

«یادداشت تحقیقاتی»

کاربرد معادلات یک بعدی مرتبه بالا در پیش بینی خصوصیات جریان کانال روباز با تنگ شدگی جانبی

الهام درویشی^{1*} و طیبه کردستانی²

1- استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه رازی، کرمانشاه

2- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشگاه رازی، کرمانشاه

*e.darvishi@razi.ac.ir

(دریافت مقاله: 97/2/23؛ پذیرش مقاله: 97/4/13)

چکیده - سازه‌های کانال با تنگ‌شدگی جانبی یکی از سازه‌های متداول اندازه‌گیری دبی در کانال‌های روباز هستند. با توجه به سه بعدی بودن جریان استخراج منحنی سنجه-دبی این سازه‌ها با استفاده از مدل فیزیکی و یا مدل‌های سه بعدی انجام می‌شود. استفاده از این مدل‌ها نیاز به صرف زمان و هزینه قابل توجه دارد. معادلات بوسینسک که در سال‌های اخیر با در نظر گرفتن انحنا و شیب خط جریان استخراج شده‌اند، دارای درستی بالایی در پیش‌بینی خصوصیات هیدرولیکی سازه‌های با تغییر ارتفاع بستر کانال می‌باشند. در این مقاله معادلات بوسینسک برای تنگ‌شدگی جانبی کانال مستطیلی توسعه پیدا کرده است. معادلات به دست آمده برای استخراج منحنی سنجه دبی در سازه پارشال فلوم و پیش‌بینی پروفیل سطح آب در فلوم Khafagi به کار رفته است. مقایسه نتایج آزمایشگاهی با معادلات حاکی از درستی قابل قبول این معادلات در پیش‌بینی نیمرخ سطح آب و منحنی سنجه دبی در سازه‌های با تنگ‌شدگی جانبی و برآمدگی بستر را دارد. همچنین یک بعدی بودن این معادلات باعث کاهش زمان مورد نیاز اجرا نسبت به مدل سه بعدی FLOW3D شده است.

کلیدواژه‌گان: منحنی‌سنجه دبی، معادلات بوسینسک، تنگ‌شدگی جانبی، پارشال فلوم.

1- مقدمه

این سازه‌های پرکاربرد سازه پارشال فلوم و فلوم Khafagi می‌باشد.

رابطه دبی-اشل برای این سازه‌ها معمولاً با انجام مدل‌های آزمایشگاهی به دست می‌آید. کاربرد روابط استخراج شده بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی محدود به دبی‌های به کار رفته در آزمایشگاه می‌باشد. در سال‌های اخیر با توسعه مدل‌های سه بعدی و پیشرفت کامپیوترها امکان استخراج روابط با دقت مطلوب توسط این مدل‌ها وجود دارد، اما مدل‌های سه بعدی نیازمند صرف مدت زمان قابل توجه برای اجرا می‌باشند.

فلوم‌ها از جمله سازه‌های اندازه‌گیری جریان در کانال‌های روباز هستند. در فلوم‌ها همگرایی دیواره‌های جانبی، بالآمدگی کف و یا ترکیبی از هر دو موجب شتاب جریان می‌شود. چنانچه تنگ‌شدگی و یا بالا آمدن کف به اندازه کافی باشد جریان از عمق بحرانی عبور می‌کند و یا به عبارتی دیگر در سازه عمق بحرانی تشکیل می‌شود (اسدی و همکاران، 1390). در مقطع بحرانی تبدیل جریان زیربحرانی به فوق بحرانی صورت می‌گیرد که موجب ایجاد انحنا قابل توجه در پروفیل سطح آب می‌شود. از جمله

در این معادله، γ_0 و γ_1 مقادیر ثابت بدون بعد، η_x ، η_{xxx} ، η_{xx} به ترتیب مشتق اول، دوم و سوم ارتفاع سطح آب در کانال، Y_x و Y_{xx} مشتق اول و دوم ارتفاع بستر کانال، Γ_0 و Γ_1 مقادیر ثابت بدون بعد، λ ضریب ویسباخ بدون بعد، q دبی در واحد عرض، B عرض کانال، h عمق آب، g شتاب ثقل و β ضریب تصحیح نایکنواختی توزیع سرعت بدون بعد در مقطع عرض هستند. این معادله از لحاظ ابعادی دارای بعد مجذور طول نسبت به مجذور زمان است. آنها با صرف نظر از جملات غیرماندگار، این معادله را برای جریان ماندگار به صورت عددی حل کردند. نتایج مدل عددی را با نتایج آزمایشگاهی برای تبدیل شیب ملایم به شیب تند با شیب پایین دست 30 و 45 درجه و سرریز دوزنقه‌ای مقایسه کردند. نتایج نشان داد که این معادلات درستی بالاتری در محاسبه نیمرخ سطح آب و فشار بستر نسبت به معادلات (Fenton and Zerihun, 2007) دارد. همچنین آنها برای استخراج منحنی سنجه دبی سرریز دوزنقه ای معادلات جریان غیرماندگار را به کار بردند. براساس نتایج ایشان این معادلات دارای درستی بالایی در پیش‌بینی منحنی مشخصه دبی سرریز دوزنقه ای هستند. معادلات (Darvishi et al., 2017) برای کانال مستطیلی بدون تغییر عرض در طول جریان استخراج شده است. این معادلات قابل کاربرد برای سازه‌ها با تغییر عرض کانال نیستند. با در نظر گرفتن تغییر عرض کانال مستطیلی در طول جریان، معادله پیوستگی (معادله 2)، معادله مومنتم (معادله 3) جریان غیرماندگار و معادله مومنتم (معادله 4) جریان ماندگار به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + B \frac{\partial q}{\partial x} + q \frac{\partial B}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \beta \frac{q^2}{h^2} (\eta_x - Y_x) + \beta \frac{q^2}{Bh} \frac{\partial B}{\partial x} + q^2 \left(\Gamma_1 \frac{\eta_{xxx}}{1 + \eta_x^2} + \frac{Y_x}{h} \left(\gamma_0 \frac{Y_{xx} (1 + Y_x \eta_x)}{(1 + Y_x^2)(1 + \eta_x^2)} + \gamma_1 \frac{\eta_{xx}}{(1 + \eta_x^2)} \right) \right) + \frac{gh\eta_x}{1 + \eta_x^2} \left(1 - \frac{h\eta_{xx}}{1 + \eta_x^2} \right) + \frac{\lambda}{8} (1 + Y_x^2) \frac{q^2}{h^2} \left(1 + \frac{2h/B}{B\sqrt{1 + Y_x^2}} \right) = 0 \quad (3)$$

$$-\beta (\eta_x - Y_x) - \beta \frac{h}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{gh^3 \eta_x}{q^2 (1 + \eta_x^2)} \left(1 - \frac{h\eta_{xx}}{1 + \eta_x^2} \right)$$

معادلات سنت و نانت که امروزه کاربرد زیادی در پیش‌بینی خصوصیات جریان در کانال‌ها دارند، با فرض توزیع فشار هیدرواستاتیک و شیب کم استخراج شده‌اند. به همین دلیل درستی لازم برای پیش‌بینی خصوصیات جریان در سازه‌های که تبدیل جریان زیربحرانی به فوق بحرانی با انحنای قابل توجه پروفیل سطح آب رخ می‌دهد را ندارند. در سال‌های اخیر محققان مختلف معادلات یک بعدی جریان را با در نظر گرفتن شیب کانال و انحنای خطوط جریان توسعه داده اند که دارای دقت مطلوب در پیش‌بینی خصوصیات جریان در تبدیل جریان زیربحرانی به فوق بحرانی را دارند. این معادلات قابل کاربرد برای کانال مستطیلی بدون تنگ شدگی جانبی هستند. در این مقاله معادلات بوسینسک اصلاح شده توسط Darvishi and et. al (2017) برای کانال با تنگ شدگی جانبی اصلاح شده است. سپس این معادلات برای پیش‌بینی منحنی دبی-اشل سازه اندازه‌گیری پارشال فلوم و فلوم Khafagi به کار رفته است.

2- مواد و روش‌ها

2-1- معادلات حاکم

تلاش‌های زیادی برای اصلاح معادلات یک بعدی جریان در کانال، با در نظر گرفتن شیب بستر و انحنای خطوط جریان انجام شده است (Boussinesq, 1877; Fenton, 1996; Zerihun and Fenton, 2007; Darvishi et al., 2017). از جمله این محققان (Darvishi et al., 2017) پی بردن به اهمیت شیب، اقدام به اصلاح معادلات بوسینسک کردند. آنها با در نظر گرفتن اثرات شیب طولی و انحنای خط جریان و به کارگیری روش بوسینسک، معادله مومنتم بوسینسک را برای کانال مستطیلی در جریان غیرماندگار به صورت معادله (1) اصلاح کردند.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \beta \frac{q^2}{h^2} (\eta_x - Y_x) + \frac{gh\eta_x}{1 + \eta_x^2} \left(1 - \frac{h\eta_{xx}}{1 + \eta_x^2} \right) + q^2 \left(\Gamma_1 \frac{\eta_{xxx}}{1 + \eta_x^2} + \frac{Y_x}{h} \left(\gamma_0 \frac{Y_{xx} (1 + Y_x \eta_x)}{(1 + Y_x^2)(1 + \eta_x^2)} + \gamma_1 \frac{\eta_{xx}}{(1 + \eta_x^2)} \right) \right) + \frac{\lambda}{8} (1 + Y_x^2) \frac{q^2}{h^2} \left(1 + \frac{2h/B}{B\sqrt{1 + Y_x^2}} \right) = 0 \quad (1)$$

استخراج شده در جریان ماندگار و غیرماندگار از اختلاف محدود چهار نقطه‌ای استفاده شده است.

مقادیر اولیه و شرایط مرزی

داده‌های رقوم سطح آب در نقاط مختلف سازه Khafagi برای چهار دبی وجود دارد (Khafagi, 1942). با توجه به مشخص بودن عمق آب در بالادست سازه، معادلات جریان ماندگار برای پیش‌بینی خصوصیات جریان حل شد. رقوم سطح آب در بالادست به عنوان شرط مرزی بالادست در مدل عددی در نظر گرفته شد. در پایین دست سازه جریان فوق بحرانی است و نیاز به شرایط مرزی ندارد.

داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط Parshall (1936) در جریان آزاد شامل عمق جریان در محل چاهک A و B و دبی می‌باشد. در داده‌های این گزارش رقوم سطح آب در بالادست پارشال فلوم وجود ندارد. به همین دلیل معادله مومنتم جریان غیرماندگار و معادله پیوستگی برای پارشال فلوم حل شد. در بالادست دبی به عنوان شرط مرزی در نظر گرفته شد. شرط توقف مدل عددی این است که حداکثر تغییرات عمق آب بالادست محاسبه‌ای کمتر یا مساوی 10^{-9} متر باشد.

در هر دو سازه مقادیر حدس اولیه در مرحله زمانی صفر برای نیمرخ سطح آب با استفاده از یک چند جمله‌ای درجه شش که فاصله زیادی از مقادیر آزمایشگاهی دارد، تعیین شد.

2-3- مدل Flow3D

مدل‌های سه بعدی شبیه‌سازی جریان از جمله نرم‌افزار Flow3D کاربرد گسترده‌ای در شبیه‌سازی جریان در سازه‌های کانال روباز پیدا کرده‌اند. مقایسه با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل‌های موجود در این نرم‌افزار توانایی پیش‌بینی خصوصیات جریان با درستی بالایی دارند. در این مدل پنج مدل آشفتگی طول اختلاط پراتنل، یک معادله‌ای انرژی جنبشی آشفتگی، مدل دو معادله‌ای $k-\epsilon$ ، مدل گروه‌های نرمال شده (RNG) و مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ وجود دارد. مدل‌های ذکر شده برای پیش‌بینی عمق جریان در سازه پارشال فلوم به کار رفت. نتایج نشان داد که مدل شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ دارای درستی بالاتری در پیش‌بینی عمق جریان

$$+h^2 \left(\Gamma_1 \frac{\eta_{xxx}}{1+\eta_x^2} + \frac{Y_x}{h} \left(\gamma_0 \frac{Y_{xx}(1+Y_x\eta_x)}{(1+Y_x^2)(1+\eta_x^2)} + \gamma_1 \frac{\eta_{xx}}{(1+\eta_x^2)} \right) \right) + \frac{\lambda}{8} (1+Y_x^2) \left(1 + \frac{2h/B}{\sqrt{1+Y_x^2}} \right) = 0 \quad (4)$$

معادله (3) نسبت به معادله (1) دارای یک جمله بیشتر است. جمله $\beta \frac{q^2}{Bh} \frac{\partial B}{\partial x}$ تغییرات مومنتم جریان به دلیل تغییر عرض کانال در طول جریان را نشان می‌دهد. این معادلات علاوه بر در نظر گرفتن شیب و انحنای خط جریان، تغییرات عرض کانال را نیز در نظر می‌گیرند. فشار بستر مطابق رابطه ارائه شده توسط Darvishi et al. (2017) به صورت رابطه (5) خواهد بود:

$$\frac{P_{bed}}{\gamma} = \frac{h}{1+\eta_x^2} + \frac{q^2}{gh} \left(\gamma_0 \frac{Y_{xx}(1+Y_x\eta_x)}{(1+Y_x^2)(1+\eta_x^2)} + \gamma_1 \frac{\eta_{xx}}{(1+\eta_x^2)} \right) \quad (5)$$

2-2- حل عددی معادلات

به دلیل وجود مشتقات مرتبه بالا در معادلات استخراج شده، کاربرد این معادلات در پیش‌بینی خصوصیات جریان نیازمند به کارگیری روش‌های عددی است. حل عددی معادلات بوسینسک در جریان ماندگار و غیرماندگار توسط محققان مختلف انجام شده است (Fenton, 1996; Gharangik and Chaudhry, 1991; Mohapatra and Chaudhry, 2004; Zerihun and Fenton, 2006; Zerihun and Fenton, 2007).

(2017) Darvishi et al. برای حل عددی معادلات بوسینسک اصلاح شده، روش اختلاف محدود چهار نقطه‌ای را برای جبری کردن جملات مشتق به کار بردند. جملات اختلاف محدود مشتقات مرتبه اول تا سوم متغیر f در نقطه n ام به صورت روابط زیر است:

$$(f_x)_{n+1}^{k+1} = \frac{f_{n-2}^{k+1} - 6f_{n-1}^{k+1} + 3f_n^{k+1} + 2f_{n+1}^{k+1}}{6\delta} \quad (6)$$

$$(f_{xx})_{n+1}^{k+1} = \frac{f_{n-1}^{k+1} - 2f_n^{k+1} + f_{n+1}^{k+1}}{\delta^2} \quad (7)$$

$$(f_{xxx})_{n+1}^{k+1} = \frac{-f_{n-2}^{k+1} + 3f_{n-1}^{k+1} - 3f_n^{k+1} + f_{n+1}^{k+1}}{\delta^3} \quad (8)$$

با توجه به نتایج این شمای عددی در پیش‌بینی پروفیل سطح آب و منحنی سنجه دبی روی سرریز ذوزنقه‌ای (Darvishi and et al., 2017)، برای حل عددی معادلات

است.

2-5- Khafagi فلوم

این فلوم دارای تنگ‌شدگی جانبی بدون برآمدگی کف است. ابعاد این سازه در شکل 2 نشان داده شده است. در این سازه اندازه‌گیری تنگ‌شدگی و بازشدگی مقطع جریان موجب ایجاد انحنای خطوط جریان می‌شود. داده‌های پروفیل سطح آب در این سازه برای چند دبی موجود است. به همین دلیل برای واسنجی معادلات در تعیین پروفیل سطح آب از داده‌های آزمایشگاهی این فلوم استفاده شده است (Khafagi, 1942).

از آنجایی که این فلوم بدون برآمدگی کف می‌باشد، معادله بوسینسک در جریان ماندگار و فشار بستر به صورت زیر اصلاح خواهد شد:

$$-\beta\eta_x - \beta \frac{h}{B} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{gh^3\eta_x}{q^2(1+\eta_x^2)} \left(1 - \frac{h\eta_{xx}}{1+\eta_x^2}\right) + h^2\Gamma_1 \frac{\eta_{xxx}}{1+\eta_x^2} + \frac{\lambda}{8} \left(1 + \frac{2h}{B}\right) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{P_{bed}}{\gamma} = \frac{h}{1+\eta_x^2} + \frac{q^2}{gh} \gamma_1 (1+\eta_x^2) \quad (11)$$

پارشال فلوم است. دبی جریان به عنوان شرط مرزی بالادست به مدل وارد شد. شبیه‌سازی تا رسیدن به جریان ماندگار انجام شد. با توجه به طولانی بودن زمان اجرای برنامه تنها رابطه دبی اشل برای پارشال فلوم یک فوت توسط Flow3D محاسبه شد.

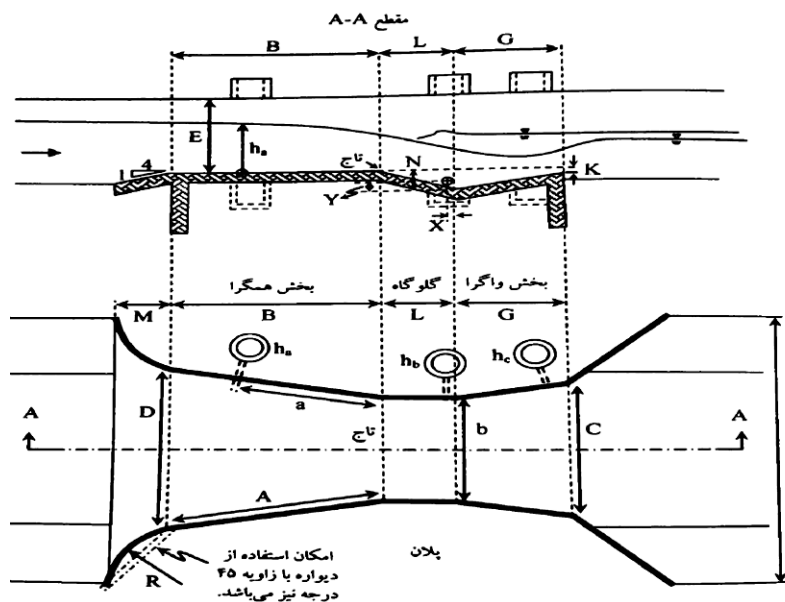
2-4- پارشال فلوم

سازه اندازه‌گیری پارشال فلوم، دارای تغییر عرض کانال در طول جریان و تغییرات ارتفاع کف کانال می‌باشد. این سازه دارای ورودی همگرا با کف صاف، گلوگاه با شیب کف رو به پایین و خروجی واگرا با شیب کف رو به بالا است. هد بالادست را در قسمت h_a و هد پایین دست را در قسمت h_b اندازه‌گیری می‌کنند (شکل 1). در جریان آزاد تنها h_a برای محاسبه دبی به کار می‌رود.

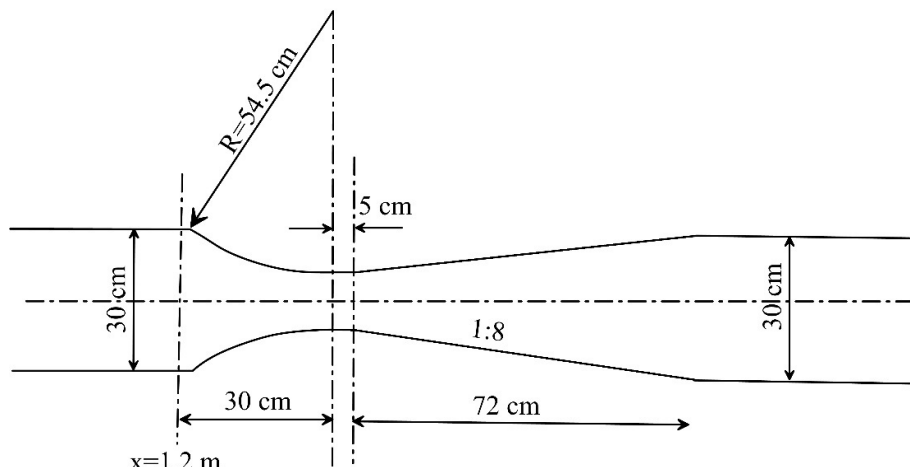
در جریان آزاد معادله دبی جریان برای اندازه‌های استاندارد به صورت زیر است:

$$Q = Ch_a^n \quad (9)$$

h_a اندازه بار آبی در چاهک A ، Q دبی به مترمکعب بر ثانیه، C و n مقادیر ثابت برای هر اندازه پارشال فلوم هستند. در گزارش Parshall (1936) مقادیر آزمایشگاهی برای h_a و Q برخی از اندازه‌های پارشال فلوم گزارش شده



شکل 1 مشخصات سازه پارشال فلوم (کبیری سامانی و باقری، 1393)



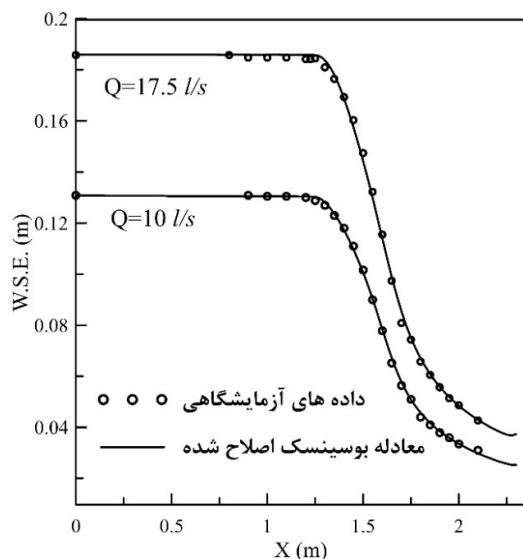
شکل 2 ابعاد فلوم Khafagi

3- نتایج

همان‌طور که قبلاً گفته شد فلوم Khafagi برای اندازه‌گیری دبی جریان به کار می‌رود. داده‌های پروفیل سطح آب در چهار دبی این سازه در دسترس است. به همین دلیل معادلات جریان ماندگار، معادله (4)، برای محاسبه پروفیل سطح آب در دبی‌های مختلف به کار رفت. رقوم سطح آب در بالادست به عنوان شرط مرزی بالادست برای معادله مومنتم در جریان ماندگار در مدل عددی در نظر گرفته شد. شکل 3 پروفیل محاسباتی و داده‌های آزمایشگاهی را در دبی‌های 10 و 17/5 لیتر بر ثانیه و شکل 4 پروفیل محاسباتی و داده‌های آزمایشگاهی را در دبی‌های 14 و 22 لیتر بر ثانیه نشان می‌دهد. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که معادلات بوسینسک اصلاح شده دارای توانایی بالایی در پیش‌بینی پروفیل سطح آب در تنگ‌شدگی هستند.

فشار بستر در دبی 22 لیتر بر ثانیه با استفاده از رابطه (11) برای فلوم Khafagi محاسبه شد. مقادیر فشار محاسبه شده و رقوم سطح آب در شکل 5 نشان داده شده است.

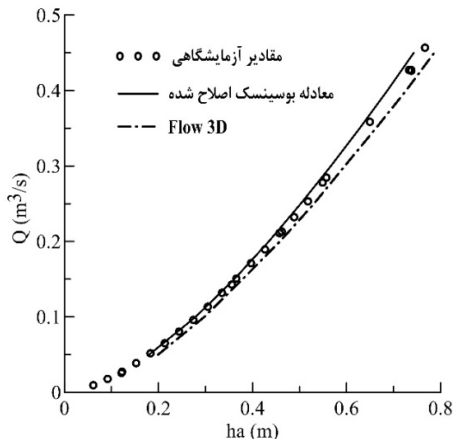
با توجه به اینکه کف فلوم دارای شیب صفر است، بنابراین فشار هیدرواستاتیک منطبق بر رقوم سطح آب می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در صورت در نظر گرفتن انحنا سطح آب فشار بستر دارای تفاوت زیاد با رقوم سطح آب می‌باشد.



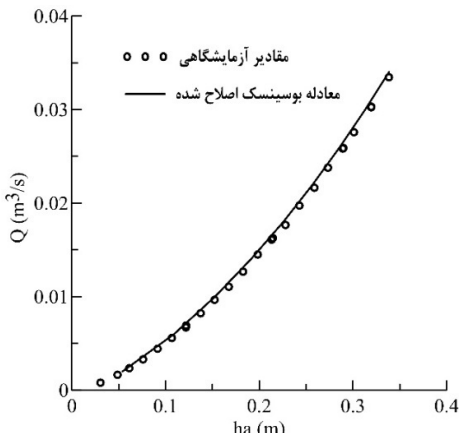
شکل 3 مقادیر رقوم سطح آب¹ (W.S.E.) آزمایشگاهی و معادله بوسینسک در فلوم Khafagi برای دبی‌های 10 و 17/5 لیتر بر ثانیه

معادلات اصلاح شده بوسینسک جریان غیرماندگار در دبی‌های مختلف برای 9 پارشال فلوم با ابعاد مختلف اجرا شد. با توجه به اینکه داده‌های پروفیل سطح آب برای پارشال فلوم موجود نیست، معادلات برای پیش‌بینی عمق آب در محل چاهک A به کار رفت.

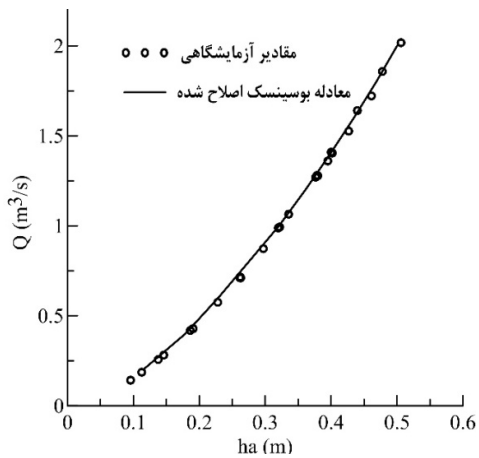
¹ Water Surface Elevation



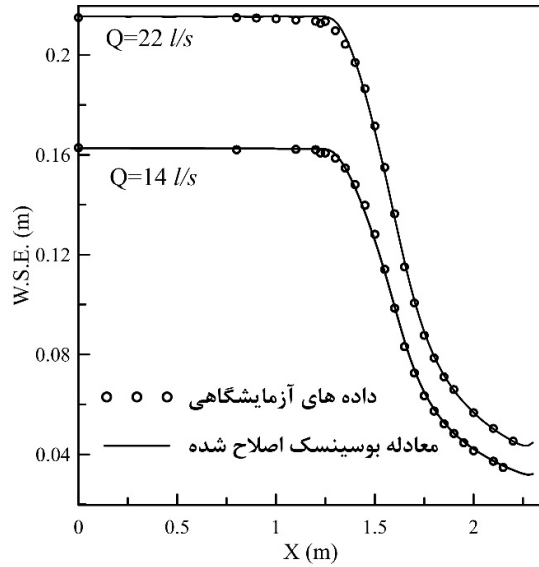
شکل 6 مقادیر آزمایشگاهی، معادله بوسینسک و نرم‌افزار Flow 3D در پارشال فلوم یک فوت



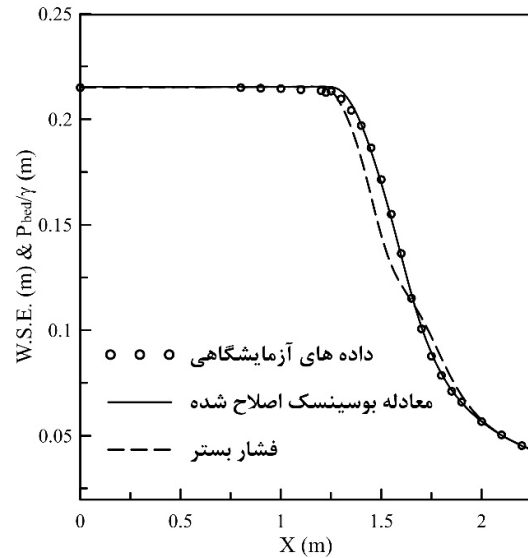
شکل 7 مقادیر آزمایشگاهی و معادله بوسینسک در پارشال فلوم 3 اینچ



شکل 8 مقادیر آزمایشگاهی و معادله بوسینسک در پارشال فلوم 8 فوت



شکل 4 مقادیر آزمایشگاهی و معادله بوسینسک در فلوم Khafagi برای دبی‌های 22 و 14 لیتر بر ثانیه



شکل 5 مقادیر آزمایشگاهی و معادله بوسینسک رقوم سطح آب و فشار بستر در فلوم Khafagi برای دبی 22 لیتر بر ثانیه

در بالادست دبی جریان به عنوان شرط مرزی در نظر گرفته شد. اجرای برنامه تا رسیدن به جریان ماندگار ادامه پیدا کرد. مقادیر آزمایشگاهی (Parshall, 1936)، مقادیر محاسبه شده توسط معادله بوسینسک و نرم‌افزار Flow 3D در شکل‌های 6 تا 8 رسم شده است.

برای دبی‌های پیش‌بینی شده توسط نرم‌افزار Flow3D برای پارشال فلوم یک فوت نیز در جدول 2 آمده است. خطای این نرم‌افزار کمتر از 12 درصد بوده است. مدت زمان لازم برای اجرای این نرم‌افزار با وجود نزدیک بودن شرایط اولیه به جواب نهایی بسیار قابل توجه است. حداقل و حداکثر خطای معادلات بوسینسک در پیش‌بینی دبی پارشال فلوم‌های با ابعاد مختلف در جدول 3 آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود حداکثر خطا کمتر از 6 درصد است.

مقایسه داده‌های آزمایشگاهی و نتایج معادلات بوسینسک در پارشال فلوم‌های 3 اینچ و 8 فوت در شکل‌های 7 و 8 نمایش داده شده است. در این شکل‌ها مطابقت خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی و معادله بوسینسک وجود دارد. دقت قابل قبول معادلات بوسینسک در پیش‌بینی پروفیل سطح آب و منحنی سنجه دبی بیانگر توانایی این معادلات در پیش‌بینی خصوصیات جریان در تنگ شدگی جانبی و برآمدگی کف کانال است. به دلیل یک بعدی بودن معادلات زمان لازم برای حل بسیار کمتر از معادلات سه بعدی جریان است.

برای بررسی اثر عبارات اصلاحی معادله (3) بر پیش‌بینی پروفیل سطح آب با صرف‌نظر از حاصل‌ضرب مشتقات معادله (12) به دست خواهد آمد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود معادله بوسینسک و نرم‌افزار Flow 3D دارای درستی مطلوبی در برآورد عمق آب در چاهک A هستند. این نتایج نشان می‌دهند که معادلات اصلاح شده بوسینسک توانایی محاسبه منحنی سنجه دبی را با دقت مطلوب برای فلوم‌های با تغییر مقطع عرضی و بالآمدگی کف را دارند.

مقادیر C و n منحنی به دست آمده از داده‌های آزمایشگاهی، معادله بوسینسک اصلاح شده و نرم‌افزار Flow 3D برای پارشال فلوم با عرض گلوگاه یک فوت در

جدول 1 ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر C و n منحنی به دست آمده توسط معادلات بوسینسک اصلاح شده و نرم‌افزار Flow 3D به مقادیر آزمایشگاهی بسیار نزدیک هستند.

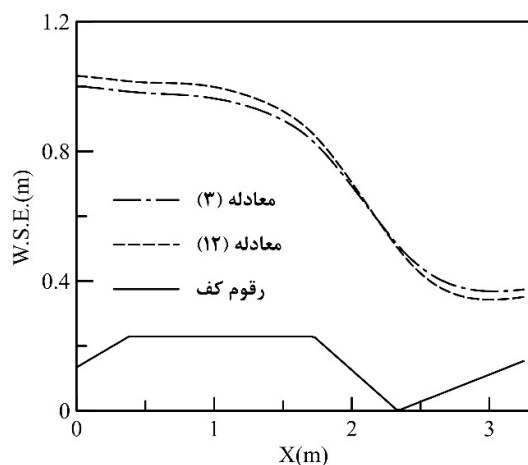
برای بررسی میزان دقت معادلات بوسینسک خطای نسبی محاسبه شد. داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط Parshall (1936) برای دبی و عمق آب در چاهک A دارای گام‌های مساوی نیستند. به همین دلیل برای برآورد خطای نسبی از روابط به دست آمده در جدول 1 استفاده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود معادلات بوسینسک اصلاح شده در پارشال فلوم یک فوت در محدود دبی توصیه شده، دارای حداکثر خطا 2/9 درصد برای دبی 0/4486 مترمکعب بر ثانیه و حداقل 1/5 درصد برای دبی 0/0375 مترمکعب بر ثانیه می‌باشد. مقادیر خطا

جدول 1 مقادیر C و n داده‌های آزمایشگاهی و معادله بوسینسک

| معادله بوسینسک | | | آزمایشگاهی | | | پارشال فلوم |
|----------------|--------|--------|------------|--------|--------|-------------|
| R^2 | n | C | R^2 | n | C | |
| 0/9999 | 1/5362 | 0/1784 | 0/9999 | 1/5463 | 0/1762 | سه اینچ |
| 0/9999 | 1/5405 | 0/3626 | 0/9999 | 1/5764 | 0/3788 | شش اینچ |
| 0/9999 | 1/5523 | 0/5367 | 0/9999 | 1/5463 | 0/5533 | نه اینچ |
| 0/9999 | 1/5502 | 0/721 | 0/9998 | 1/5418 | 0/699 | یک فوت |
| 0/9998 | 1/5503 | 1/4098 | 0/9999 | 1/5742 | 0/4646 | دو فوت |
| 1/00 | 1/5684 | 2/2009 | 0/9998 | 1/5706 | 2/2001 | سه فوت |
| 1/00 | 1/5803 | 3/0137 | 0/9997 | 1/5958 | 3/0258 | چهار فوت |
| 0/9998 | 1/5825 | 4/5543 | 0/9997 | 1/6 | 4/5809 | شش فوت |
| 0/9999 | 1/5601 | 5/8976 | 0/9999 | 1/5913 | 6/0023 | هشت فوت |

جدول 2 خطای نسبی معادله بوسینسک اصلاح شده و نرم‌افزار Flow 3D در محاسبه دبی پارشال فلوم یک فوت

| خطای نسبی نرم‌افزار Flow 3D | خطای نسبی معادله بوسینسک | نرم‌افزار Flow 3D | معادله بوسینسک | آزمایشگاهی | ha |
|-----------------------------|--------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------|
| % | % | (m ³ /s) | (m ³ /s) | (m ³ /s) | (m) |
| 4/5 | 2/9 | 0/4285 | 0/4616 | 0/4486 | 0/75 |
| 4/8 | 2/8 | 0/3840 | 0/4148 | 0/4033 | 0/7 |
| 5/1 | 2/8 | 0/3413 | 0/3698 | 0/3598 | 0/65 |
| 5/5 | 2/7 | 0/3005 | 0/3266 | 0/3180 | 0/6 |
| 5/9 | 2/6 | 0/2617 | 0/2854 | 0/2781 | 0/55 |
| 6/3 | 2/5 | 0/2249 | 0/2462 | 0/2401 | 0/5 |
| 6/8 | 2/5 | 0/1902 | 0/2091 | 0/2041 | 0/45 |
| 7/3 | 2/4 | 0/1577 | 0/1742 | 0/1702 | 0/4 |
| 7/9 | 2/2 | 0/1275 | 0/1416 | 0/1385 | 0/35 |
| 8/6 | 2/1 | 0/0998 | 0/1115 | 0/1092 | 0/3 |
| 9/4 | 2/0 | 0/0747 | 0/0841 | 0/0825 | 0/25 |
| 10/4 | 1/8 | 0/0524 | 0/0595 | 0/0585 | 0/2 |
| 11/6 | 1/5 | 0/0332 | 0/0381 | 0/0375 | 0/15 |

**شکل 9** نیمرخ سطح آب به دست آمده از معادله‌های (3) و (12) برای پارشال فلوم یک فوت در دبی 450 لیتر بر ثانیه

4- نتیجه‌گیری

در این تحقیق معادلات بوسینسک اصلاح شده برای کانال مستطیلی با تغییر عرض در طول جریان اصلاح شد. مدل عددی این معادلات در جریان ماندگار و غیرماندگار در نرم‌افزار Maple تهیه شد. مدل عددی برای پیش‌بینی پروفیل جریان در فلوم Khafagi در دبی‌های مختلف به کار رفت. نتایج نشان داد این معادلات درستی بالایی در پیش‌بینی پروفیل سطح آب در صورت تغییر عرض کانال

برای دبی 450 لیتر بر ثانیه در پارشال فلوم یک فوت این معادله برای پیش‌بینی پروفیل سطح آب به کار رفت. مقایسه پروفیل به دست آمده از معادله‌های (3) و (12) در شکل 9 ارائه شده است. طبق این نیمرخ سطح آب به دست آمده، معادله (12) در مقایسه با معادله (3) دارای خطای حداکثر 13 درصد در محاسبه عمق آب می‌باشد.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2\beta \frac{q}{h} \frac{\partial q}{\partial x} - \beta \frac{q^2}{h^2} (\eta_x - Y_x) + \beta \frac{q^2}{Bh} \frac{\partial B}{\partial x} + q^2 \Gamma_1 \eta_{xxx} + gh \eta_x + \frac{\lambda q^2}{8 h^2} \left(1 + \frac{2h/B}{B} \right) = 0 \quad (12)$$

جدول 3 حداقل و حداکثر خطای نسبی معادله بوسینسک

اصلاح شده در پیش‌بینی دبی پارشال فلوم‌ها با ابعاد مختلف

| خطای نسبی % | | پارشال فلوم |
|-------------|-------|-------------|
| حداکثر | حداقل | |
| 3/63 | 2/36 | سه اینچ |
| 4/85 | 0/14 | شش اینچ |
| 4/23 | 3/56 | نه اینچ |
| 2/82 | 1/49 | یک فوت |
| 3/08 | 0/03 | دو فوت |
| 0/45 | 0/1 | سه فوت |
| 2/57 | 0/15 | چهار فوت |
| 2/78 | 0/17 | شش فوت |
| 5/57 | 0/11 | هشت فوت |

| | |
|--------------|------------------------|
| η_{xxx} | مشتق سوم ارتفاع سطح آب |
| λ | ضریب ویسباز بدون بعد |
| Γ_0 | مقدار ثابت بدون بعد |
| Γ_1 | مقدار ثابت بدون بعد |

6- منابع

اسدی، م.، کوچک‌زاده، ص. و ستوده‌نیا، ع. (1390). راهنمای اندازه‌گیری جریان آب. کمیته ملی آبیاری و زهکشی ایران.
کبیری سامانی، ع. و باقری، س. (1393). طراحی کانال‌ها و سازه‌های انتقال آب، ارکان دانش.

Darvishi, E. Fenton, J. and Kouchakzadeh, S., (2017). "Boussinesq equations for flows over steep slopes and structures", *Journal of Hydraulic Research*, 55(3), 324-337.

Dressler, R. F. (1978). "New nonlinear shallow-flow equations with curvature". *Journal of Hydraulic Research*, 16(3), 205-222.

Gharangik, A. M., and Chaudhry, M. H. (1991). "Numerical simulation of hydraulic jump". *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(9), 1195-1211.

Khafagi, A. (1942). "Der Venturikanal: Theorie und Anwendung". *Versuchsanstalt für Wasserbau, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Mitteilung 1. Leemann, Zürich, Switzerland [in German]*

Mohapatra, P., and Chaudhry, M. (2004). "Numerical solution of Boussinesq equations to simulate Dam-Break flows". *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(2), 156-159.

Parshall R. L. (1936). *The parshall measuring Flume*, Colorado State College, Colorado Experiment Station, Fort Collins.

Zerihun, Y. T., and Fenton, J. D. (2007). "A Boussinesq-Type model for flow over trapezoidal profile weirs". *Journal of Hydraulic Research*, 45(4), 519-528.

بدون برآمدگی کف را دارند. همچنین معادلات به دست آمده برای پیش‌بینی منحنی‌سنجه دبی در سازه پارشال فلوم به کار برده شد. مقایسه‌ی منحنی‌سنجه دبی به دست آمده از معادلات بوسینسک و داده‌های آزمایشگاهی بیانگر درستی مطلوب این معادلات در پیش‌بینی خصوصیات جریان در صورت تغییرات بستر و عرض کانال می‌باشد. این معادلات یک بعدی جریان با در نظر گرفتن شیب و انحنای خطوط جریان توانایی پیش‌بینی پروفیل جریان در سازه‌های با تغییر رقوم بستر و عرض کانال در طول جریان را دارد.

مدل FLOW-3D نیز برای پیش‌بینی منحنی‌سنجه دبی پارشال فلوم یک فوت به کار رفت. نتایج نشان داد که این مدل درستی قابل قبولی در پیش‌بینی منحنی‌سنجه دبی پارشال فلوم داد، اما مدت زمان لازم برای اجرای این مدل بسیار بیشتر از مدل یک بعدی معادلات بوسینسک است. بنابر این نتایج، توصیه می‌شود در برآورد خصوصیات جریان کانال‌های با تغییر عرض تدریجی و رقوم کف تدریجی از این معادلات استفاده شود.

5- فهرست علائم

| | |
|-------------|----------------------------------|
| B | عرض کانال |
| g | شتاب ثقل |
| h | عمق آب |
| q | دبی در واحد عرض |
| Y_x | مشتق اول ارتفاع بستر کانال |
| Y_{xx} | مشتق دوم ارتفاع بستر کانال |
| β | ضریب تصحیح نایکنواختی توزیع سرعت |
| γ_0 | مقدار ثابت بدون بعد |
| γ_1 | مقدار ثابت بدون بعد |
| η_x | مشتق اول ارتفاع سطح آب |
| η_{xx} | مشتق دوم ارتفاع سطح آب |