

Quasi 2D Analysis of Column Separation and Bubbles Growth in Water Hammer

Maryam Mousavifard ^{1*}, Reza Roohi ²

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of engineering, Fasa University, Fasa, Iran.

2- Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of engineering, Fasa University, Fasa, Iran.

*Mousavifard@fasau.ac.ir

Received: 14 June 2019, Accepted: 6 October 2019  J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: In modern hydraulic systems, when a sudden change occurs in flow velocity (sudden pump stroke, valve closure, etc.), it will be followed by intense pressure fluctuations in the system, which is referred as water hammer. If the fluctuations decrease to less than the vapor pressure of the fluid, the separation column will occur. In general, two cases can be distinguished: either the pressure drops below the saturation pressure while it keeps above the vapor pressure, or the pressure drops to the vapor pressure of the liquid. In the former case, gaseous cavitation takes place, characterized by the presence of a large number of gas nuclei. When the pressure drops suddenly, a significant gas release may occur. In the latter case, vaporous cavitation takes place, and when the fluid pressure drops to its vapor pressure, a sudden growth of the nuclei containing vapor occurs.

In general, there are two basic assumptions to describe the phenomenon of cavitation: discrete and distributed cavitation. In discrete cavitation, the vapor or gas cavities create discontinuity in fluid. In this case, it is assumed that the vapor and gas cavities occur at computational nodes, when the pressure reaches less than the vapor pressure of the fluid or the saturation pressure. In distributed cavitation, the two phases of the liquid and the vapor (or the gas) are simultaneously solved, and the vapor (or gas) cavities are continuously exist all over the fluid.

Methodology: In this paper, the column separation in pressurized pipes affected by water hammer is numerically investigated using one-dimensional and quasi-two-dimensional models of gas cavity. A one-dimensional model is modeled using the method of characteristics and the energy dissipation is simulated using the summation of the Brunone unsteady friction and quasi-steady friction. In the proposed quasi-two-dimensional model, the characteristic equations along the pipeline axis and the finite difference equations along the pipe radius are used to simulate water hammer, and then the governing equations of discrete gas cavity model is coupled with the primary model, and the five-layer turbulence model was also used to simulate the energy dissipation. It should be noted that, in the quasi two-dimensional model of separation column similar to the one-dimensional model, the velocity on the upstream and downstream of each computing node will not be equal. Free gas distribution throughout liquid in a homogeneous mix in the pipeline yields a wave propagation velocity that is strongly pressure dependent.

Results and Discussion: After verifying the developed models by experimental data, the total shear stress is studied in some initial cycles of water hammer. In the second part of the paper, the dynamics of bubble growth and the process of temperature and pressure variation within the bubbles are also analyzed using the Rayleigh-Plesset equation. The growth of bubbles in the fluid is a function of a variety of variables such as applied pressure, fluid surface tension, evaporation pressure in fluid temperature and viscosity.

Conclusion:

- The quasi-two-dimensional model has been more successful in calculating energy depreciation, especially in the final cycles of water hammer.
- Regarding the head oscillation shape, it can be evaluated that the quasi 2D DGCM improved the energy losses reproduction, and reproduces the experimental spikes successfully even in final cycles of experimental runs.
- The 1D model of DGCM reproduce the first oscillations of the experimental data successfully. However, in the final cycles, it does not predict the shape of head oscillations successfully and it does not stay in phase with experimental data.
- According to the shear stress diagrams it can be concluded that in high pressure pulses, the total shear stress is negative and it is positive in low pressure pulses.
- The difference between the minimum and maximum radius is about 0.5 μm . Considering the average radius of the bubbles and the relationship between the radius of the bubbles and the gas phase volume, the 85 to 125% increase in the volume of the gas phase in the fluid during the periodic pressure fluctuations process, is visible.
- It should be noted that in spite of the fact that the maximum pressure inside the bubbles (the driving force for the growth of bubbles) is greater than the external pressure, the high dependency of the internal gas pressure on the radius of the bubbles and the dynamic behavior of the system, leads to the periodic changes. In other words, the strong growth of the resistive force by reducing the radius of the bubbles prevents significant contraction and again, by reducing the pressure head in the fluid, the growth of the bubbles will be renewed to reach the initial radius.

Keywords: Water hammer; Column separation; unsteady friction; quasi two-Dimensional model; shear stress; Rayleigh Plesset equation.

تحلیل شبه دوبعدی ستون جدایش و بررسی رشد حباب‌ها در ضربه قوچ

سیده مریم موسوی فرد^{۱*}، رضا روحی^۲

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فسا

۲- استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فسا

*Mousavifard@fasau.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۰۳/۲۴، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۱۴ ☞ وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: در این پژوهش، ستون جدایش در لوله‌های پر فشار تحت تاثیر رخداد ضربه قوچ به صورت عددی با استفاده از مدل‌های یک بعدی و شبه دو بعدی گسسته حفره گازی مقایسه و بررسی می‌شود. مدل یک بعدی برپایه روش مشخصه‌ها مدل‌سازی شده و از مجموع اصطکاک ناماندگار برونون و اصطکاک شبه ماندگار برای شبیه سازی استهلاک انرژی استفاده می‌شود. در مدل پیشنهادی شبه دوبعدی، از معادله‌های مشخصه در راستای محور خط لوله و از معادله‌های تفاضل محدود در راستای شعاع برای مدل سازی ضربه قوچ استفاده شده و سپس با معادله‌های حاکمه مدل گسسته حفره گازی جفت شده و مدل آشفتگی پنج لایه نیز برای شبیه سازی استهلاک انرژی به کار گرفته می‌شود. همچنین پویایی رشد حباب‌ها و روند تغییر پذیری دما و فشار درون حباب‌ها با استفاده از معادله رایلی-پلست^۱ نیز بررسی و تحلیل می‌شود. از بررسی و ارزیابی نتایج مدل‌ها مشاهده می‌شود که مدل شبه دو بعدی در محاسبه استهلاک انرژی به ویژه در چرخه‌های پایانی ضربه قوچ موفق تر عمل کرده است.

کلید واژگان: ضربه قوچ، ستون جدایش، اصطکاک ناماندگار، مدل شبه دوبعدی، تنش برشی، معادله رایلی-پلست.

۱- مقدمه

سامانه‌های هیدرولیکی لوله‌ها جلوگیری شود، با این وجود احتمال رخداد جریان‌های نوسانی شدید که منجر به ستون جدایش شوند، همیشه وجود دارد و به همین دلیل جریان‌های گذرا همراه با ستون جدایش توسط محققان بسیاری به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی و ارزیابی شده است.

به صورت کلی رخداد پدیده ستون جدایش به دو صورت خواهد بود (Zielke et al., 1989): ۱- فشار به کمتر از فشار اشباع برسد درحالی که همچنان بالاتر از فشار بخار است که در این حالت ستون جدایش گازی رخ می‌دهد و هنگامی که فشار به طور ناگهانی کاهش می‌یابد، میزان قابل توجهی گاز آزاد می‌شود. ۲- فشار به کمتر از فشار بخار سیال برسد،

هنگامی که در سامانه سیستم‌های پیشرفته هیدرولیکی به هر دلیلی (خاموشی ناگهانی پمپ، بستن شیر و غیره) تغییر ناگهانی در سرعت سیال ایجاد شود، به دنبال آن نوسان‌های فشاری شدیدی نیز در سامانه القا خواهد شد که با عنوان ضربه قوچ از آن یاد می‌شود. هنگام رخداد پدیده ضربه قوچ در صورتی که نوسان‌های فشاری ایجاد شده به کمتر از فشار بخار سیال برسد، ستون جدایش^۲ (کاویتاسیون) رخ خواهد داد. در واقع تحت تاثیر این نوسان‌های شدید فشار، حفره‌های بخاری/گازی تشکیل شده و پس از آن متلاشی می‌شوند. هرچند لازم است از تشکیل حفره‌های بخاری/گازی برای حفظ ایمنی و همچنین عملکرد بهینه

¹ Rayleigh-Plesset equation

² Column separation

Soares et al. (2012) نیز سازگاری خوبی میان نتایج آزمایشگاهی و عددی یک بعدی مدل گسسته حفره گازی در شرایطی که خط لوله رفتار ویسکوالاستیک دارد، به دست آوردند. (Pezzinga and Cannizzaro 2013) مدل پیوسته حفره بخاری را به صورت دو بعدی پیشنهاد دادند و عملکرد آن را با مدل متناظر یک بعدی و نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. (Santoro et al. 2018) ساختارهای مختلفی از مدل گسسته حفره بخاری را به صورت یک بعدی توسعه داده و نتایج آن‌ها را در کنار مدل دو بعدی پیوسته حفره بخاری بررسی و نشان دادند که مدل دوبعدی در بازسازی شکل هد فشاری موفق‌تر عمل کرده و نوسان‌های ریز ناشی از مدل‌های عددی را کاهش می‌دهد. Kim and Kim (2019) مدل دوبعدی بر پایه روش مشخصه‌ها^۵ پیشنهاد دادند و از مدل بهینه سازی ازدحام ذرات^۶ برای تعیین مجهول‌های در شرط مرزی شیر استفاده کردند. در این پژوهش مدل گسسته حفره گازی، به صورت یک بعدی و شبه دو بعدی بررسی می‌شود. مدل شبه دو بعدی با افزودن پروفیل سرعت و مدل آشفتگی پنج لایه به مدل یک بعدی توسعه یافته است. پس از بررسی عملکرد مدل‌های یاد شده در باز تولید نوسان‌های فشار، تنش برشی جداره تحلیل می‌شود. در قسمت دوم پژوهش به منظور بررسی روند تغییرپذیری شعاع، دما و فشار گاز محبوس درون حباب‌های محلول در سیال، از حل معادله رایلی-پلست استفاده شده است و روند تغییرپذیری این متغیرها در مکان‌های مختلفی از لوله تعیین می‌شود.

۲- مواد و روش‌ها

در این قسمت مدل‌هایی که در این پژوهش بررسی می‌شوند، ارائه می‌شوند. در آغاز مدل گسسته یک بعدی حفره گازی با حضور اصطکاک ناماندگار برونون و پس از آن مدل شبه دوبعدی متناظر با افزودن پروفیل سرعت متقارن و نیز مدل آشفتگی پنج لایه برای شبیه سازی تنش برشی جداره تشریح می‌شوند.

ستون جدایش بخاری رخ می‌دهد و با کاهش قابل توجه فشار، حفرات بخاری رشد می‌کنند.

به طور کلی دو فرض اساسی برای توصیف پدیده ستون جدایش وجود دارد (Bergant and Simpson, 1999; Wylie and Streeter, 1993): ستون جدایش گسسته^۱ و پیوسته^۲. در ستون جدایش گسسته، حفره‌های بخاری یا گازی در سیال ناپیوستگی ایجاد می‌کنند در این حالت فرض می‌شود که حفره‌های بخاری و گازی هنگامی که فشار به کمتر از فشار بخار سیال یا فشار اشباع برسد، در گره‌های محاسباتی رخ می‌دهد. در ستون جدایش پیوسته دو حالت فاز مایع و بخار (و یا گاز) به طور همزمان با هم حل شده و حفره‌های بخاری (و یا گازی) به طور پیوسته در همه جای سیال وجود دارند.

بر پایه مدلسازی گسسته، دو مدل حفره بخاری^۳ DVCM و حفره گازی^۴ DGCM ارائه شده است (Wylie and Streeter 1993) که تاکنون توسط محققان بسیاری مورد توجه و بررسی قرار گرفته‌اند. (Bergant and Simpson 1994) عملکرد مدل‌های مختلفی از اصطکاک ناماندگار را در کنار مدل گسسته حفره بخاری بررسی و نشان دادند که همه این مدل‌ها قادر به مدلسازی استهلاک ناشی از بهم خوردگی جریان در یک جریان گذرا با ستون جدایش قوی پس از مرحله فاز اول نیستند و علت آن را ناسازگاری درونی مدل گسسته حفره بخاری عنوان کردند. (Bergant and Simpson 1999) معادله‌های یک بعدی ضربه قوچ را در کنار معادله‌های دوفازی به سه روش مدل گسسته حفره بخاری، مدل گسسته حفره گازی و نیز مدل تعمیم یافته حفره بخاری^۵ بررسی کردند.

Adamkowski and Lewandowski (2012, 2009) مدل گسسته‌ای از حفره بخاری را پیشنهاد کردند که در آن حجم‌های حفره‌های محاسبه شده در گره‌های محاسباتی به شرط برقراری قوانین بقای جرم و انرژی به یک مقطع انتقال داده می‌شود.

⁵ Generalized interface vaporous cavitation model

⁶ Characteristics

⁷ Particle Swarm Optimization

¹ Discrete cavitation

² Distributed cavitation

³ Discrete Vapor Cavity Model

⁴ Discrete Gas Cavity Model

صورت تغییرات حجم حفره‌های گازی در هر بازه زمانی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d\forall_g / dt = Q_d - Q_u \quad (4)$$

در این رابطه Q_d دبی در پایین دست هر گره و Q_u دبی در بالادست هر گره محاسباتی است. معادله (۵) به صورت زیر در مدل گسسته حفره گازی گسسته سازی می‌شود:

$$(\forall_g)_P^t = (\forall_g)_P^{t-2\Delta t} +$$

$$[\psi(Q_d^t - Q_u^t) +$$

$$(1 - \psi)(Q_d^{t-2\Delta t} - Q_u^{t-2\Delta t})]2\Delta t \quad (5)$$

در این رابطه Δt بازه‌های زمانی و ψ یک ضریب وزنی عددی است که در این محاسبات مقدار آن ۱ فرض شده است. با توجه به معادله (۵)، حجم حفره‌های گازی در هر گام محاسباتی با استفاده از اطلاعات دو گام زمانی پیش محاسبه می‌شود.

۲-۲- مدل شبه دو بعدی جریان گذرا همراه با مدل گسسته حفره گازی

معادله‌های پیوستگی و مومنتم در حالتی که جریان گذرا در لوله با بدنه الاستیک رخ داده باشد، بصورت زیر می‌باشد (Vardy and Hwang, 1991):

$$\frac{g}{c^2} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{\rho p} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} \quad (7)$$

در این رابطه r فاصله شعاعی از محور لوله، u سرعت در جهت طولی، v سرعت در جهت شعاعی و τ تنش برشی می‌باشد. معادلات حاکمه با استفاده از حل عددی پیشنهادی Vardy and Hwang, 1991 حل می‌شود که در آن از روش مشخصه‌ها در جهت طولی و تفاضل محدود در راستای شعاع استفاده می‌شود. ترم تنش برشی در معادله مومنتم به صورت زیر عنوان می‌شود:

$$\tau = \rho v \frac{\partial u}{\partial r} - \rho u'v' \quad (8)$$

۲-۱- مدل یک بعدی جریان گذرا همراه با مدل گسسته حفره گازی

هنگامی که شیر در مسیر عبور جریان به طور ناگهانی باز یا بسته شود و یا هنگامی که پمپی به طور ناگهانی از کار بیفتد، پدیده ضربه قوچ رخ می‌دهد که تحت عنوان جریان گذرا نیز از آن یاد می‌شود. معادله‌های حاکمه یک بعدی جریان گذرا بدون حضور حفره‌های گازی به صورت زیر بیان می‌شود (Wylie and Streeter, 1993):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (1)$$

$$c^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

در این رابطه x فاصله در راستای محور لوله، c سرعت موج کشسانی (الاستیک)، t زمان، f ضریب اصطکاک داری و ایسباخ، D قطر درونی لوله، g شتاب جاذبه، Q دبی جریان، H هد فشاری و A سطح مقطع داخلی لوله می‌باشد. این دو معادله با استفاده از روش مشخصه‌ها حل می‌شوند. یکی از منابع استهلاک انرژی در جریان گذرا اصطکاک است که شامل دو بخش اصطکاک ماندگار^۱ f_s یا شبه ماندگار^۲ f_q و نیز اصطکاک ناماندگار^۳ f_u می‌باشد. در واقع اصطکاک ناماندگار تحت تاثیر رفت و برگشت جریان در چرخه‌های (سیکل‌های) مختلف جریان گذرا و نیز گرادیان‌های بزرگ سرعت نزدیک جداره ایجاد می‌شود. یکی از پرکاربردترین مدل‌های اصطکاک ناماندگار مدل اصطکاک برونون است که در واقع Brunone et al., 1991 مدل اصطکاک ناماندگار پیشنهادی توسط Daily et al., 1956 را با افزودن ترم شتاب جابه‌جایی بهبود داده است:

$$f_u = \frac{k^*D}{V|V|} \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \text{asign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right] \quad (3)$$

V سرعت میانگین جریان گذرا در لوله و k^* ضریب اصطکاک برونون می‌باشد.

در صورت رخداد ستون جدایش، دبی در بالادست و پایین دست گره‌های محاسباتی با هم برابر نخواهند بود در این

³ Unsteady friction

¹ Steady friction

² Quasi-steady friction

که y^* فاصله بی بعد از جداره لوله، R^* شعاع بی بعد شده لوله و u^* نیز سرعت اصطکاک می باشد. κ ثابت ون کارمن^۲ و متغیر C_c به صورت تابعی از عدد رینولدز تعریف شده و در محدوده $0.05 < C_c < 0.07$ قرار می گیرد.

در صورت رخداد ستون جدایش، مانند مدل یک بعدی، سرعت در بالادست و پایین دست هر گره محاسباتی برابر نخواهد بود. لازم به یادآوری است که مدل گسسته حفره گازی، قادر است ستون جدایش بخاری را نیز با بکارگیری جزء کوچک حفره گازی اولیه کمتر از 10^{-7} شبیه سازی کند (Simpson and Bergant, 1994; Wylie, 1984).

لازم به یادآوری است که روش پیشنهادی در واقع ترکیبی از مدل سازی شبه دوبعدی جریان گذرا و مدل سازی ستون جدایش به صورت گسسته می باشد. در مدل سازی جریان گذرا بر مبنای مدل سازی شبه دوبعدی، پروفیل سرعت بر اساس لزجتی که هر لحظه با استفاده از مدل آشفتگی تعیین می شود، به روزرسانی می شود در حالی که در مدل یک بعدی میانگین سرعت در هر مقطع محاسباتی مد نظر می باشد. در این پژوهش تلاش شده است که با ترکیب روش شبه دوبعدی جریان گذرا و روش مرسوم مدل سازی ستون جدایش، روشی ساده با دقت بالاتر ارائه شود که با مقایسه نتایج این روش پیشنهادی با نتایج یک بعدی، بهبود قابل ملاحظه ای مشاهده شده است.

۲-۳- دینامیک رشد حبابها

رشد حبابها در سیال تابعی از متغیرهای چندی مانند میزان فشار اعمال شده، کشش سطحی سیال، فشار تبخیر در دما و لزجت سیال می باشد. به منظور بررسی دینامیک رشد حبابها معادله رایلی-پلست به صورت زیر استفاده می شود (Hilgenfeldt et al., 1998):

$$\rho_l \left(R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \right) = P_{gas}(R, t) - P(t) - P_0 + \frac{R}{C_l} \frac{d}{dt} P_{gas}(R, t) - 4 \times \eta_l \frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{R} \quad (11)$$

که v لزجت سینماتیک و u' و v' نوسانهای سرعت در راستای طولی و شعاعی را به ترتیب نشان می دهد. در جریانهای آشفته، تنش رینولدز $\overline{\rho u'v'}$ با استفاده از فرضیه لزجت آشفتگی^۱ تقریب زده می شود. در این صورت تنش رینولدز با ترمهایی از لزجت آشفتگی و گرادیان سرعت میانگین بیان می شود:

$$-\overline{\rho u'v'} = \rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial r} \quad (9)$$

که ν_t لزجت آشفتگی می باشد. با استفاده از مدل آشفتگی پنج لایه لزجت آشفتگی در لایه های مختلف جریان به صورت زیر محاسبه می شود (Ghidaoui et al., 2005):

- لایه ویسکوز

$$\nu_t = \nu, 0 \leq y_* \leq \frac{1}{C_a}$$

- لایه بافر I

$$\nu_t = C_a y_* \nu, \frac{1}{C_a} \leq y_* \leq \frac{C_a}{C_b}$$

- لایه بافر II

$$\nu_t = \nu C_b y_*^2,$$

$$\frac{C_a}{C_b} \leq y_* \leq \frac{\kappa}{C_b + \kappa^2 / 4 C_m R_*}$$

- ناحیه لگاریتمیک

(10)

$$\nu_t = \nu C_c y_* \left(1 - \frac{\kappa y_*}{4 C_m R_*} \right),$$

$$\frac{\kappa}{C_b + \kappa^2 / 4 C_m R_*} \leq y_*$$

$$y_* \leq \frac{2 C_m}{\kappa} \left(1 + \sqrt{1 - C_c / C_m} \right) R_*$$

- ناحیه مرکزی

$$\nu_t = \nu C_c R_*,$$

$$\frac{2 C_m}{\kappa} \left(1 + \sqrt{1 - C_c / C_m} \right) R_* \leq y_* \leq R_*$$

دیگر متغیرها و ثابتهای مدل آشفتگی مورد نظر به صورت زیر تعریف می شوند:

$$y_* = \frac{u_* y}{\nu}, R_* = \frac{u_* Re}{\nu}, u_* = \sqrt{\tau_w},$$

$$C_a = 0.19, C_b = 0.011, \kappa = 0.37, C_m = 0.077$$

² Von Karman's constant

¹ Eddy viscosity hypothesis

که در رابطه بالا α نشان دهنده حجم حالت گاز و n بیانگر شمار حباب‌ها در واحد حجم می باشد که میزان این متغیر برابر 10^{12} حباب در مترمکعب در نظر گرفته می‌شود. معادله (۱۰) با توجه به ترم‌های مختلف موجود در آن و وابستگی غیر خطی متغیرها در مجموعه معادله‌های دیفرانسیل سخت^۱ طبقه بندی می‌شود. در این دسته از معادله‌های به صورت کلی روند تغییرپذیری‌های متغیرها به صورت یکنواخت نبوده و امکان تغییرپذیری‌های بسیار شدید متغیرها در بازه‌های زمانی بسیار کوچک وجود دارد. این گونه معادله‌ها در بسیاری از شاخه‌های علوم از جمله واکنش‌های شیمیایی، امواج شاک و رشد حباب‌ها استفاده می‌شود. به منظور پوشش دادن همه تغییرپذیری‌های رخ داده در متغیرها و همچنین جلوگیری از افزایش شدید هزینه‌های محاسباتی، برای حل این قبیل معادله‌ها به طور عمده از روش‌های گام زمانی متغیر استفاده می‌شود.

۳- صحت‌سنجی مدل‌های عددی

پس از توسعه مدل‌های یک بعدی و دو بعدی حفره‌های گازی لازم است عملکرد این مدل‌ها تایید شود. از این رو نتایج آزمایشگاهی (Bergant and Simpson (1999) که در دانشگاه آدلاید^۲ استرالیا انجام شده و شامل یک سامانه ساده مخزن-خط لوله-شیر می‌باشد، انتخاب شده است. این سامانه شامل یک لوله افقی به طول $37/2$ m به قطر داخلی $0/0221$ m است که سرعت موج محاسبه شده در آن 1319 m/s می‌باشد. مشخصات دو آزمایش با بار استاتیکی مخزن همسان و سرعت‌های اولیه متفاوت انتخاب شده که جزئیات آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده است. لازم به یادآوری است مدت زمان بستن شیر در هر دو آزمایش بسیار کوتاه و برابر با $0/009$ s است.

جدول ۱ جزئیات آزمایش‌های انجام شده توسط

Bergant and Simpson (1999)

Table 1 details of the experiments done by

Bergant and Simpson (1999)

Tests	H _s (m)	V ₀ (m/s)	Re
1	22	0.3	6615
2	22	1.4	30870

² University of Adelaide

در معادله بالا، R ، \dot{R} و \ddot{R} به ترتیب نشان دهنده‌ی شعاع حباب‌ها، سرعت و شتاب رشد دیواره حباب‌ها می باشد. همچنین P_0 ، P_{gas} و P به ترتیب نماینده فشار محیط، فشار گاز درون حباب و فشار اعمال شده به حباب‌ها درون سیال می‌باشد. همچنین ρ_l ، C ، η_l و σ به ترتیب نشان دهنده‌ی چگالی سیال، سرعت صوت در سیال، لزجت سیال و کشش سطحی در مرز مشترک حباب‌ها و سیال می‌باشد. میزان فشار درون حباب‌ها که در معادله رایلی-پلست استفاده شده است که بر مبنای معادله ون دروالس قابل محاسبه می‌باشد:

$$P_{gas}(R, t) = P_{gas}(R(t)) = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0^3 - h^3}{R^3(t) - h^3} \right)^k \quad (12)$$

که در معادله بالا R_0 نشان دهنده‌ی شعاع استاتیک حباب در سیال در حالت نبود فشار بیرونی، h شعاع دیواره سخت وان دروالس می باشد. همچنین لازم به یادآوری است که در استخراج معادله بالا فرض فشار یکنواخت استفاده شده است که در طی فرایند رشد حباب‌ها، به جز در نزدیکی لحظه رخداد انفجار حباب‌ها که زمان جزئی در طی فرایند تغییر شعاع است، معتبر می باشد.

افزون بر این k بیان کننده‌ی توان موثر پلی تروپیک می باشد و در صورتی که از فرضیه دما ثابت در طی فرایند سریع انبساط استفاده شود، می توان مقدار این متغیر را برابر با ۱ در نظر گرفت.

همچنین دمای گاز درون حباب که تحت تاثیر شعاع آن می باشد به کمک رابطه زیر قابل محاسبه می باشد (Tomita and Shima, 1986):

$$T_g(R) = \frac{T_0 R_0^{3(\gamma-1)}}{(R^3 - a^3)^{\gamma-1}} \quad (13)$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای شعاع حباب‌ها، می توان میزان حجم حالت گازی را با توجه به رابطه‌ی زیر تعیین نمود:

$$\alpha = n \times \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) \quad (14)$$

¹ Stiff differential equations

می‌دهد در حالی که مدل یک بعدی تنها در چرخه‌های اولیه موفق به مدلسازی پالس‌های فشاری است و در سیکل‌های میانی به بعد، استهلاک انرژی را کمتر برآورد می‌کند. با این حال هر دو مدل بخوبی نوسانات را بر روی بار فشار مدلسازی کرده‌اند. با توجه به شکل ۱ و بارهای فشار ارائه شده در چهار نقطه در طول لوله به خوبی تاثیر رفت و برگشت موج فشاری بر نوسان‌های بار قابل ملاحظه است. بلافاصله پس از بسته شدن شیر، بار فشار در این نقطه (شکل ۱-a) افزایش می‌یابد در حالی که دیگر نقطه‌های اندازه‌گیری در طول لوله هنوز اثر موج ایجاد شده را دریافت نکرده‌اند. با پیشروی موج فشاری به سمت بالادست دیگر نقطه‌ها نیز به ترتیب تحت تاثیر عبور موج فشاری دچار افزایش بار می‌شوند.

نتایج بار فشاری در محل شیر برای آزمایش ۱ در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل نتایج عددی در کنار نتایج آزمایشگاهی (Bergant and Simpson (1999) در چهار نقطه در طول لوله، در محل شیر H_v ، یک چهارم طول لوله نزدیک به شیر H_{q1} ، وسط لوله و یک چهارم طول لوله نزدیک مخزن H_{q2} ارائه شده است. با مقایسه بار فشاری شبیه سازی شده با استفاده از هر دو مدل شبه دوبعدی و یک بعدی تا چرخه‌های آخر جریان گذرا می‌توان دریافت که نتایج مدل شبه دوبعدی به کلی از نظر فازی با نتایج آزمایشگاهی (Bergant and Simpson (1999) همخوان هستند، در حالی که مدل یک بعدی در سیکل‌های پایانی اختلاف فازی را با نتایج آزمایشگاهی (Bergant and Simpson (1999) نشان می‌دهند. مدل شبه دو بعدی به خوبی استهلاک انرژی را در چرخه‌های مختلف نشان

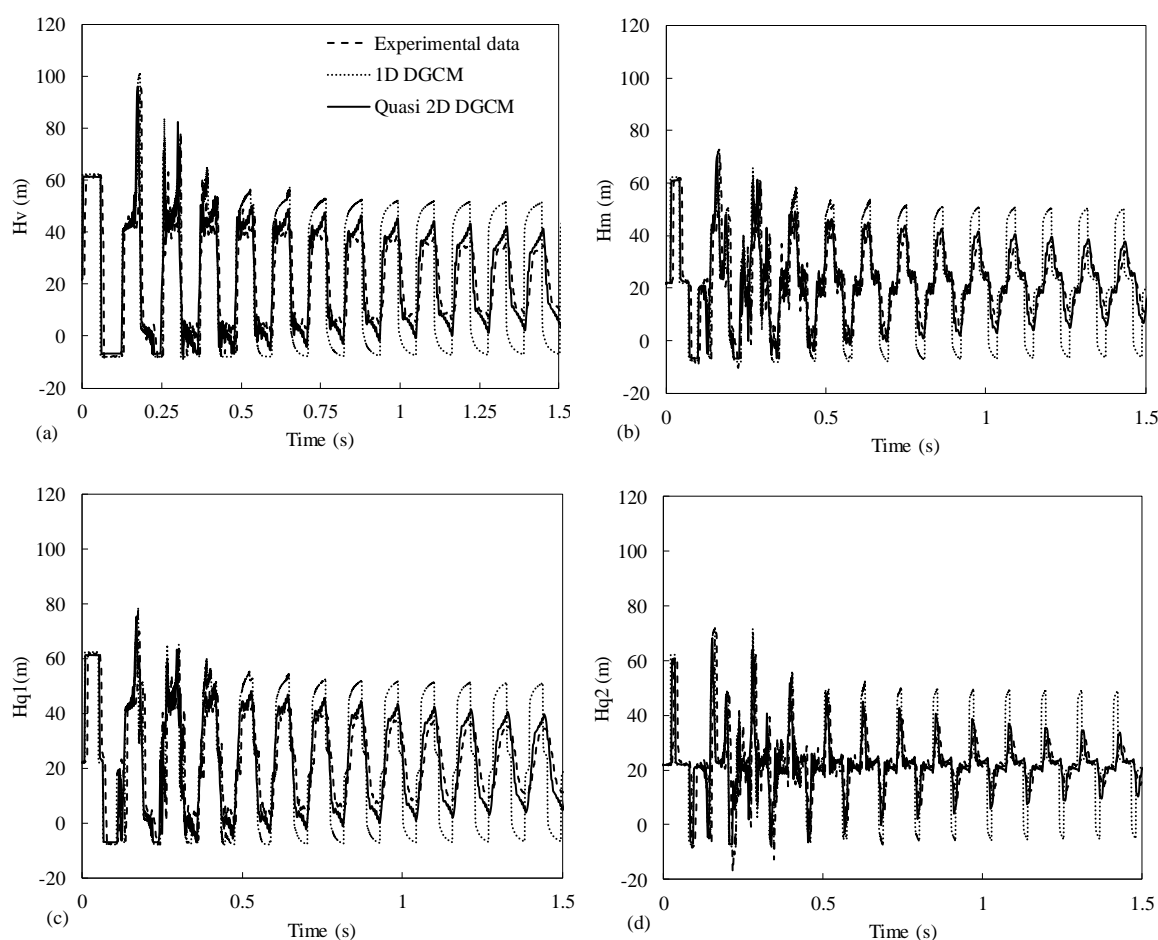


Fig. 1 The comparison of the numerical results of the 1D and quasi 2D models and pressure head of test 1 at (a) valve location (b) pipe midpoint (c) quarter point near the downstream valve (d) quarter point near the upstream reservoir
 شکل ۱ مقایسه نتایج مدل‌های عددی یک بعدی و شبه دوبعدی با بار فشار آزمایش ۱ در (a) محل شیر، (b) میانه خط لوله، (c) یک چهارم طول لوله نزدیک به شیر، (d) یک چهارم طول لوله نزدیک به مخزن

ممکن باقی مانده و در چرخه دوم موج فشاری دوباره فشار به شدت افزایش یافته و به دنبال آن حفرات گازی رشد کرده، متلاشی می‌شوند. به منظور مقایسه کمی عملکرد مدل یک بعدی و مدل پیشنهادی شبه دوبعدی، پارامتر میانگین مربعات خط^۱ با استفاده از رابطه زیر برای نتایج به دست آمده در محل شیر پایین دست هر دو آزمایش مورد بررسی در جدول ۲ ارائه شده است.

$$rmse = \sqrt{\frac{\sum (h_i - h_i^*)^2}{N}} \quad (15)$$

در رابطه عنوان شده، h_i بار فشار محاسباتی، h_i^* بار فشار اندازه گیری شده در محل شیر و N تعداد بارهای فشار می‌باشد.

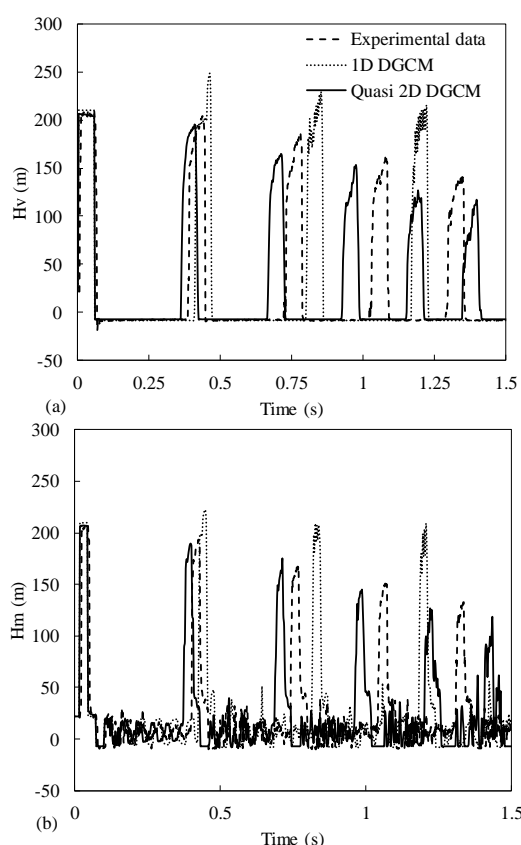


Fig. 2 The comparison of the numerical results of the 1D and quasi 2D models and pressure head of test 2 at (a) valve location (b) pipeline midpoint

شکل ۲ مقایسه نتایج مدل‌های عددی یک بعدی و شبه دوبعدی با بار فشار آزمایش ۲ در (a) محل شیر، (b) میانه خط لوله

لازم به یادآوری است که در این مدت سرعت میانگین جریان نزدیک به صفر می‌باشد. پس از برخورد موج فشاری به مخزن بالادست و بازگشت آن، سرعت میانگین جریان، منفی (به سمت مخزن) خواهد شد و بار فشاری نیز در هر نقطه در طول لوله، پس از دریافت موج فشاری، به شدت کاهش می‌یابد. با توجه به محدودیتی که مدل گسسته حفره گازی اعمال می‌کند در هیچ کدام از نقطه‌هایی که در طول لوله اندازه‌گیری هد فشاری انجام شده است، فشار به کمتر از فشار بخار اشباع H_g نمی‌رسد و در این لحظه حفره‌های گازی آغاز به رشد کرده و با برخورد موج به شیر پایین دست و افزایش بار فشاری، هنگام بازگشت آن به سمت مخزن بالادست، حباب‌ها متلاشی شده و بار فشاری ناگهانی بالایی را ایجاد می‌کنند. در پالس‌های بعدی این فرایند تکرار شده و در صورتی که در پالس‌های مکشی (بار فشاری پایین)، فشار به کمتر از فشار بخار اشباع کاهش یابد، در پالس‌های کم فشار، حفره‌های گازی ایجاد شده و در پالس‌های پر فشار متلاشی می‌شوند. با پیشروی جریان گذرا (در چرخه‌های میانی به بعد) فشار به فشار بخار اشباع نمی‌رسد و از این رو جریان گذرا دچار استون‌جداش نمی‌شود.

در آزمایش دوم (شکل ۲)، هر دو مدل یک بعدی و دوبعدی تنها در مدلسازی نخستین پالس فشاری موفق عمل کرده‌اند و پس از آن مدل دوبعدی از نتایج آزمایشگاهی Bergant and Simpson 1999 and عقب و نتایج مدل یک بعدی از نتایج آزمایشگاهی Bergant and Simpson 1999 جلو می‌افتند. مدل دوبعدی در شبیه‌سازی استهلاك انرژی در هر چرخه موفق‌تر عمل کرده و مدل یک بعدی مانند آزمایش شماره ۱، استهلاك انرژی را کمتر از آنچه در واقعیت رخ می‌دهد برآورد کرده است. در آزمایش ۲ به دلیل سرعت اولیه بالاتر جریان مقایسه با آزمایش ۱، هنگام رخداد جریان گذرا نوسان‌های شدید تری ایجاد شده و پالس‌های فشاری مثبت شدید و متناظر با آن پالس‌های فشاری منفی شدیدتری نیز وجود خواهد داشت ولی به دلیل محدودیت در کاهش فشار (به دلیل رشد حفره‌های گازی) به مدت یک رفت و برگشت کامل موج فشاری در طول لوله، فشار آن در کمترین فشار

¹ Root mean square error

صورت مجموع تنش برشی شبه ماندگار τ_q و تنش برشی ناماندگار τ_{ii} محاسبه می‌شود:

$$\tau = \tau_{ii} + \tau_q \quad (16)$$

تنش برشی کل در مدل شبه دوبعدی با استفاده از فرضیه لزجت آشفتگی به صورت زیر عنوان می‌شود:

$$\tau = \rho(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial r} \quad (17)$$

پارامترهای معادله پیشتر در دیگر معادله‌های توضیح داده شده‌اند. با استفاده از اصطکاک ناماندگار برونون، تنش برشی کل جداره در مدل یک بعدی نیز به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\tau = \frac{k\rho D}{4} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \text{asign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right) + \rho f_q \frac{V|V|}{8} \quad (18)$$

در این رابطه f_q ضریب اصطکاک شبه دائمی است که با توجه به عدد رینولدز در هر گام محاسباتی، به روزرسانی می‌شود. در شکل ۳ تنش برشی کل برای ۵ ثانیه از جریان گذرا نشان داده شده است که در این مدت با توجه به شکل a-۱ چهار پالس پر فشار و چهار پالس کم فشار مشاهده می‌شود. با توجه به شکل ۳ نیز می‌توان واکنش تنش برشی را متناظر با هر پالس جریان گذرا مشاهده کرد. در پالس‌های پر فشار، تنش برشی کل، منفی و در پالس‌های کم فشار تنش برشی کل مثبت تعیین شده است که در واقع خلاف جهت جریان متوسط در آن مدت است. کاهش ناگهانی تنش برشی کل در وسط هر پالس (شکل ۳-a) نشان دهنده لحظه رسیدن موج فشاری به وسط خط لوله است که در آن لحظه سرعت متوسط در وسط لوله را کاهش داده است. فرایند همسانی نیز در شکل ۳-b قابل مشاهده است. در مدت ۵ ثانیه نشان داده شده تنها دو پالس پر فشار در تست ۲ (شکل ۳-a) وجود دارد که متناظر با آن دو پالس تنش برشی کل منفی در شکل ۳-b مشاهده می‌شود.

به طور کلی مدل یک بعدی در اغلب گام‌ها تنش برشی را نسبت به مدل شبه دو بعدی کمتر پیش بینی کرده است که نتیجه آن پیش‌بینی بار فشاری در هر دو آزمایش، بیشتر از نتایج آزمایشگاهی (Bergant and Simpson 1999) است (شکل‌های ۱ و ۲).

جدول ۲ میانگین مربعات خطای دو مدل یک بعدی و شبه دو بعدی در محل شیر پایین دست

Table 2 Root mean square error of the models of 1D and Quasi 2D at downstream valve

Tests	V ₀ (m/s)	RSME	
		Quasi 2D	1D
1	0.3	12	20.1
2	1.4	78.4	82.8

همان طور که از نتایج ارائه شده در جدول ۲ مشاهده می‌شود مدل پیشنهادی شبه دوبعدی خطای کمتری را نسبت به مدل یک بعدی نشان می‌دهد.

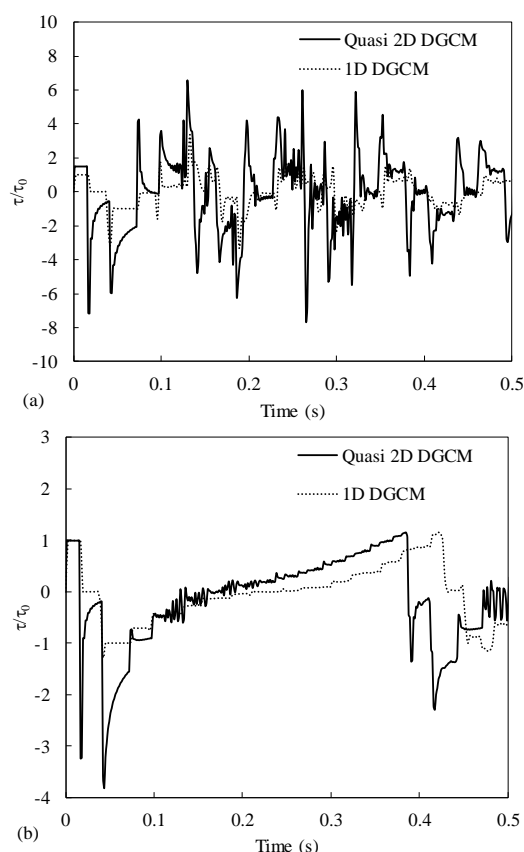


Fig. 3 Comparison of the total shear stress (summation of quasi steady and unsteady shear stress), in pipe midpoint by using the 1D and quasi 2D models (a) test 1 (b) test 2

شکل ۳ مقایسه تنش برشی کل (مجموع تنش برشی شبه ماندگار و ناماندگار)، در وسط لوله با استفاده از مدل یک بعدی و شبه دوبعدی (a) تست ۱، (b) تست ۲

در شکل ۳ تنش برشی کل در دیواره لوله که با تنش برشی اولیه در جریان ماندگار بی بعد شده است، با استفاده از هر دو مدل شبه دو بعدی و یک بعدی برای هر دو آزمایش ۱ و ۲ نشان داده شده است. بطور کلی تنش کل جداره به

۳-۱- نتایج مربوط به رشد حبابها

نتایج مربوط به دینامیک رشد حبابها در این قسمت ارائه شده است. برای این منظور داده‌های مربوط به بار فشاری که در قسمت پیش محاسبه شده‌اند به عنوان نیروی محرک در تغییر اندازه حبابها استفاده شده است. لازم به یادآوری است که به دلیل وابستگی شدید و غیر خطی شعاع حبابها به بار فشاری، در طی فرایند حل معادله غیر خطی رایلی-پلست از گام زمانی متغیر استفاده شده است و این رویکرد منجر به کاهش گام زمانی در برخی بازه‌های زمانی (به ویژه زمان رسیدن و عبور موج) تا 10^{-18} ثانیه شده است. لذا شمار داده‌های موجود در هر یک از نمودارهای این قسمت در حدود ۱۲ میلیون نقطه می‌باشد (شکل ۴).

به صورت کلی همان‌گونه که قابل پیش‌بینی می‌باشد افزایش و یا کاهش بار فشاری به ترتیب منجر به کاهش اندازه و رشد حبابها می‌شود. در نتیجه روند تغییرپذیری‌های ابعاد حبابها به صورت تقریبی مخالف تغییرپذیری‌های فشار در طول لوله می‌باشد. مورد دیگری که در همه نقطه‌های مورد بررسی در شکل ۴، مشاهده می‌شود نوسان‌های شدید شعاع حبابها در لحظه اولیه است که این مورد برای یکی از حالت‌ها به صورت بزرگنمایی شده نمایش داده شده است (شکل ۴ الف). دلیل این رفتار برقراری تعادل فشاری میان فشار سیال و گاز درون حبابها می‌باشد. به عبارت دیگر با توجه به اینکه به حتم شعاع اولیه در نظر گرفته شده برای حبابها برابر با شعاع تعادلی

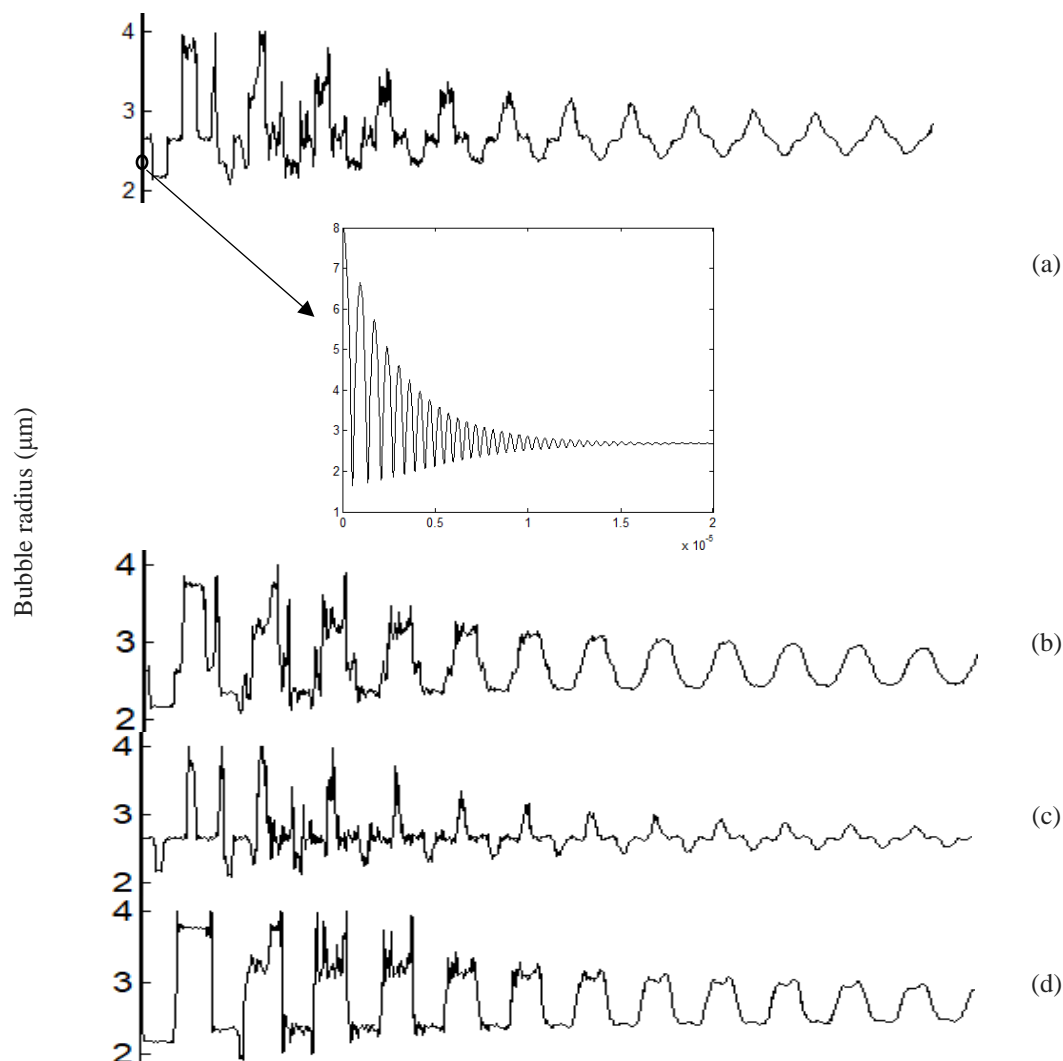


Fig. 4 Changes in radius of bubbles at (a) pipe midpoint (b) quarter point near the downstream valve (c) quarter point near the upstream reservoir (d) valve location

شکل ۴ روند تغییرات شعاع حبابها در (a) میانه خط لوله، (b) یک چهارم طول لوله نزدیک به شیر، (c) یک چهارم طول لوله نزدیک به مخزن و (d) محل شیر.

می‌باشد که در شکل ۵ نمایش داده شده است. با توجه به شکل ۵، فشار درون لوله در طی فرایند بسته شده شیر از حدود ۷ بار در لحظه‌های اولیه تا ۳/۷ بار در انتهای فاز تناوبی متغیر می‌باشد (برای هر دو حالت یک چهارم طول لوله فاصله از شیر و مخزن). در صورتی که در مورد فشار گاز داخل حباب‌ها میزان بیشینه فشار مابین ۱۰ تا ۷ بار متغیر می‌باشد. البته لازم به ذکر است که به رغم اینکه بیشینه میزان فشار درون حباب‌ها (نیروی محرک برای رشد حباب‌ها) بیشتر از فشار سیال خارجی (عامل مقاوم در برابر رشد) می‌باشد، وابستگی شدید فشار گاز درونی به شعاع حباب‌ها و رفتار دینامیکی سامانه، منجر به بروز تغییرپذیری‌های متناوب می‌شود. به عبارت دیگر رشد شدید نیروی مقاوم با کاهش شعاع حباب‌ها مانع از انقباض قابل ملاحظه‌ای در آنها می‌شود و دوباره با کاهش بار فشاری در سیال فرایند رشد حباب‌ها تا رسیدن به شعاع اولیه تجدید خواهد شد.

نمی‌باشد، در نتیجه در بازه زمانی بسیار کوچکی (۵-۱۰ ثانیه) پس از آغاز، شعاع حباب طی نوسان‌هایی به حالت تعادل می‌رسد و پس از این زمان عمده تغییرپذیری‌های شعاع حباب‌ها تحت تاثیر فشار سیال می‌باشد. با توجه به نتایج، شعاع تعادلی در نقاط مختلف لوله در ابتدا برابر با ۲/۷ میکرومتر می‌باشد. همچنین در تمامی حالات بررسی شده پس از طی زمانی در حدود ۰/۷ ثانیه روند تغییرات به صورت متناوب ایجاد شده است و این روند تا پایان ۱/۵ ثانیه بررسی ادامه خواهد یافت. افزون بر این مشاهده می‌شود که اختلاف میان شعاع کمینه و بیشینه در نقطه‌های مختلف در حدود ۰/۵ میکرومتر می‌باشد که با توجه به میانگین شعاع حباب‌ها و ارتباط میان شعاع حباب‌ها و حجم حالت گازی، مابین ۸۵ تا ۱۲۵٪ افزایش حجم فاز گازی محلول در سیال در طی فرایند متناوب نوسان‌های فشاری قابل مشاهده است. همچنین فشار گاز درون حباب‌ها نیز با توجه به ارتباط میان شعاع و فشار (برابر رابطه رایلی-پلست)، قابل محاسبه

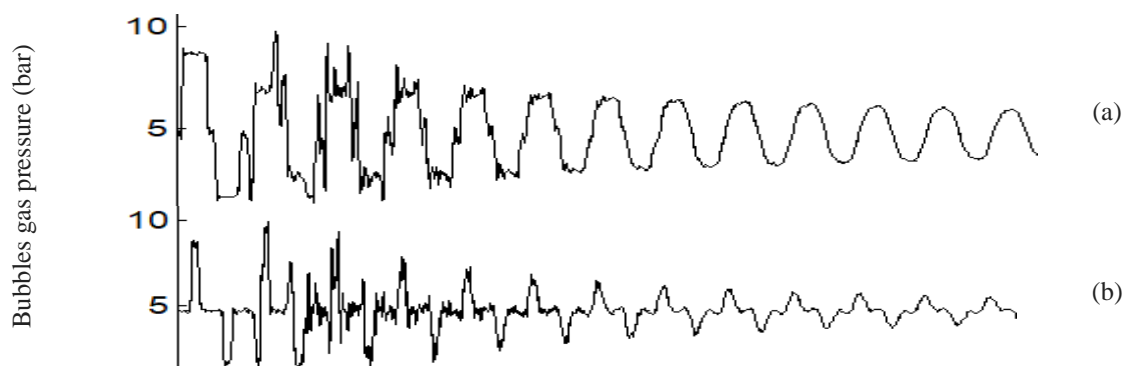


Fig. 5 Changes in bubble gas pressure at (a) quarter point near the downstream valve (b) quarter point near the upstream reservoir

شکل ۵ روند تغییرات فشار گاز حباب‌ها در (a) یک چهارم طول لوله نزدیک به شیر و (b) یک چهارم طول لوله نزدیک به مخزن.

بالتر (لوله‌های با طول کمتر و یا سرعت حرکت موج بیشتر) و یا دامنه بزرگتر رخ دهد، امکان رشد بیشتر حباب‌ها تا رسیدن به نقطه ترکیدگی حباب‌ها وجود دارد (به عنوان نمونه در مورد استفاده از امواج فراصوت یا اولتراسونیک). در این حالت‌ها حباب‌ها در اثر ترکیدن، دما و فشار موضعی بسیار بالایی را در سیال ایجاد خواهند کرد که در این بررسی به دلیل محدوده تغییرپذیری‌های فشار، این رویداد رخ نداده است.

با توجه به ارتباط مستقیم میان دما و فشار گاز درون حباب‌ها، مشاهده می‌شود (شکل ۶) که روند تغییرپذیری‌های این دو متغیر تا حدود زیادی همانند یکدیگر می‌باشد. بازه تغییرپذیری‌های دما در حین نوسان‌ها از حدود ۳۵۰ K (درجه کلوین) در ابتدای حرکت امواج فشاری تا به ترتیب ۹۵ K و ۱۲۵ K پس از تناوبی شدن نوسان‌ها در یک چهارم ابتدایی و انتهایی لوله (شکل‌های ۶ الف و ۶ ب) خواهد رسید. افزون بر این لازم به یادآوری است که در صورتی که نوسان‌ها با بسامدهای

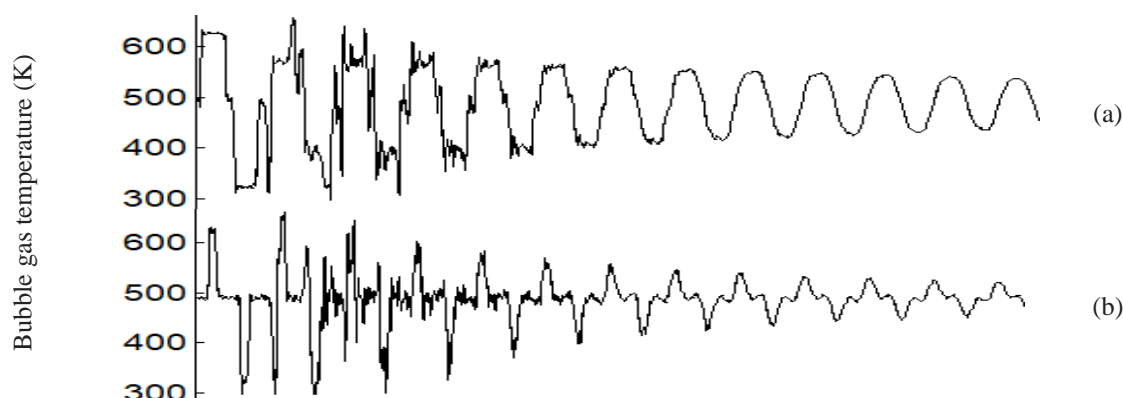


Fig. 6 Changes in bubble gas temperature at (a) quarter point near the downstream valve (b) quarter point near the upstream reservoir

شکل ۶ روند تغییرات دمای گاز درون حباب‌ها در (a) یک چهارم طول لوله نزدیک به شیر و (b) یک چهارم طول لوله نزدیک به مخزن.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش تاثیر ایجاد جریان گذرا بر فرایند رشد و متلاشی شدن حفره‌ها و به دنبال آن رخداد ستون جدایش در سامانه‌های هیدرولیکی با استفاده از دو مدل یک بعدی و مدل پیشنهادی شبه دوبعدی گسسته حفره گازی بررسی شد. بدین منظور با استفاده از دو مورد آزمایشگاهی Bergant and Simpson (1999)، عملکرد موفق مدل شبه دوبعدی در شبیه سازی استهلاك انرژی در مقایسه با مدل یک بعدی نشان داده شد. در ادامه تغییرپذیری‌های تنش برشی جداره و پس از آن دینامیک رشد حباب‌ها تحت تاثیر تغییرات شدید فشار حین ضربه کوچ بررسی شد. با توجه به نتایج، شعاع تعادلی در نقطه‌های مختلف لوله در آغاز برابر با $2/7$ میکرومتر می‌باشد و پس از طی زمانی در حدود $0/7$ ثانیه روند تغییرپذیری‌هایی به صورت متناوب ایجاد شده است و این روند تا پایان $1/5$ ثانیه بررسی ادامه خواهد یافت. همچنین حجم حالت گازی محلول در سیال در طی فرایند متناوب نوسان‌های فشاری، مابین ۸۵ تا ۱۲۵٪ افزایش می‌یابد.

افزون بر این رشد شدید نیروی مقاوم با کاهش شعاع حباب‌ها بازدارنده انقباض قابل ملاحظه‌ای در آنها می‌شود و دوباره با کاهش هد فشاری در سیال، فرایند رشد حباب‌ها تا رسیدن به شعاع اولیه تجدید خواهد شد. همچنین میزان تغییرپذیری‌های دما در حین نوسان‌ها از حدود 350 K در آغاز حرکت امواج فشاری تا به ترتیب 95 K و 125 K پس

از تناوبی شدن نوسان‌ها در یک چهارم ابتدایی و انتهایی لوله خواهد رسید.

۵- فهرست نشانه‌ها

A	سطح مقطع لوله (m^2)
c	سرعت انتشار موج در لوله (m s^{-1})
C_a, C_b, k, C_m	ضریب‌های مدل پنج لایه (-)
D	قطر لوله (m)
f_s	اصطکاک جداره در جریان ماندگار (-)
f_q	اصطکاک شبه ماندگار (-)
f_u	اصطکاک ناماندگار (-)
g	شتاب جاذبه (ms^{-2})
H	بار پیرومتریک (m)
h	بار فشار محاسباتی (m)
h^*	بار فشار آزمایشگاهی (m)
$Hq1$	بار فشار برداشت شده در یک چهارم طول لوله نزدیک به شیر
$Hq2$	بار فشار برداشت شده در یک چهارم طول لوله نزدیک به مخزن
H_m	بار فشار برداشت شده در وسط لوله
H_v	بار فشار برداشت شده در محل شیر پایین دست
n	شمار حباب‌ها (-)
N	شمار هدهای فشار

Brunone, B. Golia, U.M. and Greco, M. (1991). Modelling of fast transients by numerical methods. in: Proc. Int. Conf. on Hydr. Transients with Water Column Separation. 273–280.

Daily, J.W. Hankey, W.L. Olive, R.W. and Jordaan, J.M. (1956). Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices. Trans. ASME 78, 17.

Ghidaoui, M.S. Zhao, M. McInnis, D.A. and Axworthy, D.H. (2005). A review of water hammer theory and practice. Applied Mechanics Reviews. 58, 49–76.

Hilgenfeldt, S. Brenner, M.P. Grossmann, S. and Lohse, D. (1998). Analysis of rayleigh-plestet dynamics for sonoluminescing bubbles, J. Fluid Mechanics, 365, 171-204.

Kim, H. and Kim, S. (2019). Two dimensional cavitation waterhammer model for a reservoir-pipeline-valve system. J. Hydraulic Res. 57, 327–336.

Pezzinga, G. and Cannizzaro, D. (2013). Analysis of transient vaporous cavitation in pipes by a distributed 2D model, J. Hydraulic Eng. 140, 04014019.

Santoro, V. Crimi, A. and Pezzinga, G. (2018). Developments and limits of discrete vapor cavity models of transient cavitating pipe flow: 1d and 2d flow numerical analysis. J. Hydraulic Eng. 144, 04018047.

Simpson, A.R. and Bergant, A. (1994). Numerical comparison of pipe-column-separation models. J. Hydraulic Eng. 120, 361–377.

Soares, A.K. Covas, D.I. and Carriço, N.J. (2012). Transient vaporous cavitation in viscoelastic pipes. J. Hydraulic Res. 50, 228–235.

Tomita, Y. and Shima, A. (1986). Mechanisms of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse. J. Fluid Mechanics, 169, 535-564.

Vardy, A.E. and Hwang, K.L. (1991). A characteristics model of transient friction in pipes, J. Hydraulic Res. 29, 669–684.

Wylie, E.B. (1984). Simulation of vaporous and gaseous cavitation, J. Fluids Eng. 106, 307–311.

Wylie, E.B. and Streeter, V.L. (1993). Fluid transients in systems. Prentice Hall.

Zielke, W. Perko, H.D. and Keller, A. (1989). Gas release in transient pipe flow. In: Proceedings of the Sixth International Conference on Pressure Surges, BHRA, Cambridge, UK. 3–13.

P_0 فشار محیط (Pa)

Q_u, Q_d دبی جریان در بالادست، پایین دست هر گره (m^3s^{-1})

Q دبی (m^3s^{-1})

R شعاع حبابها (m)

\dot{R}, \ddot{R} سرعت و شتاب رشد شعاع حبابها

r مختصات شعاعی از خط مرکزی لوله

Re عدد رینولدز

t زمان (s)

u سرعت لحظه‌ای طولی (ms^{-1})

v سرعت لحظه‌ای در جهت شعاعی (ms^{-1})

V سرعت متوسط در جهت طولی (ms^{-1})

u', v' نوسانهای سرعت در جهت‌های

محوری و شعاعی (ms^{-1})

x مختصات در جهت طولی

y^* فاصله بی‌بعد از جداره لوله

نشانه‌های یونانی

α حجم حالت گاز (m^3)

ρ چگالی سیال ($kg m^{-3}$)

ν لزجت سینماتیک (m^2s^{-1})

ν_T لزجت آشفتگی (دینامیک) (m^2s^{-1})

τ تنش برشی ($kg m^{-1} s^{-2}$)

\forall_g حجم حفره‌های گازی (m^3)

ψ ضریب وزنی (-)

۶- منبع‌ها

Adamkowski, A. and Lewandowski, M. (2009). A new method for numerical prediction of liquid column separation accompanying hydraulic transients in pipelines. J. Fluids Eng., 131, 071302.

Adamkowski, A. and Lewandowski, M. (2012). Investigation of hydraulic transients in a pipeline with column separation. J. Hyd. Eng., 138, 935–944.

Bergant, A. and Simpson, A.R. (1999). Pipeline column separation flow regimes. J. Hydraulic Eng. 125, 835–848.

Bergant, A. and Simpson, A.R. (1994). Estimating unsteady friction in transient cavitating pipe flow. In Water pipeline systems, edited by D. S. Miller, 3-16. London, UK: Mechanical Engineering Publication Limited.