

شبیه سازی جریان گذرنده از روی سرریزهای لبه تیز مستطیلی و مثلثی با جریان از زیر دریچه کشویی

محمدکریم بیرامی^{1*}، سید هاشم نوربخش²

1- دانشیار مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

2- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

* اصفهان، دانشگاه صنعتی اصفهان، کد پستی 84156

beirami@cc.iut.ac.ir

چکیده - سرریزهای لبه تیز، به عنوان وسایل اندازه گیری دبی جریان، به صورت وسیعی در آزمایشگاه های هیدرولیک استفاده می شوند. همچنین این سرریزها به عنوان وسیله ای برای کنترل دبی جریان در بسیاری از شبکه های آبراری مفید واقع می شوند. در این مقاله، جریان از روی سرریز لبه تیز مستطیلی و مثلثی، با استفاده از جریان از زیر دریچه کشویی شبیه سازی می شود. بر اساس معادله پیوستگی، رابطه ای تجربی برای ضریب فشردگی و همچنین ضریب دبی دریچه کشویی و معادلاتی برای پیش بینی دبی جریان از روی سرریز لبه تیز مستطیلی و مثلثی ارائه شده است. مقایسه روش پیشنهادی با داده های آزمایشگاهی دیگران و تعداد محدودی داده های آزمایشگاهی از دانشگاه صنعتی اصفهان و همچنین مقایسه با رابطه های تجربی دیگران نشان داد که تئوری ارائه شده، دبی جریان بر روی سرریزهای مورد مطالعه را با دقت بالایی پیش بینی می کند.

کلید واژگان: سرریز لبه تیز مستطیلی، سرریز لبه تیز مثلثی، دریچه کشویی.

1- مقدمه

دایره ای یا سایر اشکال هندسی باشد. سرریزهای مستطیلی، مثلثی و ذوزنقه ای، کاربرد بیشتری به عنوان سازه های کنترل جریان دارند و از میان این سرریزها، سرریز لبه تیز مثلثی برای اندازه گیری دبی جریان سیالات کاربرد بیشتری دارد و در عین حال از دقت بالاتری برخوردار است (ابریشمی و حسینی، 1381)

سرریزهای لبه تیز بر اساس اینکه اندازه عرض مقطع سرریز، برابر با عرض کانال بالادست جریان یا کوچکتر از آن باشد، به ترتیب به دو دسته سرریزهای لبه تیز بدون فشردگی جانبی و سرریزهای لبه تیز با فشردگی جانبی تقسیم می شوند (ASTM, 1993).

جریان در بالادست سرریز، آرام و یکنواخت است و

سرریز لبه تیز نوعی سازه هیدرولیکی است که با هدف بالا آوردن تراز سطح آب و بویژه برای اندازه گیری دبی جریان در کانالهای باز، استفاده می شود. با وجود اینکه از سرریزها بیشتر برای اندازه گیری دبی جریان آب استفاده می شود، اما از آن در اندازه گیری دبی جریان سیالات دیگر نیز استفاده می گردد. سرریزهای لبه تیز، بیشتر در آزمایشگاه ها و کمتر به صورت سازه های هیدرولیکی کاربرد دارند.

سرریزهای لبه تیز بر اساس شکل مقطعی که جریان از آنها عبور می کند، تقسیم بندی می شوند. بر این اساس، مقطع عرضی آنها ممکن است مستطیلی، مثلثی، ذوزنقه ای،

2-1- دریچه کشویی قائم

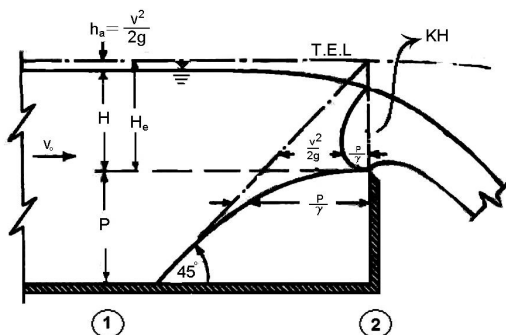
در شکل 1-الف نمونه‌ای از دریچه کشویی همراه با جریان خروجی آزاد در کانال مستطیلی افقی نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل مشخص است، هنگام برقراری جریان آزاد از زیر دریچه، سطح آزاد آب به سرعت پایین می‌افتد تا جایی که عمق جریان به حداقل مقدار آن (y_2) می‌رسد. در جریان خروجی آزاد در صورتیکه ارتفاع بازشدگی دریچه (w) از عمق بحرانی کمتر باشد، در پایین‌دست و بلافاصله بعد از دریچه، جریان فوق بحرانی وجود خواهد داشت. y_2 تابع میزان بازشدگی دریچه و ضریب فشردگی آن (C_c) است، به بیان دیگر:

$$y_2 = C_c w \quad (1)$$

با فرض در دست داشتن C_c و با فرض اینکه توزیع سرعت در مقاطع 1 و 2 یکنواخت است، معادله انرژی در فاصله مقاطع 1 و 2 به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta E \quad (2)$$

در این رابطه، ΔE افت انرژی، y_1 عمق آب در بالادست دریچه، q دبی در واحد عرض و g شتاب ثقل است.



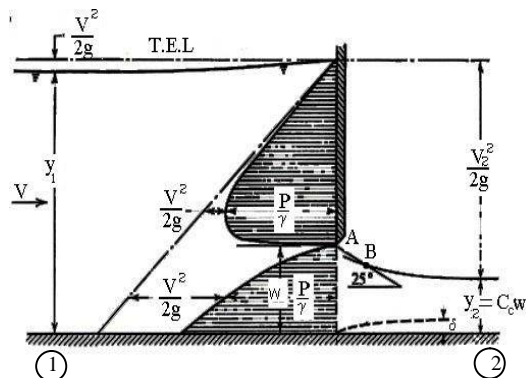
ب- جریان از روی سرریز لبه‌تیز

خطوط جریان، مسیری نسبتاً موازی با یکدیگر را طی می‌کنند. با نزدیک شدن جریان به سرریز، به سبب اثر نیروی ثقل و تغییر فشار از مثبت به فشار اتمسفر، خطوط جریان انحنای شدیدی را متحمل می‌شوند و جریان متغیر سریع می‌شود. این باعث می‌شود که توزیع سرعت و توزیع فشار در لبه سرریز تغییر کرده و مقطع کنترلی برای سنجش دبی حاصل شود.

دریچه‌های کشویی نوع دیگری از سازه‌های هیدرولیکی هستند که در آزمایشگاه‌های هیدرولیک و در شبکه‌های آبیاری کوچک استفاده می‌شوند. در بررسی جریان از زیر دریچه مشاهده می‌شود که شکل جریان بسیار شبیه به سرریز لبه‌تیز است؛ اما توزیع فشار در جریان از زیر دریچه، با توزیع فشار از روی سرریز متفاوت است. این تشابه و تفاوت در شکل 1 نشان داده شده است (Ranga Raju, 1993).

2- روش پیشنهادی برای برآورد دبی جریان

از آنجا که در این تحقیق جریان از روی سرریز با جریان از زیر دریچه کشویی شبیه‌سازی می‌شود، لازم است ابتدا تئوری جریان از زیر دریچه کشویی بررسی و سپس بر اساس آن، روشی برای برآورد دبی جریان از روی سرریز لبه‌تیز ارائه شود.



الف- جریان از زیر دریچه کشویی

شکل 1 مقایسه شکل‌گیری جریان از روی سرریز لبه‌تیز و جریان از زیر دریچه

و ضریب فشردگی معلوم باشد، با قرار دادن آن در رابطه (5) دبی جریان به صورت تحلیلی محاسبه خواهد شد. معادله تجربی ضریب فشردگی در دریچه کشویی به صورت زیر است (پیرامی، 1376):

$$C_c = 0.57 + \frac{0.043}{1.1 - w/y_1} \quad (6)$$

در رابطه‌های مربوط به دریچه کشویی، عرض دریچه با عرض کانال بالادست برابر است. بنابراین در واقع مقدار w/y_1 نسبت سطح مقطع دریچه به سطح مقطع کانال بالادست می‌باشد. در سرریزهای لبه‌تیز با فشردگی جانبی -علاوه بر فشردگی که تاج سرریز بر روی جریان ایجاد می‌کند- لبه‌های جانبی سرریز نیز بر روی مقطع جریان تأثیر می‌گذارند. در اینجا عرض کانال بالادست (B) و همچنین ارتفاع سرریز (P) در میزان ضریب فشردگی سرریز مؤثرند. با توجه به گفته‌های بالا، در سرریزهای لبه‌تیز با فشردگی و بدون فشردگی جانبی، ضریب فشردگی را به صورت زیر می‌توان تعمیم داد:

$$C_c = 0.57 + \frac{0.043}{1.1 - A_2/A_1} \quad (7)$$

در اینجا A_1 ، سطح مقطع جریان در کانال بالادست سرریز و A_2 ، سطح مقطع تیغه جریان در مقطع سرریز است. در این شبیه‌سازی، فرض می‌شود که عمق مؤثر در مقطع تاج سرریز برابر بار استاتیکی آب روی سرریز (H) باشد، بنابراین A_1 و A_2 به صورت زیر بیان می‌شود:

$$A_1 = B(P + H) \quad (8)$$

$$A_2 = LH \quad (9)$$

با فرض $A_1/A_2 = N$ در سرریز لبه‌تیز مستطیلی ضریب دبی جریان با استفاده از رابطه (4) به صورت زیر خواهد شد:

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{C_c}{N}\right)^2}} \quad (10)$$

با قرار دادن $A_2/A_1 = 1/N$ در رابطه (7) و با استفاده از رابطه (10)، دبی جریان در سرریزهای لبه‌تیز مستطیلی از رابطه (5) به دست می‌آید.

با استفاده از رابطه‌های (1) و (2) و با در نظر گرفتن $K_L = \frac{\Delta E}{q^2/(2gy_1^2)}$ و $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+K_L}}$ ، رابطه زیر حاصل می‌شود (Montes 1998):

$$q = \frac{\varphi C_c w}{\sqrt{1 - \left(\frac{\varphi C_c w}{y_1}\right)^2}} \sqrt{2g(y_1 - C_c w)} \quad (3)$$

با فرض ناچیز در نظر گرفتن افت انرژی ($\varphi = 1$)، ضریب دبی جریان (C_d) از رابطه بالا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \left(C_c \frac{w}{y_1}\right)^2}} \quad (4)$$

بنابراین چنانچه C_c معلوم باشد، با استفاده از رابطه‌های (3) و (4) دبی جریان از زیر دریچه به دست می‌آید.

2-2- سرریز لبه‌تیز مستطیلی

بر اساس معادله پیوستگی، معادله کلی جریان از روی سرریز لبه‌تیز مستطیلی با فشردگی جانبی یا بدون فشردگی جانبی، به صورت زیر است:

$$Q = 2/3 C_d \sqrt{2gLH}^{3/2} \quad (5)$$

در اینجا Q ، دبی جریان، L ، طول تاج سرریز و H ، بار استاتیکی روی سرریز است (شکل 1-ب). پارامتری که بیشتر محققان به دنبال تعیین مقدار آن هستند، ضریب دبی جریان (C_d) است. هنگام عبور جریان از مقطع سرریز -به دلیل تغییری که در خطوط جریان به وجود می‌آید- سطح مقطع تیغه جریان¹ بر اثر فشرده شدن کوچک می‌شود.

بر اثر این تغییر شکل، ضریب فشردگی (C_c) به معادله دبی سرریز وارد می‌شود. با مقایسه این فشردگی با فشردگی جریان از زیر دریچه، مشاهده می‌شود که شکل فشردگی جت آب خروجی در این دو سازه آبی شبیه به یکدیگر است (شکل 1). چنانچه از رابطه (4) به عنوان ضریب دبی جریان در سرریز لبه‌تیز مستطیلی استفاده شود

1. Nappe

2-3- سرریز لبه تیز مثلثی

بر اساس معادله پیوستگی، معادله دبی جریان از روی سرریز لبه‌تیز مثلثی، به صورت زیر است:

$$Q = 8/15 C_d \sqrt{2g} m H^{5/2} \quad (11)$$

در این رابطه، m شیب جانبی مقطع مثلثی و برابر $\tan(\theta/2)$ است، که در آن θ زاویه کف مقطع مثلثی است. با در نظر گرفتن بار استاتیکی آب روی تاج سرریز برابر H و با توجه به عرض کانال بالادست برابر B و همچنین ارتفاع سرریز برابر P ، مقادیر A_1 و A_2 برای سرریز لبه‌تیز مثلثی به صورت زیر خواهد بود:

$$A_1 = B(P + H) \quad (12)$$

$$A_2 = mH^2 \quad (13)$$

با فرض $S = B/H(1+P/H)$ ضریب فشردگی برای سرریز مثلثی به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$C_c = 0.57 + \frac{0.043 - m/20}{1.1 - m/S} \quad (14)$$

در اینجا $m/20$ - در صورت کسر سمت راست معادله (14) بر اساس داده‌های آزمایشگاهی در دانشگاه صنعتی اصفهان و همچنین دانشگاه شهید چمران اهواز توسط نویسندگان مقاله پیشنهاد شده است و نسبت A_2/A_1 برابر m/S است.

C_d برای سرریز لبه‌تیز مثلثی نیز با توجه به رابطه (4) به صورت زیر است:

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{1 - \left(\frac{mC_c}{S}\right)^2}} \quad (15)$$

با قرار دادن مقادیر C_c و C_d به ترتیب از رابطه‌های (14) و (15) در رابطه (11)، دبی جریان قابل محاسبه است.

مسئله مهمی که نباید از ذهن دور شود، تأثیر لزجت و کشش سطحی مخصوصاً در بارهای استاتیکی (H) کم در تخمین دبی جریان بوسیله روش ارائه شده است. برای جبران اثر لزجت و کشش سطحی در سرریز لبه‌تیز مستطیلی، افزودن مقدار ثابت $0/001$ به مقدار بار استاتیکی در معادله (5) پیشنهاد می‌شود. با توجه به آن، در سرریزهای لبه‌تیز مستطیلی، رابطه نهایی برای محاسبه

دبی جریان به صورت زیر داده می‌شود:

$$Q = 2/3 \sqrt{2g} C_d L (H + 0.001)^{3/2} \quad (16)$$

از آنجا که ضریب C_c در رابطه (14) بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و برای H های کم و زیاد، جوابهای خوبی را به دست می‌دهد، می‌توان ادعا کرد که رابطه (14) اثر لزجت و کشش سطحی را نیز در نظر می‌گیرد. بنابراین رابطه (11) برای برآورد دبی جریان در سرریز مثلثی مناسب است.

3- نتایج و مقایسه‌ها

برای تحلیل روش پیشنهادی از داده‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده توسط نویسندگان مقاله از روی سرریزهای لبه تیز مستطیلی در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده عمران دانشگاه صنعتی اصفهان و گروه آبیاری دانشگاه شهید چمران اهواز و همچنین داده‌های آزمایشگاهی در دانشگاه گرنل استفاده شده است. در جدول 1 مشخصات سرریزهای مستطیلی و مثلثی مورد استفاده در این تحلیل دیده می‌شود. در اینجا همچنین از رابطه‌های تجربی دیگران (جدول 2) برای مقایسه استفاده شده است.

3-1- سرریز مستطیلی لبه‌تیز دانشگاه صنعتی اصفهان

داده‌های آزمایشگاهی سرریز لبه‌تیز مستطیلی با فشردگی جانبی موجود در دانشکده عمران دانشگاه صنعتی اصفهان با مقادیر دبی محاسبه شده با استفاده از روابط جدول 2 و بر اساس روش پیشنهادی مقایسه شد (شکل 2). در این شکل Q_{Cal} دبی محاسبه شده از رابطه‌های تجربی و رابطه پیشنهادی و Q_{Exp} دبی حاصل از داده‌های آزمایشگاهی است. با توجه به شکل 2 بیشینه و کمینه خطای برآورد با روش پیشنهادی در حدود $1/5$ و 4 - درصد و به طور میانگین در حدود $1/5$ - درصد می‌باشد که نتایج در مقایسه با روشهای دیگر بهتر است.

جدول 1 مشخصات سرریزهایی که از داده‌های آزمایشگاهی آنها استفاده شده است

L	P	B	محقق	تعداد داده‌ها	محل آزمایش	شکل سرریز
(m)	(m)	(m)				
0/70	0/57	1/00	نوربخش	52	دانشگاه صنعتی اصفهان	مستطیلی با فشرده‌گی جانبی
0/61	0/36	0/61	Martin	26	Cornell University	مستطیلی بدون فشرده‌گی جانبی
0/61	0/30	0/61	Meyer and See(A)	30		
0/61	0/62	0/61	Meyer and See(B)	32		
0/61	0/29	0/61	Meyer and See (C)	20		
1/28	1/22	1/28	Schoter and Turner(A)	30		
1/28	0/30	1/28	Schoter and Turner(B)	25		
-	0/32	1/04	—	360	دانشگاه شهید چمران اهواز	مثلی (θ=27°)
-	0/38	1/82		240		مثلی (θ=53°)

جدول 2 رابطه‌های تجربی محققان گذشته برای تخمین دبی جریان در سرریزهای لبه تیز مستطیلی و مثلی

دبی جریان	رابطه برآورد مقدار C_d	سال	محقق	سرریز لبه تیز مستطیلی	سرریز مثلی
$Q = 2/3 C_d \sqrt{2g} L H^{3/2}$	$C_d = 0.623(1+H/L)$	1886	فرانسیس	سرریز لبه تیز مستطیلی	1
$Q = 2/3 C_d \sqrt{2g} L H^{3/2}$	$C_d = (0.608 - 0.045(1+L/B) + 0.004/H)(1 + 0.55/(1+P/H)^2)$	1888	بیزن		2
$Q = 2/3 C_d \sqrt{2g} L H^{3/2}$	$C_d = (0.578 + 0.037(L/B)^2 + (3.615 - 3(L/B)^2)/(1000H + 1.6)) / (1 + 0.5(L/B)^4 / ((L/B)(1+P/H))^2)$	1924	SIA		3
$Q = 2/3 C_d \sqrt{2g} L H^{3/2}$	$C_d = (3/2)(0.405 + 0.0027/H - 0.03(1-L/B)) / (1 + 0.55/(L/B)(1+P/H)^2)$	1927	رهبوک		4
$Q = 2/3 C_d \sqrt{2g} (L + K_L)(H + 0.001)^{3/2}$	ضریب دبی (C_d) و K_L بر اساس جدول و نموداری که در [8] آورده شده است، به دست می‌آید	1967	کیندسواتر و کارتر	سرریز مثلی	5
$Q = 8/15 C_d \sqrt{2g} \tan(\theta/2) H^{2.5}$	$C_d = (0.5775 + 0.0007H^{1.25}) / (1 + (H^4 B^2)(P+H)^2)$	1924	SIA		6
$Q = 8/15 C_d \sqrt{2g} \tan(\theta/2)(H + K_h)^{2.5}$	$K_h = 0.3048(0.0144902648 - 0.000339555350 + 3.29819003E6\theta - 1.06215442E8\theta^3)$ $C_d = 0.607165052 - 0.0008744669630 + 6.10393334 E6 \theta^2$	1996	USBR		7

3-2- سرریز لبه تیز مستطیلی بدون فشرده‌گی جانبی مارتین

داده‌های آزمایشگاهی سرریز لبه تیز مستطیلی بدون فشرده‌گی جانبی که توسط مارتین در کانال آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه کورنل برداشت شده است، با مقادیر محاسبه شده بوسیله روش پیشنهادی مقایسه شد (شکل 3). با توجه به شکل 3، بیشینه و کمینه خطای برآورد با روش پیشنهادی بین 0/5- تا 2/6 درصد بوده و بطور میانگین خطائی در حدود 1/03 درصد دارد که در مجموع نسبت به برآورد سایر روابط مناسب‌تر می‌باشد.

3-3- سرریز لبه تیز مستطیلی بدون فشرده‌گی جانبی مییر و سی

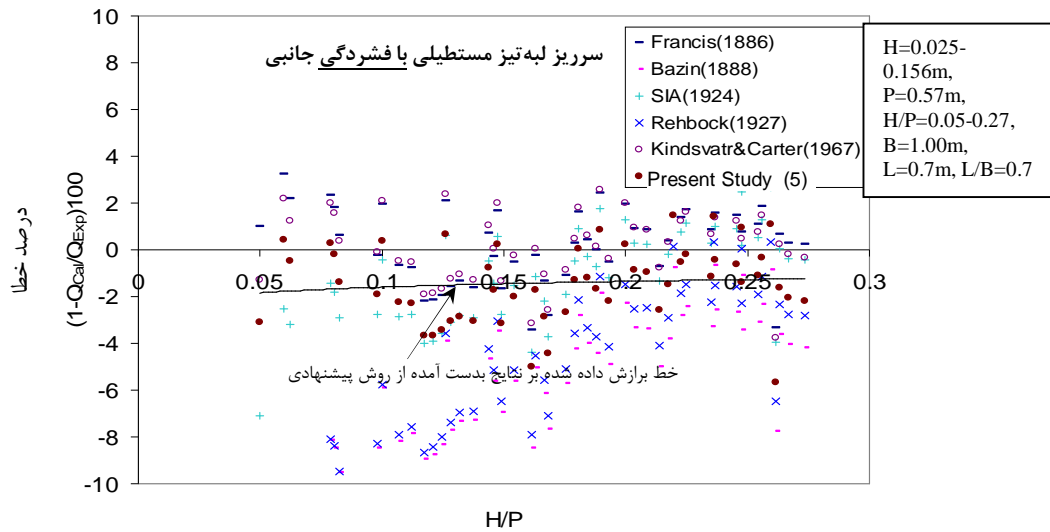
داده‌های آزمایشگاهی سرریز لبه تیز مستطیلی بدون فشرده‌گی جانبی که توسط مییر و سی در کانال آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه کورنل برداشت شده، با مقادیر محاسبه شده به وسیله روش پیشنهادی مقایسه شد (شکل 4). با توجه به شکل 4، بیشینه و کمینه خطای برآورد داده‌های آزمایشگاهی با روش پیشنهادی بین 0/6 تا 13/5 درصد و به طور میانگین در حدود 2/51 درصد مشاهده می‌شود. همان‌گونه که در شکل 4 مشاهده می‌شود، پس از روش

پیشنهادی روشهای کیندسواتر و کارتر و SIA نتایج بهتری را نشان می‌دهد.

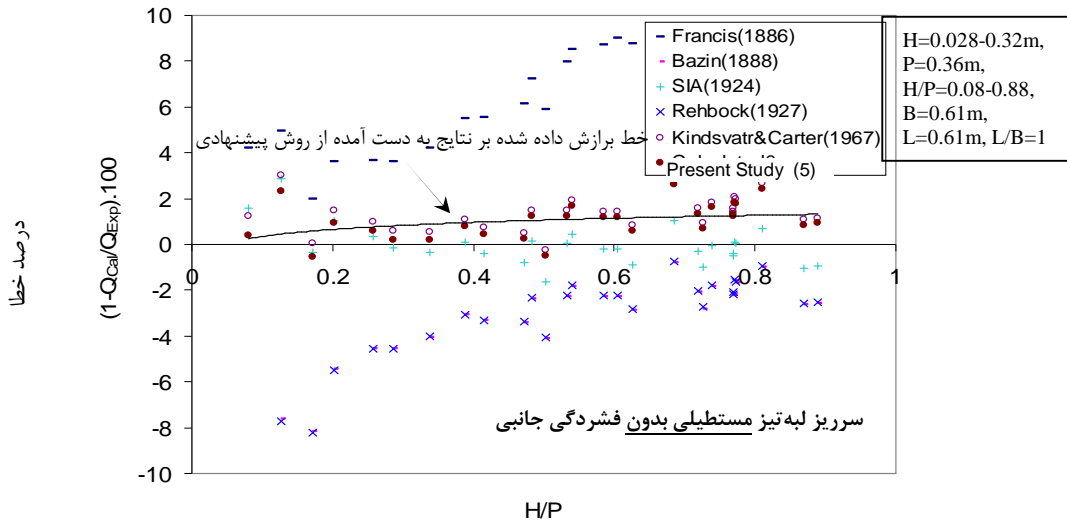
درصد خطا بین روش پیشنهادی با مقادیر آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده برای سرریز با زاویه 27 درجه بین 1/27- تا 0/95 درصد است. در سرریز مثلثی با زاویه رأس 53 درجه درصدخطا بین روش پیشنهادی با مقادیر آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده بین 0/4- تا 0/66 است.

3-4- سرریز لبه تیز مثلثی

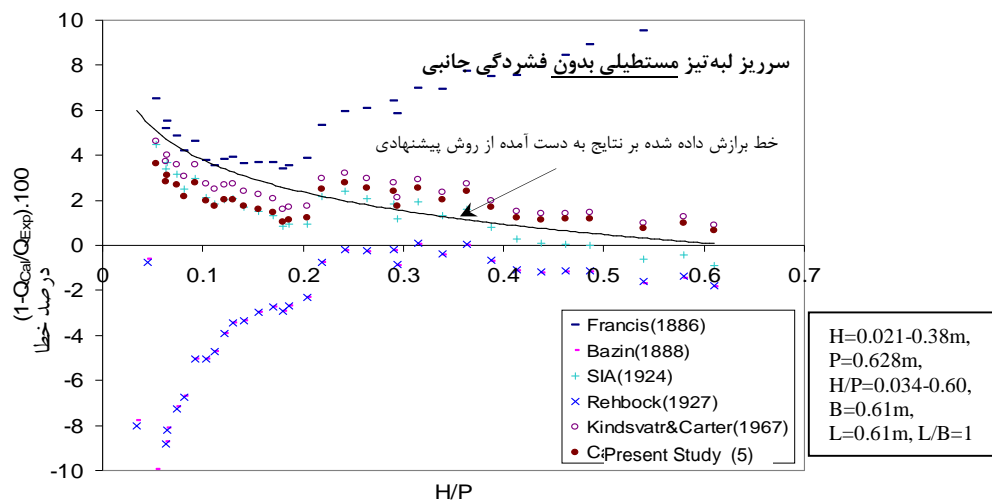
در بررسی نمودار ترسیم شده بر اساس داده‌های سرریزهای لبه تیز مثلثی دانشگاه اهواز (شکل‌های 5 و 6)،



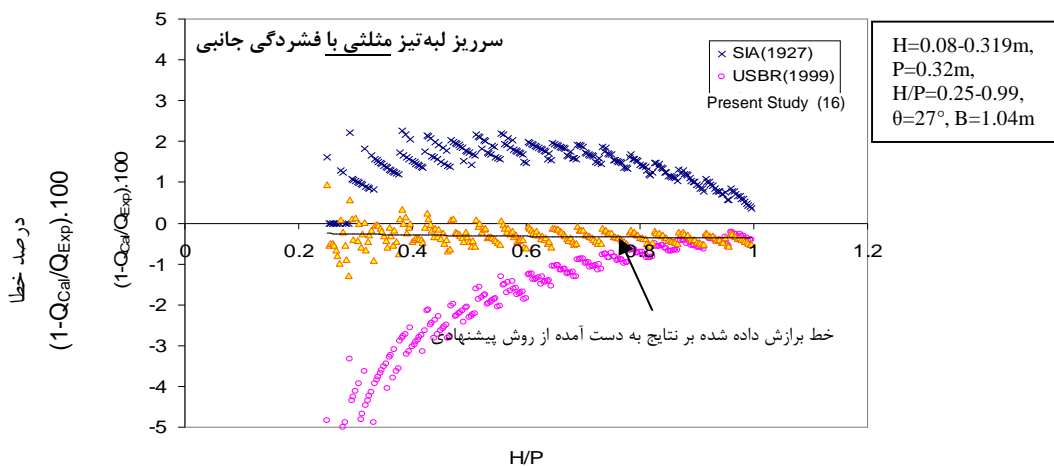
شکل 2 مقایسه داده‌های آزمایشگاهی دانشگاه صنعتی اصفهان با روش پیشنهادی و روابط دیگران



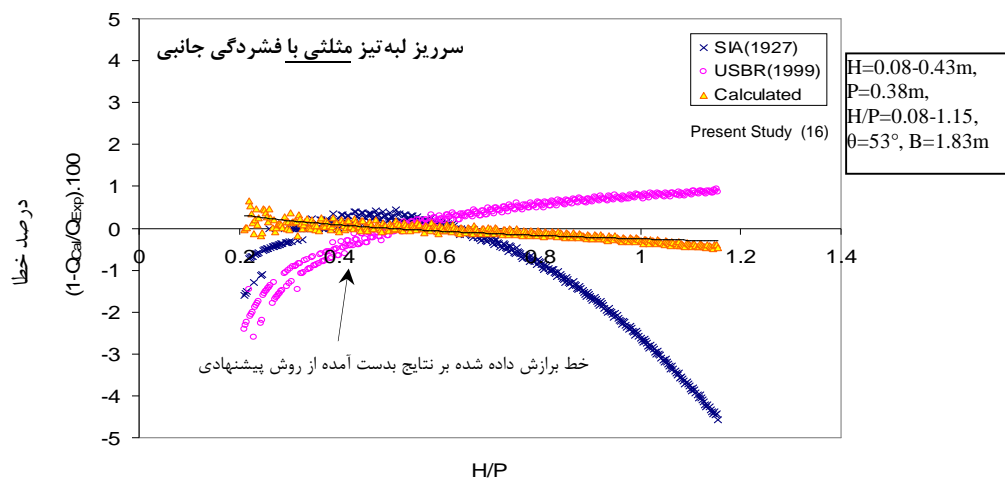
شکل 3 مقایسه داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده توسط مارتین با روش پیشنهادی و روابط دیگران



شکل 4 مقایسه داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده توسط Meyer and See (B) با روش پیشنهادی و روابط دیگران



شکل 5 مقایسه داده‌های آزمایشگاهی در دانشگاه شهید چمران اهواز ($\theta=27^\circ$) با روش پیشنهادی و روشهای دیگران



شکل 6 مقایسه داده‌های آزمایشگاهی در دانشگاه شهید چمران اهواز ($\theta=53^\circ$) با روش پیشنهادی و روابط دیگران

4- نتیجه گیری

در این تحقیق، با کمک گرفتن از ضریب دبی جریان از زیر دریچه کشویی و استفاده از یک رابطه تجربی برای محاسبه ضریب فشردگی مربوط به دریچه کشویی، روشی کاملاً تحلیلی برای محاسبه دبی جریان با در نظر گرفتن تاثیر لزجت و کشش سطحی در جریان از روی سرریز، ارائه شده است.

با استفاده از این روش، برآورد دبی در سرریز مستطیلی با فشردگی جانبی در دانشگاه صنعتی اصفهان $\pm 1/5$ درصد خطا دارد. سرریزهای مستطیلی بدون فشردگی جانبی در دانشگاه گزنل، در مقایسه داده‌های مارتین و میسر و سی در حدود ± 1 درصد و با داده‌های اسکودر و ترنر $\pm 1/2$ درصد خطا دارد. داده‌های سرریز لبه‌تیز مثلثی دانشگاه شهید چمران اهواز کمتر از ± 1 درصد خطا را نشان می‌دهد. مقایسه روش پیشنهادی با رابطه‌های تجربی دیگران نشان می‌دهد که روش پیشنهادی، دبی جریان روی سرریزهای لبه تیز مستطیلی و مثلثی را با دقت بیشتر پیش‌بینی می‌نماید.

8- فهرست علائم

A	سطح مقطع جریان
B	عرض کانال بالادست جریان
C_d	ضریب دبی جریان
H	بار هیدرولیکی بالادست تاج سرریز
P	ارتفاع سرریز
q	دبی جریان در واحد عرض سرریز
θ	زاویه رأس سرریز
A_1	سطح مقطع کانال بالادست جریان
A_2	سطح مقطع کانال پایین دست
C_c	ضریب فشردگی جریان
g	شتاب ثقل
L	طول تاج سرریز
m	شیب دیوارهای جانبی سرریز
Q	دبی جریان

w	بازشدگی دریچه
Y_1	عمق آب پشت دریچه
Y_2	عمق جریان پایین دست دریچه

9- منابع

[1] حسینی، م، ابریشمی، ج. (1381)، هیدرولیک کانالهای باز. انتشارات دانشگاه امام رضا، مشهد.

[2] ASTM, American Society for Testing and Materials(1993). "ASTM D 5224, Standard method for open channel flow measurement of water with thin plate weirs".

[3] Ranga Raju, K.G. (1993). Flow through Open Channels. McGraw-Hill, Company Limited New Dehli.

[4] Montes, Sergio. (1998). Hydraulics of Open Channel Flow. ASCE Press.

[5] بیرامی، م. ک، "سازه‌های انتقال آب"، انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، (1376).

[6] Barr, J. (1910) "Experiments upon the flow of water over triangular notch", J. of Engineering, London, Vol. 89(2310), pp. 435-438, (2311), 470-473.

[7] USBR, U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation. (1999). "Water Measurement Manual".

[8] Kindsvater, C. E. and Carter, R. W. (1959) "Discharge characteristics of rectangular thin plate weirs", Trans. A. S. C. E., Vol. 124, pp. 772-801.

[9] Ghodsian, M. (2004). "Stage Discharge Relationships for Triangular Weir." International Journal of Civil Engineering, Vol. 2, No. 1,

[10] Schoder, Wturner, B. (1929). "Precise Weir Measurement", ASCE, Vol. 93, pp. 999.