

# شبیه‌سازی سیستم دوفازی نیوتنی-غیرنیوتنی با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار و مدل هرشل-بالکی

پوریا امیدوار<sup>1\*</sup>، مهران خیرخواهان<sup>2</sup> و خسرو حسینی<sup>3</sup>

1- دانشیار گروه مهندسی مکانیک دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یاسوج

2- دانش آموخته دکتری آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

3- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

\*omidvar@yu.ac.ir

(دریافت مقاله: 96/10/10؛ پذیرش مقاله: 97/10/24)

**چکیده**- یکی از مسائل مورد علاقه محققان در علم هیدرولیک، بررسی نحوه حرکت ذرات رسوب و تغییرات شکل سطح بستر رسوبی (مورفولوژی) ناشی از جریان آب بالای رسوبات می‌باشد. در این مقاله به کمک روش لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) جریان دوفازی آب-رسوب مدل‌سازی شده است. از ویژگی‌های روش‌های لاگرانژی می‌توان به قابلیت مدل‌سازی تغییرشکل‌های بزرگ و مرزهای حدواصل میان دو سیال مختلف و همچنین ردیابی ذرات در مدل‌های چندفازی اشاره کرد. در این مطالعه برای انجام مدل‌سازی از توسعه کد SPHysics2D بهره گرفته شده است که در آن مقادیر فشار به صورت صریح و به کمک معادله حالت محاسبه می‌شوند. برای بررسی رفتار فاز رسوبات، مدل غیرنیوتنی ویسکوپلاستیک هرشل بالکی پاناستاسیو (HBP) مورد استفاده قرار گرفته است. همچنین در این مدل توسعه یافته برای بررسی تعامل ذرات دانه‌ای رسوبات از میانگین‌گیری هارمونیک میان لزجت و برای تعامل دو فاز مختلف از معادله Owen استفاده شده است. در این تحقیق به علت وجود اختلاف چگالی میان دو فاز آب و رسوب، از یکی از روش‌های اصلاح شده موجود برای معادلات پیوستگی و مومنتوم استفاده گشته است. برای بررسی صحت عملکرد مدل ویسکوپلاستیک به کار گرفته شده در کد، از مدل آزمایشگاهی شکست سد ذرات دانه‌ای استفاده گردید و پس از آن برای بررسی کد دو فازی توسعه یافته از مدل آزمایشگاهی شکست سد آب-رسوب با بستر متحرک استفاده گشت. نتایج حاکی از آن است که مدل به کار گرفته شده در این تحقیق قابلیت بالایی در شبیه‌سازی سیستم‌های دوفازی آب-رسوب خواهد داشت.

**کلید واژگان:** SPH، مدل رئولوژیکی HBP، مدل اون، شکست سد با بستر متحرک.

## 1- مقدمه

ویژگی‌های رسوبات از جمله قطر متوسط و چگالی آن‌ها و همچنین پارامترهای جریان از جمله سرعت و تنش برشی مرتبط کرده‌اند. متأسفانه با تلاش‌های فراوان صورت گرفته، کاربرد این روش‌ها در مطالعات و مدل‌های رسوبی منجر به نتایج بسیار متفاوت در مقایسه با یکدیگر می‌گردند. در دهه گذشته برای بررسی رفتار رسوبات غیرچسبنده، نگرش جدیدی مورد استفاده قرار گرفته

بررسی انتقال حرکت رسوبات در رودخانه‌ها و مسیل‌ها، یکی از پیچیده‌ترین موضوعات مرتبط با علم هیدرولیک و مکانیک سیالات می‌باشد. تاکنون بسیاری از محققان نحوه حرکت ذرات رسوبی در محیط آبی را مورد مطالعه قرار داده‌اند. نتایج این تحقیقات معمولاً به صورت رابطه‌ها و نمودارهایی ارائه شده‌اند که میزان حرکت رسوبات را به

Lucy (1977) در اختریف یک به منظور مطالعه برخورد کهکشان‌ها مورد استفاده قرار گرفت و بعدها توسط Monaghan (1994) گسترش یافته و در مسائل حرکت سیال با سطح آزاد مورد استفاده قرار گرفت.

همان‌طور که اشاره شد، بسیاری از جریان‌های دانه‌ای همانند حرکت رسوبات درشت دانه و یا ذرات شیشه و موادی از این قبیل اصطلاحاً دارای رفتار ویسکوپلاستیک می‌باشند. مدل‌سازی جریان‌های دانه‌ای به کمک مدل‌های ویسکوپلاستیک همچون بینگهام، هرشل بالکی، کراس و دیگر مدل‌های رئولوژیکی که دارای یک آستانه حرکت در تنش برشی می‌باشند، تاکنون مورد استفاده بسیاری از محققان قرار گرفته است. این مدل‌ها تا قبل از رسیدن تنش برشی به آستانه‌ای معین، رفتار همانند ماده جامد دارند و پس از این آستانه، همانند سیال جاری می‌شوند.

در زمینه استفاده از مدل‌های ویسکوپلاستیک و همچنین مدل‌های دوفازی آب-رسوب با استفاده از نگرش لاگرانژی می‌توان به مدل‌سازی‌های جریان رسوبات تحت جریان‌های سریع همچون شکست سد و یا به زمین لغزش‌ها اشاره کرد. (Szwec (2017) به کمک روش SPH حرکت ذرات دانه‌ای را به کمک مدل رئولوژیکی کراس برای مدل‌های دوبعدی و سه‌بعدی بررسی کرد و نتایج کار خود را با داده‌های آزمایشگاهی و خروجی‌های DEM و FEM مقایسه کرد. وی برای سرعت بخشیدن به زمان اجرا از کد موازی استفاده کرد که در آن از سرعت پردازشی کارت گرافیک GPU بهره گرفته می‌شود. Fu and Jin (2015) از مدل لاگرانژی MPS برای بررسی پدیده رانش زمین استفاده کردند. آن‌ها در مطالعات خود در ابتدا حرکت گوه‌های صلب با شکل‌های مختلف را به داخل آب بررسی کردند. پس از آن حرکت رسوبات مستغرق و غیر مستغرق را بررسی کردند. آن‌ها با روش MPS مدل‌سازی سیستم دوفازی آب-رسوب برای شکست سد را نیز مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای مدل‌سازی فاز رسوب از مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی استفاده نمودند (Fu and Jin, 2016).

Fourtakas and Rogers (2016) به کمک مدل‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب با مدل موازی تراکم‌پذیر کم

است که آن ایده سیال غیرنیوتنی ویسکوپلاستیک برای مدل‌سازی رسوبات می‌باشد. در این روش‌ها سعی می‌شود تا تنش آستانه حرکت ذرات به کمک معادلات اساسی مکانیک خاک و مکانیک انتقال رسوب تعریف گردند. نتایج حاصل از این نگرش به پدیده انتقال رسوب منجر به نتایج قابل قبولی در این حوزه گردیده است و مطالعات با ایده سیال غیرنیوتنی برای بهبود مدل‌سازی‌ها همچنان ادامه دارد.

امروزه با ارتقای سرعت محاسبات در کامپیوترهای پیشرفته، مدل‌سازی رفتار دقیق سیالات به کمک دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) بسیار مورد توجه قرار گرفته است. یکی از روش‌هایی که در دهه اخیر بسیار به کار گرفته شده است، روش‌های لاگرانژی بدون شبکه نظیر SPH و MPS می‌باشند. این روش‌ها تاکنون برای حل بسیاری از مسائل همچون زمین لغزش‌ها، ریزش بهمن و مسائلی از این دست مورد استفاده قرار گرفته‌اند. شکست سد با محیط دوفازی دارای بستر فرسایش‌پذیر یکی از مسائل استاندارد برای بررسی عملکرد کدهای موجود در زمینه مدل‌های لاگرانژی می‌باشد. در این مدل‌ها ماهیت پیچیده حرکت رسوبات با مدل‌های رفتاری تنشی میان آن‌ها (سیالات غیرنیوتنی ویسکوپلاستیک) در کد اعمال می‌شوند. همچنین اندرکنش این ذرات با ذرات سیال که منجر به حرکت ذرات رسوب و تغییر شکل بستر رسوبی می‌گردد، از جنبه‌های پر اهمیت این روش‌ها می‌باشد که در نهایت به کمک نتایج این مدل‌ها همچون سرعت و فشار درک بهتری برای تحلیل مسأله ایجاد خواهد شد و همچنین به کار گرفتن روش‌های عددی منجر به کاهش هزینه‌های زیاد آزمایشگاهی برای بررسی‌های بیشتر خواهد شد.

یکی از روش‌های لاگرانژی بدون شبکه که به صورت گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته و قادر به تحلیل مسائلی همچون بررسی حرکت مخلوط آب-رسوب چسبنده (جریان غلیظ)، حرکت ذرات دانه‌ای و ماسه‌ای، بررسی مدل‌های چندفازی ذرات غیرچسبنده به همراه آب و هوا و مواردی از جمله هیدرولیک دریا می‌باشد، مدل دینامیک ذرات هموار یا SPH است. این روش ابتدا توسط

همکاران (1397) با استفاده از مدل رئولوژیکی  $\mu(I)$  جریان تک‌فازی حرکت ذرات رسوبی ناشی از حذف دو دیواره و مدل دوفازی آب-رسوب را مدل‌سازی نمودند. در این مقاله از کد SPHysics2D استفاده شده که این کد به زبان فرترن و به صورت متن باز در اختیار قرار دارد و توانایی مدل‌سازی جریان برای سیالات نیوتنی را دارد (Gomez-Gesteira et al., 2012).

در این تحقیق در ابتدا به بررسی جریان تک‌فازی دانه‌ای و در ادامه به مدل‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب پرداخته شده است. برای بررسی حرکت ذرات از مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی-پاپاناستاسیو (HBP) استفاده شده است که بر خلاف مدل‌های دو رابطه‌ای دچار جدایش میان مرز آستانه حرکت و ذرات بدون حرکت نمی‌باشد و به صورت تک رابطه‌ای تعریف می‌گردد و در نتیجه در ناحیه حدفاصل میان آستانه حرکت و عدم حرکت ذرات دچار تکینگی نخواهد شد. همچنین برای تعیین تنش آستانه حرکت در ذرات دانه‌ای از معیار موهر-کلمب استفاده گردید. پس از آن با توسعه کد، مسئله دوفازی شکست سد با بستر فرسایش پذیر برای ذرات ماسه‌ای حل گردیده است. برای بررسی عملکرد مدل رئولوژیکی مورد استفاده در این مقاله از مدل آزمایشگاهی شکست سد دانه‌ای استفاده شده است که در مدل توسعه داده شده برای بهبود حرکت ذرات از میانگین‌گیری هارمونیک میان لزجت ذرات استفاده شده است. در ادامه برای مدل کردن سیستم دو فازی آب-رسوب به علت وجود اختلاف چگالی میان آن‌ها از معادلات توسعه یافته جریان توسط Grenier et al. (2009) در مرز حدفاصل میان دو فاز استفاده گردید و در نهایت نیز برای تعامل ذرات از دو فاز مختلف که دارای لزجت مختلف در حدفاصل یکدیگر هستند، رابطه اُون به کار گرفته شد.

نتایج حاصل از مدل تک‌فازی حاکی از توانایی مدل ویسکوپلاستیک به کار گرفته شده برای مدل‌سازی حرکت ذرات دانه‌ای می‌باشد. همچنین نتایج حاصل از مدل دوفازی نیز بیانگر آن است که کد توسعه یافته، قابلیت بالایی در تحلیل مسائل آب-رسوب را دارد.

SPHysics، اثر GPU را در سرعت اجرای برنامه بررسی کردند. آن‌ها رفتار رسوبات را با استفاده از مدل رئولوژیکی هرشل-بالکی مدل‌سازی نمودند. (Khanpour et al. (2016) جهت بررسی و مدل‌سازی آبشستگی و فلاشینگ رسوبات به وسیله جریان سریع آب از روش SPH با تراکم‌پذیری کم و مدل ویسکوپلاستیک بینگهام را برای رسوب استفاده کردند. (Razavitoosi et al. (2014) مدل دوفازی SPH را برای شکست سد با بستر متحرک استفاده کردند. هر دو فاز رسوب و آب به صورت سیال با تراکم‌پذیری کم با معادله حالت در نظر گرفته شد. آن‌ها در مدل خود از ترکیب لزجت مصنوعی و همچنین مدل بینگهام با مدل کراس و نیز مدل بینگهام با لزجت مصنوعی برای فاز رسوب استفاده کردند. فرزین و همکاران (1393) با استفاده از روش ISPH به مدل‌سازی دوفازی شکست سد پرداختند. آن‌ها در این مطالعه فاز رسوب را به صورت مدل بینگهام مدل‌سازی نمودند. (Shakibaenia and Jin (2011) با استفاده از ایده سیال غیرنیوتنی، شکست سد دوفازی را با MPS مدل‌سازی نمودند. برای مدل‌سازی سیال غیرنیوتنی یا همان رسوبات از مدل ویسکوپلاستیک تعمیم یافته استفاده کردند. خیرخواهان و حسینی (1396) برای بررسی حرکت ذرات دانه‌ای به صورت تک فاز از مدل رئولوژیکی  $\mu(I)$  در روش SPH استفاده کردند و نشان دادند که با توجه به وجود پارامترهای فیزیکی ذرات دانه‌ای مورد استفاده در معادلات این روش، این روش دارای ویژگی منحصر به فردی می‌باشد. آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر به اثر لزجت تعامل و همچنین اثر وجود دریاچه در رفتار ذرات دانه‌ای با استفاده از روش SPH پرداختند (Omidvar and Kheirkhahan and Hosseini, 2018). (Nikeghbali (2017) در مدل‌سازی جریان سریع ناشی از شکست سد با بستر فرسایش‌پذیر در SPH از مدل بینگهام برای مدل‌سازی رسوبات استفاده کردند و تغییرات سطح بستر رسوبی را نسبت به کارهای قبل بهبود بخشیدند. آن‌ها در مقاله‌ای دیگر تغییرات بستر رسوبی در اثر موج معکوس ناشی از جزر و مد دریا به داخل رودخانه را با استفاده از روش SPH مورد بررسی قرار دادند (Nikeghbali and Omidvar, 2018). همچنین امیدوار و

## 2- معادلات حاکم

معادلات حاکم در جریان‌ها، پیوستگی و اندازه حرکت می‌باشند که در شکل لاگرانژی به صورت رابطه‌های (1) تا (3) ارائه شده‌اند.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{u} + \nabla \bar{\tau} + \vec{F} \quad (2)$$

$$\frac{D\vec{r}}{Dt} = \vec{u} \quad (3)$$

در روابط بالا،  $u$  بردار سرعت،  $\rho$  چگالی،  $P$  فشار،  $\bar{\tau}$  تنسور تنش آشفته‌گی مقیاس زیر ذره (SPS)،  $\mu$  لزجت،  $F$  دیگر نیروهای مؤثر در حرکت سیال،  $t$  زمان و  $r$  مکان ذره هستند.

در این روابط هیچگونه جمله شتاب جابجایی در معادله بقای جرم و مومنتوم وجود ندارد.

## 3- روش SPH

روش SPH از درون‌یابی انتگرالی تابع  $f$  بر دامنه  $\Omega$  حاصل می‌شود. که موجب تخمین تابع  $f$  بر اساس مقادیر موجود در اطراف دامنه آن می‌گردد. مقدار تابع  $f$  با استفاده از تابع پیچشی (کانولوشن) به صورت رابطه (4) قابل بیان است.

$$f(x) \approx \langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (4)$$

با گسسته‌سازی به صورت تقریب ذره‌ای رابطه (4) به رابطه (5) تبدیل می‌گردد.

$$f(x_i) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x_i - x_j, h) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W_{ij} \quad (5)$$

در این رابطه  $W_{ij}$  تابع کرنل و  $h$  طول هموار هستند.  $m_j$  و  $\rho_j$  به ترتیب جرم و چگالی ذره در نقطه  $j$  می‌باشند.

در نهایت، فرم کلی معادلات جریان در روش SPH به وسیله تقریب‌های کرنل و ذره به صورت رابطه‌های (6) و (7) در خواهد آمد.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_j m_j v_{ij} \nabla_i W_{ij} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\vec{u}_i}{Dt} &= \frac{F}{\rho_i} - \sum_j m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \\ &+ \sum_j m_j \left( \frac{4v_{ij} u_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)(|r_{ij}|^2 + \iota^2)} \right) \nabla_i W_{ij} \\ &+ \sum_j m_j \left( \frac{\bar{\tau}_i}{\rho_i^2} + \frac{\bar{\tau}_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

در این رابطه  $P$  فشار ذره و  $u_{ij}$  اختلاف سرعت دو ذره  $i$  و  $j$ ،  $v$  لزجت سینماتیکی سیال،  $|r_{ij}| = |x_i - x_j|$  مقدار  $\iota$  بسیار کوچک برای جلوگیری از بی‌نهایت شدن رابطه می‌باشد و تعریف بقیه پارامترها در رابطه‌های قبلی آمده است.

در سمت راست رابطه (7)، جمله اول بیانگر نیروهای مؤثر، جمله دوم گرادیان فشار، جمله سوم لزجت لایه‌ای است که توسط Morris et al. (1997) ارائه شد و جمله آخر تنش آشفته‌گی SPS می‌باشد که در این رابطه مقدار تنش آشفته‌گی به صورت رابطه (8) به دست می‌آید.

$$\frac{\tau_{\alpha\beta}}{\rho} = v_t \left( 2\dot{\gamma}_{\alpha\beta} - \frac{2}{3} k \delta_{\alpha\beta} \right) - \frac{2}{3} C_I \Delta^2 \delta_{\alpha\beta} |\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|^2 \quad (8)$$

در رابطه (8)،  $\tau_{\alpha\beta}$  تنسور تنش SPS می‌باشد.  $v_t$  لزجت آشفته‌گی است که از مدل اسمگورینسکی به صورت  $v_t = [min(C_s \Delta l)]^2 |\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|$  که در آن ثابت اسمگورینسکی  $C_s = 0.12$  می‌باشد.  $\dot{\gamma}_{\alpha\beta}$  تنسور کرنش و  $|\dot{\gamma}_{\alpha\beta}|$  مقدار آن می‌باشد.  $k$  انرژی سینماتیکی آشفته‌گی SPS و  $C_I = 0.0066$  می‌باشند.

در این مطالعه به علت وجود ذرات با چگالی متفاوت در ناحیه حدفاصل، از روش پیشنهادی Grenier et al. (2009) استفاده شده است. در این روش معادله پیوستگی و گرادیان فشار در رابطه مومنتوم به صورت رابطه‌های (9) و (10) در خواهند آمد.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} v_{ji} \nabla_i W_{ij} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\vec{u}_i}{Dt} &= \frac{F}{\rho_i} - \sum_j m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + R_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} \\ &+ \sum_j m_j \left( \frac{4v_{ij} u_{ij}}{(\rho_i + \rho_j)(|r_{ij}|^2 + \iota^2)} \right) \nabla_i W_{ij} \\ &+ \sum_j m_j \left( \frac{\bar{\tau}_i}{\rho_i^2} + \frac{\bar{\tau}_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \end{aligned} \quad (10)$$

در این رابطه مقدار  $\eta$  به صورت زیر برای عدم حرکت و حرکت سیال تعریف می‌شود (Zhu et al., 2005).

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_y}{|\dot{\gamma}|} + \mu_o (|\dot{\gamma}|)^{n-1} & |\tau| \geq \tau_y \\ \infty & |\tau| < \tau_y \end{cases} \quad (14)$$

در رابطه (14)،  $\mu_o$  و  $n$  شاخص‌های پایداری و رفتار جریان هستند. این مقادیر تابع خصوصیات رسوب از جمله اندازه دانه و چگالی می‌باشند.

$\dot{\gamma}_{\alpha\beta}$  تنسور کرنش می‌باشد که از رابطه (15) قابل محاسبه است (Khanpour et al., 2016).

$$\dot{\gamma}_{\alpha\beta} = \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \quad (15)$$

اندازه این تنسور را می‌توان به وسیله رابطه (16) به دست آورد (Khanpour et al., 2016).

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \dot{\gamma}_{\alpha\beta}} \quad (16)$$

در اینجا برای تعیین تنش تسلیم حرکت ذرات دانه‌ای از معیار موهر-کلومب به صورت زیر استفاده شده است (Shakibaenia and Jin, 2011).

$$\tau_y = p \sin\phi + C \cos\phi \quad (17)$$

در رابطه بالا  $C$  چسبندگی خاک،  $\phi$  زاویه اصطکاک داخلی خاک و  $p$  فشار مؤثر وارده از سربار بالای هر ذره خاک می‌باشد.

همان‌طوری که در رابطه (14) مشخص شده است، برای ارائه مدل رفتاری رسوب از توابعی گسسته (دو ضابطه‌ای) استفاده گردیده است که در این توابع زمانی که نرخ برش به سمت صفر میل می‌کند، نرخ کرنش نیز به صفر نزدیک می‌شود. برای اجتناب از نواحی تسلیم و غیرتسلیم از معادلات با شکل‌های پیوسته منظم استفاده می‌شود.

در این مقاله از قانون نمایی ارائه شده توسط Zhu et al. (2005) استفاده شده است که به صورت رابطه (18) بیان می‌شود.

$$\eta = \frac{\tau_y}{|\dot{\gamma}|} (1 - \exp(-m|\dot{\gamma}|) + \mu_o |\dot{\gamma}|^{n-1}) \quad (18)$$

در این رابطه  $m$  رشد نمایی تنش را کنترل می‌کند. این معادله برای هر دو ناحیه تسلیم و غیرتسلیم کاربرد دارد. شکل 1 اثر تغییرات  $m$  و  $n$  را بر شکل تابع معادله هرشل بالکی نشان می‌دهد.

جمله  $R_{ij}$  عامل تعادل میان دو فاز با چگالی‌های متفاوت است. این جمله به وسیله رابطه (11) قابل محاسبه است.

$$R_{ij} = K \left( \frac{\rho_d - \rho_l}{\rho_d + \rho_l} \right) \left| \frac{P_i + P_j}{\rho_i \rho_j} \right| \quad (11)$$

در این رابطه  $\rho_d$  و  $\rho_l$  به ترتیب برابر با چگالی‌های مرجع دو فاز با مقادیر بیشتر و کمتر می‌باشند.  $K$  ضریبی است عددی که بین 0/01 تا 0/1 است. در این تحقیق مقدار  $K$  برابر با 0/08 قرار داده شده است و همچنین از تابع میان‌یاب cubic استفاده شده است.

### 3-1- شرایط مرزی

در این مطالعه از ذرات مرزی دافعه استفاده شده است. این نوع از ذرات مرزی ابتدا توسط Monaghan and Kos (1999) در SPH مورد استفاده قرار گرفتند و سپس توسط Rogers et al. (2008) توسعه داده شدند. این نوع از ذرات مرزی به این صورت عمل می‌کنند که یک نیروی نرمال به ذرات سیال وارد می‌کنند. مقدار این نیرو از رابطه (12) به دست می‌آید.

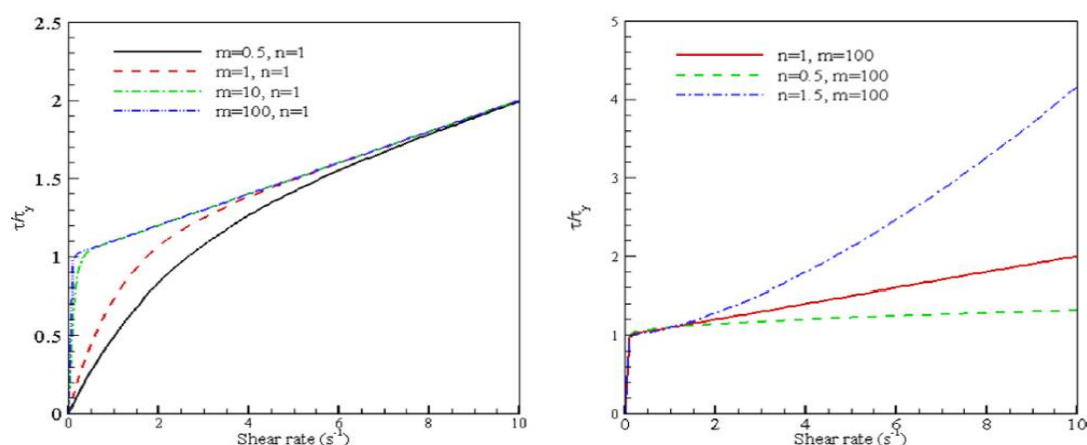
$$f = \vec{n} \times R(\psi) P(\xi) \varepsilon(z, u) \quad (12)$$

که در این رابطه  $n$  واحد عمود،  $R(\psi)$  تابع دافعه که به فاصله عمود ذره از دیواره است.  $P(\xi)$  تابعی است که به گونه‌ای انتخاب می‌شود که ذرات سیال هنگامی که به صورت موازی دیوار حرکت می‌کنند نیروی دافعه ثابتی را تجربه کنند و  $\varepsilon(z, u)$  ضریب تعدیلی است که توسط Monaghan and Kos (1999) به رابطه اضافه گردیده است تا بزرگی نیروی دافعه را مطابق عمق سیال و سرعت ذرات سیال عمود بر مرز تعدیل کند.

### 4- جریان دانه‌ای

در این تحقیق از مدل رئولوژیکی HBP برای مدل‌سازی رفتار فاز رسوبات در کد استفاده گردیده است. این مدل همانند دیگر مدل‌های ویسکوپلاستیک برای تنش‌های کمتر از تنش آستانه حرکت همانند مواد جامد بدون حرکت، و برای مقادیر بیشتر از آن جاری خواهد شد. مدل هرشل-بالکی به صورت رابطه (13) بیان می‌شود (Khanpour et al., 2016).

$$\tau = \eta \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \quad (13)$$



شکل 1 اثر تغییرات  $m$  و  $n$  بر شکل تابع هرشل بالکی (Fourtakas and Rogers, 2016)

برابر 7 در نظر گرفته می‌شود و  $\rho_0$  چگالی مرجع و  $\rho_i$  چگالی ذره  $i$  است. برای تعیین  $B$ ، مشتق رابطه فوق برحسب چگالی (مربع سرعت صوت) همانند رابطه (23) محاسبه می‌شود (Monaghan, 1994).

$$c^2(\rho) = \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{B\gamma}{\rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} = \frac{B\gamma}{\rho_0^\gamma} \rho^{\gamma-1} \quad (23)$$

با جایگذاری  $\rho_0$  در رابطه (23)، رابطه (24) به دست می‌آید.

$$c_o^2 = c^2(\rho_o) = \frac{\partial P}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_o} = \frac{B\gamma}{\rho_o} \quad (24)$$

که از آن ثابت  $B$  برابر با  $c_o^2 \rho_o / \gamma$  به دست می‌آید که حدی برای ماکزیمم تغییرات چگالی تعیین می‌کند.  $c_o$  سرعت صوت در چگالی مرجع است. انتخاب مقدار  $B$  اهمیت فوق العاده‌ای دارد. چنانچه  $B$  برحسب مقدار واقعی سرعت صوت در آب در نظر گرفته شود، در مدل‌سازی عددی به‌ناچار مجبور به استفاده از گام‌های زمانی کوتاه خواهیم بود. طبق یافته (Monaghan 1994) برای سیالات می‌توان سرعت صوت را به‌صورت مصنوعی به مقدار قابل توجهی کاهش داد، به‌گونه‌ای که تأثیری در حرکت سیال نداشته باشد. ضمن این‌که حداقل این سرعت باید 10 برابر حداکثر سرعت قابل انتظار جریان باشد تا تغییرات زیادی در چگالی مشاهده نشود (کمتر از 1 درصد). برای جریان‌های دوفازی برای بهبود مقادیر فشار در فاز رسوبات جمله پس فشار توسط (Colagrossi and Landrini 2003) به معادله حالت اضافه گردید. این جمله در واقع فشار ستون آب در بالای ذرات رسوب را به مقادیر اولیه فشار

همچنین برای بهبود نتایج در این مقاله به علت غیرنیوتنی بودن ذرات فاز رسوب (دانه‌ای) از میانگین‌گیری هارمونیک بین لزجت این ذرات طبق رابطه (19) استفاده شده است.

$$\eta_{ij} = \eta_{ji} \cong \frac{2\eta_i\eta_j}{\eta_i + \eta_j} \quad (19)$$

در این مطالعه برای محاسبه مقادیر لزجت در لایه حفاصل میان ذرات دو فاز مختلف از معادله اُون استفاده شده است که در آن مقدار لزجت به صورت رابطه (20) قابل محاسبه است.

$$v_{mix} = \frac{v_{fluid}}{1 + C \frac{\rho_s}{\rho_f}} \quad (20)$$

که در آن  $\rho_s$  و  $\rho_f$  به ترتیب مقادیر چگالی آب و رسوب می‌باشند،  $v_{fluid}$  لزجت آب و  $C$  غلظت مواد جامد می‌باشد و مقدار آن از رابطه (21) به دست می‌آید.

$$C = \frac{\sum_{j \neq i} \delta_{sf} W_{ij}}{\sum_{j \neq i} \delta_{sf} W_{ij} + \sum_{j \neq i} (1 - \delta_{sf}) W_{ij}} \quad (21)$$

که در آن  $\delta_{sf}$  برای ذرات سیال برابر صفر و برای ذرات جامد برابر یک می‌باشد.

## 5- محاسبه فشار

در این مطالعه از روش دینامیک ذرات هموار با تراکم پذیری کم استفاده شده است که در آن مقادیر فشار به وسیله معادله حالت و بر اساس تابعی از چگالی و به صورت صریح با استفاده از رابطه (22) به دست می‌آید.

$$P_i = B \left( \left( \frac{\rho_i}{\rho_o} \right)^\gamma - 1 \right) + \text{پس فشار} \quad (22)$$

در رابطه (22)،  $P_i$  مقدار فشار ذره  $i$  و  $\gamma$  ثابتی است که

$$\delta t_{forces} = \min \left( \sqrt{\frac{h}{|f_i|}} \right) \quad (27)$$

که  $f_i$  به نیروهای داخلی و خارجی وارد بر ذره  $i$  بر واحد جرم اشاره دارد و  $h$  طول هموار است که در این مطالعه، 1/3 برابر فاصله اولیه ذرات قرار داده شده است.

ترکیب شرایط ویسکوز و CFL روابط زیر را می‌دهد.

$$\delta t_{cv} = \min \left( \frac{h}{C_s + \mu_a} \right) \quad (28)$$

که در آن  $\mu_a$  به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\mu_a = \max \left( \frac{h V_{ab} r_{ab}}{r_{ab}^2} \right) \quad (29)$$

گام زمانی نهایی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\delta t = c_r \min(\delta t_{forces}, \delta t_{cv}) \quad (30)$$

که  $c_r$  عدد کورانت است.

## 7- نتایج و بحث

### 1-7- مدل‌سازی حرکت ذرات دانه‌ای

در این مقاله برای صحت‌سنجی مدل ویسکوپلاستیک از داده‌های آزمایشگاهی (Lajeunesse et al. (2006 استفاده شده است که در آن شکست سد دانه‌ای با ذرات گوی شیشه‌ای استفاده شده است. مشخصات ذرات عبارتند از:  $D = 1.15mm$ ،  $\rho_o = 2500kg/m^3$  و  $\phi = 22$  درجه.

برای بررسی آزمایشگاهی روند شکست و ریزش توده دانه‌ای از پارامترهای  $a = h_o/l_o$  و  $t^* = \sqrt{h_o/g}$  استفاده شده است که به ترتیب نسبت ارتفاع اولیه به عرض اولیه مصالح دانه‌ای و زمان می‌باشند. پارامتر  $a$  (نسبت ارتفاع به طول مخزن) پارامتر مؤثر در حرکت دانه‌ای ذرات می‌باشد به صورتی که نتایج حاصل از مقادیر مختلف  $h_o$  و  $l_o$  ولی با نسبت مساوی  $a$  یکسان می‌باشند. برای مدل‌سازی از  $a = 0.6$  با طول اولیه 0/053 متر استفاده شده است. فاصله ذرات در دو جهت عمود بر هم  $x$  و  $z$  برابر با 0/002 متر قرار داده شده است که منتج به 3816 ذره گردیده است. همچنین مدت زمان اجرا برای مدل‌سازی برابر با 4412 ثانیه توسط رایانه مورد استفاده با مشخصات Windows 10/CPU Intel core i7 6800K/RAM 16GB می‌باشد.

مدل به صورت شماتیک که شامل یک مخزن مستطیل شکل با بستر افقی می‌باشد در شکل 2 نشان داده شده است.

رسوبات اضافه می‌کند. در این تحقیق برای مدل دوفازی، این جمله در معادله حالت اضافه شده است و فشار فاز رسوبات با این روش به دست آمده است.

## 6- الگوریتم حل

روش پیشروی زمانی در این مطالعه به صورت سیمپلکتیک می‌باشد. چون الگوریتم SPH معادلات دیفرانسیل جزئی پیوسته اصلی را به معادلات دیفرانسیل اصلی تبدیل می‌کند، هر الگوریتم گام زمانی پایداری می‌تواند برای معادلات دیفرانسیل معمولی مورد استفاده قرار بگیرد. این الگوریتم می‌تواند برای حفظ کردن خصوصیات معادلات لاگرانژی زمانی که اتلاف وجود ندارد به کار گرفته شود (Monaghan, 2005). در این روش ابتدا افزایش چگالی و موقعیت در نیمه گام زمانی به صورت زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\begin{cases} \rho_i^{n+\frac{1}{2}} = \rho_i^n + \frac{\Delta t}{2} G_i^n \\ r_i^{n+\frac{1}{2}} = r_i^n + \frac{\Delta t}{2} H_i^n \end{cases} \quad (25)$$

در این رابطه  $G = \frac{d\rho_i}{dt}$ ،  $F = \frac{dv_i}{dt}$  و  $H = \frac{dr_i}{dt}$  به ترتیب معادله‌های پیوستگی، اندازه حرکت و مکان ذره هستند. سپس  $P^{n+1}$  از  $\rho^{n+1}$  محاسبه می‌شود و در مرحله‌ی بعد  $F_i^{n+\frac{1}{2}}$  به طور رفت و برگشت روی ذرات محاسبه شده و در نهایت با استفاده از معادلات زیر سرعت و موقعیت در انتهای گام زمانی به دست می‌آیند.

$$\begin{cases} V_i^{n+1} = V_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2} F_i^n \\ r_i^{n+1} = r_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2} V_i^n \end{cases} \quad (26)$$

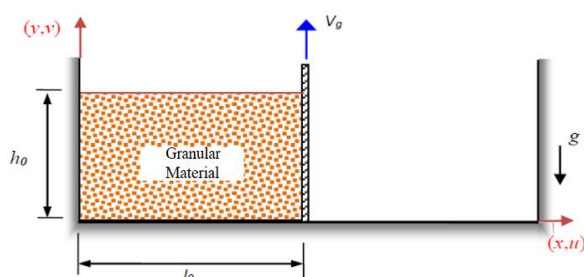
اکنون  $G_i^{n+1}$  با استفاده از  $V_i^{n+1}$  و  $r_i^{n+1}$  محاسبه شده و در مرحله‌ی آخر فشار از رابطه‌ی مربوطه محاسبه می‌شود.

### 6-1- گام زمانی متغیر

کنترل گام زمانی به جمله‌های نیرویی، شرط کورانت-فردریچ-لوی (CFL) و جمله پخش لزجت بستگی دارد. شرط جمله‌های نیروی داخلی و خارجی به این دلیل اعمال می‌شود که از در هم فرورفتن ذرات همسایه در طی حرکت، زمانی که نیروهای داخلی و خارجی را تجربه می‌کنند، جلوگیری شود.

زمان‌های مختلف با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. همان‌طور که قبلاً اشاره گردید، برای مدل‌سازی از میانگین‌گیری هارمونیک بین ذرات دانه‌ای استفاده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی و مدل عددی تطابق مناسبی را با یکدیگر دارند.

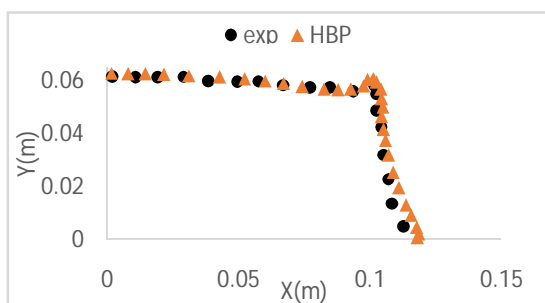
در شکل 4 موقعیت، سرعت و فشار ذرات در زمان‌های مختلف را نشان داده شده است. همان‌طوری که در این شکل مشاهده می‌شود، حرکت ذرات در ابتدا از پایین‌ترین نقطه و چسبیده به دریچه که دارای بالاترین سرعت می‌باشد، شروع شده و پس از آن ذرات بالایی با لغزیدن بر ذرات پایینی به سمت پایین حرکت کرده و جریان شکل می‌گیرد. در تمامی زمان‌ها ذرات واقع بر سطح توده دارای بیشترین سرعت و تعدادی از ذرات بدون حرکت باقی می‌مانند که محل قرارگیری آن‌ها در ناحیه داخلی و بین کف و دیواره ثابت انتهایی ذرات می‌باشد چرا که این ذرات تحت بیشترین فشار قرار دارند.



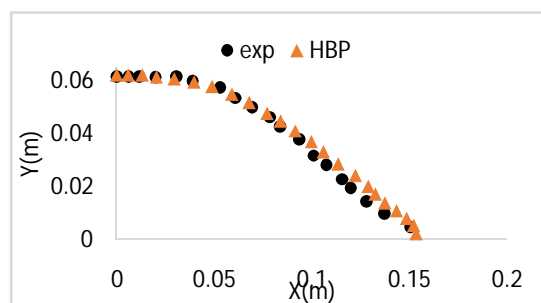
شکل 2 موقعیت اولیه ذرات و ابعاد مخزن سد به صورت دو بعدی

ستون مواد دانه‌ای با استفاده از یک دریچه که به صورت عمودی جابجا می‌شود، از پایین دست جدا شده است. این دریچه باعث ایجاد یک مخزن می‌شود که اجازه انتشار ناگهانی جریان دانه‌ای را فراهم می‌کند. در این مطالعه ضرایب مدل HBP یعنی  $m$  و  $n$  به ترتیب برابر با  $1/5 \text{ pa.s}$  و  $0/25$  قرار داده شده‌اند. همچنین سرعت باز شدن دریچه نیز برابر با  $0/8 \text{ m/s}$  قرار داده شده است (Kheirkhahan and Hosseini, 2018).

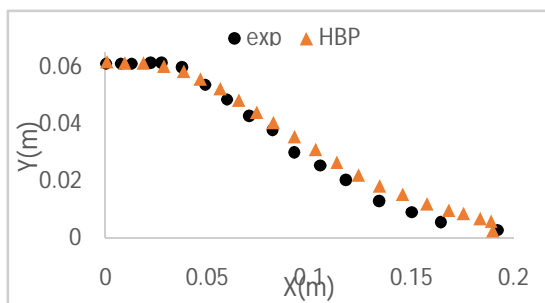
در شکل 3 مقادیر خروجی سطح آزاد مدل عددی در



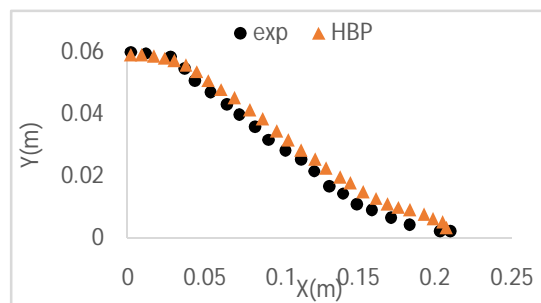
$t = 2 t^* (2)$



$t = 1 t^* (1)$



(4) موقعیت نهایی ذرات



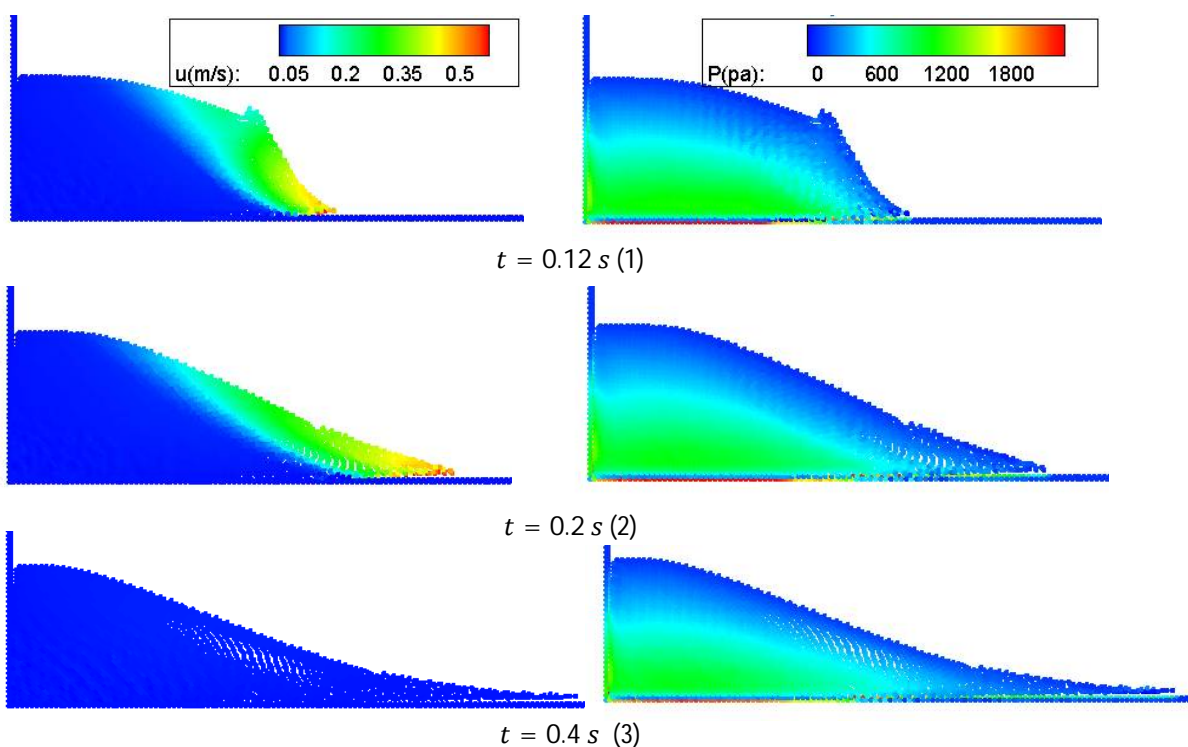
$t = 3 t^* (3)$

شکل 3 موقعیت سطح آزاد ذرات در زمان‌های مختلف و مقایسه آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی

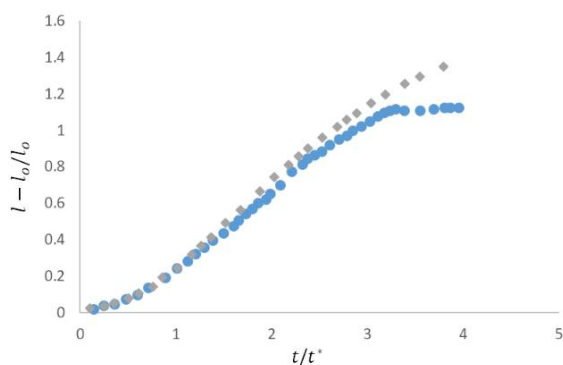


قسمت پایینی سمت راست توده رخ خواهد داد که در این محل ذرات دارای بیشترین سرعت خود هستند. برای بررسی پیشروی ذرات در زمان‌های مختلف پیشانی موج حرکت ذرات مورد بررسی قرار گرفته است. شکل 5 مقایسه میان داده‌های آزمایشگاهی و خروجی‌های مدل SPH را نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود روند پیشانی موج برای مدل SPH همخوانی مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد.

همچنین این مدل توانایی مدل‌سازی صحیح نحوه حرکت ذرات را داراست. زیرا همان‌طور که در شکل 4 با استفاده از داده‌های سرعت مشخص می‌شود، ذراتی که دارای بیشترین فشار از طرف سربار هستند، دارای بیشترین مقاومت برشی هستند که توسط دیگر ذرات و در ناحیه میان دیواره انتهایی و کف (مرزهای بدون لغزش) و ذرات بالای آن محصور شده‌اند و هیچ حرکتی را در طول مدل‌سازی نخواهند داشت که این موضوع با واقعیت پدیده تطابق کامل دارد. شکست ذرات و شروع حرکت آن‌ها در



شکل 4 موقعیت ذرات، فشار (سمت راست) و سرعت (سمت چپ) ذرات برای زمان‌های مختلف



شکل 5 مقایسه پیشانی موج میان داده‌های آزمایشگاهی و مدل عددی

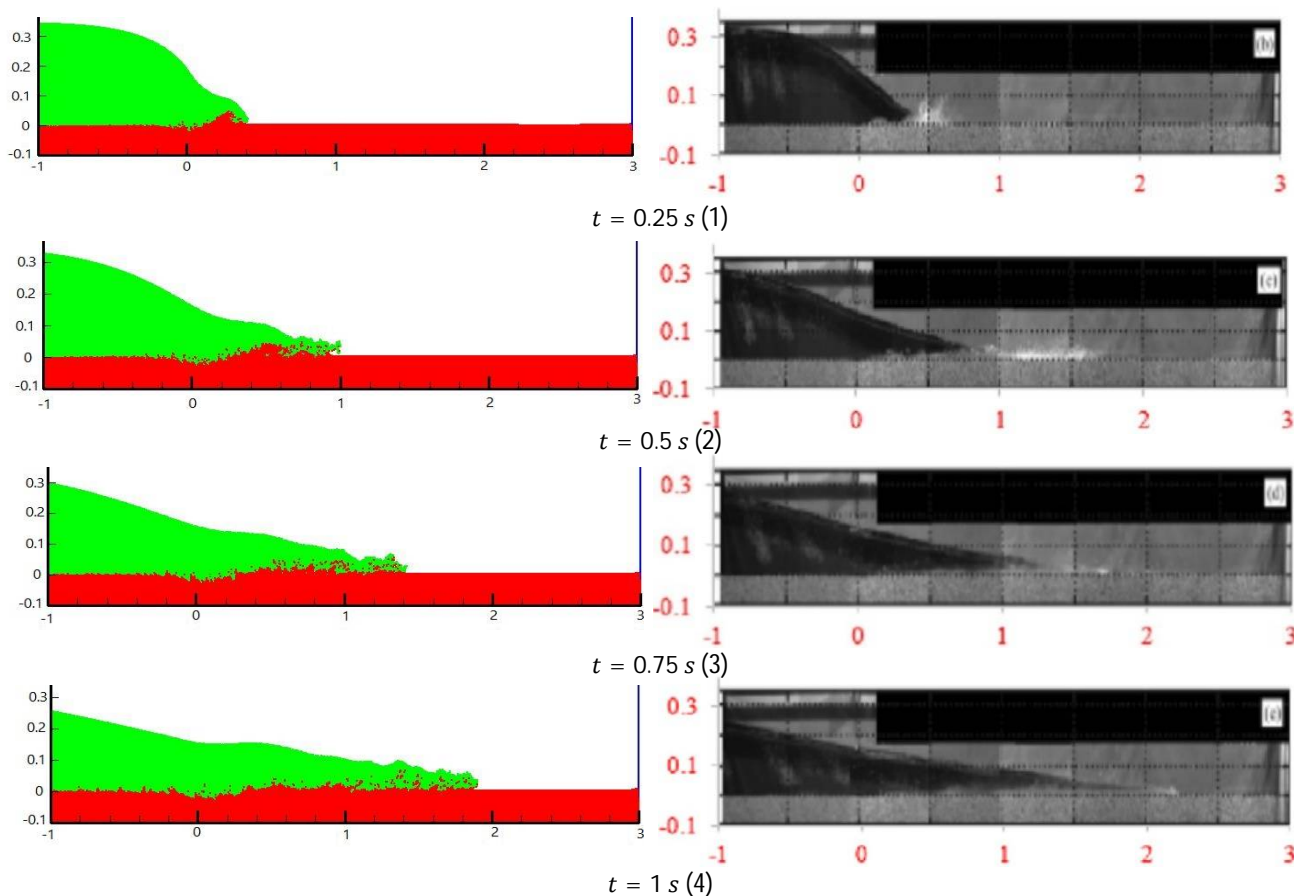
توسط داده‌های آزمایشگاهی شکست سد با بستر متحرک (2005) Spinewine صورت گرفت. در این آزمایش ذرات رسوب ماسه دارای چگالی مخصوص  $2683\text{kg/m}^3$ ، چگالی بالک  $1892\text{kg/m}^3$ ،  $D = 1.82\text{mm}$  و  $\phi = 30$  درجه، و آب با چگالی مخصوص  $1000\text{kg/m}^3$  و لزجت سینماتیکی  $10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$  می‌باشند. همچنین این رسوبات اشباع در طول 6 متر و به ارتفاع 0/1 در کل بستر قرار دارند و مخزن آب به طول 3 متر و ارتفاع 0/35 متر در ابتدای مدل آزمایشگاهی و در پشت دریچه‌ای قرار دارد. حرکت آب با برداشته شدن سریع دریچه آغاز می‌شود. در این مدل‌سازی فاصله ذرات در دو راستای x و z برابر با 0/005 متر در نظر گرفته شد که در اینجا تعداد ذره‌ها 133303 می‌باشد. مدت زمان اجرای مدل نیز 26712 ثانیه می‌باشد.

در شکل 6 نتایج حاصل از خروجی مدل و داده‌های آزمایشگاهی در زمان‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

## 7-2- مدل‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب ناشی

### از شکست سد

یکی از مسائل مورد توجه در علم هیدرولیک، بررسی حرکت ذرات رسوبی ناشی از جریان آب و تغییرات شکل بستر است. مدل‌سازی جریان آب-رسوب از آن جهت در روش هیدرودینامیک ذرات هموار قابل توجه است که علاوه بر اختلاف چگالی میان فازها، رفتار هر یک از فازها نیز متفاوت از یکدیگر است. مدل‌سازی آب با رفتاری نیوتنی و رسوبات با رفتاری غیرنیوتنی و تعامل ذرات این دو در حدفاصل دوفاز از چالش‌های این مسأله می‌باشد که علاوه بر اختلاف چگالی منجر به تغییرات لزجت نیز خواهد شد، در نتیجه، مدل‌سازی این نوع پدیده‌ها از موضوعات مورد علاقه محققان می‌باشد. در این تحقیق به کمک مدل توسعه یافته شده در خصوص رفتار دانه‌ای فاز رسوبی ذرات و همچنین تغییرات مورد نظر در کد که در بخش‌های قبل توضیح داده شد بررسی عملکرد مدل



شکل 6 موقعیت ذرات در مدل آزمایشگاهی (سمت راست) و SPH (سمت چپ) در زمان‌های مختلف

فشار در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، با شروع جریان آب مقادیر سرعت بیشتر بوده که فرسایش بیشتری را نیز منجر می‌شود و با گذشت زمان این مقدار کم شده و توانایی حمل رسوبات و فرسایش نیز کاهش می‌یابد. همچنین مقادیر فشار در ناحیه حدفاصل میان دو فاز دچار نوسان شده است. از آنجا که در این مطالعه از معادله حالت برای تعیین مقادیر فشار بهره گرفته شده است، در نتیجه وجود ذرات با چگالی‌های مختلف در این ناحیه منجر به ایجاد مقادیر فشارهای مختلف و نوسان در فشار می‌شود.

### 8- نتیجه‌گیری

در این مقاله شکست سد دوفازی آب-رسوب به وسیله روش هیدرودینامیک ذرات هموار مدل‌سازی شده است. از مدل رئولوژیکی HBP برای مدل‌سازی رفتار ذرات کمک گرفته شده است. این مدل برخلاف دیگر مدل‌های ویسکوپلاستیک پیشین همچون بینگهام و هرشل بالکی به صورت تک رابطه‌ای می‌باشد که برای قبل و بعد از حرکت ذرات کاربرد دارد. نتایج مدل‌سازی شکست سد تک فاز با ذرات غیرچسبنده و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی بیانگر آن بود که مدل رئولوژیکی مورد استفاده قابلیت بالایی در مدل‌سازی حرکت دانه‌ها و فیزیک پدیده از جمله مدل‌کردن ذرات بدون حرکت در ناحیه داخلی را دارد. در ادامه برای بررسی کد دوفازی توسعه یافته از مدل آزمایشگاهی شکست سد با بستر متحرک استفاده گردید. برای توسعه کد در این مرحله، به علت وجود اختلاف چگالی در مرز حدفاصل از روابط پیشنهادی موجود جهت اصلاح و جلوگیری از واگرایی مدل استفاده شد، همچنین برای اختلاف لزجت در این ناحیه از معادله اون بهره گرفته شد و برای تعیین مقادیر فشار در فاز رسوبات از جمله اضافه فشار در معادله حالت استفاده گردید. مدل‌سازی دو فازی شکست سد بر روی بستر فرسایش پذیر نیز انجام گرفت و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. مقایسه نتایج نشان دهنده قابلیت بالای مدل توسعه یافته در شبیه سازی جریان و رسوب می‌باشد.

همان‌طور که شکل 6 دیده می‌شود در ابتدای شروع حرکت آب، موجی شکل می‌گیرد که منجر به فرسایش شدید در ابتدای برخورد با رسوبات می‌گردد. این رسوبات توسط جریان حمل شده و در پایین دست ته‌نشین می‌شوند چرا که در این منطقه، جریان قادر به حمل رسوبات نیست. موج جریان حاصل از شکست سد، یک موج منفی پایین دست بوده و در راستای حرکت ضمن کاهش ارتفاع پیشانی موج، سرعت جریان نیز کاهش یافته و توان حمل رسوب نیز کاهش می‌یابد. در این شکل می‌توان موقعیت ذرات سطح آزاد جریان و سطح شکل گرفته رسوب ناشی از حرکت آب را در زمان‌های مختلف مقایسه کرد.

شکل 7 مقایسه دقیق‌تری میان سطح آب و رسوب را میان مدل آزمایشگاهی، مدل عددی Omidvar and Nikeghbali (2017) و مدل SPH حاضر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل عددی توانسته به صورت مطلوبی تغییرات سطح آزاد جریان و سطح بستر رسوبی را مدل‌سازی نماید. برای بررسی نحوه عملکرد مدل از معیار RSM استفاده شده است. خطای RSM به صورت رابطه (31) تعریف می‌شود (Shakibaenia and Jin, 2011).

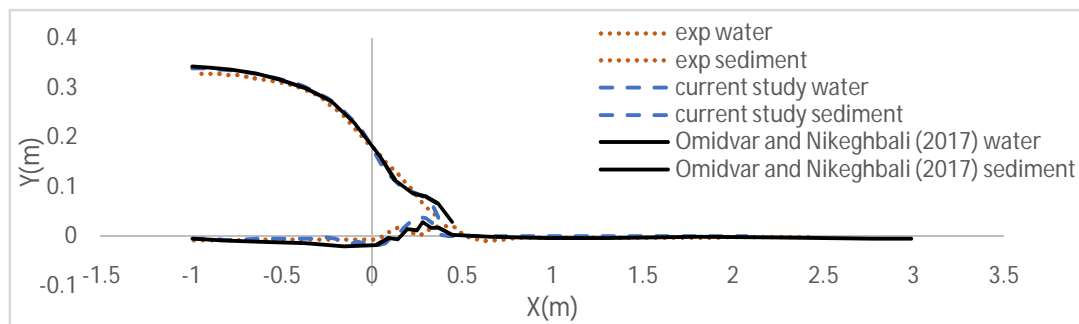
$$RSM = \left( \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta H)_i^2}{\sum_{i=1}^N (H)_i^2} \right)^{0.5} \quad (31)$$

در این رابطه  $\Delta H$  اختلاف میان سطح آزاد آزمایشگاهی و سطح آزاد مدل می‌باشد و  $H$  ارتفاع توده ذرات در مدل آزمایشگاهی است. میزان خطا برای زمان‌های مختلف در جدول 1 نشان داده شده است.

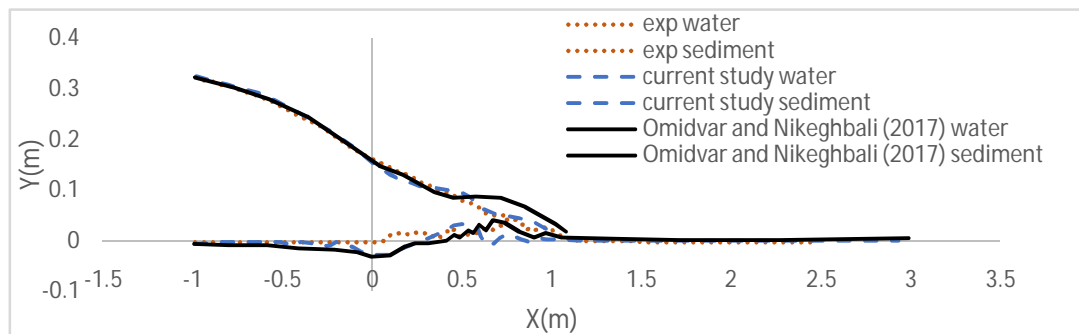
همان‌طور که در این جدول مشخص است درصد خطا میان داده‌های آزمایشگاهی و مدل عددی برای مدل‌سازی با ذرات مختلف قابل قبول است.

زمان (ثانیه)	0/25	0/5	0/75	1
RSM (سطح آزاد آب)	0/039	0/036	0/042	0/049
RSM (سطح رسوبات)	0/107	0/138	0/115	0/106

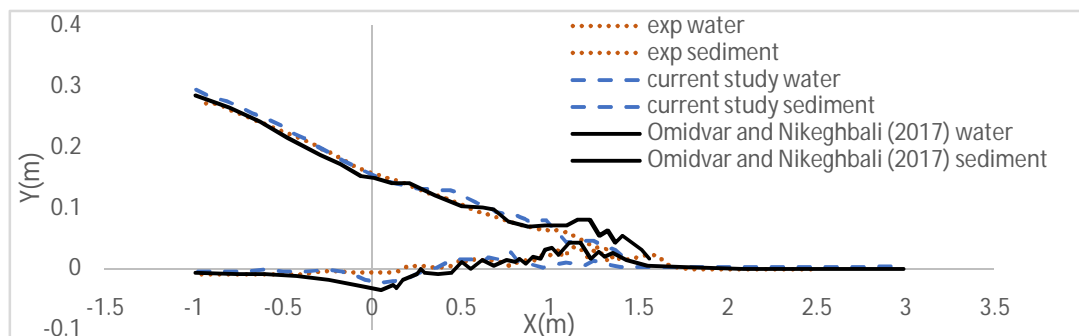
در شکل 8 نتایج حاصل از سرعت در راستای جریان و



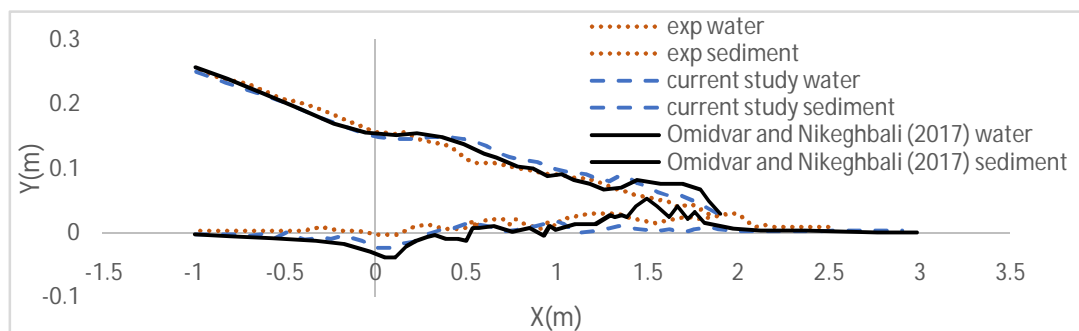
$t = 0.25 \text{ s (1)}$



$t = 0.5 \text{ s (2)}$

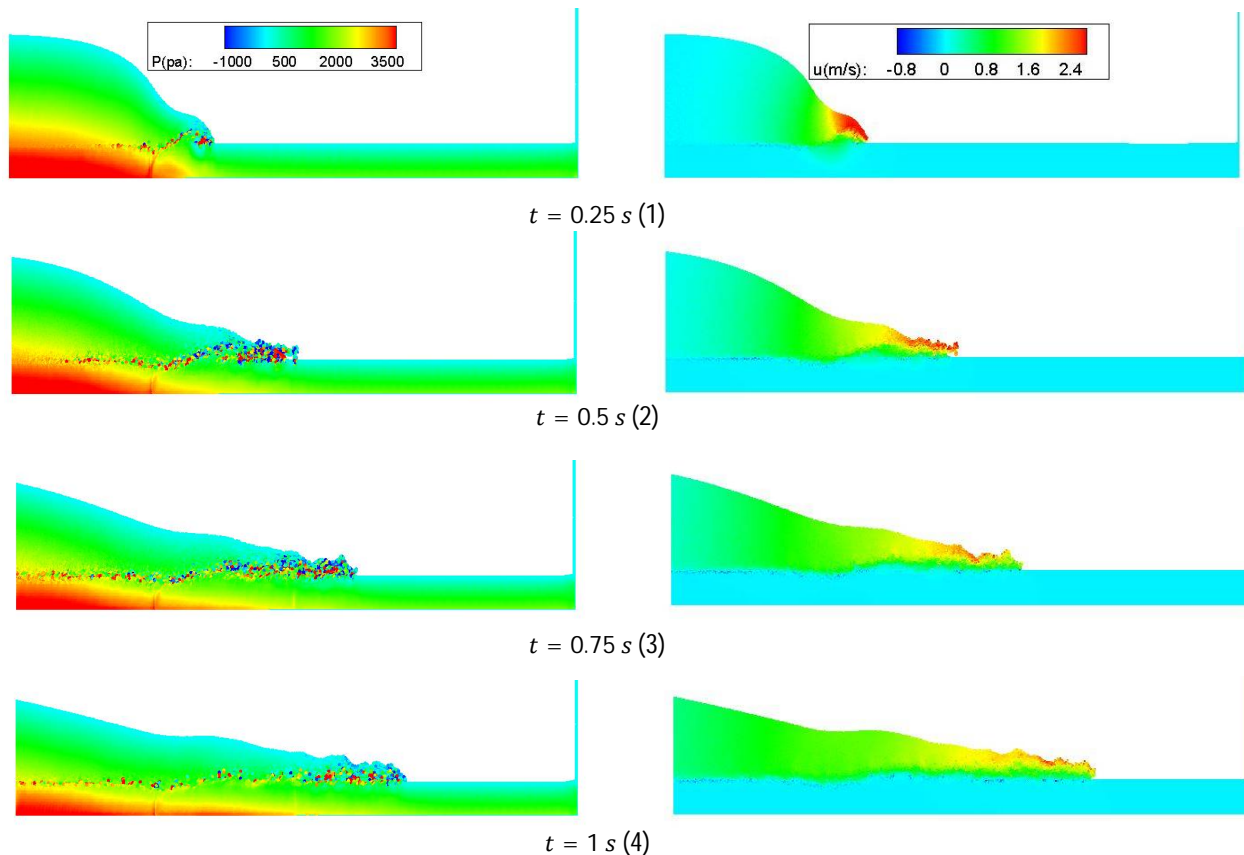


$t = 0.75 \text{ s (3)}$



$t = 1 \text{ s (4)}$

شکل 7 مقایسه میان سطح آزاد آب و سطح رسوبات در مدل آزمایشگاهی، مدل عددی Omidvar and Nikeghbali (2017) و مدل حاضر برای زمان‌های مختلف



شکل 8 مقادیر سرعت و فشار ذرات برای زمان‌های مختلف

$ \dot{\gamma} $	اندازه تنسور کرنش
$\dot{\gamma}_{\alpha\beta}$	تنسور کرنش
$\eta$	ضریب تنسور کرنش
$\nu$	لزجت سینماتیکی
$\rho$	چگالی
$\rho_d$	فاز با چگالی بیشتر
$\rho_n$	فاز با چگالی کمتر
$\rho_o$	چگالی مرجع
$\rho_s$	چگالی ذرات دانه‌ای
$\tau_y$	تنش تسلیم
$\tau$	تنش برشی
$\phi$	اصطکاک داخلی خاک

### 9- فهرست علائم

$B$	ثابت معادله حالت
$c_s$	سرعت صوت
$D$	قطر ذره
$F$	نیرو
$m$	جرم ذره-ضریب در معادله رئولوژی
$h$	طول هموار
$h_o$	ارتفاع اولیه ذرات
$l_o$	عرض اولیه ذرات
$n$	ضریب در معادله رئولوژی
$P$	فشار
$R_{ij}$	عامل تعادل
$r$	فاصله مکان ذرات از مبدا
$t$	زمان
$u$	سرعت
$W_{ij}$	تابع کرنل
$\gamma$	ثابت معادله حالت

### 10- منابع

امیدوار، پ. خیرخواهان، م. و حسینی، خ. (1397). " توسعه روش هیدرودینامیک ذرات هموار برای شبیه‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب با استفاده از مدل رئولوژیکی  $\mu(I)$ "، مجله

- Fluids, 17(10), pp. 1-15.
- Lucy, L.B. (1977). "A numerical approach to testing the fission hypothesis", *The Astron. J.*, 82(12), pp.1013-1024.
- Monaghan, J.J. (1994). "Simulating free surface flows with SPH". *J. Comput. Phys.*, 110, pp. 399-406.
- Monaghan, J.J. Kos, A. (1999). "Solitary waves on Cretan beach", *J Waterway Port Coast Ocean Eng* 125:145-154.
- Monaghan, J.J. (2005). "Smoothed Particle Hydrodynamics", *Rep Prog Phys* 68:1703-1759.
- Morris, J.P. Fox, P.J. and Zhu, Y. (1997). "Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH", *J Comput Phys* 136:214-226.
- Nikeghbali, P. and Omidvar, P. (2018). "Application of SPH method to breaking and undular tidal bores on a movable bed", *J. Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng. (ASCE)* 144(2): 04017040.
- Omidvar, P. and Nikeghbali, P. (2017). "Simulation of violent water flows over a movable bed using smoothed particle hydrodynamics", *J Mar Sci Technol* 22:2, pp. 270-287.
- Razavitoosi, S.L. Ayyoubzadeh, S.A. and Valizadeh, A. (2014). "Two-phase SPH modelling of waves caused by dam break over a movable bed", *Int. J., sediment research.* 29(3), pp. 344-356.
- Rogers, B.D. Dalrymple, R.A. and Stansby, P.K. (2008). "SPH modeling of floating bodies in the surf zone", In: *Proceeding of 31st International Conference on Coastal Engineering (ICCE)*, Germany, pp. 204215.
- Spinewine, B. (2005). "Two-layer flow behaviour and the effects of granular dilatancy in dam-break induced sheet-flow", PhD thesis, Univerisite' de Louvain, Belgium.
- Szewc, K. (2017). "Smoothed particle hydrodynamics modeling of granular column collapse". *Granular Matter*, 19(1), 3, pp. 1-13.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2011b). "A mesh-free particle model for simulation of mobile-bed dam break". *Advanced Water Resources*, Vol. 34, pp. 794-807.
- Zhu, H. Kim, Y.D. and De Kee, D. (2005). "Non-Newtonian fluids with a yield stress", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 129, pp. 177-181.
- مهندسی مکانیک مدرس، 18(8):173-182.
- فرزین، س؛ حسن زاده، ی؛ اعلمی، م. ت. و فاتحی، ر. (1393). "توسعه دو روش SPH تراکم ناپذیر به منظور شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد حاوی رسوب"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، 14(12):91-103.
- خیرخواهان، م. و حسینی، خ. (1396). "مدل‌سازی جریان دانه‌ای به کمک مدل رئولوژیکی  $\mu(I)$  در روش SPH"، *نشریه هیدرولیک ایران*، 4(12):43-55.
- Colagrossi, A. and Landrini, M. (2003). "Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics", *J Comput Phys* 191:448-475.
- Grenier, N. Antuono, M. Colagrossi, A. Le Touze, D. and Alessandrini, B. (2009). "An Hamiltonian interface SPH formulation for multifluid and free surface flows", *J Comput Phys* 228:8380-8393.
- Fourtakas, G. and Rogers, B.D. (2016). "Modelling multi-phase liquid-sediment scour and resuspension induced by rapid flows using Smoothed Particle Dynamics (SPH) accelerated with a Graphic Processing Unit (GPU)". *Adv. Water Resour.* 92, pp. 186-199.
- Fu, L. and Jin, Y.C. (2016). "Improved Multiphase Lagrangian Method for Simulating Sediment Transport in Dam-Break Flows". *ASCE, J. Hydraul. Eng.* 142(10): 04016005.
- Fu, L. and Jin, Y. (2015). "Investigation of nondeformable and deformable landslides using meshfree method". *Journal of Ocean Engineering*, 109: 192-206.
- Gomez-Gesteira, M. Crespo, A.J.C. Rogers, B.D. Dalrymple, R.A. Dominguez, J.M. and Barreiro, A. (2012). "Sphysics-Development of a Free-Surface Fluid Solver-Part 1: Theory and Formulations". *Compu Geosci.* <http://www.Sphysics.org>
- Khanpour, M. Zarrati, A.R. Kolahdoozan, M. Shakibaeinia, A. and Amirshahi, S.M. (2016). "Mesh-free SPH modeling of sediment scouring and flushing". *J. Computer and fluids.* 129, pp. 67-78.
- Kheirkhahan, M. and Hosseini, Kh. (2018). "Comparison of the  $\mu(I)$  and HBP models for simulating granular media". *J. Modern physics C.* 29(4), 1850050.
- Lajeunesse, E. Monnier, J. and Homsy, G. (2005). "Granular slumping on a horizontal surface". *Phys.*

## Simulation of two-phase Newtonian and non-Newtonian systems using smoothed particle hydrodynamics and herschel-bulkley model

Pourya Omidvar<sup>\*1</sup>, Mehran Kheirkhahan<sup>2</sup> and Khosrow Hosseini<sup>3</sup>

1- Associate Professor of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

2- PhD Graduated of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

3- Associate Professor of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran

\* [omidvar@yu.ac.ir](mailto:omidvar@yu.ac.ir)

### Abstract

One of the most important problems, in the field of hydraulic science, is the study of the behavior of sediment particles and the morphology changes in water flows above sediments. In this research, two-phase flow of water-sediment is modeled using the fully Lagrangian SPH method in weakly compressible form. One of the features of the SPH method is the ability to model large deformation, the interface between two phases, as well as particle tracing in multiphase models. In this study, the open-source SPHysics2D code is used where pressure is explicitly calculated using the equation of state. In order to investigate the behavior of sediment, the viscoplastic non-Newtonian model of Herschel-Bulkley Papanastasiou (HBP) has been used. Here, the water-sediment interface is modeled using Owen's equation where a harmonic mean is used for the viscosity. Due to the density difference between phases, a modified method is used for the continuity and momentum equations. Moreover, an experimental data of the granular dam-break was used to validate the viscoplastic model, and also an experimental data of the dam-break over a moveable bed (water-sediment simulation) was utilized to study the performance of the two-phase flow model. The results indicated that the model of the present study has a high potential for simulating water-sediment systems.

**Keywords:** SPH method, HBP rheological model, Owen's model, Movable dam break.