عمق بحرانی به عنوان نقطه حداقل انرژی مخصوص یا حداقل نیروی مخصوص تعریف شده است. ایده انرژی مخصوص اولین بار توسط Bakhmeteff (1932) با روابط 1 و 2 مطرح شد:

$$E = y + \frac{\alpha V^2}{2g} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (v_i^3 \cdot A_i)}{V^3 \cdot A} \quad (2)$$

که در آن  $E$  انرژی مخصوص،  $\alpha$  و  $V$  ضریب انرژی مخصوص و سرعت متوسط جریان،  $A$  سطح مقطع کل،  $A_i$  سطح مقطع جزئی و  $v_i$  سرعت در مقاطع جزئی است. با اعمال شرط حداقل بودن انرژی مخصوص و فرض (توزیع یکنواخت جریان) خواهیم داشت:

$$Fr = \sqrt{\frac{Q^2 T}{g A^3}} \quad \alpha = 1 \quad (3)$$

که در آن  $T$  عرض سطح آزاد آب،  $Q$  دبی عبوری،  $g$  شتاب ثقل و  $Fr$  عدد فرود است. این روش که به مقطع واحد<sup>1</sup> (SCM) موسوم است، توانایی تعیین فقط یک عمق بحرانی را دارد. البته بسیاری از محققان به صورت تحلیلی و تجربی نشان داده‌اند که در مقاطع مرکب، امکان وقوع بیش از یک عمق بحرانی وجود دارد (Blalock and Sturm, 1981, 1982, Petryk and Konemann, 1982, Schoellhamer et al., 1985).

1- شیب طولی بستر آبراهه کوچک فرض شده، لذا اثر شیب کف بر توزیع فشار در نظر گرفته نشده است.  
 2- توزیع سرعت در داخل مقاطع جزئی یکنواخت است.  
 3- از تنش برشی بین مقاطع جزئی صرف نظر شده است.  
 مطابق شکل 1 در حالت ب، عمق جریان، کمتر از تراز لبریز است و مقطع به صورت واحد عمل می کند. تغییرات انرژی مخصوص در مقاطع مرکب، با تغییر عمق چنان است که تعداد نقاط تغییر حالت رژیم بین 1 تا 3 مورد خواهد بود (حالت الف، شکل 1).

این نقاط با محاسبه ضریب توزیع سرعت ( $\alpha$ ) از رابطه (2) و به کار بردن در رابطه (1) به صورت نقاط اکسترمم برای انرژی قابل تعیین می باشد. نتایج در دو حالت مقطع همگن و غیرهمگن مطالعه شده است. در حالت همگن، در مدل فرضی Petryk-Grant 1978 (جدول 1) مقادیر دبی چنان فرض شده اند که حالت های الف، ب و ج در تغییرات انرژی مخصوص به ازای دبی های 92، 142 و 242 مترمکعب بر ثانیه به دست آمده است (جدول 2). مقادیر دبی چنان فرض شده که حالت های الف، ب و ج در شکل 1 روی دهد.

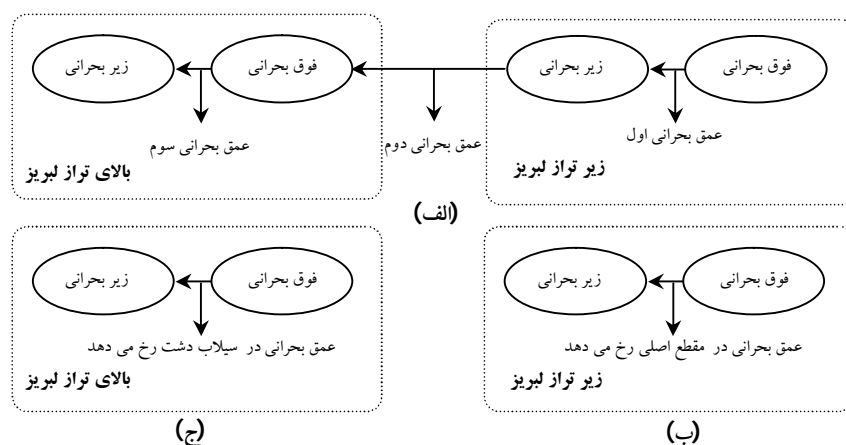
$$Fr = \frac{\beta V}{\sqrt{\frac{gA}{T} + V^2 \left( \beta^2 - \beta + \beta' \frac{A}{T} \right)}} \quad (10)$$

$$\beta = \left( \frac{K_1^2}{A_1} + \frac{2K_2^2}{A_2} \right) \cdot \frac{A}{(k_1 + 2k_2)^2} \quad (11)$$

$\beta$  برابر  $\frac{d\beta}{dy}$  بوده و براساس تجزیه مقطع به صورت قائم محاسبه می شود.  $A_1$  و  $A_2$  مساحت مقطع اصلی و سیلاب دشتهای  $k_i$  ضریب انتقال مقاطع جزئی است. در این مقاله کلیه روشهای فرودی موجود با معیار نقاط تغییر رژیم جریان مقایسه شده و صحت برآورد تعداد و مقادیر اعماق بحرانی در شرایط همگن و غیرهمگن بررسی و نشان داده شده است که روشهای ارائه شده بر اساس معادلات مومنتم و انرژی - که تاکنون مطلوب شمرده می شدند - نیز توانایی برآورد تعداد و یا مقادیر اعماق بحرانی را در تمامی شرایط نداشته اند.

## 2- روش تحقیق

در این مقاله مفهوم انرژی مخصوص معیار مقایسه است و فرضیات در نظر گرفته شده عبارتند از:



شکل 1 تغییرات رژیم جریان در مقطع مرکب

جدول 1 مشخصات مدل های فرضی

مقطع عرضی	نوع مقطع	عرض کف (m)	تراز لبریز (m)	عرض سیلاب دشت (m)	شیب جانبی مقطع اصلی	شیب جانبی سیلاب دشت
Ackers	دوزنقه‌ای	15	1/5	20	1	1
Petryk-Grant	دوزنقه‌ای	21/9	1/83	183	1	1

جدول 2 مقدار و تعداد نقاط تغییر رژیم

در مقطع فرضی Petryk-Grant

نقاط تغییر رژیم (SP: Switching Position)			دبی (m <sup>3</sup> /sec)
SP3 m	SP2 m	SP1 m	
2/202	-	-	242
2/06	1/83	1/6	142
-	-	1/2	92

جدول 3 تغییرات مقدار و تعداد نقاط تغییر رژیم

در مقطع فرضی Ackers (Q=88m<sup>3</sup>/s)

نقاط تغییر رژیم (SP: Switching Position)			زبری نسبی (n <sub>r</sub> )
SP3 m	SP2 m	SP1 m	
1/73	1/5	1/47	1
1/68	1/51	1/47	1/667
1/58	1/51	1/47	2/667
-	-	1/47	3

غیرهمگن دارای ضرایب 0/03 برای کانال اصلی و 0/06 برای سیلاب دشتها است.

### 3- تجزیه و تحلیل نتایج

الف) مقدار و تعداد اعماق بحرانی ممکن در مقطع همگن:

دبی برابر 242 متر مکعب بر ثانیه:

مطابق شکل 2 روش فرود وزنی با 11/45 درصد بالاترین خطا را دارد. روش مومنتم نیز خطای 3/5% در برآورد عمق بحرانی نسبت به رابطه انرژی دارد.

این در حالی است که روش مقطع واحد، خطایی در حدود 6/45% را دارد. در روش مقطع واحد اصلاح شده این خطا به 1/45 می‌رسد. تمامی روشها یک عمق بحرانی را در بالای تراز لبریز پیش‌بینی کرده‌اند. افزایش زبری موجب افزایش خطا شده است. در زبری نسبی برابر 2، خطای روشهای فرود وزنی، مقطع واحد و مومنتم به ترتیب به 11/8، 10، 6/7 درصد می‌رسد (شکل 3).

دبی برابر 142 متر مکعب بر ثانیه:

مطابق شکل 4 متوسط خطا در برآورد عمق بحرانی دوم برابر 1/6% است.

خطا در برآورد عمق سوم حداکثر به 5/8% در روش مومنتم می‌رسد. در برآورد اعماق بحرانی به استثنای روش فرود وزنی، سایر روشها جواب نسبتاً دقیقی را ارائه می‌کنند.

دبی برابر 92 متر مکعب بر ثانیه:

فقط یک عمق بحرانی در مقطع اصلی (1/2 متر) وجود دارد در حالی که روشهای مقطع واحد و اصلاح شده سه عمق بحرانی را ارائه می‌کند. روشهای مومنتم، فرود وزنی

(1981) Blalock and Sturm و (2001) Sturm به

منظور بررسی انرژی مخصوص مقطع Petryk-Grant را به کار بردند. در حالت غیر همگن از دبی 88 متر مکعب بر ثانیه در مقطع فرضی Ackers استفاده شده است. خطای برآورد از رابطه زیر محاسبه شده است:

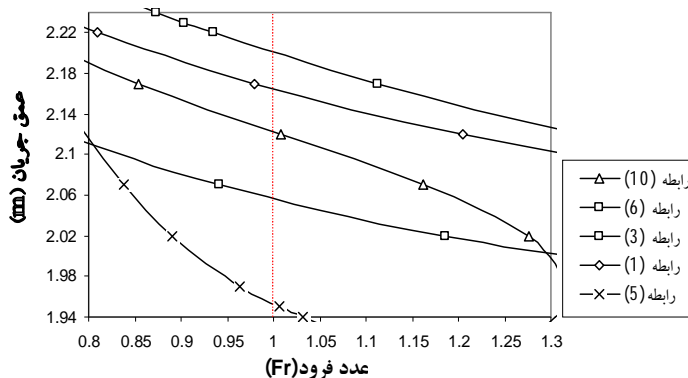
$$E(\%) = \frac{|y_{ci} - SP_i|}{SP_i} \times 100 \quad (12)$$

که در آن  $E$  درصد خطای سایر روشها در محاسبه مقدار عمق بحرانی،  $y_{ci}$  عمق بحرانی محاسبه شده و  $SP_i$  عمق نقاط تغییر رژیم جریان است. جدول 1 مشخصات مدل‌های مورد استفاده را نشان می‌دهد. مدل Ackers به صورت همگن دارای ضریب زبری 0/03 و در حالت

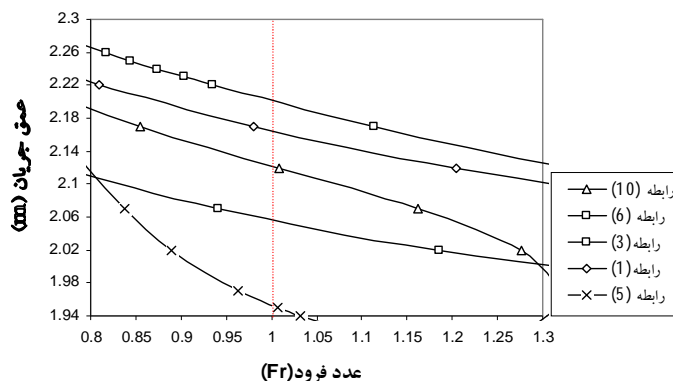
مطابق شکل 6 به ازای دبی 88 مترمکعب بر ثانیه با افزایش زبری نسبی، تعداد نقاط بحرانی از سه به یک در سیلاب دشت تغییر می کند (جدول 3). در حالت همگن میزان خطا در دو روش انرژی و مومنتم حدود 2% است (شکل 7).

و روش انرژی با دقت بالایی عمق بحرانی را برآورد می کنند (شکل 5).

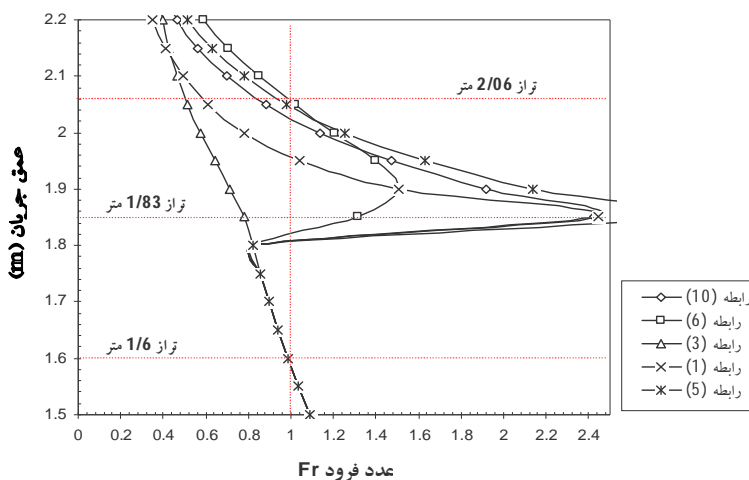
ب) مقدار و تعداد اعماق بحرانی ممکن در مقطع غیر همگن:



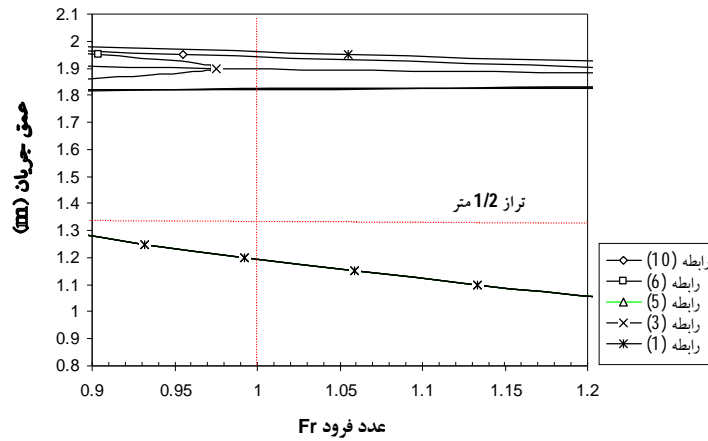
شکل 2 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در مقطع فرضی Petryk-Grant در حالت همگن ( $Q=242m^3/s$ )



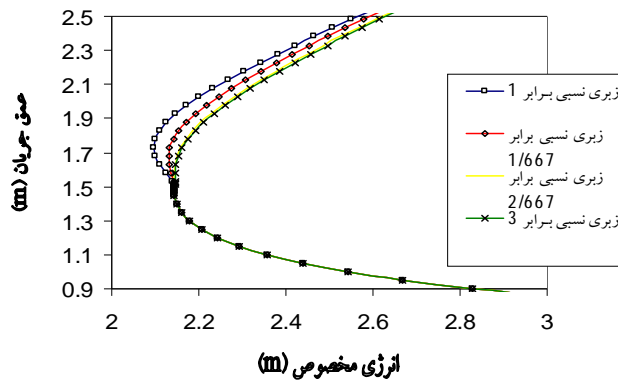
شکل 3 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در مقطع فرضی Petryk-Grant در زبری نسبی 2 ( $Q=242m^3/s$ )



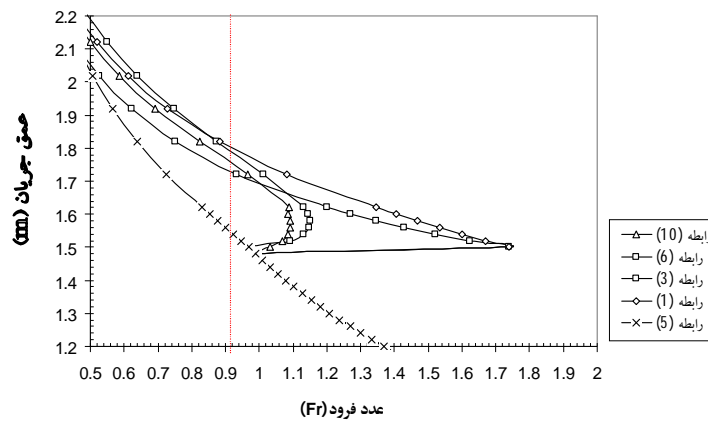
شکل 4 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در مقطع فرضی Petryk-Grant ( $Q=142m^3/s$ )



شکل 5 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در مقطع فرضی Petryk-Grant ( $Q=92\text{m}^3/\text{s}$ )



شکل 6 تغییرات انرژی مخصوص بر حسب عمق جریان در زبری نسبی متفاوت در مقطع فرضی Ackers



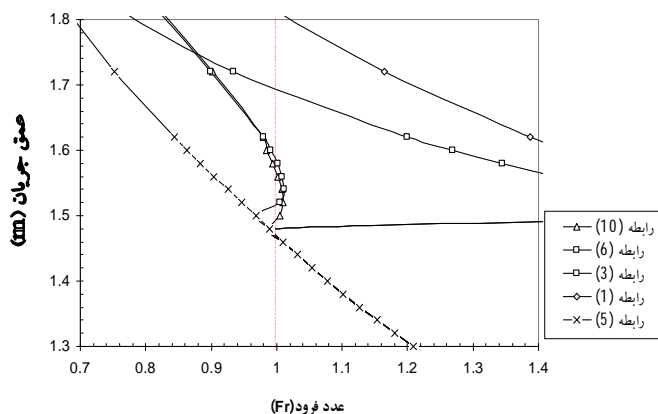
شکل 7 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در زبری نسبی برابر واحد در مقطع فرضی Ackers

جوابهای مناسبی ارائه داده‌اند. روش مقطع واحد و اصلاحی، به ترتیب حدود 8 و 14 درصد خطا در برآورد عمق بحرانی سوم دارند (شکل 8).

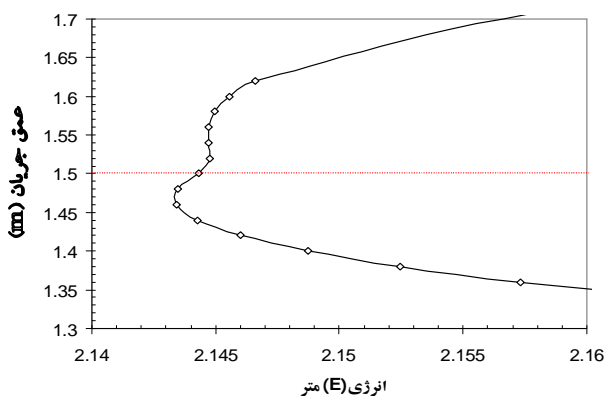
در زبری نسبی 2/667 عمق بحرانی کاهش یافته (1/58 متر) و به تراز لبریز نزدیک می‌شود. هنوز سه عمق بحرانی وجود دارد و فقط دو روش انرژی و مومنت

صحت برآورد تعداد نقاط بحرانی را در مقاطع عریض با زبری نسبی بالا به زیر سؤال می‌برد.

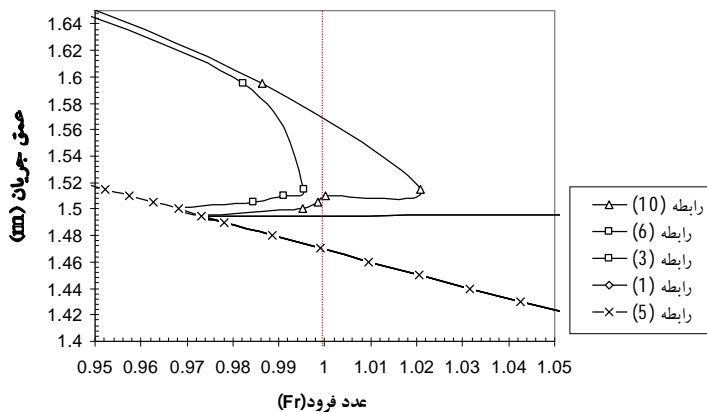
در زبری نسبی 3 مطابق شکل 9 فقط یک عمق بحرانی برابر 1/47 در مقطع اصلی وجود دارد، لیکن سایر روشها، سه نقطه را ارائه می‌دهند (شکل 10). این موضوع، قابلیت



شکل 8 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در زبری نسبی برابر 2/667 در مقطع فرضی Ackers



شکل 9 تغییرات انرژی مخصوص بر حسب عمق جریان در زبری نسبی برابر 3 در مقطع فرضی Ackers



شکل 10 تغییرات عدد فرود بر حسب عمق جریان در زبری نسبی برابر 3 در مقطع فرضی Ackers

**4- نتیجه گیری**

در شرایط سیلابی و همگن، به جز روشهای مومنتم و انرژی استفاده از سایر روشها توصیه نمی شود. خطا در برآورد مقدار عمق بحرانی با افزایش اثر متقابل فرونی می یابد.

در مقاطع مرکب عریض و زبری نسبی بالا در دبی معین، کلیه روشهای مذکور، تعداد اعماق بحرانی را در مقایسه با نقاط تغییر رژیم جریان به طور صحیح پیش بینی نمی کنند.

**6- فهرست علائم**

$A$	سطح مقطع جریان
$A_i$	سطح مقطع جزئی جریان
$E$	انرژی مخصوص
$Fr$	عدد فرود
$Fr_i$	عدد فرود جزئی
$K_i$	ضریب انتقال جریان در مقطع جزئی
$K_T$	ضریب انتقال کل
$n_r$	زبری نسبی
$P_i$	محیط خیس شده جزئی
$Q_c$	دبی کل بحرانی
$Q_i$	دبی مقطع جزئی
$Q$	دبی کل جریان
$R_i$	شعاع هیدرولیکی مقطع جزئی
$SP$	نقاط تغییر رژیم جریان
$T$	عرض کل سطح آزاد آب
$V$	سرعت متوسط جریان
$v_i$	سرعت در مقاطع جزئی
$y$	عمق جریان
$y_c$	عمق بحرانی
$\alpha$	ضریب تصحیح انرژی جنبشی
$B$	ضریب تصحیح اندازه حرکت
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	خصوصیت مقاطع جزئی

**7- منابع**

- [1] کردی، الف. برآورد عمق بحرانی در مقاطع مرکب روباز، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه مازندران، گروه مهندسی آب، ص. 141
- [2] Bakhmeteff, B. A. (1932). *Hydraulics of Open Channels*. McGraw-Hill Book Co., New York, USA.
- [3] Blalock, M. E. and Sturm, T. W. (1983). "Closure of minimum specific energy in compound channel" *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 109, 483-486.
- [4] Blalock, M. E. and Sturm, T. W. (1981). "Minimum specific energy in compound channel" *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 107, 699-717.
- [5] Bousmar, D. and Zech, Y. (1999). "Momentum transfer for practical flow computation in compound channels" *Journal of Hydraulic Div. ASCE*, 125, 696-706.
- [6] Chaudhry, M. H. and Bhallamudi, S. M. (1989). "Computation of critical depth in symmetrical compound channels" *Journal of Hydraulic Research, Int. Assoc. of Hydraulic Research*, 26, No. 4, 377-396.
- [7] Konemann, N. (1982). Discussion of Blalock and Sturm, (1981), *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 108, PP. 462-464.
- [8] Lee P. J., Lambert M. F. and Simpson A. R. (2002). Critical Depth prediction in straight compound channels. *Water & Maritime Engineering, ICE*, 154, Issue 4, pp. 317-332.
- [9] Petryk, S. and Grant, E. U. (1978). "Critical flow in rivers with flood plains." *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, 104(5), 583-594.
- [10] Samuels, P. G. (1989). "The hydraulics of two stage channels". *Proc. of River Engineers, University of Loughborough*, pp. 13.
- [11] Schoellhamer, D. H., Peters J. C. and Larok B. E. (1985). "Subdivision Froude number." *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 111(7), 1099-1104.
- [12] Sturm, T. W. (2001). *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill Book Co., New York, USA.