

Derivation of an analytical solution for evaluation of the pollution transport in the interconnected reservoirs and rockfill bodies of gabion dams

Jafar Chabokpour ^{1*}, Mohammad Zabihi ²

1- Assistant Professor of Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Maragheh

2- MSc. Student of Water Resources management, Civil Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Maragheh

*j.chabokpour@maragheh.ac.ir

Received: 6 March 2019, Accepted: 29 September 2019



J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: Operation of the efficient models for contaminant transport through different media is one of the most important topics among environmental researchers. In so many types of surface flow, operation of the classical ADE equation is not accurate because of the existence of the more extended residence time parameter. In the present study, it was tried to evaluate the pollution transport in the interconnected reservoirs by deriving a theoretical solution based on the TS model partial differential equations (PDE) as well as conducting an experimental model. Due to the creation of the long residence time parameter in the reservoirs in series system, and also because of the complexity of the previous solutions of the TS model (exhibition of the modified Bessel function), it was tried to present a simplified version of TS model which behaves like the original solution.

Methodology: The study is followed in two different parts. Firstly, the analytical solution is derived by operation of the Laplace transform to the PDE equations of the TS model and by imposing sudden mass release as an initial condition. In the last step of the derivation, one term is neglected in comparison with another one to achieve a standard template of the inverse Laplace transform. The other step of the study is followed in the laboratory by the creation of an experimental apparatus. The rockfill dams in the laboratory flume have been produced using three different median diameters of the 1.1, 2.3, and 3.6 cm. The other experiment variables were the entrance discharges as 7, 9, 11, and 13.5 l/s and linear source concentration of the 100, 140, and 200 gr/l. The data acquisition apparatus was consisted of 8 EC sensors which have been positioned in different locations. Two of them have been installed inside the dam bodies, but the others were installed before and next to the dams. The experiments have been initiated by the mass release across the flume and upstream of the first dam. The data recording has been started with an interval of 2 seconds, and then the EC data has been transformed into the concentration using calibration equations. Finally, by the depiction of the concentration versus time, the experimental BC curves were extracted in different locations of the flowing system.

Results and discussion: Extracted experimental BC curves in the first sensor location were somewhat oscillating but, by the downstream motion, the general trend of them become

apparent, and any fluctuation was observed.

Three parameters of the velocity, mass exchange, and the dispersion coefficients have been extracted based on the derived analytical solution. After that, by classification of them, it was tried to fix a favorable statistical distribution by presenting the mean, and standard deviation of them. The Pe number as relevant to the dispersion and convection activities has been depicted versus different model parameters, and the trend was interpreted. It was found that the increment of the Pe number increases both the convective and the dispersion time parameters. Also, the skewness coefficient has been decreased by the downstream motion. Other additional information like different orders of the central temporal moments and the mean velocities have been extracted and interpreted from the analysis of the BC curves. Using extracted parameters and the general framework of the derived solution, the theoretical BC curve at all eight positions created and compared with the experimental ones. To achieve a simpler parameter estimation procedure, four theoretical equations were extracted which by simultaneous numerical solution of them, four model parameters can be obtained. The mean values of the velocities, dispersion coefficients, and the logarithm of the mass transfer coefficients between the storage area and the main flow have been determined as 4 cm/s, 2.4 cm²/s, and -10.5, respectively. Moreover, the corresponding of the experimental breakthrough curves with theoretical ones have been assessed and confirmed using statistical parameters of the RMSE and Nash-Sutcliff, having the values of 0.21 and 0.7, respectively.

Conclusion: The applicability of the derived model was verified using a series of experimental data and the model parameters, and their variation has been extracted and analyzed. It was found that all parameters of the area ratio, velocity, dispersion coefficient, and mass exchange parameters are important in the recreation of the theoretical BCs. As it is presented by the previous investigators, the skewness coefficient has been reduced to the range of (1-1.2) by downstream motion. Finally, it can be said that the presented model is efficient and can be operated in transport modelling. The values of model parameters can be chosen in the range of presented magnitudes.

Keywords: Reservoirs in series, advection and dispersion of the pollution, storage model, Laplace transform.

استخراج یک مدل تحلیلی برای ارزیابی انتقال آلاینده‌ها از بدنه و مخزن‌های سری بندهای گابیونی

جعفر چابک‌پور^{۱*}، محمد ذیحی^۲

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه مراغه

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی و مدیریت منابع آب، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه مراغه

*j.chabokpour@maragheh.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۱۵، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۰۷ ☞ وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: در این تحقیق سعی شد تا با استفاده از یک مدل آزمایشگاهی و توسعه یک مدل تحلیلی بر مبنای معادله‌های دیفرانسیل مدل ذخیره موقت، به بررسی کارایی این مدل در فرآیندهای انتقال و پراکندگی آلودگی در مخزن‌های سری پرداخته شود. مدل تحلیلی یاد شده با استفاده از تبدیل لاپلاس بر روی معادله‌های دیفرانسیل حل شد و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده در دو مخزن سری سنگدانه‌ای، ارزیابی کاملی روی کارایی و مقادیر فراسنجه‌های مدل انجام شد. سدهای ایجاد شده در کانال آزمایشگاهی با استفاده از سه دانه‌بندی مختلف با قطرهای ۱/۱، ۲/۳ و ۳/۶ سانتی‌متر ایجاد شد. سایر پارامترهای آزمایشگاهی شامل چهار دبی به میزان ۰٫۷، ۰٫۹، ۱۱ و ۱۳/۵ لیتر بر ثانیه و سه غلظت اولیه تزریقی به میزان ۱۰۰، ۱۴۰ و ۲۰۰ گرم بر لیتر بودند. میانگین سرعت عبوری، ضریب انتشار طولی و لگاریتم ضریب تبادل جرم مابین منطقه ذخیره‌ای و بدنه اصلی جریان در جریان عبوری از سدها با توجه به مدل تحلیلی حاضر به ترتیب برابر با $1.0/5$ - $2/4$ cm^2/s ، 4 cm/s به دست آمد. تطابق منحنی‌های غلظت-زمان ناشی از حل تحلیلی انجام شده با استفاده از فراسنجه‌های جذر میانگین مربعات خطا و شاخص نش-ساتکلیف ارزیابی شد و مقادیر آن‌ها به ترتیب برابر با ۰/۲۱ و ۰/۷ استخراج شد که گویای قابلیت مطلوب مدل توسعه پیدا کرده برای فرآیندهای انتقال و پراکندگی است.

کلید واژگان: مخزن‌های سری، انتقال و پراکندگی آلودگی، مدل ذخیره‌ای، تبدیل لاپلاس.

۱- مقدمه

چگونگی مدل‌سازی و حرکت آلودگی در محیط‌های مختلف از ابتدا یکی از چالش‌های بحث برانگیز مابین محققین بوده است. به همین دلیل انواع مختلفی از مدل‌های تحلیلی و غیرتحلیلی توسط محققان مختلف ارائه شده است. بسیاری از این مدل‌ها دانش ما را نسبت به فرآیند انتقال آلودگی افزایش داده‌اند ولی محققان مختلف تاکنون به یک روش واحد و متقنی در این زمینه دست پیدا نکرده‌اند. بیشتر مدل‌های تحلیلی ارائه شده به طور شدیدی به فراسنجه‌های مدل وابسته هستند، لذا داشتن روش‌های جانبی برای محاسبه فراسنجه‌های مدل در کنار خود آن‌ها از مهم‌ترین موضوع‌ها می‌باشند. به عنوان دو مدل پرکاربرد و قابل اطمینان در این زمینه می‌توان به معادله کلاسیک انتقال-

انتشار (ADE) و مدل ذخیره‌ای (TS) اشاره نمود. در بسیاری از محیط‌ها اعم از رودخانه‌ها و مخزن‌ها، قسمتی از بدنه جریان به عنوان منطقه ذخیره موقت عمل کرده و باعث تله‌اندازی موقتی آلودگی در این قسمت‌ها می‌شوند و به همین دلیل مبنای ارائه مدل‌های ذخیره‌ای به تبادل جرم مابین این منطقه و بدنه اصلی جریان مربوط می‌شود (Valett et al., 1996; Winter et al., 1998; Harvey et al., 2003). محققان پیشین بارها اشاره کرده‌اند که در این مدل‌ها دو منطقه متفاوت به هم پیوسته با قابلیت تبادل جرم مابین آن‌ها وجود دارند (Thackston and Schnelle, 1970; Bencala and Walters, 1983; Harvey and Bencala, 1993; Wondzell, 2006). منطقه‌های ذخیره‌ای یاد شده دارای سرعت بسیار پائین‌تری در مقایسه با بدنه اصلی جریان هستند که این امر باعث

می‌تواند به عنوان یک روش مقرون به صرفه، با دقت بالا و بدون نیاز به نمونه‌گیری مستقیم کمک شایانی به بررسی فرآیند انتقال و انتشار آلاینده‌ها در مجاری روباز باشد (Hamidifar et al., 2016; Farzadkhom et al., 2016).

با یک نگاه کلی به تحقیقات پیشین انجام شده می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با وجود قابلیت‌های زیاد این مدل تحلیلی که مبتنی بر تبادل جرم مابین دو منطقه ذخیره‌ای و بدنه اصلی جریان می‌باشد، هنوز جای تحقیق به منظور تفسیر دقیق‌تر فراسنجه‌های مدل وجود دارد. همچنین این مدل اغلب به روش عددی حل شده و حل تحلیلی ارائه شده برای آن به دلیل استفاده از تابع بسط اصلاح شده دارای پیچیدگی‌های می‌باشد. لذا در این تحقیق سعی بر آن شد تا با استفاده از یک ساده‌سازی در فرآیند حل معادله‌های دیفرانسیل حاکم بر مدل، حل تحلیلی ساده‌تری برای آن استخراج شود و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده در فرآیند تحقیق، اقدام به بررسی کارایی آن شد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- حل تحلیلی انجام شده بر روی معادله‌های

ذخیره موقت بر مبنای تبدیل لاپلاس:

می‌توان گفت محققانی همچون (Thackston and Nordin and Troutman, 1980; Schnelle, 1970; Seo and Cheong, 2001; Tong and Deng, 2015) اقدام به ارائه یک مدل پیشرفته‌تر از معادله کلاسیک انتقال-انتشار کلاسیک (ADE) کردند. مدل ارائه شده توسط این محققان با نام مدل ذخیره موقت (TS) شناخته شده و پس از کارهای اساسی که این محققان روی این مدل انجام دادند، کارایی آن به اثبات رسید و مزیت‌های بیشتر آن نسبت به مدل کلاسیک انتقال-انتشار ثابت شد. در حالت کلی این مدل دارای چهار فراسنجه است و با ترکیب این فراسنجه‌ها می‌توان شیب ملایم در بازوی پائین‌رونده منحنی‌های رخنه مشاهداتی در رودخانه‌ها را تفسیر قرار کرد. با فرض اختلاط کامل آلودگی در منطقه ذخیره‌ای رودخانه، معادله‌های (۱) و (۲) به عنوان معادله‌های دیفرانسیلی این مدل ارائه شده است.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \beta T^{-1}(C - C_s) \quad (1)$$

افزایش زمان ماند ماند آلودگی در آن‌ها شده و در صورت رخداد فرآیندهای شیمیائی مابین آلاینده و محیط، احتمال زوال جرم نیز وجود دارد (Valett, et al., 1996; Chabokpour, 2018). در محیط‌های رودخانه‌ای، بعضی از بخش‌های جریان، اعم از بستر نفوذپذیر و خم‌هایی که منطقه‌های راکد و ماندابی را ایجاد می‌نمایند، می‌توانند همچین حالتی را داشته باشند. قابل ذکر است که، در بسیاری از مواقع نمی‌توان به صورت مستقیم اقدام به محاسبه مساحت منطقه ماندابی و یا راکد کرد، ولی می‌توان با استفاده از منحنی‌های رخنه استخراج شده و با اعمال روش کمترین مربعات روی آن‌ها، اقدام به محاسبه نسبت مساحت‌ها (مابین صفر و یک) کرد (Ruddy and Britton, 1989; Runkel, 1998; Fernald et al., 2001; Laenen and Bencala, 2001; Lautz and Siegel, 2007; Chabokpour, 2017). محققان پیشین اغلب به این موضوع اشاره داشته‌اند که با افزایش میزان نامنظمی هندسی در محیط عبوری جریان، زمان ماند آلودگی در محیط افزایش خواهد یافت و در نتیجه منحنی رخنه خروجی دارای شیب بسیار ملایم‌تری در بازوی پائین-رونده خود خواهد بود (Harvey and Bencala, 1993; Kasahara and Wondzell 2003; Lautz et al., 2006; Wondzell, 2006; Gooseff et al., 2007). در حالت کلی می‌توان به این موضوع اشاره کرد که تحقیقات انجام شده در زمینه بررسی انتقال آلودگی در دو گروه کلی روش‌های مبتنی بر فراسنجه‌های فیزیکی محیط‌های عبوری جریان (Botter et al., 2010; Cvetkovic et al., 2012) و همچنین روش‌های مبتنی بر داده‌کاوی (Young and Wallis, 1993; Young, 1998; Ratto et al., 2007; McClain et al., 2003; Chabokpour, 2019) طبقه‌بندی شده‌اند. با نگاهی به تحقیقات اخیر انجام شده در این زمینه می‌توان به روشنی دریافت که هنوز ساده‌سازی‌های کافی در زمینه محاسبه فراسنجه‌های این مدل وجود ندارد و مسائلی اعم از نبودن سری واحد از جواب‌ها برای یک منحنی رخنه هنوز خودنمایی می‌نماید. به همین علت در بسیاری از مواقع ارائه یک تفسیر واحد در زمینه فراسنجه‌های استخراج شده دشوار می‌باشد (Beven and Binley, 1992; Wagener et al., 2002; Schmid, 2003; Camacho and Gonzalez-Pinzon, 2008). شماری از محققان نیز به بررسی بعضی از روش‌های نوین در انتقال و انتشار آلاینده‌ها در مجاری روباز اعم از پردازش تصویر پرداختند و نتیجه‌گیری کردند که این روش

همچنین گشتاور زمانی نرمال شده هم برابر با رابطه (۶) قابل استخراج است.

$$\mu_n^* = \frac{\mu_n}{\mu_0} = \frac{\int_0^\infty t^n C(x, t) dt}{\int_0^\infty C(x, t) dt} \quad (6)$$

رابطه‌های (۷) تا (۱۰) نیز برای محاسبه گشتاور زمانی مرکزی از روی گشتاورهای نرمال شده قابل کاربرد می‌باشند (Gonzalez-Pinz et al., 2013).

$$m_1 = \mu_1^* \quad (7)$$

$$m_2 = \mu_2^* - (\mu_1^*)^2 \quad (8)$$

$$m_3 = \mu_3^* - 3\mu_1^*\mu_2^* + 2(\mu_1^*)^3 \quad (9)$$

$$m_4 = \mu_4^* - 4\mu_3^*\mu_1^* + 6\mu_2^*\mu_1^{*2} - 3\mu_1^{*4} \quad (10)$$

همانطوری که پیشتر عنوان شد، در بیشتر تحقیقات پیشین معادله‌های دیفرانسیلی مدل ذخیره‌ای به صورت عددی حل شده است، لذا در این پژوهش، در آغاز با استفاده از تبدیل لاپلاس به خطی‌سازی معادله‌های دیفرانسیل پرداخته شد و سپس یک حل تحلیلی برای آن استخراج شد. روش خطی سازی و حل این معادله‌های دیفرانسیل با جزئیات کامل در پیوست این تحقیق آورده شده است. معادله تحلیلی نهائی به دست آمده در این تحقیق برابر با رابطه (۱۱) بوده که فرانسجه‌های آن نیز قبلاً به تفصیل مورد معرفی قرار گرفته‌اند.

(11)

$$C(x, t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} \times \exp\left[\frac{ux}{2D} - \left(\frac{u^2}{4D} + T^{(-1)}\beta\right)t - \frac{x^2}{4Dt}\right]$$

همچنین با اعمال رابطه‌های (۵) تا (۱۰) بر روی حل تحلیلی جدید استخراج شده، رابطه‌های (۱۲) تا (۱۵) برای گشتاورهای زمانی مرکزی مرتبه اول تا چهارم که هر کدام ویژگی‌های خاصی از منحنی‌های رخنه را بیان می‌کنند محاسبه شده و رابطه (۱۶) نیز برای ضریب چولگی آلودگی (CSK) از روی گشتاورهای دوم و سوم به صورت رابطه محاسبه شد.

$$\frac{m_3}{(m_2)^{3/2}}$$

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = T^{-1}(C - C_s) \quad (2)$$

که در این معادله‌ها C غلظت در مجرای اصلی رودخانه، u سرعت متوسط جریان، D ضریب انتشار طولی، T زمان ماند آلودگی در منطقه ذخیره‌ای، C_s غلظت آلودگی در منطقه ذخیره‌ای و $\beta = A_s/A$ نسبت مساحت‌های منطقه ذخیره‌ای جریان و مجرای اصلی جریان می‌باشد. در شمار دیگری از منبع‌های منتشر شده فرانسجه دیگری به صورت α_2 معرفی شده است که به صورت $\alpha_2 = \frac{1}{T} \times \beta$ به سایر فرانسجه‌ها مربوط می‌شود.

با فرض حرکت آلودگی در راستای مثبت طولی ($x > 0$) شرایط اولیه و مرزی به صورت رابطه‌های (۳) و (۴) برای مدل ذخیره‌ای قابل تعریف می‌باشد.

$$C(x, 0) = C_0\delta(x) = \frac{M}{A}\delta(x), C_s(x, 0) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = 0 \text{ at } x = 0, C(x, t) = 0 \text{ at } x = \infty, C_s(x, t) = 0 \text{ at } x = \infty \quad (4)$$

که در آن M عبارت است از جرم تزریقی آلاینده و $\delta(x)$ عبارت است از تابع دیراک. تابع دیراک یک تابع متداول برای اعمال تزریق آبی آلاینده‌ها به جریان بوده و مقدار آن در همی نقطه‌ها صفر بوده و تنها در $x = 0$ مقدار آن بینهایت می‌باشد.

برای مشخص شدن تمایل‌های مرکزی و بسیاری از مشخصه‌های فرآیند انتقال و انتشار از روی منحنی‌های غلظت-زمان استخراج شده در نقطه‌های مختلف رودخانه‌ها، نیاز به مشخص شدن گشتاورهای زمانی و مکانی مرکزی می‌باشد. میزان این گشتاورها در نقاط مختلف، چگونگی توزیع و میزان چولگی و همچنین میزان پخشیدگی آلودگی را نشان می‌دهد. گشتاور زمانی مرتبه n ام برای منحنی رخنه نسبت به ابتدای محور مختصات در یک موقعیت مکانی خاص از رابطه تئوری (۵) قابل محاسبه است.

$$\mu_n = \int_0^\infty t^n C(t) dt \quad (5)$$

$$m_1 = \frac{4DT^{-1}\beta x^2 + 2D^2 \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} + u^2 x^2}{D(4DT^{-1}\beta + u^2) \sqrt{\frac{x^2}{D}} \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}}} \quad (12)$$

$$m_2 = \frac{8DT^{-1}\beta x^2 + 8D^2 \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} + 2u^2 x^2}{(4DT^{-1}\beta + u^2)^2 \sqrt{\frac{x^2}{D}} \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}}} \quad (13)$$

$$m_3 = \frac{4D(12DT^{-1}\beta x^2 + 16D^2 \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} + 3u^2 x^2)}{(4DT^{-1}\beta + u^2)^3 \sqrt{\frac{x^2}{D}} \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}}} \quad (14)$$

$$m_4 = \frac{12D^2 (4D \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} T^{-1}\beta x^2 + \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} u^2 x^2 + 72DT^{-1}\beta x^2 + 80D^2 \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} + 18u^2 x^2)}{(4DT^{-1}\beta + u^2)^4 \sqrt{\frac{x^2}{D}} \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}}} \quad (15)$$

$$CSK = \frac{4D(12DT^{-1}\beta x^2 + 16D^2 \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} + 3u^2 x^2)}{\left(\sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} (4DT^{-1}\beta + u^2)^3 \frac{\left(\frac{8DT^{-1}\beta x^2 + 8D^2 \sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} + 2u^2 x^2}{\sqrt{\frac{4DT^{-1}\beta + u^2}{D}} \sqrt{\frac{x^2}{D}} (4DT^{-1}\beta + u^2)^2} \right)^2}{2} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (16)$$

۲-۲- داده‌های آزمایشگاهی

آزمایش‌های مربوط به این تحقیق در یک کانال آزمایشگاهی به ابعاد (۱۲×۱/۲×۱) متر به ترتیب برای طول، عرض و ارتفاع انجام شد (شکل‌های ۱ و ۲). سدهای سنگریزه‌ای ایجاد شده مطابق با شکل‌های ۱ و ۲ توسط توری گابیونی به ابعاد (۰/۵×۱/۲×۱) متر به ترتیب برای طول، عرض و ارتفاع مهار شد. از سه نوع دانه‌بندی که به ترتیب دارای قطر میانگین ۱/۱، ۲/۳ و ۳/۶ سانتی‌متر و تخلخل‌های ۴۳٪، ۴۴٪ و ۴۵٪ بودند برای تشکیل دو مخزن سری در کانال آزمایشگاهی استفاده شد. تخلخل نمونه‌های استفاده شده با استفاده از ۴ بار تکرار آزمایش تخلخل و میانگیری از آن‌ها به دست آمده بود. به منظور محاسبه تخلخل و به دلیل اینکه در هر بار ریزش مصالح سنگ‌دانه‌ای

تخلخل متفاوتی در آن ایجاد می‌شود، مصالح سنگ‌دانه‌ای چهار بار به صورت تصادفی در ظرف ۵ لیتری ریخته شده و پس از اشباع کردن آن، حجم منفذها اندازه‌گیری شده و با تقسیم بر حجم کل نمونه مقدار تخلخل محاسبه شده بود. در نهایت میانگین چهار تکرار به عنوان تخلخل آن نمونه در نظر گرفته شد. در این آزمایش‌ها از کلرید سدیم به عنوان آلودگی زوال‌ناپذیر برای تزریق و ردیابی استفاده شد. دستگاه داده‌برداری تهیه شده برای این منظور دارای ۸ حسگر هدایت الکتریکی بود که حسگرهای آن قبلاً توسط محلول استاندارد واسنجی شده بود و مابین غلظت ماده ردیاب و هدایت الکتریکی رابطه‌های واسنجی استخراج شده بود. حسگرها به ترتیب از شماره ۱ تا ۸ در فاصله‌های ۰/۹، ۲/۱۵، ۲/۶۵، ۳، ۴/۳۴، ۶، ۶/۳۶ و ۶/۷۱ متری از محل

یادآوری است که جرم‌های فوق‌الذکر همگی در حجم آب ۵ لیتری به صورت محلول درآمده و به جریان آب تزریق گشته‌اند. شیب کانال در طول آزمایش‌ها ثابت بوده و به میزان صفر درصد تنظیم شده بود. و در حالت کلی با در نظر گرفتن واسنجه‌های تحقیق، ۳۶ آزمایش انجام شد. روش انجام آزمایش‌ها به این صورت بود که پس از نصب حسگرها و آمادگی محلول آماده شده و تزریق آن به توزیع کننده عرضی نصب شده در بالادست مخزن اول، همزمان با آغاز کار دستگاه ثبت داده، تزریق عرضی نیز انجام شده و در طول ۵ دقیقه و در فاصله‌های زمانی ۲ ثانیه‌ای در ۸ موقعیت یاد شده اقدام به ثبت داده‌های هدایت الکتریکی شده است. سپس با استفاده از رابطه‌های واسنجی استخراج شده برای سنسورها داده‌های غلظت از روی آنها به دست آمده و منحنی‌های غلظت-زمان مشاهده‌ای استخراج می‌شود و سپس با استفاده از حل تحلیلی استخراج شده با استفاده از تبدیل لاپلاس اقدام به تحلیل فراسنجه‌ها و بررسی کارائی مدل شد.

زمان داده‌برداری می‌بایستی طوری تنظیم شود که تمامی حسگرهای نصب شده در بدنه سد سنگریزه‌ای و یا در داخل مخزن‌های سری از غلظت پایه جریان به غلظت اوج رسیده و دوباره به غلظت پایه برگردد. این مهم توسط صفحه نگاره‌ای نرم افزار کاربری حسگرها کنترل شد. بدین صورت که با آغاز تزریق آلاینده، همزمان ثبت داده در همه حسگرها

تزریق نصب شده بودند. دو عدد از حسگرهای نصب شده (شماره‌های ۳ و ۷) در داخل بدنه سدهای سنگریزه‌ای و مابقی در کف بستر نصب شده بودند. به منظور کاستن از اثر انتشار عرضی و عمقی سعی شد که دستگاه تزریق کننده به صورت عرضی و آبی محلول ردیاب را به جریان تزریق کند تا بدون نیاز به طول بیشتری برای تکمیل فرآیندهای عرضی و عمقی، بررسی و تحلیل نتایج در راستای طولی صورت پذیرد. خاطر نشان می‌سازد با تزریق آلاینده به صورت عرضی اختلاط عرضی تکمیل شده و همچنین با تزریق آلودگی به صورت آبی و از ارتفاع بالا، اختلاط عمقی نیز تکمیل شد. منحنی‌های غلظت-زمان برداشت شده در حسگرهای مختلف نیز مبین این واقعیت بودند. حسگرها به صورت عمودی در کف کانال قرار گرفته و طول آن‌ها ۵ سانتی‌متر می‌بود و به دلیل اینکه در لحظه تزریق، اختلاط در راستای عمقی تکمیل شده بود، قرائت حسگرها در راستای عمقی تغییراتی را نشان نداد. در این آزمایش‌ها از ۴ دبی ورودی به میزان ۷، ۹، ۱۱ و ۱۳/۵ لیتر بر ثانیه به عنوان متغیرهای جریان ورودی استفاده شد که در تمامی آن‌ها سعی بر این بوده است که جریان عبوری به صورت کامل درون گذر از بندهای تاخیری بوده و هیچگونه جریان روگذر از آن‌ها صورت نگیرد. افزون بر متغیر دبی، از سه غلظت اولیه ورودی نیز به میزان ۱۰۰، ۱۴۰ و ۲۰۰ گرم بر لیتر به عنوان واسنجه‌های این تحقیق استفاده شد. شایان

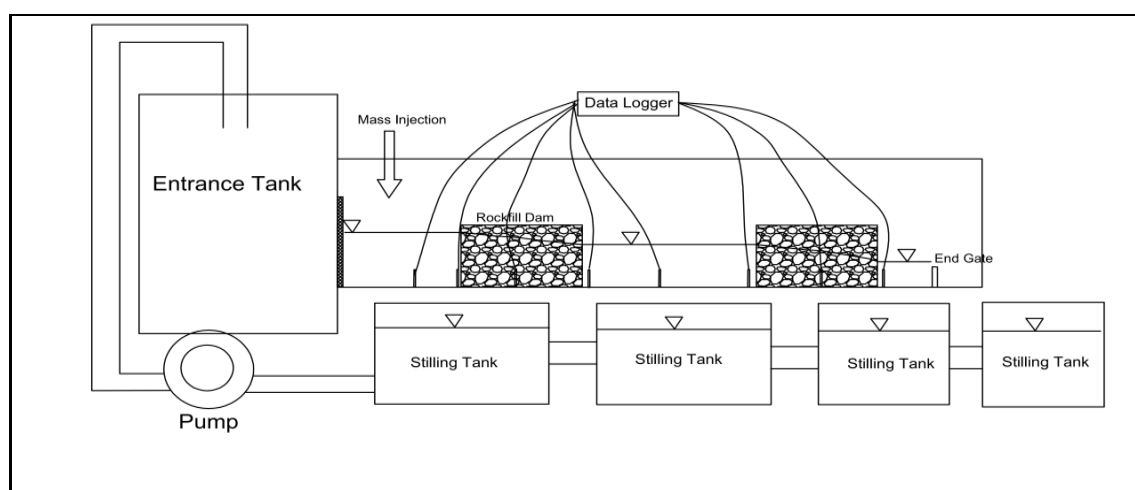


Fig. 1 schematic view of the laboratory flume for data acquisition

شکل ۱ نمای کلی مدل آزمایشگاهی برای برداشت داده‌ها

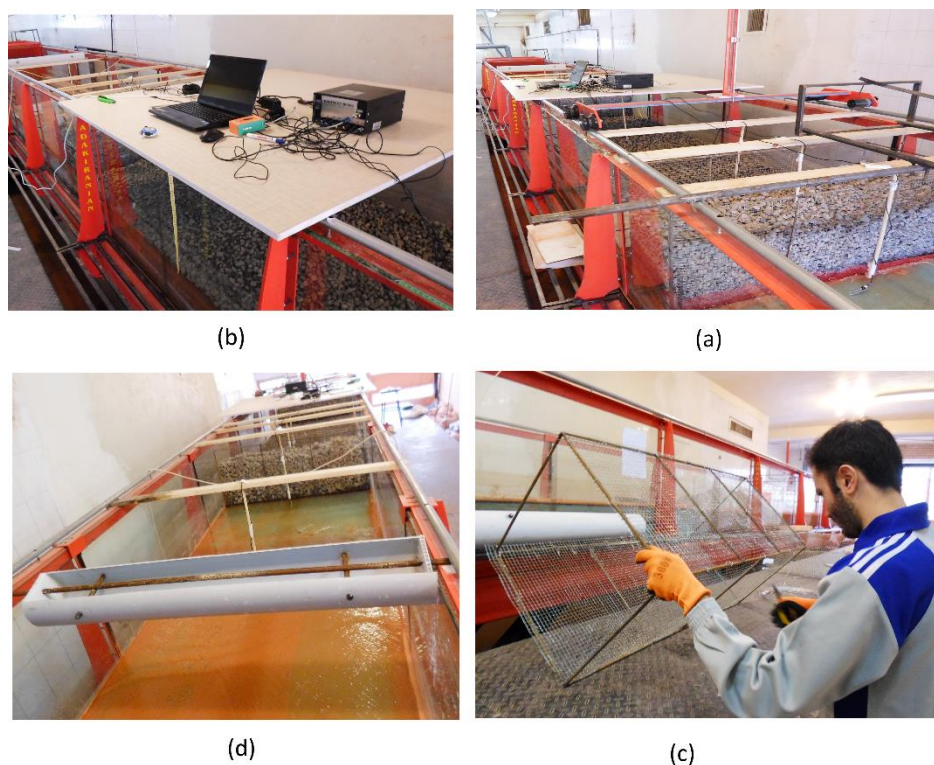


Fig. 2 General view from different parts of the experimental flume, (a) detention rockfill dams, (b) data recording system, (c) Lace basket for detention structures, (d) pollution injection device for transverse injection

شکل ۲ نمای کلی از قسمت‌های مختلف فلوم آزمایشگاهی: (a) سدهای تاخیری سنگریزه‌ای، (b) قسمت داده‌برداری، (c) سبدهای توری ایجاد شده برای سازه سنگی و تاخیری، (d) دستگاه تزریق آلودگی به صورت عرضی

متلب و با مجهول قرار دادن این فراسنجه‌ها در فرم عمومی معادله تحلیلی استخراج شده، میزان آن‌ها برای هر آزمایش با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی برازش کمترین مربعات استخراج شد. نخستین تلاش پس از محاسبات انجام شده بر این بود تا با توجه به مقادیر استخراج شده برای این ضریب‌ها، چگونگی توزیع مقادیر استخراج شده نیز آشکار شود. لذا با استفاده از کلاس‌بندی منظم برای مقادیر استخراج شده، احتمال نسبی برای هر محدوده و بهترین توزیع برازش شده روی آن‌ها را به همراه پارامترهای توزیع‌ها محاسبه شد. نتایج نشان داد که مقادیر مربوط به سرعت جریان در محدوده (۶-۰/۵) سانتی‌متر بر ثانیه بوده و چولگی رو به چپ در آن مشاهده می‌شود. مقادیر محاسبه شده برای این فراسنجه نشان از تجمع داده‌ها در حوالی سرعت ۴ سانتی‌متر بر ثانیه و با توزیع جرم برای مقادیر بیشتر از آن می‌باشند. مقادیر محاسبه شده برای ضریب انتشار طولی بر خلاف آنچه در مورد سرعت جریان مشاهده شده است توزیع بسیار منظم‌تری از خود نشان داده‌اند. در توزیع نرمال

حسگرها و با فواصل زمانی دو ثانیه‌ای شروع شده و با برگشت غلظت در آخرین حسگر به غلظت پایه جریان، پایان می‌پذیرد با رعایت همچنین شرایطی، تمامی حسگرها یک منحنی غلظت-زمان و یا رخنه کامل را تجربه می‌نمایند و داده‌برداری بیشتر از این، در عمل اطلاعات دیگری به سری داده‌ها اضافه نخواهد کرد. لذا ملاک پایان داده‌برداری کامل شدن منحنی‌های غلظت-زمان همه‌ی حسگرها و علی‌الخصوص آخرین حسگر لحاظ شده است.

۳- نتایج و بحث

پس از استخراج داده‌های غلظت-زمان در موقعیت‌های یاد شده در بخش پیشین، با استفاده از کدنویسی در متلب و همچنین استفاده از تکنیک کمترین مربعات، سعی شد تا مقادیر مربوط به سه فراسنجه سرعت، ضریب انتشار طولی و ضریب تبادل جرم استخراج شود. روش استخراج آن‌ها به این صورت بود که با اعمال داده‌های آزمایشگاهی به کد

می‌توان عنوان کرد که در آزمایش‌های انجام شده میانگین سرعت 4 cm/s ، مقدار میانگین ضریب پراکندگی طولی $2/4 \text{ cm}^2/\text{s}$ و لگاریتم مقدار میانگین ضریب تبادل جرمی $10/5-$ است. این مقادیر محاسبه شده به منظور برآوردهای اولیه در کارهای همسان و در صورت استفاده از مدل تحلیلی استخراج شده در این تحقیق می‌توانند استفاده شوند. جزئیات موارد یاد شده در قسمت‌های مختلف شکل ۳ به تفصیل بررسی و اشاره شده است.

استخراج شده مقدار میانگین برابر با $2/4$ سانتی‌متر مربع بر ثانیه و مقدار انحراف از میانگین برابر با $0/8$ سانتی‌متر مربع بر ثانیه برآورد شده است. به دلیل اینکه مقادیر استخراج شده برای ضریب تبادل جرمی مابین منطقه ذخیره‌ای و جریان اصلی کوچک می‌باشند، لذا از لگاریتم مقادیر مربوطه استفاده شد تا چگونگی توزیع آن و بهترین برازش آن نیز مشخص شود. نتایج نشان داد که توزیع نرمال با میانگین $10/5-$ و انحراف از میانگین $2/3$ و با چولگی سمت راست برای این لگاریتم این فراسنجه به‌دست آمده است. در نهایت

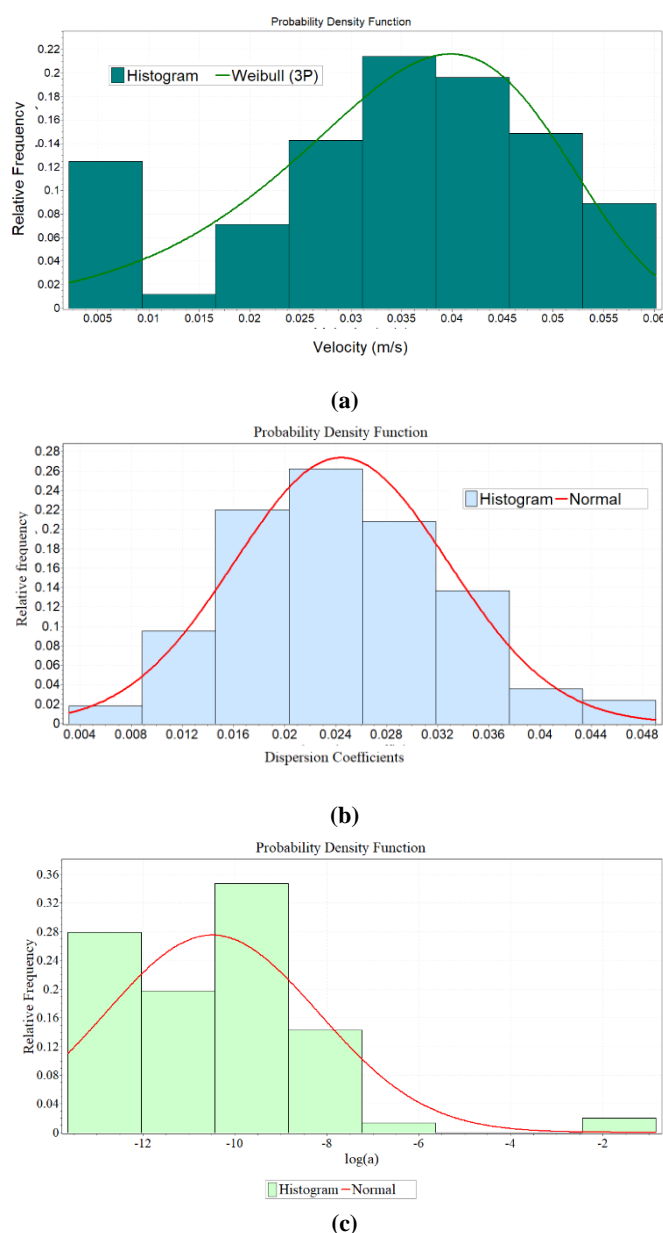


Fig. 3 (a) Extracted velocities from the analytical solution and fitted Weibull distribution, (b) Extracted dispersion coefficients and fitted normal distribution, (c) logarithm of mass exchange coefficients and fitted normal distribution
 شکل ۳ (a) مقادیر سرعت استخراج شده از حل تحلیلی و توزیع ویبول برازش شده بر روی آن، (b) مقادیر ضریب انتشار طولی استخراج شده و توزیع نرمال برازش شده بر روی آن، (c) مقادیر مربوط به لگاریتم ضریب تبادل جرمی و توزیع نرمال برازش شده بر روی آن

افزایش فاصله از محل تزریق آلودگی، سرعت جریان افزایش می یابد. پروفیل طولی آزمایش ها نیز نشان دهنده این است که در بالادست سازه گابیونی اول بیشترین عمق، مابین دو سازه عمق کمتر و در نهایت در خروجی سازه گابیونی دوم کمترین عمق وجود دارد. این موارد باعث می شود تا سرعت جریان با حرکت به سمت پائین دست کاهش پیدا کند که داده های استخراج شده برای آن نیز موید همین نکته است. و همچنین سرعت های محاسبه شده از هر دو روش همخوانی خوبی با همدیگر داشته و حول خط ۴۵ درجه تمرکز کرده اند. که این امر کارائی هر دو روش در محاسبه این فراسنجه را به اثبات می رساند.

در حالت کلی سه فراسنجه سرعت، ضریب انتشار طولی و ضریب تبادل جرمی مابین منطقه ذخیره ای فراسنجه های مهم و مورد تحلیل در این پژوهش می باشند. در شکل ۴ ابتدا با استفاده از روش بهینه سازی کمترین مربعات، سرعت جریان مطابق با حل تحلیلی انجام شده، استخراج شد. در کنار آن با استفاده از زمان انتقال و فاصله های کارگذاری حسگرها سرعت میانگین از طریق روش دوم نیز محاسبه شد و نتایج در نمودار شماره ۴، ترسیم شد. محاسبه سرعت با استفاده از روش دوم به این صورت بود که با معلوم بودن فاصله های بین حسگرها و با محاسبه زمان اوج منحنی های رخنه مشاهده ای و تقسیم این دو پارامتر به همدیگر سرعت متوسط محاسبه شد. نتایج نشان دهنده این است که با

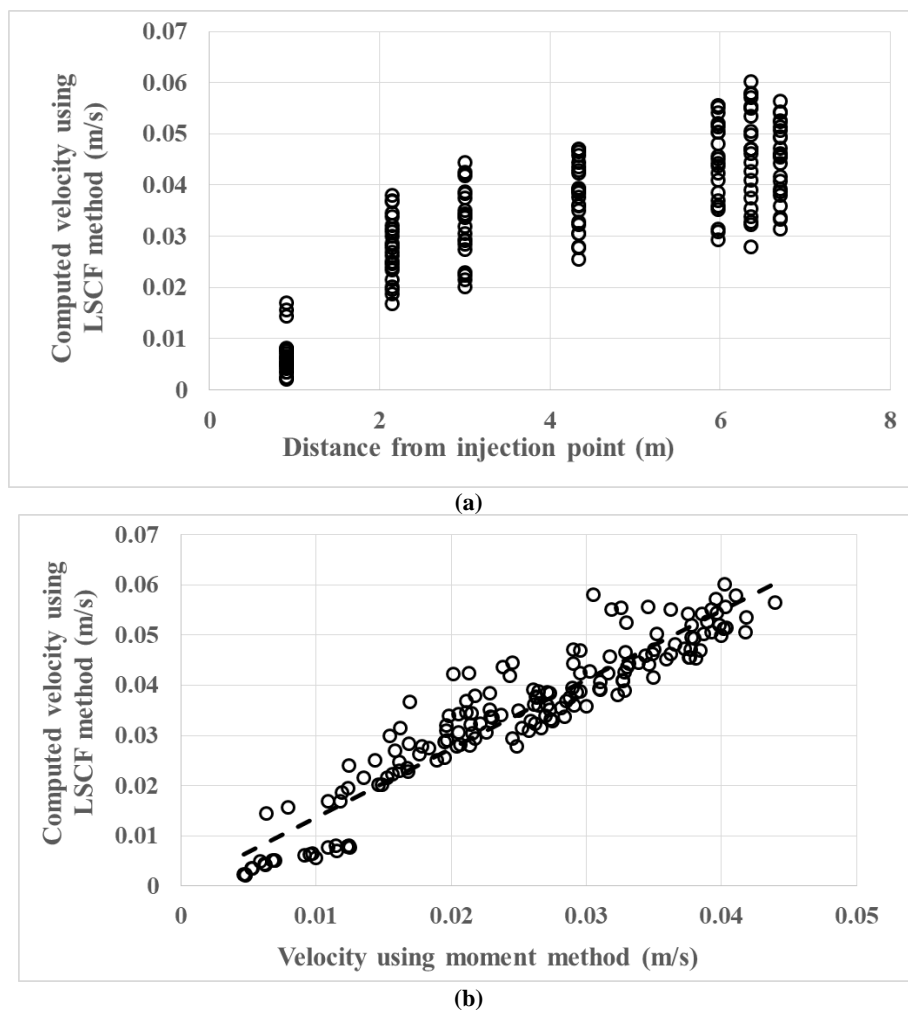


Fig. 4 (a) Distance versus computed velocities using LSCF method, (b) Calculated velocities using moment method versus computed ones from LSCF method

شکل ۴ (a) میزان سرعت های جریان استخراج شده به روش کمترین مربعات در حل تحلیلی تحقیق اخیر، (b) میزان سرعت های استخراج شده با رابطه های گشتاورهای زمانی

بوده و β نیز نشان دهنده درصد مساحت منطقه ذخیره‌ای به بدنه اصلی جریان است. فراسنجه زمان ماند یکی از شاخصه‌های انتشار نیز بوده و افزایش مقدار آن نشان‌دهنده مسلط‌تر شدن فرآیندهای انتشاری است. این فراسنجه به صورت ویژه در مدل‌های سلولی نیز استفاده شده و با مجزا کردن فرآیندهای انتقال و انتشار در یک سلول مجزا، می‌توان جابجائی و پخشیدگی منحنی رخنه را تنظیم کرد. نتایج مشاهده‌ها گویای این است که هر دو واسنجه، همسان با عدد پکلت در مخازن، روند افزایشی از خود نشان داده‌اند. افزایش مقدار واسنجه زمان ماند را می‌توان به طور مستقیم به افزایش ضریب پراکندگی طولی نسبت داد. رابطه‌های رگرسیونی خطی استخراج شده مابین عدد پکلت و زمان‌های ماند و انتقال نیز در قسمت‌های a و b نمودار شماره ۶ درج شده است.

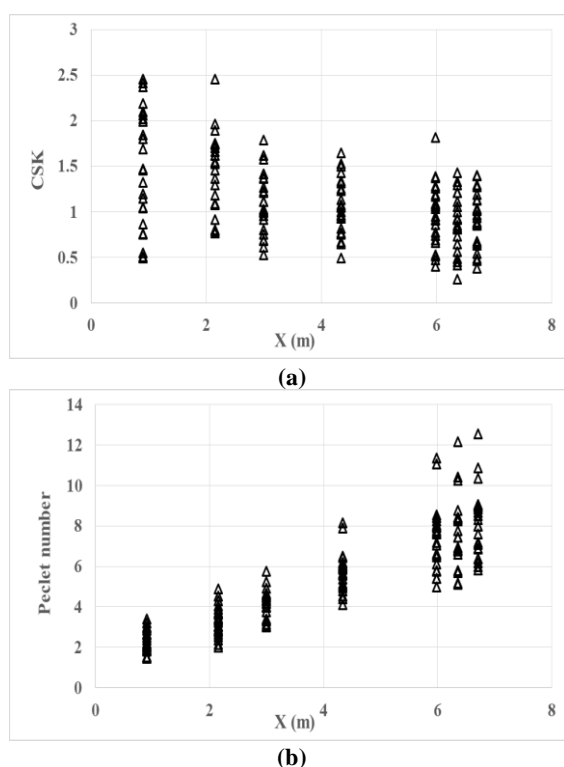


Fig. 5 (a) Pe number versus distance, (b) Coefficient of skewness versus distance

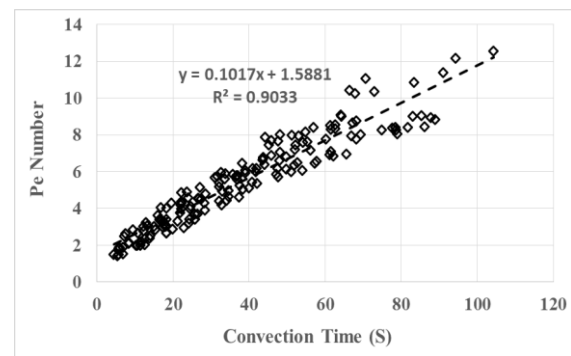
شکل ۵ (a) مقادیر مربوط به ضریب چولگی در مقابل فراسنجه طول، (b) مقادیر مربوط به عدد پکلت در مقابل فراسنجه طول

در شکل ۵ برای مشخص شدن تاثیر فراسنجه طول در شکل منحنی‌های رخنه آلودگی در قسمت‌های مختلف جریان اقدام به محاسبه ضریب چولگی از روی گشتاورهای مرکزی مرتبه دوم و سوم شد. نتایج امر مبین این نکته می‌باشد که در فاصله‌های ابتدائی پس از تزریق آلودگی، چولگی‌های بزرگتری وجود داشته و رفته‌رفته مقدار این ضریب کاهش پیدا کرده و به یک نزدیک می‌شود. برای آلودگی‌های تزریق شده در رودخانه‌ها، پس از طی مقداری از مسافت مقدار این ضریب کاهش می‌یابد و شکل منحنی رخنه به حالت متقارن نزدیک‌تر می‌شود. در قسمت دوم این منحنی، عدد پکلت نیز که مبین قدرت انتقال به انتشار است محاسبه شده است. رابطه عدد پکلت به صورت $Pe = \frac{xu}{D}$ بوده و یکی از مهمترین واسنجه‌ها در مباحث انتقال آلاینده‌ها به شمار می‌آید. این عدد از روی سه واسنجه ضریب انتشار طولی، سرعت و موقعیت مکانی حسگر، محاسبه شده و نتایج محاسباتی نشان‌دهنده افزایش عدد پکلت در راستای طولی می‌باشد. که در عمل نشان می‌دهد که قدرت افزایشی ضریب انتشار طولی کمتر از قدرت افزایشی فراسنجه‌های طول در سرعت می‌باشد. در حالت کلی می‌توان گفت که با حرکت آلودگی به سمت پائین‌دست، از چولگی آن کاسته شده و منحنی غلظت-زمان حالت متقارن به خود گرفته است.

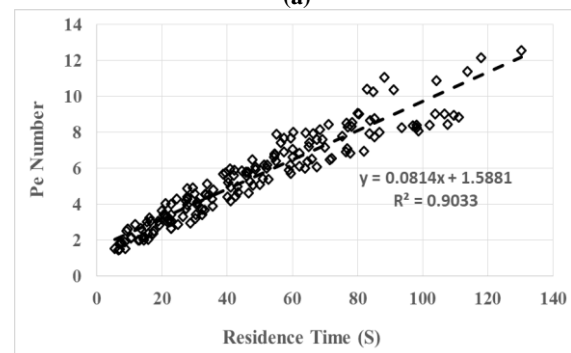
قدرت انتقال و انتشار آلاینده در یک سامانه که در اینجا منظور از آن دو مخزن سری به هم پیوسته می‌باشند افزون بر محاسبه از طریق ضرایب انتشار سعی می‌گردد تا از طریق زمان‌های ماند به عنوان فراسنجه انتشار و زمان انتقال به عنوان شاخص سرعت عمومی جریان، نیز بررسی شود. در این تحقیق سعی شد تا مقادیر این دو فراسنجه نیز محاسبه شده و در شکل ۶ در مقابل فراسنجه عدد پکلت ترسیم شده‌اند. روش محاسبه زمان انتقال ساده بوده و از تقسیم طول به سرعت متوسط به‌دست می‌آید ولی فراسنجه زمان ماند از روی رابطه $T = \frac{1}{\alpha_2} \times \beta$ محاسبه می‌شود.

همانطوریکه پیشتر مطرح شد، در این رابطه α_2 مبین تبادل جرمی مابین منطقه ذخیره‌ای و بدنه اصلی جریان

یکی از ابزارهای شاخص به منظور محاسبه و کنترل فراسنجه‌های انتقال، گشتاورهای مکانی و زمانی است و به دلیل اینکه داده‌های برداشت شده به طور عمده به صورت غلظت-زمان می‌باشند، لذا بیشتر استفاده از گشتاورهای زمانی متداول می‌باشد. مطابق با حل تحلیلی انجام شده در این پژوهش، رابطه‌های تحلیلی گشتاورهای زمانی مرکزی مرتبه اول تا چهارم به انضمام ضریب چولگی مطابق با رابطه‌های ۱۲ تا ۱۶ استخراج و ارائه شده است. حل همزمان این روابط به وسیله مقادیر استخراج شده از داده‌های آزمایشگاهی می‌تواند منجر به استخراج فراسنجه‌های حل تحلیلی شود. در شکل ۷ مقادیر محاسبه شده از طریق داده‌های غلظت-زمان در دو مخزن سری آزمایشگاهی از مرتبه ۱ تا ۴ در مقابل هم‌دیگر ترسیم شده‌اند و رابطه‌های رگرسیونی مابین آن‌ها نیز بر روی آن‌ها نمایش داده شده است. شایان یادآوری است که واحد گشتاورهای نرمال شده از مرتبه n م برابر با واحد زمانی منحنی‌ها به توان n ام است. بهترین رابطه مابین گشتاورهای مرتبه سوم و چهارم و پس از آن مابین گشتاورهای دوم و سوم مشاهده شده است.



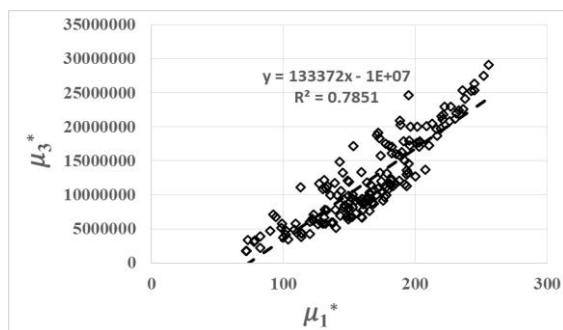
(a)



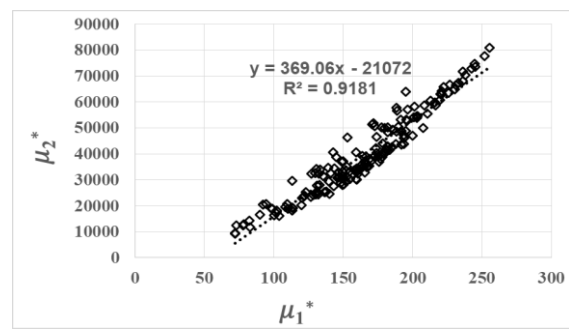
(b)

Fig. 6 (a) Pe number versus residence time, (b) Pe number versus convective time

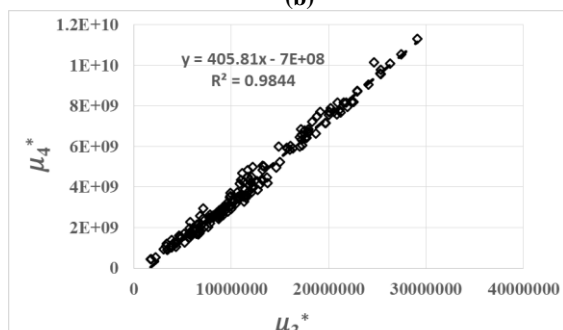
شکل ۶ (a) مقادیر مربوط به زمان انتقال در مقابل عدد پکلت، (b) مقادیر مربوط به زمان ماند در مقابل عدد پکلت



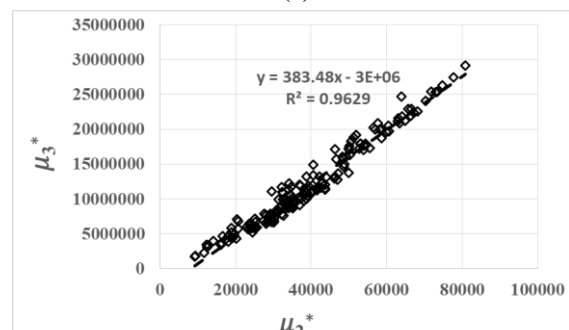
(b)



(a)



(d)



(c)

Fig. 7 (a) Normalized 1st and 2nd moments versus each other, (b) Normalized 1st and 3rd moments versus each other, (c) Normalized 2nd and 3rd moments versus each other, (d) 3rd and 4th moments versus each other

شکل ۷ (a) مقادیر مربوط به گشتاور نرمال شده مرتبه اول در مقابل گشتاور نرمال شده مرتبه دوم، (b) مقادیر مربوط به گشتاور نرمال شده مرتبه اول در مقابل گشتاور نرمال شده مرتبه سوم، (c) مقادیر مربوط به گشتاور نرمال شده مرتبه دوم در مقابل گشتاور نرمال شده مرتبه سوم، (d) مقادیر مربوط به گشتاور نرمال شده مرتبه سوم در مقابل گشتاور نرمال شده مرتبه چهارم

رابطه‌های پارامترهای یاد شده به صورت روابط شماره (۱۷) و (۱۸) بوده و برای همه‌ی آزمایش‌های این پژوهش مقدار آن‌ها محاسبه شد. در نهایت مقدار متوسط ۰/۷ و ۰/۲۱ به ترتیب برای شاخص‌های نش-ساتکلیف و جذر میانگین مربعات خطا به دست آمد که نشان‌دهنده همخوانی مطلوب مدل با داده‌های آزمایشگاهی می‌باشد

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \left[\frac{\sum_{i=1}^N (C_{sim,i} - C_{obs,i})^2}{(\max C_{sim,i} - \min C_{obs,i})^2} \right]} \quad (17)$$

$$DC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (C_{obs,i} - C_{sim,i})^2}{\sum_{i=1}^N (C_{obs,i} - \bar{C}_{obs,i})^2} \quad (18)$$

که در رابطه‌های بالا $C_{sim,i}$ غلظت محاسباتی، $C_{obs,i}$ غلظت مشاهده‌ای و N تعداد داده‌ها می‌باشد.

در شکل ۹ نمونه‌ای از منحنی‌های رخنه ورودی به بند گابیونی اول و خروجی از بند گابیونی دوم نمایش داده شده است. همان‌طوری که از این شکل پیدا است، فرآیندهای انتشار اعمال شده از طرف بندهای گابیونی و مخزن‌ها باعث یکنواختی غلظت شده و پس از خروج آلاینده از بند سنگدانه‌ای شماره ۲ یک منحنی غلظت-زمان یکنواخت‌تر را شاهد هستیم.

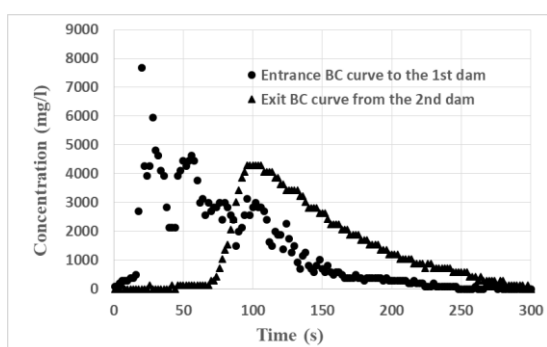


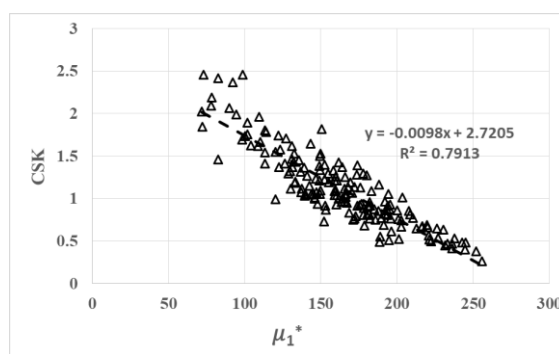
Fig. 9 Entrance and exit BC curves from the first and second gabion dams for $Q=11$ l/s, and $C_0=140$ (gr/l)

شکل ۹ منحنی‌های رخنه ورودی به بند گابیونی اول و خروجی از بند گابیونی دوم برای ۱۱ لیتر بر ثانیه و غلظت ورودی ۱۴۰ گرم بر لیتر

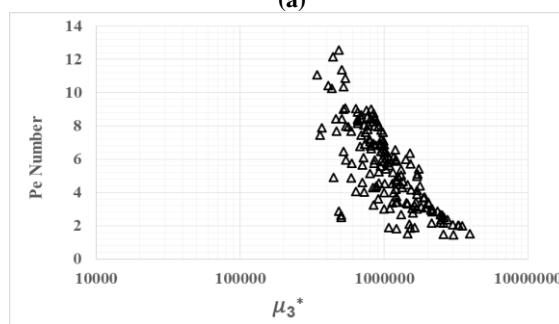
در بخش‌های a و b شکل ۱۰ نیز نمونه‌ای از منحنی‌های آزمایشگاهی و محاسباتی مدل استخراج شده نمایش داده شده است. همان‌طوری که در آن مشاهده می‌شود، همخوانی

گشتاور مرتبه سوم شاخصی از چولگی منحنی رخنه و گشتاور مرتبه چهارم شاخصی از نقطه اوج منحنی می‌باشد. نکته قوت روابط رگرسیونی استخراج شده در این است که بدون محاسبه تحلیلی، می‌توان با این رابطه‌ها اقدام به محاسبه گشتاورهای مرتبه مختلف از روی همدیگر کرد.

به منظور بررسی رابطه گشتاورهای نرمال شده با ضریب‌های چولگی و عدد پکلت، گشتاورهای نرمال شده مرتبه اول با ضریب چولگی ترسیم گردید و مشاهده شد که با افزایش گشتاور مرتبه اول، ضریب چولگی کاهش یافته و همچنین با افزایش گشتاور مرتبه سوم، عدد پکلت کاهش یافته است. شایان یادآوری است که افزایش گشتاورهای مرتبه اول و سوم با حرکت به سوی پائین‌دست در مخزن‌های سری مشاهده شده است.



(a)



(b)

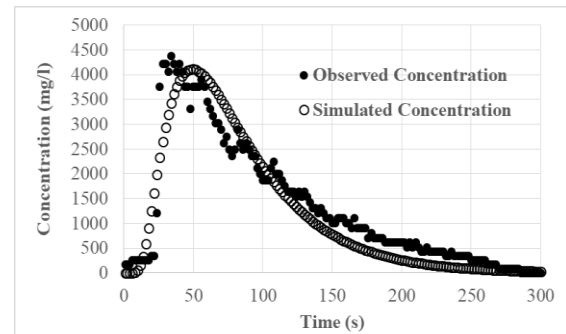
Fig. 8 (a) Normalized first order temporal moments versus skewness coefficients, (b) Normalized 3rd order temporal moments versus Pe numbers

شکل ۸ (a) مقادیر مربوط به گشتاور نرمال شده مرتبه اول در مقابل ضریب چولگی، (b) مقادیر مربوط به گشتاور نرمال شده مرتبه سوم در مقابل عدد پکلت

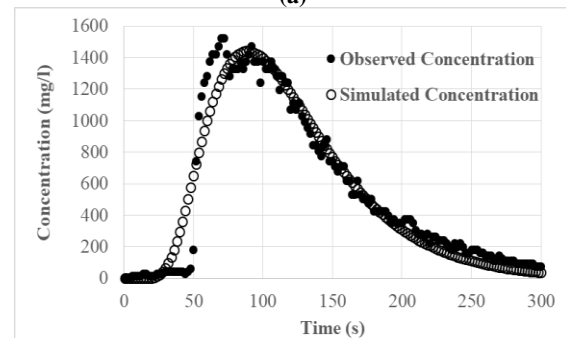
به منظور ارزیابی همخوانی مدل تحلیلی ارائه شده با داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده از دو شاخص آماری میانگین مربعات خطا و نش-ساتکلیف استفاده شد.

شد. کارائی حل تحلیلی استخراج شده در یک سامانه دو مخزنه و با انجام یک چندین آزمایش، سنجیده شد و پس از استخراج مقادیر واسنجه‌ها از طریق کدنویسی در نرم‌افزار متلب، کارائی مدل و چگونگی تغییرات واسنجه‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت و در نهایت اعتبار آن در سامانه مخزن‌های به هم پیوسته از طرق داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده مورد تایید قرار گرفت. نتایج امر مبین این بود که هر سه واسنجه نسبت مساحت‌ها، ضریب تبادل جرمی و ضریب انتشار طولی در چگونگی بازسازی منحنی‌های رخنه آلودگی دارای اهمیت هستند و با جابه‌جائی مقادیر ضریب تبادل جرمی می‌توان شیب بسیار ملایم بازوی پائین رونده منحنی رخنه را بازسازی کرد. مقادیر مربوط به سرعت و عدد پکلت، با جابه‌جائی به سمت پائین دست، روند افزایشی را از خود نشان داده‌اند که این امر مبین افزایش توان انتقال به نسبت واسنجه‌های انتشار می‌باشد. مقادیر مربوط به ضریب چولگی منحنی‌های رخنه نیز روند کاهشی از خود به نمایش گذاشته‌اند که این امر به معنای تکمیل فرآیندهای انتشارپذیری و تقارن منحنی‌های رخنه می‌باشد. همانطوری که توسط محققان پیشین اشاره شده است، مقدار این ضریب در محدوده (۱-۱/۲) برای رودخانه‌ها مناسب بود که نتایج این تحقیق نیز مبین آن می‌باشد. توزیع‌های آماری انجام شده روی واسنجه‌های سرعت، ضریب انتشار و لگاریتم ضریب تبادل جرمی مابین منطقه ذخیره‌ای و بدنه اصلی جریان نشان‌دهنده این بود که مقادیر مربوط به ضرایب انتشار طولی به خوبی از توزیع نرمال پیروی کرده‌اند ولی مقادیر مربوط سرعت دارای چولگی سمت چپ و همچنین مقادیر مربوط به ضریب تبادل جرمی دارای چولگی سمت راست می‌باشند. افزون بر فراسنجه‌های سرعت و ضریب انتشار طولی، معادل زمانی آن‌ها نیز در این تحقیق محاسبه و مشاهده شد که هم فراسنجه زمان ماند (مربوط به انتشارپذیری) و هم فراسنجه زمان انتقال (مربوط به سرعت متوسط) دارای ارتباط مناسبی با عدد پکلت می‌باشند. افزون بر موارد یاد شده، سعی شد تا رابطه‌های تحلیلی برای گشتاورهای زمانی مرکزی از درجه ۱ تا ۴ به اضافه ضریب چولگی مورد استخراج قرار گیرد تا بتوان با حل همزمان سه معادله از این چهار معادله و با استفاده از مقادیر واقعی

بسیار مطلوبی مابین داده‌های آزمایشگاهی برداشت شده و مدل‌سازی حل تحلیلی وجود دارد. البته پیشتر شایستگی این سازگاری با پارامترهای آماری نیز بررسی شده ولی از دیدگاه چشمی نیز می‌توان رضایت مطلوبی از مدل‌سازی انجام شده داشت.



(a)



(b)

Fig. 10 (a) Experimental and theoretical BC curves for $Q=11$ l/s, and $C_0=140$ (gr/l) at sensor number of 4 (located at 3 m distance from mass injection position), (b) Experimental and theoretical BC curves for $Q=7$ l/s, and $C_0=100$ (gr/l) at sensor number of 5 (located at 4.34 m distance from mass injection position)

شکل ۱۰ (a) منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی و محاسباتی برای دبی ۱۱ لیتر بر ثانیه و غلظت تزریقی ۱۴۰ گرم بر لیتر و در محل حسگر ۴ واقع در فاصله ۳ متری از محل تزریق آلاینده، (b) منحنی‌های رخنه آزمایشگاهی و محاسباتی برای دبی ۷ لیتر بر ثانیه و غلظت تزریقی ۱۰۰ گرم بر لیتر و در محل حسگر ۵ واقع در فاصله ۴/۳۴ متری از محل تزریق آلاینده

۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، با استفاده از معادله‌های دیفرانسیل از نوع ذخیره‌ای که حاکم بر پدیده‌های انتقال-انتشار در رودخانه‌ها و مخزن‌ها است و همچنین با استفاده از روش تبدیل لاپلاس در آغاز اقدام به خطی‌سازی معادله‌های دیفرانسیل شده و یک حل تحلیلی جدید برای آن استخراج

Camacho, L. A. and Gonzalez-Pinzon, R. (2008). Calibration and prediction ability analysis of longitudinal solute transport models in mountain streams. *Journal of Environmental Fluid Mechanics*, 8(5), 597–604.

Chabokpour, J., Samadi, A., Merikhi, M. (2018). Application of method of temporal moments to the contaminant exit breakthrough curves from rockfill media. *Iran J. Soil Water Res.*, 49(3), 629-640.

Chabokpour, J., Minaei, O. and Daneshfaraz, R. (2017). Study of the Longitudinal Dispersion Coefficient of Nonreactive Solute through the Rockfill Medium. *J. of Hydraulic*, 12(2), 1-12.

Chabokpour, J. (2019). Application of the model of hybrid cells in series in the pollution transport through the layered material. *Pollution*. 5(3), 473-486.

Cvetkovic, V., Carstens, C., Selroos, J.O. and Destouni, G. (2012). Water and solute transport along hydrological pathways, *Water Resources Research*, 48, W06537.

Farzadkhoo, M. and Hamidifar, H. (2017). Estimation of Longitudinal Dispersion Coefficient in Compound Channels with Two Rows of Rigid Vegetation (tree) over Floodplain. *Journal of Hydraulic*, 12(1), 85-91.

Fernald, A.G., Wigington, J.P.J. and Landers, D.H. (2001). Transient storage and hyporheic flow along the Willamette River, Oregon: field measurements and model estimates. *Water Resources Research*, 37, 1681–1694.

Gooseff, M.N., Hall, R.O.J. and Tank, J.L. (2007). Relating transient storage to channel complexity in streams of varying land use in Jackson Hole, Wyoming. *Water Resources Research*, 43, W01417.

Hamidifar, H. and Omid, M.H. (2016). Application of Digital Image Processing Technique for Prediction of Longitudinal Dispersion Coefficient in Compound Channels. *Journal of water and soil conservation*, 23(4), 281-293

Harvey, J.W. and Bencala, K.E. (1993). The effect of streambed topography on surface–subsurface water exchange in mountain catchments. *Water Resources Research*, 29, 89–98.

Harvey, J.W., Conklin, M.H. and Koelsch, R.S. (2003). Predicting changes in hydrologic retention in an evolving semi-arid alluvial stream. *Advances in Water Resources*, 26, 939–950.

Kasahara, T. and Wondzell, S.M. (2003). Geomorphic controls on hyporheic exchange flow in mountain streams. *Water Resources Research*, 39, 1005.

گشتاورهای زمانی، مقدار فراسنجه‌ها برای این مدل استخراج شود. همچنین سعی شد تا چندین رابطه رگرسیونی مابین گشتاورهای نرمال شده استخراج شود تا بتوان گشتاورهای مرتبه مختلف را از روی هم‌دیگر محاسبه کرد.

۵- فهرست نشانه‌ها

C	غلظت در مجرای اصلی رودخانه
u	سرعت متوسط جریان
D	ضریب انتشار طولی
T	زمان ماند آلودگی در منطقه ذخیره‌ای
C_s	غلظت آلودگی در منطقه ذخیره‌ای
$\beta = A_s/A$	نسبت مساحت‌های منطقه ذخیره‌ای جریان و مجرای اصلی جریان
$\delta(x)$	تابع دیراک
μ_n	گشتاور زمانی مرتبه n ام
μ_n^*	همچنین گشتاور زمانی نرمال شده مرتبه n ام نسبت به آغاز
m_n	گشتاور زمانی مرکزی مرتبه n ام
CSK	ضریب چولگی
Pe	عدد پکلت
$RMSE$	جذر میانگین مربعات خطا
DC	شاخص نش-ساتکلیف
$C_{sim,i}$	غلظت محاسباتی
$C_{obs,i}$	غلظت مشاهداتی
N	شمار داده‌ها

۶- منبع‌ها

Bencala, K.E. and Walters, R.A. (1983). Simulation of solute transport in a mountain pool and riffle stream—a transient storage model. *Water Resources Research*, 19, 718–724.

Beven, K. J. and Binley, A. M. (1992). The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes*, 6, 279–298.

Botter, G., Basu, N., Zanardo, B., Rao, S.P. and Rinaldo, A. (2010). Stochastic modelling of nutrient losses in streams: Interactions of climatic, hydrologic, and biogeochemical controls. *Water Resources Research*, 46, W08509.

- Schmid, B. H. (2003). Temporal moments routing in streams and rivers with transient storage, *Advances in Water Resources*, 26, 1021–1027.
- Thackston, E.L. and Schnelle, K.B.J. (1970). Predicting effects of dead zones on stream mixing. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 96, 319–331.
- Tong, Y. and Deng, Z. Q. (2015). Moment-Based Method for Identification of Pollution Source in Rivers, *journal of environmental engineering*, 141(10), 1-27.
- Valett, H.M., Morrice, J.A., Dahm, C.N. and Campana, M.E. (1996). Parent lithology, surface–groundwater exchange, and nitrate retention in headwater streams. *Limnology and Oceanography*, 41, 333–345.
- Wagener, T., Camacho, L.A. and Wheeler, H.S. (2002). Dynamic identify ability analysis of the transient storage model for solute transport in rivers, *Journal of Hydro informatics*, 4(3), 199–211.
- Winter, T.C., Harvey, J.W., Franke, O.L. and Alley, W.M. (1998). *Ground Water and Surface Water: A Single Resource*. U.S. Geological Survey, Circular 1139.
- Wondzell, S.M. 2006. Effect of morphology and discharge on hyporheic exchange flows in two small streams in the Cascade Mountains of Oregon, USA. *Hydrological Processes*, 20, 267–287.
- Young, P.C. and Wallis, S.G. (1993). Solute transport and dispersion in channels, in *Channel Network Hydrology*, edited by K. Beven and M. J. Kirby, pp. 129–173, John Wiley, Chichester, England.
- Young, P.C. (1998). Data-based mechanistic modelling of environmental, ecological, economic and engineering systems, *Environmental modeling and software*, 13(2), 105–122.
- Laenen, A. and Bencala, K.E. (2001). Transient storage assessments of dye-tracer injections in rivers of the Willamette Basin. *Journal of the American Water Resources Association*, 37, 367–377.
- Lautz, L.K., Siegel, D.I. and Bauer, R.L. (2006). Impact of debris dams on hyporheic interaction along a semi-arid stream. *Hydrological Processes*, 20, 183–196.
- Lautz, L.K. and Siegel, D.I. (2007). The effect of transient storage on nitrate uptake lengths in streams: an inter-site comparison. *Hydrological Processes*, 21: 3533–3548.
- McClain, M.E. (2003). Biogeochemical hot spots and hot moments at the interface of terrestrial and aquatic ecosystems. *Ecosystems*, 6(4), 301–312.
- Nordin, C.F. and Troutman, B.M. (1980). Longitudinal dispersion in rivers: the persistence of skewness in observed data. *Water resources research*, 16(1), 123–8.
- Ratto, M., Young, P.C., Romanowicz, R., Pappenberger, F. and SaltelliPagano, A. (2007). Uncertainty, sensitivity analysis and the role of data based mechanistic modeling in hydrology, *Hydrology and Earth System Sciences*, 11(4), 1249–1266.
- Ruddy, B.C. and Britton, L.J. (1989). Travel time and Re aeration of Selected Streams in the North Platte and Yampa River basins, Colorado. U.S. Geological Survey Water Resources Investigations Report, 88–4205.
- Runkel, R.L. (1998). One Dimensional Transport with Inflow and Storage (OTIS): A Solute Transport Model for Streams and Rivers. *Water Resources Investigations Report*, US Geologic Survey, 98–4018.
- Seo, I.W. and T.S. Cheong. (2001). Moment based calculation of parameters for the storage zone model for river dispersion. *Journal of hydraulic engineering*, 127(6), 453–65.

پیوست:

تعریف تبدیل لاپلاس نسبت به متغیر زمان مطابق با رابطه (A1) می‌باشد.

$$\overline{C(x, p)} = \int_0^{\infty} e^{-pt} C(x, t) dt \quad (A1)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس بر روی معادلات (۴) و (۵) روابط (A2) و (A3) به صورت زیر قابل استخراج می‌باشد.

$$p\overline{C(x, p)} - C(x, 0) + u \frac{d}{dx} \overline{C(x, p)} \quad (A2)$$

$$= D \frac{d^2}{dx^2} \overline{C(x, p)} + \beta T^{-1} \overline{C_s(x, p)} - \beta T^{-1} \overline{C(x, p)}$$

$$p\overline{C_s(x, p)} + T^{-1} \overline{C_s(x, p)} - T^{-1} \overline{C(x, p)} - C_s(x, 0) = 0 \quad (A3)$$

با اعمال شرایط اولیه و مرزی ذکر شده در روابط (۶) و (۷) بر روی معادلات (A2) و (A3) در نهایت می‌توان به معادلات (A4) و (A5) به صورت زیر رسید.

$$p\overline{C(x, p)} - C_0 \delta(x) + u \frac{d}{dx} \overline{C(x, p)} \quad (A4)$$

$$= D \frac{d^2}{dx^2} \overline{C(x, p)} + \beta T^{-1} \overline{C_s(x, p)} - \beta T^{-1} \overline{C(x, p)}$$

$$p\overline{C_s(x, p)} + T^{-1} \overline{C_s(x, p)} - T^{-1} \overline{C(x, p)} = 0 \xrightarrow{\text{yields}} \overline{C_s(x, p)} = \frac{T^{-1}}{p + T^{-1}} \overline{C(x, p)} \quad (A5)$$

با محاسبه $\overline{C_s(x, p)}$ از رابطه (A5) و جایگذاری آن در رابطه (A4) می‌توان به رابطه (A6) مطابق زیر رسید.

$$D \frac{\partial^2}{dx^2} \overline{C(x, p)} - u \frac{\partial}{dx} \overline{C(x, p)} + \left(\frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}} - \beta T^{-1} - p \right) \overline{C(x, p)} = -C_0 \delta(x) \quad (A6)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس بر روی رابطه (A6) نسبت به متغیر مکانی (x) و همچنین اعمال شرایط اولیه و مرزی می‌توان به رابطه (A7) مطابق زیر رسید.

$$D(s^2 \overline{\overline{C(s, p)}} - s \overline{\overline{C(0, p)}} - \frac{\partial}{\partial x} \overline{\overline{C(0, p)}}) - u(s \overline{\overline{C(s, p)}} - \overline{\overline{C(0, p)}}) \quad (A7)$$

$$+ \left(\frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}} - \beta T^{-1} - p \right) \overline{\overline{C(s, p)}} = -C_0$$

$$\overline{\overline{C(s, p)}} = \int_0^{\infty} e^{-st} \overline{C(x, p)} dx$$

که در آن بازنویسی مجدد رابطه (A7) با استفاده از شرایط اولیه، رابطه (A8) را به صورت زیر داریم.

$$Ds^2 \overline{\overline{C(s, p)}} - us \overline{\overline{C(s, p)}} + \left(\frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}} - \beta T^{-1} - p \right) \overline{\overline{C(s, p)}} = -C_0 \quad (A8)$$

و در نهایت ساده‌سازی بیشتر رابطه (A8) منجر به استخراج رابطه (A9) می‌شود.

$$\overline{\overline{C(s, p)}} = \frac{-C_0}{\left(s^2 D - su + \left(\frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}} - \beta T^{-1} - p \right) \right)} \quad (A9)$$

برای اعمال لاپلاس معکوس بر روی رابطه (A9)، ابتدا می‌بایستی سعی گردید تا با استفاده از عملیات جبری به فرم استاندارد $\frac{1}{s^2 - a^2}$ به صورت رابطه (A10) برسیم.

$$\overline{C}(s, p) = \frac{-\frac{C_0}{D}}{\left(s - \frac{u}{2D}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{u^2}{4D^2} + \frac{\left(\beta T^{-1} - \frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}}\right) + P}{D}}\right)^2} \quad (A10)$$

اعمال یک مرتبه عکس تابع لاپلاس بر روی فرم استاندارد سازی شده (A10) منجر به استخراج رابطه (A11) گردید.

$$\overline{C}(x, p) = \frac{C_0}{2\sqrt{D}} \sqrt{p + \frac{u^2}{4D} + \left(\beta T^{-1} - \frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}}\right)} \exp\left(\frac{ux}{2D}\right) \quad (A11)$$

$$\exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D}} \sqrt{p + \frac{u^2}{4D} + \left(\beta T^{-1} - \frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}}\right)}\right)$$

در نهایت با مقایسه دو ترم βT^{-1} و $\frac{\beta T^{-2}}{p + T^{-1}}$ می‌توان از ترم دوم صرفه‌نظر کرد و رابطه (A11) به صورت رابطه (A12) ساده‌سازی می‌شود.

$$\overline{C}(x, p) = \frac{C_0}{2\sqrt{D}} \sqrt{p + \frac{u^2}{4D} + \beta T^{-1}} \exp\left(\frac{ux}{2D}\right) \exp\left(-\frac{x}{\sqrt{D}} \sqrt{p + \frac{u^2}{4D} + \beta T^{-1}}\right) \quad (A12)$$

با اعمال مرحله دوم لاپلاس‌گیری معکوس، رابطه نهائی (A13) استخراج می‌شود که در متن مقاله هم تحت عنوان رابطه (۱۱) ارائه شده است.

$$C(x, t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi Dt}} \times \exp\left[\frac{ux}{2D} - \left(\frac{u^2}{4D} + T^{-1}\beta\right)t - \frac{x^2}{4Dt}\right] \quad (A13)$$