

Research Article

# Fractal Assessment of Time Series of Density Currents in Flume

#### Mohammad Hosseini <sup>1\*</sup>, Mohammad Hadi Fattahi <sup>2</sup>, Ali Hosseini <sup>2</sup>

1- Department of Civil Engineering, Meymand Center, Firoozabad Branch, Islamic Azad University, Firoozabad, Iran.

2- Department of Civil Engineering, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran.

#### Abstract

**Introduction:** Density currents formed due to the difference in density, however small, with the surrounding fluid. In addition, even if this density difference exists in the layers of a fluid, this type of flow formed. These currents are a type of two-phase currents that have special and different characteristics compared to normal single-phase currents. Hydrological and hydraulic phenomena known as chaotic, non-linear, dependent and sensitive systems to the change of the initial conditions and the temporal and spatial scale of the study. For this reason, any processing of hydrological time series has a direct effect on the chaotic behavior and the way the system responds to hydrological models and network forecasting.

**Methodology:** The experiments carried out in the hydraulic department of Shiraz University and a flume of 8 m length, 35 cm width and 60 cm height used. Flume has the ability to tilt. A source of 1000 liters containing thick sediment flow used. A number of 12 experiments conducted in such a way that the powder of passing rock classified from sieve No. 80 used as suspended sediment material to create a dense flow, which has a specific weight of 2650 kgm-3 and an average settling speed of 0.0106 mms-1 and an average diameter of particles. It is 0.0074 mm. The density of water is 998.7 kgm-3. Three channel slopes of 1, 2, and 3 percent and two density current inlet flow rates of 50 liters per minute and 90 liters per minute used. The density of the thick flow tank is 1005 kgm-3 and 1008 kgm-3, and the height opening under the sliding inlet valve is 1 cm. Fractal dimension is a decimal number that fractal objects are something between Euclidean and topological shapes. A fractal curve is a curve with an infinite self-similar component. This analysis based on the box counting method, which is a smart and simple method to implement. The fractal dimension obtained by calculating the number of non-overlapping boxes with the size required to cover the fractal curve.

**Results and discussion:** A general study of fractal indices such as scale factor diagrams, generalized fractal dimension and singularity spectrum shown in Figure 5 for the time series of dense flow velocity in all models at a distance of m5 from the inlet valve. The highest fractal dimension with a rate of 1.459 related to test number 5 and the lowest fractal dimension related to test number 7 with a rate of 1.22. The highest range of  $\alpha$  corresponds to test number 3 with a rate of 3.04 and the lowest corresponds to test number 12 with a rate of 0.087. The lower this range is from the rate of 3.04, the more its multifractal degree decreases and the trend of the system is more towards single fractal patterns. When the inlet flow rate changes from 50 liters per minute to 90 liters per minute, the fractal dimension of the speed time series decreases by 2.2%, and the amplitude and angle  $\alpha$  decrease by 53.5% and increase by 3.9%, respectively, and the tendency of the system with the increase of the input flow rate, it tends towards single fractal. Also, in the technical spectrum charts, with the increase of the input flow rate from 50 liters per minute to 90 liters per minute, the technical spectrum charts from full symmetry

#### Fractal Assessment of Time Series ...

to right symmetry, in other words, with Increasing the flow rate, the exact fractal diagram that created from self-similar elements tends towards a single fractal, which is sensitive to small changes in the flow rate caused by increasing the flow rate of this factor.

**Conclusion:** The generalized fractal dimension decreases with increasing flow rate and flow concentration, and it shows that the phenomenon is less sensitive to high concentrations and flow rates, and the flow behavior is dependent on the initial conditions. When the input density changes from 1005 kgm-3 to 1008 kgm-3, the fractal dimension of the velocity time series decreases by 4.2% and the amplitude and angle  $\alpha$  decrease by 9.7% and increase by 9.8%, respectively. The rotation reduced by 6.7% and the Dq changes reduced by 1.5% and its graph is milder.

Keywords: Density current, Time series, Fractal indicators, Fractal dimension.

## ارزیابی فراکتال سریهای زمانی جریان چگال در فلوم

محمد حسینی 1\*، محمد هادی فتاحی۲، علی حسینی۲

۱-گروه مهندسی عمران، مرکز میمند، واحد فیروزآباد، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزآباد، ایران. ۲-گروه مهندسی عمران، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران.

چکیده: جریان های چگال مانند بسیاری دیگر از پدیده های ژئوفیزیک ماهیت غیرخطی دارند و در چارچوب و مبانی نظری سیستم های غیر خطی قابل تعریف و تفسیر هستند. سیستم های غیر خطی پدیده های پیچیده و حساس به شرایط اولیه هستند. برای بررسی دینامیک غیرخطی جریانهای چگالی در فلومها و تغییرات آنها در اثر تغییرات القایی شرایط اولیه، از شاخصهای تحلیل چندفراکتالی شامل طیف تکینگی و بعد فراکتالی استفاده میشود. در این تحقیق با تغییر غلظت، شیب و دبی جریان چگال در فلوم، شاخصهای فراکتالی سریهای زمانی جریان مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با کاهش بعد فراکتال، در واقع دبی، شیب و چگالی جریان متراکم افزایش یافته است. هنگامی که چگالی ورودی از گرفت. نتایج نشان داد که با کاهش بعد فراکتال، در واقع دبی، شیب و چگالی جریان متراکم افزایش یافته و دامنه و زاویه α، استخراج شده از طیف تکینگی، ۹.۷.٪ کاهش و ۸.۸ افزایش می یابد. ، به ترتیب. علاوه بر این، زاویه چرخش ضریب مقیاس ۶.۷. کاهش می یابد و تمایل سیستم به چند فراکتالی کاهش می یابد. ، به ترتیب. علاوه بر این، زاویه چرخش ضریب

**کلیدواژگان:** جریان چگال، سری زمانی، شاخصهای فراکتال، بعد فراکتال.

#### ۱– مقدمه

جریانهای دانسیته یا چگال در اثر اختلاف دانسیته هر چند كم با سيال محيطي به وجود مي آيند. ضمنا اين اختلاف چگالی حتی اگر در لایه های یک سیال نیر وجود داشته باشد، این نوع از جریان تشکیل خواهد شد. این جریان ها نوعی از جریانهای دوبخشی به حساب می آیند که دارای خصوصیات ویژه و متفاوتی نسبت به جریان های یک بخشی معمولی هستند. پدیده های هیدرولوژیکی و هیدرولیکی به عنوان سیستمهای آشوبی، غیرخطی، وابسته و حساس نسبت به تغییر شرایط اولیه و مقیاس زمانی و مکانی مطالعه شناخته می شوند. به همین علت هر گونه پردازش سریهای زمانی هیدرولوژیکی، تأثیر مستقیمی بر رفتار آشوبی و نحوه پاسخ سیستم به مدلهای هیدرولوژیکی و پیشبینی شبکه دارد. هدف از تحلیل فراکتال سریهای زمانی، یافتن یک یا چند مورد از ویژگیهای زیر در آن سری زمانی میباشد: خاصیت خودشباهت، روابط توانی مقیاس و استقلال نسبت به تغییر مقیاس. روشهای آنالیز فراکتال متنوعاند اما همگی یک چیز را بطور مشترک دارا هستند. ایده اصلی آن است که در پس نوسانات پیچیده و گاهاً به ظاهر تصادفی یک سری زمانی، مکانیزمی عمل مینماید که با تغییر مقیاس

زمانی، عملکرد آن تغییر نخواهد کرد. یک سری زمانی را بصورت نمایش گسسته از که در آن تعریف میکنیم که نمایشگر تغییرات زمانی یک فرآیند یا سیگنال در بازههای یکسان زمانی میباشد. طول یک سری زمانی را معمولاً N در نظر می گیرند که باید متوجه اختلاف آن با تداوم سری در زمان واقعی بصورت باشیم. فرکانس سری نیز بصورت می باشد. با این تعاریف می توان نتیجه گرفت که یک سری زمانی در واقع یک سیگنال دیجیتال می باشد و از این جهت تحلیل سریهای زمانی غالباً پردازش سیگنال دیجیتال نیز ناميده مي-شود. فواصل زماني سنجش غالباً يكسان و یکنواخت است که در آن صورت سری را یک سری همفاصله مینامند و این در حالیست که روشهای تحلیلی برای آنالیز سریهای زمانی غیرهمفاصله نیز وجود دارد. عبارت سری زمانی فراکتال در پیشینه تحقیقات این موضوع دلالت بر یک سیگنال زمانی تک فراکتال یا فراکتال منفرد دارد. سریهای زمانی چند فراکتال غیرهمگن بوده و خاصیت خودشباهت را در بازههای موضعی از ساختار اصلی نشان میدهند ضمن آنکه مقیاس اندازه گیری فراکتال آنها با زمان تغییر می کند. بنابراین می توان آنها را با مجموعهای از فراکتالهای موضعی بررسی کرد. حسینی و همکاران، ؟؟؟؟

فرضیههایی که میتوان برای اینگونه جریانها درنظر گرفت از جمله سيال بصورت تراكم ناپذير است، الگوى تشكيل جریان چگال با تغیر غلظت ،دبی و شیب بستر ارتباط معنا داری دارد و جریان چگال فقط به صورت جریان گل آلود در نظر گرفته می شود. جریان های چگال نیز همانند بسیاری دیگر از پدیده های ژئوفیزیکی ماهیت غیر خطی داشته، سیستم های غیر خطی پدیده هایی پیچیده و حساس نسبت به شرایط اولیه می باشند که تغییر کوچکی در هر یک از عوامل موثر می تواند تاثیرات قابل توجهی بر مجموعه رفتاری و الگوی جریان چگال بگذارد. هدف از این پژوهش بررسی جامعی بر روی ویژگی های فراکتال و چند فراکتال سری زمانی جریان چگال و یافتن برتری های تحلیل های فراکتال در آشکار سازی طبیعت غیر خطی جریان چگال است. در ضمن مطالعه انطباقی دقیق بین پارامترهای هیدرولیکی جریان چگال و تحلیل ویژگیهای چند فراکتال انجام خواهد شد بگونه ای که بتوان روابط معنا داری بین آنها بدست آورد. با این رویکرد میتوان با انجام پردازش سریع و محاسبه ویژگیهای های فراکتال به شناخت دقیقتر جریان چگال دست یافت که تاکنون چنین مطالعه گسترده ای توسط محققین در این خصوص انجام نگرفته است. مطالعه بعد فراکتالی سیستم با استفاده از روش بعد همبستگی نشان می دهد سری های زمانی مرتبط با سیستم های طبیعی پیچیده تر، بعد فراکتال بالاتری دارند و به ۲ نزدیک می گردد ( Mohammadi et al., 2019; ) .(Hosseini et al., 2014

مطالعه دینامیک غیر خطی سریهای زمانی پدیدههای ژئوفیزیکی برای آشکار سازی الکوهای رفتاری پدیده مبتنی بر تغییرات زمانی- مکانی بسیار مورد توجه محققین بوده است (Rahmani and Fattahi, 2021,2022). بررسی نظریه ی فراکتال در ژئومورفولوژی رودخانه نشان می دهد بعد فراکتالی می تواند شاخص مناسبی برای بیان تغییرات رودخانه باشد و به عنوان پارامتر هندسی جدید وارد مدل های ریخت شناسی رودخانه ها گردد از این روابط می توان جهت بررسی تغییرات انشعابات رودخانه ها و نیز حوضه ی آن ها در گذر زمان بهره جست ( ; 2014; Hosseini et آن ها در گذر زمان بهره جست ( ; 2014; Alami et al., 2013; Hosseini et خصوصیات رفتار و دوره بازگشت سیل کمک شایانی را نماید (Wei et al., 2016; Alipour et al., 2016).

با استفاده از آنالیز فراکتالی، پارامترهای کیفی آب نشان می دهد هر چه ساختار شبکه پیچیده تر باشد، پدیده نسبت به پارامترهای کیفی حساستر می باشد به عبارتی دیگر با کوچکترین تغییر در شرایط کیفی آب، ساختار تغییر می نماید (Vargas et al., 2019; Beata et al., 2020). می نماید (Vargas et al., 2019; Beata et al., 2020). می نماید (2023) Rahmani and Fattahi (2023) مبتنی بر آنالیز فراکتال سریهای زمانی بارندگی و دما را برای یافتن تاثیرات القایی تغییرات اقلیم انجام دادند. نتایج نشان از توانایی آنالیز فراکتال سریهای زمانی بارندگی و دما در آشکارسازی روند تغییرات اقلیمی در انگلستان بود.

Campos and Paz (2020) خصوصيات فراكتالي بارش و سیل در حوضه مطالعاتی جانریو- برزیل بررسی نمودند. بعد فراکتال نقطه ای در اثر بارندگی های کم، عدد ۴۱/۰را نشان می دهد اما در مواقع سیلاب میزان بعد فراکتال، عدد ۰/۹۴ را نشان می دهد که هرچه میزان بعد فراکتال به یک نزدیکتر باشد از تصادفی بودن پدیده حکایت میکند. Lee et al. (2020) با استفاده از آنالیز فراکتالی، الگوی امواج رسوبات ته نشین شده بستر رودخانه را بررسی نمودند با افزایش زمان و توسعه و تکامل یافتن امواج بار بستر رودخانه، بعد فراكتال كاهش مى يابد و توانستند رابطه نمایی با همبستگی ۰/۸۲ در بازه زمانی مورد مطالعه برای بعد فراكتال بدست آورند. (2018) Kamyab and Fattahi مطالعات گستردهای بر روی انطباق سنجی خواص ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و ویژگیهای چند فراکتال شکل آبراهه وال نات گولچ انجام دادند (Farzin et al., 2011). با استفاده از دادهای سری زمانی دبی رودخانه، نمودار طیف تکینگی را ترسیم نموند. نتایج نشان داد که منحنی به سمت راست متمایل می شود و چند فراکتالی کاهش مییابد. این به معنای آن است که جریان رودخانه نسبت به تغییرات کوچک محلی حساس می باشد. در پژوهشهای دیگری تاثیر مقیاس زمانی بر رفتار طیف تکینگی مورد مطالعه قرار گرفته است. دبی ساعتی و روزانه رودخانه رفتار تقریبا مشابهی دارند و با افزایش بازه زمانی، دامنه طیف تکینگی آن کاهش می یابد و نمودار ها دارای عدم تقارن به سمت راست می باشد و از درجه چند فراکتالی آن کاسته می شود .(Hekmatzadeh et al., 2019; Khatibi et al., 2012) Rahmani and Fattahi (2021) نتيجه يكساني را در خصوص داده های سری زمانی تغییرات تراز آب زیر زمینی

است و از یک فلوم بطول m ۸، عرض ۳۵ cm و ارتفاع ۶۰ cm استفادہ شد. فلوم دارای قابلیت شیب پذیری می باشد. از یک منبع ۱۰۰۰ لیتری که محتوی جریان غلیظ رسوبی می باشد استفاده شده است که توسط یک پمپ باخروجی ۲ اینچ با حداکثر دبی عبوری ۲۰۰ لیتر بر دقیقه استفاده شده است. برای کنترل ورودی جریان چگال از یک فلومتر استفاده شده است. پر کردن آب فلوم توسط یک لوله که به منبع آب ۲۰۰۰۰ لیتری متصل است استفاده شده است در هنگام اجرای آزمایش، شیر آب ورودی این منبع قطع می شود و برای کنترل سطح ایستابی آب در فلوم از یک منبع آب تنظیمی ۵۰۰ لیتری که متصل به پمپ است، استفاده شده است. که در شکل ۱ نمای شماتیکی از فلوم و الگوی تشکیل جریان چگال مشاهده می شود. تعداد ۱۲ آزمایش به گونهای انجام شده که از پودر سنگ عبوری رده شده از الک شماره ۸۰ به عنوان مواد معلق رسوبی برای ایجاد جریان چگال استفاده شده است که وزن مخصوص kgm<sup>-3</sup> 2650 و سرعت ته نشينی متوسط <sup>1-0.0106</sup> و قطر متوسط ذرات mm 0.0074 می باشد. چگالی آب 998.7 kgm<sup>-3</sup> می باشد. از سه شیب کانال ۱، ۲ و ۳ درصد و دو دبی ورودی جریان چگال ۵۰ لیتر بر دقیقه و ۹۰ لیتر بر دقیقه استفاده شده است. چگالی مخزن جریان غلیظ 1005 kgm<sup>-3</sup> و kgm<sup>-3</sup> مے باشد.

مقدار بازشدگی ارتفاع زیر دریچه ورودی کشویی lcm می باشد. جهت اندازه گیری سرعت جریان چگال در فلوم از یک عدد سرعت سنج الکترومغناطیسی مدل ۸۰۲ ساخت شرکت Valeport انگلستان با دقت اندازه گیری <sup>1-s</sup>5mms± استفاده شده است که این دستگاه دارای یک سنسور اندازه گیری جریان است که قابلیت اتصال به رایانه را دارد.

2

gate inle

در اثر فعالیت های لرزه ای گزارش کردند. در مطالعاتی دیگر اثر گذشت زمان بر رفتار چند فراکتال سری زمانی رودخانه مطالعه شده است. با استفاده از سری زمانی حوضه آبریز (دانگتینگ- چین) و الگورتیم شمارش جعبه ای آنالیز فراكتالي، طيف تكينگي ترسيم شده است. نتايج نشان میدهد که با گذشت زمان نمودار طیف تکینگی دارای عدم تقارن به سمت راست می باشد دامنه  $\alpha$  حدود ۳۵ درصد افزایش و شیب نمودار ضریب مقیاسی آن تند تر می شود و نشان می دهد که نسبت به شرایط اولیه ورودی حساس می باشد ( Zhang et al., 2019; Teng and Shang., ) 2018). پژوهشهای مشابهی با داده های بارندگی، تراز سطح آب زیر زمینی و غلظت جریان چگال نیز نتایج مشترکی را بازگو می کند. در مطالعات انجام شده، نمودار طيف تكينگي داراي عدم تقارن به سمت چپ مي باشد و دامنه α آن۵/۰ می باشد به عبارتی دیگر با افزایش دامنه ، نسبت به شاخص فراکتالی حساسیت بیشتری از خودlphaنشان مىدهند ( Garcia et al., 2020; Rakhshandehroo .(and Amiri, 2012; Hosseini et al., 2021

در این تحقیق با تغییر غلظت، شیب و دبی جریان چگال در فلوم، شاخصهای فراکتالی سریهای زمانی جریان مورد بررسی قرار گرفت. شاخص های چند فراکتالی سری های زمانی شامل رفتار نمودار طیف تکینگی، ضریب مقیاس و بعد تعمیم یافته سریهای زمانی در جهت تحلیل رفتار غیر خطی سریهای زمانی در مقطعی از کانال مورد بررسی قرار گرفته است.

#### ۲- مواد و روشها



آزمایشات در بخش هیدرولیک دانشگاه شیراز صورت گرفته



تغییر نمی کند و نمودار لگاریتمی تعداد جعبه به اندازه جعبه ترسیم شده و با محاسبه شیب نمودار، بعد فراکتال بدست می آید. هرچه فراکتال سطح یک صفحه را پر کند بعد آن به ۲ نزدیک می شود و پیچیدگی پدیده بیشتر میشود. بعد فراکتال  $D_f$  از معادله (۱) بدست می آید.  $D_f = -\lim_{\delta \to 0} \frac{\log N(\delta)}{\log(\delta)}$  (1)

 $\delta$  که در آن  $N(\delta)$  تعداد جعبههای مورد نیاز با اندازه Nاست که برای پوشش کامل منحنی فراکتال لازم میباشد.



Fig. 2 The box counting method mechanism to calculate the fractal dimension شکل ۲ نحوه عملکرد روش شمارش جعبه ای برای محاسبه بعد فراکتال

بعد فراکتال به تنهایی برای به تصویر در آوردن خصوصیات فراکتالی پدیده کافی نمی باشد. بعد فراکتال در واقع اطلاعات کلی و یا میانگین اطلاعات شبکه را منتقل می نماید و از بی نظمی های موضعی عبور می کند. به همین دلیل بعد فراکتال تعمیم یافته براساس روش شمارش جعبه ای در معادله(۲) تعریف میشود (2009) (Carpinteri et al., 2009) ای در معادله(۲) تعریف میشود ( $\mathbf{p} \in \mathbf{R} \in \mathbf{R}$ 

 $\mu_i$  طول کلی شکل در *i* امین جعبه و  $\delta$  اندازه جعبه و مقدار p متعلق به مجموعه اعداد حقیقی است و بازه تغییرات آن از p- تا p+ می باشد. در شکل( $\pi$ ) نمونه ای از نمودارهای بعد تعمیم یافته نشان داده شده است که اگر بعد فراکتال تعمیم یافته با کاهش یکنواخت و ملایم همراه باشد تمایل پدیده به چند فراکتالی کاهش می یابد در حالیکه نمودار با شیب تند همراه باشد تمایل پدیده به چند فراکتالی افزایش می یابد.

ضریب مقیاسی که با T(q) آز آن یاد می شود ، شیب منحنی q برازشی لوگ-لوگ تابع ضریب مقیاسی T(q) بر حسب q

برای برداشت غلظت جریان از یک سری سرنگهای سیفونی شکل در ۱۶ نقطه بصورت عمودی در وسط فلوم استفاده شده است بطوریکه در ارتفاعات مختلف از کف کانال تا سطح مورد نظر جریان غلیظ نمونه گیری انجام گیرد تا بتوان مقدار متوسط جریان غلیظ تعیین گردد. در فاصله 5m از فلوم محدودیت هایی اعمال شده است که در جدول ۱ مشاهده می شود. جریان چگال از سه ناحیه سر، بدنه و دنباله تشکیل شده است در این تحقیق بیشتر به تکامل جریان چگال در ناحیه بدنه پرداخته شده است که در یک مکان و محدوده زمانی مشخص، سرعت بدنه جریان چگال اندازه گیری شده است. به دلیل محدودیت های آزمایشگاهی از جمله طول فلوم، حجم مخزن جریان غليظ،نوع وسيله سرعت سنج و شيب بستر فلوم جهت برداشت داده ها در محدوده زمانی ۱۰۰ ثانیه انجام شده است. همچنین نتایج آزمایشگاهی قبلا با نتایج فیلدی مورد صحت سنجى قرار گرفته است(Hosseini et al., 2021) همچنین لازم به ذکر است با توجه به محدودیت های بخش هیدرولیک آزمایشگاه دانشگاه شیراز، تنها دستگاه سرعت سنج امکان برداشت بصورت سری زمانی برای ماهیت جریان چگال میسر بوده است و برداشت دیگر پارامترهای جریان از قبیل غلظت جریان چگال، به دلیل نبودن دستگاه غلظت سنج ثانیه ای در آزمایشگاه این امر میسر نبوده است و فقط پارامتر سرعت جریان مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول ۱ مقادیر و شرایط ورودی جریان چگال Table 1 Intial conditions of density current

Number of Runs	<b>Initial Condition</b>				
	Q (Lmin <sup>-1</sup> )	$\rho_t$ (kgm <sup>-3</sup> )	S %	ρ <sub>a</sub> (kg-m <sup>-3</sup> )	
12	50~ 90	1005~1008	1~2~3	998.7	

Mandelbrot and Vanness (1986) بعد فراکتال عددی اعشاری می باشد که اشیاء فراکتالی چیزی بین اشکال اقلیدسی و توپولوژیکی می باشند یک منحنی فراکتال، منحنی با بی نهایت جزء همسان می باشد این تحلیل بر پایه روش شمارش جعبه ای انجام گرفته است که روش هوشمندانه و ساده در اجرا است. بعد فراکتال با محاسبه تعداد جعبههای غیرهمپوشان با اندازه  $\delta$  که برای پوشاندن منحنی فراکتال لازم میباشند، بدست می آید. بعد فراکتال مستقل از مقیاس بوده و با تغییر اندازه جعبه ها بعد فراکتال بصورت معادله ۴ الی ۶ برای محاسبه  $f(\alpha)$  و (q) تعریف میشود (Chhabra et al., 1989).

$$\mu\left(q,\delta\right) = \frac{p_i^q(\delta)}{\sum\limits_i p_l^q(\delta)}$$
(4)

$$\alpha(q) = \lim_{\substack{\delta \to 0 \\ \delta \to 0}} \frac{\sum \mu_i(q, \delta) \log p_i^q(\delta)}{\log(\delta)}$$
(5)  
$$f(\alpha) = \lim_{\substack{\delta \to 0 \\ \log(\delta)}} \frac{\sum \mu_i(q, \delta) \log \mu_i(q, \delta)}{\log(\delta)}$$
(6)

 $\delta$  که در آن ( $p_i^q(\delta)$  تعداد کل جعبه های غیر خالی با سایز  $p_i^q(\delta)$  و ( $p_i(q, \delta)$  وزن مربوط به *i* امین جعبه میباشد. مطابق شکل( $\pi$ ) با رسم مقادیر ( $p(\alpha)$  در مقابل زاویه تکینگی  $\alpha$  می توان رفتار سیستم را بررسی نمود.

میباشد. این نمودار معمولاً جهت تعیین الگوی رفتاری سیستم مورد استفاده قرار می گیرد. هنگامیکه نمودار خطی شود تمایل سیستم به الگوی چند فراکتالی افزایش می یابد و بالعکس وجود شکستگی( زاویه چرخش) چند فراکتالی را کاهش می دهد. نحوه محاسبه تابع ضریب مقیاس بر اساس شاخص بعد فراکتال تعمیم یافته در معادله(۳) تعریف شده است ( Hemali and Pathak, 2013)

$$\mathbf{T}(\mathbf{q}) = \mathbf{q} \cdot \mathbf{D}(\mathbf{q}) - \mathbf{1}$$
(3)

طیف تکینگی (**f**(**α**) بعد فراکتال جعبه هایی می باشد در جاییکه α پارامتر موضعی است که محاسبات آن از جعبه ای به جعبه دیگر تغییر میکند. در شمارش جعبه ای چند فراکتال، شبکه مجازی از جعبه های مستطیلی شکل تصویر جریان را پوشش می دهند و یک احتمال به هر جعبه بر اساس شماره پیکسل آن جعبه نسبت داده می شود که



Fig. 3 The comparison of singularity spectrum, Fractal Generalized Dimension and the scaling exponent diagram of models شکل ۳ نمونه ای از نمودار های بعد تعمیم یافته فراکتال، ضریب مقیاس و طیف تکینگی

وسیعتری از دامنهها در طولهای زمانی مختلف رخ میدهند، شبیه فرآیندهای چندفراکتالی. نوسانات بزرگ در یک سیگنال دارای ضرایب تکینگی α کوچک می باشند و در دم سمت چپ طیف قرار دارند، در حالی که α برای نوسانات کوچک، بزرگ است و در دم سمت راست طیف طیف تکینگی باریک نوسانات سیستماتیک نسبی را در سری زمانی به تصویر می کشد که در دامنه های مشابه در طول زمان رخ میدهد، این نشانه ای برای یک ساختار تک مقیاس است. طیف تکینگی عریض، نوسانات دورهای بیشتری را در سریهای زمانی نشان میدهد که در دامنه

مىباشد.

#### ۳-سری زمانی شاخصهای فراکتال

در این قسمت از تحقیق با استفاده از سری زمانی سرعت، به بررسی شاخصهای فراکتالی پرداخته شده است به دلیل محدودیت های زمانی آزمایشگاه و همچنین وسایل اندازه گیری سری زمانی سرعت فقط در فاصله ۵۳ از دریچه ورودی از قسمت بدنه جریان چگال برداشته شده است که محدوده زمانی ۱۰۰ ثانیه انتخاب شده است که نمودار های آن در شکل ۴ نشان داده شده است سپس داده های مورد نظر توسط کدهای توسعه داده شده در محیط MATLAB پردازش شده و شاخص های فراکتالی آن استخراج شده است. قرار دارد. بر این اساس، چند فراکتالی با انحراف زیاد ضریب تکینگی  $\alpha$  از جهت مرکزی(0)  $\alpha$  مشخص می شود. هنگامی که  $\alpha$  تقریبا ثابت است، سیگنال تک فراکتال است، در حالی که تغییرات  $\alpha$  نشان دهنده یک فرآیند چند مقیاسی است، محدوده طیف تکینگی نشان دهنده پویایی سیستم است. هر چه نمودار طیف تکینگی دامنه یا دهانه منحنی بازتر و زاویه  $\alpha$  کمتر باشد تمایل سیستم به چند فراکتالی افزایش می یابد همچنین اگر منحنی از تقارن کامل برخوردار باشد، سیستم را می توان فراکتال دقیق دانست. فراکتال های تیند. اما اگر منحنی به سمت راست متمایل شود چند فراکتالی کاهش می یابد و نسبت به تغییرات کوچک محلی حساس می باشد و اگر منحنی به سمت چپ متمایل شود چند فراکتالی افزایش و نسبت به تغییرات بزرگ حساس



Journal of Hydraulics
??(?), ????
8

شماره ۲ به ترتیب ۳/۳۶ است که نسبت به آزمایش شماره بررسی کلی شاخص های فراکتالی مانند نمودارهای ضریب ۱۲ که ۰/۰۸۷ می باشد ۴۲ برابر بیشتر است که به دلیل مقیاس، بعد تعمیم یافته فراکتال و طیف تکینگی در شکل افزایش دبی و افزایش غلظت می باشد است بیشترین زاویه ۵ برای سری زمانی سرعت جریان چگال در همه مدل ها α در آزمیش شماره ۱ با میزان ۷۷/۴ درجه و کمترین آن در فاصله ۵m از دریچه ورودی نشان داده شده است. در آزمایش شماره ۱۰ با میزان ۴۸/۱۶ درجه می یابد. در بیشترین بعد فراکتال با میزان ۱/۴۵۹ مربوط به آزمایش نمودار ضريب مقياس همواره الگوى فصل مشترك تقريبا شماره ۵ و کمترین بعد فراکتال مربوط به آزمایش شماره خطی بودہ و شکستہ گی های کمی در آن مشاهدہ می شود ۷ با میزان ۱/۲۲ می باشد. بیشترین دامنه  $\alpha$  مربوط به آزمایش شماره ۳ با میزان۳/۰۴ و کمترین آن مربوط به که بیشترین زاویه چرخش مربوط به آزمایش شماره ۱۲ با میزان ۱۷۹/۸۵ درجه و کمترین زاویه چرخش مربوط به آزمایش شماره ۱۲ با میزان ۰/۰۸۷ می باشد که هر چه این آزمایش شماره ۱ با میزان ۱۷۶/۵۸ درجه می باشد که در دامنه از میزان ۳/۰۴ کمتر شود از درجه چند فراکتالی آن کاسته می شود و روند سیستم به سمت الگوهای تک این مقطع با کمتر شدن زاویه از مقدار ۱۷۹/۹۹ درجه رفتار سیستم تمایل به چند فراکتالی کاهش می یابد. نمودار بعد فراکتالی بیشتر می شود. نمودار های طیف تکینگی در تعميم يافته فراكتال نشان مي دهد كه بيشترين و كمترين آزمایشات ۱، ۴، ۵ و ۶ دارای تفارن می باشد که رفتار یک تغییرات Dq مربوط به آزمایش شماره ۱ و ۱۲ به ترتیب با فراکتال کامل تک فراکتال دارد اما با افزایش پارامتر های میزان ۱/۸۳ و ۰/۰۵۷ می باشد که تغییرات Dq هرچه کمتر هیدرولیکی مانند دبی ورودی وافزایش شیب کانال نمودار طیف تکینگی به سمت چپ متمایل می شود مانند باشد روند الگوی سیستم تمایل به چند فراکتالی کاهش می یابد. در جدول (۲) خلاصه نتایج شاخصهای سری زمانی آزمایشات چند فراکتالی افزایش می یابد و نسبت به سرعت جریان چگال نشان داده شده است. تغییرات بزرگ حساس است. همچنین دامنه α در آزمایش

جدول ۲ خلاصه نتایج شاخصهای فراکتالی سری زمانی سرعت در فاصله ۵m از دریچه ورودی Table 2 Summary of the results of the fractal indicators of the velocity time series at a distance of 5m from the inlet valve

Fyn No	Dr	Vartas angla (A)	Rate of changes	Range	Angle
Exp. No	Df	vertex angle (0)	D(q=10) - D(q=-10)	$(\alpha_{\rm max} - \alpha_{\rm min})$	(a )
1	1.372	176.58	1.834	2.0419	77.4
2	1.292	179.42	1.2716	3.3608	63.94
3	1.406	177.97	1.4377	3.0483	51.59
4	1.246	177.82	1.1212	1.3096	70.2
5	1.459	177.08	1.6472	1.8302	72.04
6	1.4	178.54	0.8467	0.9957	77.32
7	1.22	179.94	0.2065	0.2465	74.65
8	1.272	179.1	0.3861	0.4482	72.87
9	1.3	179.92	0.1707	0.2316	57.54
10	1.33	179.46	0.2307	0.3179	48.16
11	1.412	179.1	0.3495	0.395	70.07
12	1.375	179.85	0.0569	0.0873	53.95

بر دقیقه به ۹۰ لیتر بر دقیقه نمودار طیف تکینگی از حالت تقارن کامل به سمت تقارن راست متمایل می شود به عبارتی دیگر با افزایش دبی، نمودار فراکتال دقیق که از المانهای همسان به وجود می آید به سمت تک فراکتال میل می کند که نسبت به تغییرات کوچک دبی حساس است که با افزایش دبی این عامل ایجاد می گردد. نمودارهای ضریب مقیاس در سری زمانی سرعت نشان می دهد که با افزایش دبی ورودی، زاویه چرخش ۴/۰ درصد افزایش می یابد که

به عنوان نمونه مطابق شکل ۵ شاخصهای فراکتالی سری زمانی سرعت جریان چگال نشان داده شده است، بطور کلی برای هنگامیکه دبی ورودی از ۵۰ لیتر بر دقیقه به ۹۰ لیتر بر دقیقه تغییر یابد، بعد فراکتال سری زمانی سرعت/۲٪ کاهش می یابد و دامنه و زاویه α به ترتیب ۵۳/۵ ٪ کاهش و ۳/۹ ٪ افزایش می یابد و تمایل سیستم با افزایش دبی ورودی به سمت تک فراکتال میل می کند همچنین در نمودار های طیف تکینگی، با افزایش دبی ورودی از ۵۰ لیتر





ورودی کانال، روند سیستم در سری زمانی سرعت جریان چگال تمایل به چند فراکتالی کاهش می یابد. مطالعه نتایج چندفراکتالی در شکل ۵، روشن می کند که در حالی که میانگین (0) *α* کمتر از ۵. برای سریهای زمانی جریان چگال نشان دهنده حافظه طولانی با رفتار ضد همبستگی است، مقدار بیش از ۵. این شاخص شامل نگرش همبسته است. بررسی نمودارهای طیف تکینگی جریان چگال نشان تغییر چندان محسوسی مشاهده نمی شود اما نمودارها خطی هستند و زاویه چرخش نشان از تمایل ضعیف به سمت چند فراکتال کاهشی را نشان می دهد همچنین نمودار بعد تعمیم یافته نشان می دهد که با افزایش دبی ورودی، تغییرات Dq حدود ۵۰ ٪ کاهش می یابد و نمودار آن حالت ملایمتر و نرم تری دارد و تمایل سیستم به سمت چند فراکتالی کاهش می یابد. بطور کلی با افزایش دبی

چگال کاهش می یابد در حقیقت دبی، شیب و چگالی جریان غلیظ افزایش یافته است و تاثیر پذیری شیب بستر فلوم بیشتر از تغییرات دبی و چگالی ورودی میباشد. همچنین بیشترین عامل اثر گذار بر دامنه  $\alpha$  و تغییرات بعد فراکتال تعمیم یافته در اثر افزایش دبی می باشد و بیشترین اثر بر زاویه چرخش در نمودار ضریب مقیاس، تغییرات شیب بستر فلوم می باشد. در تفسیر فراکتالی سری زمانی سرعت بستر فلوم می باشد. در تفسیر فراکتالی سری زمانی سرعت مامل شیب کانال می توان بیان کرد که تغییرات موضعی که شامل شیب کانال می باشد تاثیری بر الگوی طبیعی جریان نمی گذارد در نتیجه افزایش دبی و چگالی ورودی باعث می شود پدیده ساختار فراکتالی خودش را حفظ کند و به عبارتی اثر تنگ شدگی های ممتد و موضعی در کانال، روی دبی ها و چگالی های کوچک اثر گذار می باشد. می دهد که بیشترین تاثیر پذیری رفتار چند فراکتال جریان چگال از افزایش دبی و سپس شیب کانال بوده و میان تغییرات غلظت عموما در سطوح کمتری از حساسیت نسبت به این دو را شامل می گردد. مطالعه نمودارهای شکل ۵-f و ۵-۵ نشان میدهد که رفتار سری های زمانی جریان در تمام آزمایشات ۱ تا ۶ دال بر رفتار ضد همبسته اجزای سری، و به معنای عدم حساسیت معنا دار فراکتالیته سیستم از تغییرات صورت یافته است در حالیکه در آزمایشات ۹ و می باشد، فارغ از میزان غلظت الگوی مثبت تغییرات چند فراکتالی و رویکرد همبسته در اجزای سری نمایان است. فراکتالی و رویکرد همبسته در اجزای سری نمایان است. خلاصه نتایج تغییرات شاخصهای فراکتالی در سری زمانی در جدول ۳ قابل مشاهده می باشد. بطور کلی در سری زمانی سرعت جریان چگال، هنگامیکه بعد فراکتال جریان

**جدول۳** درصد تغییرات شاخصهای فراکتالی در سری زمانی در اثر تغییرات ورودی اولیه

Table 3 Percentage changes of fractal indices in time series as a result of initial input changes						
Exp. No	Туре	$\mathbf{D}_{\mathbf{f}}$	Vertex angle (θ)	Rate of changes D(q=10) –D( q= -10)	Range $(\alpha_{max} - \alpha_{min})$	Angle (α)
Q (l/min)	50 <b>→</b> 90	-2.2%	+0.4%	-50%	-53.5%	+3.9%
S (%)	$1 \rightarrow 3$	-4.33%	-7.6%	+9%	+8%	-9.7%
ρ (kgm <sup>-3</sup> )	$1005 \rightarrow 1008$	-4.21%	-6.7%	-5.1%	-9.7%	+9.8%

سرعت  $\alpha$  به ترتيب  $\alpha$  به ترتيب  $\alpha$  به ترتيب  $\alpha$ ./۸ افزایش و ۹/۷٪ کاهش می یابد، زاویه چرخش ۹/۷ 🔍 درصد کاهش می و تغییرات Dq حدود ۹٪ افزایش می یابد و نمودار آن حالت شیب تند تری دارد. بطور کلی با افزایش شیب کانال، روند سیستم در سری زمانی سرعت، میل به سمت چند فراکتالی بیشتری دارد. شاخصهای فراکتالی سری زمانی سرعت جریان چگال در همه مدلها نشان دادند، هنگامیکه چگالی ورودی از 1005 kgm-3 به 1008 kgm تغییر یابد میزان بعد فراکتال سری زمانی سرعت ۴/۲٪ کاهش می یابد و دامنه و زاویه 🛛 به ترتیب ۹/۷٪ کاهش و ۸٪./۹ افزایش می یابد، زاویه چرخش ۶/۷ درصد کاهش می یابد و تغییرات Dq حدود ۵/۱٪ کاهش می یابد و نمودار آن حالت ملایمتری دارد. بطور کلی با افزایش چگالی کانال، روند سیستم در سری زمانی سرعت، میل به سمت چند فراکتالی کمی دارد. در تفسیر فراکتالی سری زمانی سرعت جریان چگال می توان بیان کرد که تغییرات موضعی که شامل شیب کانال می باشد تاثیری بر الگوی طبیعی جریان نمی گذارد در نتیجه افزایش دبی و چگالی ورودی باعث

#### ۶– نتیجه گیری

سری زمانی سرعت جریان چگال در همه مدل ها در فاصله m5 از دریچه ورودی نشان داد، بعد فراکتال تعمیم یافته با افزایش دبی و غلظت جریان کاهش می یابد و نشان می دهد که پدیده نسبت به غلظت ها و دبی ها ی بالا حساسیت كمترى دارد و رفتار جريان تابع شرايط اوليه مي باشد. شاخصهای فراکتالی سری زمانی سرعت جریان چگال برای همه مدلها نشان دادند، هنگامیکه دبی ورودی از ۵۰ لیتر بر دقيقه به ٩٠ ليتر بر دقيقه تغيير يابد، بعد فراكتال سرى زمانی سرعت7/7٪ کاهش می یابد و دامنه و زاویه  $\alpha$  به ترتيب ۵۳/۵ ٪ كاهش و ۳/۹ ٪ افزايش مي يابد، زاويه چرخش ۴/۴ درصد افزایش می یابد و تغییرات Dq حدود ۵۰ ٪ کاهش می یابد و نمودار آن حالت ملایم تر و نرم تری بطور کلی با افزایش دبی ورودی کانال، روند سیستم در سری زمانی سرعت جریان چگال تمایل به چند فراکتالی کمی دارد. شاخصهای فراکتالی سری زمانی سرعت جریان چگال در همه مدلها نشان دادند، هنگامیکه شیب کف کانال از ۱٪ به ۳٪ تغییر یابد میزان بعد فراکتال سری زمانی Alipour, M.H and Shamsai, A, (2016) "Seasonal fractal-scaling of floods in two U.S. water resources" Journal of Hydrology 540(1),232–239.

Beata, K., Dariusz, K., & Ewa, H. (2020) "Fractal-Heuristic Method of Water Quality Sensor Locations in Water Supply Network" Journal of Water, 12(3), 832-847.

Campos, P., & Paz, I.,(2020) "Spatial Diagnosis of Rain Gauges' Distribution and Flood Impacts: Case Study in Itaperuna, Rio de Janeiro—Brazil" Journal of Water, 12(1), 1120-1147.

Carpinteri, A., Lacidogna, G. and Niccolini, G. (2009). "Fractal analysis of damage detected in concrete structural elements under loading", Chaos Solitons and Fractals, 42(4), 2047–2056.

Chhabra, A., jensen, R., and sreenivasan, K. R. (1989), Multifractals, Multiplicative Processes and the Thermodynamic Formalism, Phys. Rev. A (in print).

Elmie, H., Peykar, O. and Saadat, M. (2014). Investigating the fractal theory in river geomorphology: a case study of Zarineh River, Journal of geography and planning, 3(2), 130-141(In Persian).

Farzin, S., shekhoeslami, R. and Hasanzadeh, Y. (2011). Analyzing the volatility of time series using phase space drawing and correlation dimension method of a case study of monthly rainfall in Lake Urmia. 4th Water Resources Management Conference, Amir Kabir University of Technology, Tehran (In Persian).

Garcia-Marin, A., Estevez, J., Morbidelli, R., Saltalippi. C., Murioz, J., & Flammini, A, (2020) "Assessing Inhomogeneities in Extreme Annual Rainfall Data Series by Multifractal Approach" Journal of Water, 12(1), 1030-1048.

Hekmatzadeh, A., Haghighi, A., Guyomi, K., Amiri, S.M., Klove, B. (2019), "The effects of extremes and temporal scale on multifractal properties of river flow time series" River Research and Applications, 36(1), 1-12.

Hemali, T. and Pathak K.N. (2013). "Multi-fractality due to long-range correlation in the L-band ionospheric scintillation S4 index time series". Astrophysics and Space Science, 350(1), 47-56.

Hosseini, M. and Moshfegh, M. (2014). Comparison between phase space-based local chaotic models for riverflow forecasting, Journal of Civil Engineering Modares, 15(3), 13-23 (In Persian).

Hosseini, M., Fattahi. M.H. and Eslamian, S. (2020). "Experimental Analytical Study on Fractal Behaviors of the Density Current" Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, 45(1), 2663-2679. می شود پدیده ساختار فراکتالی خودش را حفظ کند. بطور کلی در سری زمانی سرعت جریان چگال، هنگامیکه بعد فراکتال جریان چگال کاهش می یابد در حقیقت دبی، شیب و چگالی جریان غلیظ افزایش یافته است و تاثیر پذیری شیب بستر فلوم بیشترین عامل اثر گذار بر دامنه α و تغییرات بعد فراکتال تعمیم یافته در اثر افزایش دبی می باشد و بیشترین اثر بر زاویه چرخش در نمودار ضریب مقیاس، تغییرات شیب بستر فلوم می باشد.



### ۶- تقدیر و تشکر در این تحقیق از مسئولین زمایشگاه هیدرولیک دانشگاه شیراز به جهت جمع آوری و انجام آزمایشات جریان چگال تشکر و قدرانی می نمایم

#### ۷- منبعها

Alami, M. and Malekani, L. (2013). Phase Space Reconstruction and Fractal Dimension Using of Delay Time and Embedding Dimension, Journal of Civil and Environmental engineering, 43(1), 105-115(In Persian).

Rahmani, F., & Fattahi, M. H. (2023). Climate change-induced influences on the nonlinear dynamic patterns of precipitation and temperatures (case study: Central England). Theoretical and Applied Climatology, 152(3-4), 1147-1158.

Rakhshandehroo, G.R and Amiri,S,M. (2012) "Evaluating fractal behavior in groundwater level fluctuation" Journal of Hydrology 464(1),550–556.

Rezaie, M., Servati, M. and Asghari, M. (2011). Investigating changes in the geometric pattern of the Qezel Ozen River using fractal geometry analysis, Journal of geography and planning, 4(1), 119-139 (In Persian).

Teng, Y., & Shang, P. (2018)" Detrended fluctuation analysis based on higher-order moments of financial time series". Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 490(1), 311–322.

Vargas, K., & Salarriaga, J. (2019), "Analysis of Fractality in Water Distribution Networks Using Hydraulic Criteria" 1th Congress O ASCE World Environmental and Water Resources, USA.

Wei,X and Li ,X . (2016) "Fractal features of soil particle size distribution in layered sediments behind two check dams: Implications for the Loess Plateau, China" Journal of Hydrology, 266(1), 133–145.

Zhang, X., Zhang, G., Qiu, L., Zhang, B., Sun. Y., Gui. Z., & Zhang, Q. (2019) "A Modified Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MFDFA) Approach for Multifractal Analysis of Precipitation in Dongting Lake Basin, China" Journal of Water, Vol. 11, No. 5, pp. 891-1009. Hosseini, M., Fattahi. M.H. and Eslamian, S. (2021). "Experimental investigation of density current patterns using dynamic fractal analysis" International Journal of Sediment Research, 36(2), 165-176.

Kamyab, S and Fattahi, M.H. (2018). "Compliance of the Watershed Geo-Morphological Indices with the Multi fractal Properties of the River Network", Iran-Water Resources Research, 14(5), 311-326.

Khatibi, R., Sivakumar, B., Ghorbani, M.A., Kisi, O., Kocak, K and Farsadizadeh, D. (2012)," Investigating chaos in river stage and discharge time series", Journal of Hydrology, 414(1), 108–117.

Lee, A., Aubeneau, A & Cardenas, M.(2020) "The Sensitivity of Hyporheic Exchange to Fractal Properties of Riverbeds" Journal of Water, 56(5), 20-42.

Mandelbrot, B.B and J.W. Van Ness. (1986) "Fractional Brownian motions, fractional noises and applications". S IAM Rev. 10,422-437.

Mohammadi, M., Ekhtesasi, M. (2019). Comparison of fractal dimension and geomorphologic characteristics in the management of Aqda Basin, Journal of Environmental Erosion Research Hormozgan University, 33(1), 62-84 (In Persian).

Rahmani, F., & Fattahi, M. H. (2021). Nonlinear dynamic analysis of the fault activities induced by groundwater level variations. Groundwater for Sustainable Development, 14, 100629.

Rahmani, F., & Fattahi, M. H. (2022). Association between forecasting models' precision and nonlinear patterns of daily river flow time series. Modeling Earth Systems and Environment, 8(3), 4267-4276.

