

Modeling of Solute Transfer in a River with Transient Storage Zones Using a Network of Equivalent Electrical Circuits

Atousa Ataieyan ¹, Seyed Ali Ayyoubzadeh ^{2*}, Abdolreza Nabavi ³, Salvador Ángel Gómez-Lopera ⁴


1- PhD in Water Structures, Department of Water Structures Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2- Professor in Department of Water Structures Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

3- Professor in Faculty of Electrical and Computer Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

4- Professor in Department of Applied Physics, Polytechnic University of Cartagena, Cartagena, Spain.

* ayyoub@modares.ac.ir

Received: 10 February 2019, Accepted: 29 July 2019  J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: Human activities everyday release a huge amount of domestic, industrial and agricultural waste into water bodies and continuously change the ecosystem conditions in the world. Considering the harmful effects of these pollutants entering water resources, study about pollution transfer in streams and predicting the pollutant concentration at downstream points seem to be important. For this purpose, the well-known classical advection-dispersion equation (ADE) was presented as the first attempt for describing mass transfer and energy transfer in physical systems. This equation is useful for channels with relatively prismatic and uniform cross-sections.

Experimental studies carried out in rivers show that ADE is no longer applicable for natural streams, especially mountain pool and riffle streams because of their irregular cross-sections. Afterward, some more accurate models, referred dead zone models or transient storage models, were suggested by several researchers for predicting solute concentration in natural rivers and calibrated using tracer approach. Such models cause more realistic concentration-time distributions which have lower peaks and longer residence time. Solving such models, for which in most cases the analytical solution doesn't exist, needs numerical methods –methods which usually deal with complexity and are time-consuming.

In this study, we have applied Network Simulation Method (NSM) –a powerful and efficient computational method for simulating systems governed by differential equations based on the electric circuit concepts and the analogy between the governing differential equations of hydrodynamic and electrical phenomena– which according to the previous studies simulates desirably the transport of mass in natural streams, to solve two transient storage models.

Methodology: The method consists of two phases of designing and simulating. In designing phase, the system of differential equations corresponding to the prototype must be discretized spatially over the studied domain and then, for each term of the discretized equations the equivalent electrical devices are chosen. These electrical elements are connected based on the

algebraic sign of the terms to satisfy Kirchhoff's current law. Regarding the mathematical models, in most studies, electric potential and electric current are equivalent to the value of the unknown variable and its flux, respectively. The last step of designing the electro-analogical model is the implementation of initial conditions and boundary conditions of unknown variables using appropriate dependent and/or independent, voltage and/or current sources. Simulating this equivalent electrical network is performed through an appropriate electrical-computational circuit code, such as PSpice code. PSpice, which is a powerful circuit analysis software, uses the Newton-Raphson iterative algorithm to solve this set of nonlinear equations and performing the transient analysis.

Results and discussion: In this paper, NSM is firstly verified by simulating a transient storage transport model developed by Bencala and Walters (1983) for unsteady conservative solute transfer in pool and riffle streams. This model includes two equations for solute concentration in the main channel and in the storage zone and involves one storage zone. The analytical solution for this model has been presented in Laplace domain by Kazezyılmaz-Alhan (2008) considering a hypothetical channel with a constant cross-sectional area, flow velocity, and dispersion coefficient and for two types of upstream boundary conditions including a continuous injection and a pulsating solute injection. The results of this verification were desirable.

Then, the accuracy and efficiency of NSM were compared with Finite Volume Method (FVM) –a widely used numerical method in computational fluid dynamics- through simulating an unsteady reactive solute transport using a nested two-storage zone transport model developed by Kerr et al. (2013). This model consists of three equations and involves two storage zones including the surface and hyporheic storage zones interacting together. The results of simulating a hypothetical solute transport problem with this nested model indicate a good match between these two methods with near-zero error indices. The computational time needed for NSM and FVM were 117 seconds and 505 seconds, respectively. So, NSM is much faster. Furthermore, the implementation of boundary conditions in NSM is direct, easier and more flexible.

Conclusion: Therefore, NSM is proposed as a precise and efficient alternative for numerical methods in solving one-dimensional coupled differential equations of unsteady transport, simultaneously and providing benchmarks without complex mathematical calculations. Because of its analogical based concept, it can be used as a predicting and monitoring tool for transport phenomena instead of using troublesome physical hydraulic models to perform the water quality studies with less time, low expense and higher accuracy. Hence, in critical conditions, including a sudden spill of a high-hazardous contaminant in a specified point of the river or increasing the concentration of a chemical element to its maximum level, the monitoring and controlling measures at different parts of the river can be carried out with an acceptable accuracy and speed to improve the water quality.

Key Words: Mass transfer, Transient storage, Equivalent electrical circuits, Electro-analogical model, Finite Volume Method, River.

مدلسازی انتقال محلول در رودخانه دارای ناحیه‌های نگهداشت موقت با استفاده از روش شبکه مدارهای الکتریکی معادل

آتوسا عطائیان^۱، سید علی ایوب زاده^{۲*}، عبدالرضا نبوی^۳، سالوادور انخل گومز-لوپرا^۴

۱- دکترای رشته سازه‌های آبی، گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۲- استاد گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۳- استاد دانشکده مهندسی برق- الکترونیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۴- استاد گروه فیزیک کاربردی، دانشگاه پلی تکنیک کارتاخنا، کارتاخنا، اسپانیا.

*ayyoub@modares.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۷/۱۱/۲۱، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۰۷ ☞ وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: با توجه به اثرگذاری‌های زیان‌بار آلاینده‌های ورودی به منابع آبی که ناشی از فعالیت‌های انسانی می‌باشد، انجام بررسی‌ها در زمینه پیش‌بینی غلظت این آلاینده‌ها به منظور انجام اقدام‌های مقتضی برای مدیریت و مهار آنها، ضروری به نظر می‌رسد. بدین منظور مدل‌های انتقال جرم چندی برای پیش‌بینی غلظت محلول در آبراهه‌های طبیعی ارائه شده‌اند. این مدل‌ها به ندرت دارای حل تحلیلی بوده و به طور عمده با استفاده از روش‌های عددی حل می‌شوند. در این تحقیق روشی با عنوان روش شبیه‌سازی مدار (NSM) که بر پایه تشابه موجود بین معادله‌های دیفرانسیلی حاکم بر پدیده‌های هیدرودینامیکی و الکتریکی است، معرفی شده و کاربرد آن در حل مدل‌های یاد شده بررسی شده است. گام‌های اجرای این روش شامل استخراج مدل متشابه الکتریکی و طراحی مدار الکتریکی معادل و در نهایت شبیه‌سازی مدل مداری با استفاده از یک نرم‌افزار تحلیل مدارهای الکتریکی است. در این مقاله، در آغاز، NSM با مدلسازی حالتی از معادله انتقال نگهداشت موقت که حل تحلیلی دارد، صحت‌سنجی شده و آنگاه دقت و کارایی آن در مقایسه با روش عددی احجام محدود (FVM) در حل مدل نگهداشت موقت تودرتو، برآورد شده‌است. نتایج مدلسازی‌ها گویای سازگاری بسیار عالی بین دو روش NSM و FVM با شاخص‌های خطای نزدیک به صفر است. حال آنکه پیاده‌سازی شرایط مرزی در NSM ساده‌تر بوده و انعطاف‌پذیری بالاتری دارد. افزون بر این، زمان محاسباتی مورد نیاز NSM برای مثال‌های مورد بررسی کمتر از زمان محاسباتی مورد نیاز FVM می‌باشد. بنابراین NSM به عنوان جایگزینی دقیق و کارا برای روش‌های عددی در حل معادله‌های انتقال توأم یک‌بعدی پیشنهاد می‌شود.

کلید واژگان: انتقال جرم، نگهداشت موقت، مدارهای الکتریکی معادل، مدل متشابه الکتریکی، روش احجام محدود، رودخانه.

۱- مقدمه

چندی با در نظر گرفتن فرآیندهای انتقال ارائه شده‌اند. از این میان، معادله جابه‌جایی-پراکندگی کلاسیک (ADE)^۱ که دو فرآیند جابجایی و پراکندگی را در نظر می‌گیرد و توزیعی متقارن و سهمی‌وار (گوسی) را برای غلظت پیش‌بینی می‌کند، بارها در بررسی‌های مربوط به پدیده‌های انتقال استفاده شده است (Abbott and Elder, 1959; Price, 1993; Socolofsky and Jirk, 2005). بررسی‌های تجربی انتقال محلول در رودخانه‌های طبیعی که حاوی منطقه‌هایی ماندابی (ناحیه‌هایی با سرعت جریان ناچیز در

امروزه با توجه به افزایش جمعیت و ورود آلاینده‌های ناشی از فعالیت‌های انسانی مانند تخلیه فاضلاب‌های شهری، پساب‌های صنعتی، زهاب‌های حاوی سموم کشاورزی و نمک استخراج شده از معادن به منابع آبی مانند رودخانه‌ها، از کیفیت آب این منابع کاسته شده و زیان‌های جبران‌ناپذیری به محیط زیست تحمیل می‌شود (Chabokpour et al., 2017). در راستای پیش‌بینی و مدیریت و مهار غلظت آلاینده‌های محلول، مدل‌های ریاضی

¹ Advection-Dispersion Equation

بازسازی پدیده انتقال محلول با شبکه مداری، تشابه موجود بین معادله‌های دیفرانسیلی حاکم بر پدیده‌های هیدرودینامیکی و الکتریکی می‌باشد. در این روش پس از جایگزینی یک به یک عبارتهای معادله‌های دیفرانسیلی هیدرودینامیکی با معادل الکتریکی آن‌ها و گسسته‌سازی مکانی مدل ریاضی الکتریکی حاصل، عنصرهای الکتریکی متناسب با هر عبارت، انتخاب شده و این عنصرها در جهت برقراری قانون جریان کیرشلف به هم متصل می‌شوند تا مدل متشابه الکتریکی به دست آید. در نهایت با شبیه‌سازی سامانه مداری، مقدار متغیر مجهول در هر گره به دست می‌آید (Zueco and López-Ochoa 2013؛ Serna et al., 2014؛ Caravaca et al., 2014).

NSM توسط محققان پیشین برای بازسازی پدیده‌های انتقال، مانند جریان‌های آب زیرزمینی، انتقال گرما، انتقال جرم در آب و جو، انتقال شارژ و انتقال نیرو به کار رفته است. به عنوان مثال (González-Fernández et al. 1995)، Moya and Horno و Garcia-Hernandez et al. (1997) پدیده تبادل یون و انتقال شارژ را تحت معادله‌های حاکم مختلف با استفاده از مدارهای الکتریکی معادل بررسی کردند. Zueco and Campo (2006) پدیده انتقال ناپایدار گرما را با در نظر گرفتن پدیده تابش و (Zueco et al. 2010) جریان ناپایدار هیدرومگنتیک و انتقالی طبیعی را با این روش شبیه‌سازی کردند. Del Cerro Velázquez et al. (2006)، نرم‌افزاری برای شبیه‌سازی انتقال غیرماندگار حرارت بر پایه شبکه مدار معادل ارائه کردند. Alhama et al. (2011) انتقال محلول در یک محیط متخلخل تحت جریان داری، (Cánovas et al. 2015) پدیده همرفت طبیعی در سیال، ناشی از اعمال حرارت در یک محیط متخلخل و (Bellver et al. 2017) رفتار یک سامانه کائوتیک را با استفاده از شبکه مداری معادلسازی کردند.

تحقیقات پیشین در زمینه شبیه‌سازی انتقال محلول با NSM، تنها منحصر به آب‌های زیرزمینی و خلیج‌ها و بندرها بوده است که در این حالت سرعت جریان، ناچیز فرض شده و تنها پدیده پخش لحاظ شده است (sofiey, 2002).

مقایسه با سرعت جریان در آبراهه اصلی) هستند، نشان داده است که توزیع غلظت در این رودخانه‌ها به طور کامل از ADE پیروی نمی‌کند و در عمل، زمان ماند آلاینده، بیشتر و بیشینه آن کمتر از مقدار برآورد شده با این مدل است (Bencala et al., Thome and Zevenbergen, 1985؛ O'Connor et al., 1990؛ 2009).

از این رو، مدل‌هایی با عنوان مدل‌های نگهداشت موقت^۱ (TS) برای توصیف دقیق‌تر این پدیده ارائه شدند. این مدل‌ها به طور کلی شامل یک یا چند زیر مدل برای احتساب فرآیندهای فیزیکی و شیمیایی گند و حبس‌کننده جریان هستند. مدل‌هایی مانند مدل‌های ارائه شده توسط Bencala and Walters و Nordin and Troutman (1980) (1-SZ) هستند و همه ناحیه‌های نگهداشت فیزیکی را در قالب یک ناحیه با ویژگی‌های ترکیبی در نظر می‌گیرند. حال آنکه، مدل‌های ارائه شده توسط (Choi et al. 2000)، Briggs et al. (2009) و (Bottacin-Busolin et al. 2011)، دو-ناحیه نگهداشت (2-SZ) می‌باشند؛ بدین معنا که برای ناحیه‌های نگهداشت سطحی و زیرسطحی تمایز قائل شده‌اند که این مدل‌ها نیز به نوبه خود بر مبنای چگونگی قرارگیری ناحیه‌های نگهداشت سطحی و زیرسطحی به مدل‌های رقابتی^۲ و تودرتو^۳ طبقه‌بندی می‌شوند. بر مبنای فراسنجه‌های تعریف شده برای هر یک از این مدل‌ها، معیارهایی شامل میانگین زمان سفر، زمان ماند در نواحی نگهداشت و زمان ماند در آبراهه اصلی، برای مقایسه و شناسایی تفاوت‌های مدل‌های انتقال محلول تعریف شده‌اند (Kerr et al., 2013).

مدل‌های نگهداشت موقت با توجه به ساختار پیچیده‌شان، به ندرت دارای حل تحلیلی بوده، مگر در شرایط مرزی خاص؛ و به طور عمده با استفاده از روش‌های عددی مانند روش احجام محدود (FVM)^۴ و روش المان‌های محدود (FEM)^۵ حل می‌شوند. در این مقاله با در نظر گرفتن انتقال محلول در رودخانه، به معرفی و ارزیابی کارایی روشی موسوم به روش شبیه‌سازی با شبکه مداری (NSM)^۶ و مقایسه کارایی آن با روش عددی احجام محدود می‌پردازیم. مبنای

⁴ Finite Volume Method

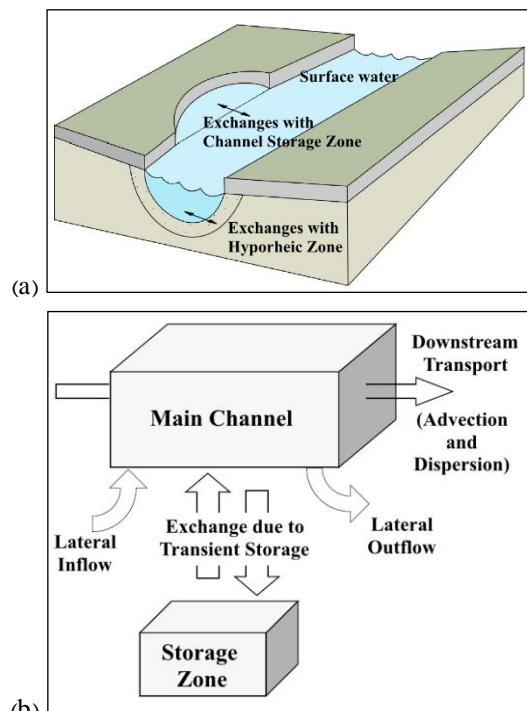
⁵ Finite Element Method

⁶ Network Simulation Method

¹ Transient Storage models

² Competing

³ Nested



Schematic of the pollution exchange in the Fig. 1 (a) stream in TS model (Trévisan and Periañez, 2016), (b) Conceptual diagram of TS model (Runkel, 1998)

شکل ۱ (a) شمایی از تبادل آلاینده در آبراهه (Trévisan and Periañez 2016)، و (b) مدل مفهومی آبراهه اصلی و ناحیه‌های نگهداشت موقت (Runkel, 1998) در مدل نگهداشت موقت

$$c(x, t = 0) = c_s(x, t = 0) = 0 \quad (3)$$

$$c(x = 0, t) = c_{in} \quad (4-1)$$

$$c(x = 0, t) = c_{in} (H(t - t_1) - H(t - t_2)) \quad (4-2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x}(x = L, t) = 0 \quad (5)$$

L طول آبراهه، c_{in} غلظت ثابت ماده تزریق‌شونده، H نماد تابع هویساید و t_1 و t_2 به ترتیب زمان آغاز و پایان تزریق ماده ردیاب هستند. شرایط (۱-۴) و (۲-۴) به ترتیب نشان دهنده شرط‌های مرزی تزریق پیوسته و مقطوع ماده ردیاب در بالادست بازه مورد بررسی می‌باشند. صحت‌سنجی مدل شبکه مدارهای الکتریکی پیشنهادی در این مقاله، با استفاده از حل تحلیلی یاد شده و پس از اعمال تبدیل لاپلاس معکوس با روش‌های عددی و به دست آوردن روابط معادل در حوزه زمان، صورت گرفته است.

۲-۱-۲-۲ مدل نگهداشت موقت تو در توی کر و همکاران (۲۰۱۳)

کر و همکاران (۲۰۱۳) با تفکیک ناحیه‌های نگهداشت موقت

Ataieyan؛ Meddah et al., 2015؛ Alhama et al., 2011 (et al., 2016). در این مقاله، در آغاز به منظور صحت‌سنجی روش شبکه مداری، یک مدل 1-SZ که حل تحلیلی آن موجود است، با استفاده از این روش حل می‌شود. آنگاه یک مدل 2-SZ که حل تحلیلی ندارد و به طور کلی با روش‌های عددی قابل حل است، با به کارگیری روش محاسباتی NSM و روش عددی FVM حل می‌شود. بدین ترتیب کارایی روش پیشنهادی در این بررسی ارزیابی می‌شود.

۲- روش تحقیق

در این بخش مدل‌های ریاضی منتخب، فرضیه‌های مسئله‌ها و روش‌های مورد استفاده برای حل آن‌ها تشریح می‌شوند.

۲-۱-۲-۱-۱ مدل‌های ریاضی

۲-۱-۱-۲-۱ مدل نگهداشت موقت بنکالا-والترز (۱۹۸۳)

بنکالا و والترز (۱۹۸۳) یک مدل تک-ناحیه نگهداشت TS را برای آبراهه‌های حاوی ناحیه‌های نگهداشت موقت (مانند آبراهه‌های کوهستانی) و ماده محلول واکنش‌ناپذیر، به صورت زیر ارائه کردند:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{Q}{A} \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(AD \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \left(\frac{q_{lat}}{A} \right) (c_{lat} - c) + \alpha (c - c_s) \quad (1)$$

$$\frac{dc_s}{dt} = \alpha \frac{A}{A_s} (c - c_s) \quad (2)$$

که در آن c و c_s به ترتیب غلظت محلول در آبراهه اصلی و ناحیه نگهداشت، A و A_s به ترتیب سطح مقطع جریان در آبراهه اصلی و ناحیه نگهداشت، Q دبی حجمی جریان، D ضریب پراکندگی طولی، q_{lat} دبی حجمی جریان جانبی در واحد طول آبراهه، c_{lat} غلظت محلول در جریان جانبی، α ضریب تبادل غلظت بین آبراهه اصلی و ناحیه نگهداشت، t زمان و x مسافت می‌باشند (Bencala and Walters, 1983). مدل مفهومی این رابطه‌های ریاضی به همراه فرآیندهای مربوطه در شکل ۱ نمایش داده شده است.

حل تحلیلی این مدل توسط Kazezyılmaz-Alhan (2008) با فرض ثابت بودن سرعت جریان $u = Q/A$ ، D و A نسبت به زمان و مکان، برای شرط‌های اولیه و مرزی زیر، در حوزه بسامد لاپلاس ارائه شده است.

که در آن، c_S و c_H به ترتیب غلظت محلول در نواحی نگهداشت سطحی و غیرسطحی، A_S و A_H به ترتیب سطح مقطع ناحیه‌های نگهداشت سطحی و زیر سطحی، λ_S و λ_H به ترتیب آهنگ زوال در آبراهه اصلی، ناحیه نگهداشت سطحی و زیرسطحی، α_S ضریب تبادل غلظت بین ناحیه نگهداشت سطحی و آبراهه اصلی و α_H ضریب تبادل غلظت بین دو ناحیه نگهداشت می‌باشند (Kerr et al., 2013).

در این مقاله، مدل نگهداشت تودرتو که شامل دو زیرمدل بوده و تا کنون حل تحلیلی برای آن پیشنهاد نشده است، با استفاده از NSM و FVM حل شده و نتایج به دست آمده به منظور ارزیابی عملکرد این دو روش، مقایسه شده‌اند.

۲-۲- مدل‌سازی با شبکه مدارهای الکتریکی معادل

مدلسازی با شبکه مدارهای الکتریکی، بر مبنای تشابه موجود بین معادله‌های دیفرانسیلی حاکم بر انتقال غلظت محلول و انتقال جریان الکتریکی قرار دارد. بدین ترتیب، پس از تعریف مدل ریاضی سامانه هدف در قالب معادله‌های دیفرانسیلی، مدار معادل الکتریکی مربوط به هر معادله طراحی می‌شود. هر مدار معادل، محاسبه یک کمیت مجهول را بر عهده دارد، بنابراین تعداد مدارهای معادل با تعداد معادله‌های دیفرانسیلی که سامانه را توصیف می‌کنند، برابر خواهد بود. گام اول در طراحی این شبکه مداری، گسسته‌سازی مکانی دامنه مورد بررسی و معادله‌های دیفرانسیلی جزئی سامانه است. آنگاه با در نظر گرفتن تشابه مناسب بین متغیرهای سامانه هدف (سامانه هیدرودینامیکی) و سامانه متشابه (سامانه الکتریکی)، هر عبارت معادلات گسسته شده با معادل الکتریکی آن بازنویسی شده و با عنصر الکتریکی خطی و غیرخطی مناسبی مدل می‌شود. به طور کلی با توجه به ساختار معادله‌ها، کمیت مجهول، معادل با ولتاژ و شار کمیت مجهول، معادل با جریان الکتریکی در نظر گرفته می‌شود و عنصرهای الکتریکی معادل، در راستای برقراری قانون جریان کیرشهف به یکدیگر متصل می‌شوند. در گام آخر شرایط اولیه و شرایط مرزی سامانه پیاده می‌گردد. توضیح‌های بیشتر در زمینه طراحی مدل‌های متشابه

به دو ناحیه نگهداشت سطحی^۱ (STS) و ناحیه نگهداشت زیر سطحی^۲ (HTS) با توجه به شرایط متفاوت حاکم بر این دو ناحیه، مدل دو-ناحیه نگهداشت تودرتو (N2-SZ) را پیشنهاد کردند. در این مدل، ناحیه نگهداشت زیرسطحی به صورت ردیفی در ارتباط با ناحیه نگهداشت سطحی و آبراهه اصلی قرار گرفته و تنها با ناحیه نگهداشت سطحی در تعامل است (شکل ۲a). افزون بر این، واکنش‌های بیوژئوشیمیایی نیز در قالب زوال مرتبه اول غلظت لحاظ شده‌اند. شکل ۲b مدل مفهومی فرآیندهای مختلف این مدل را روشن می‌سازد.

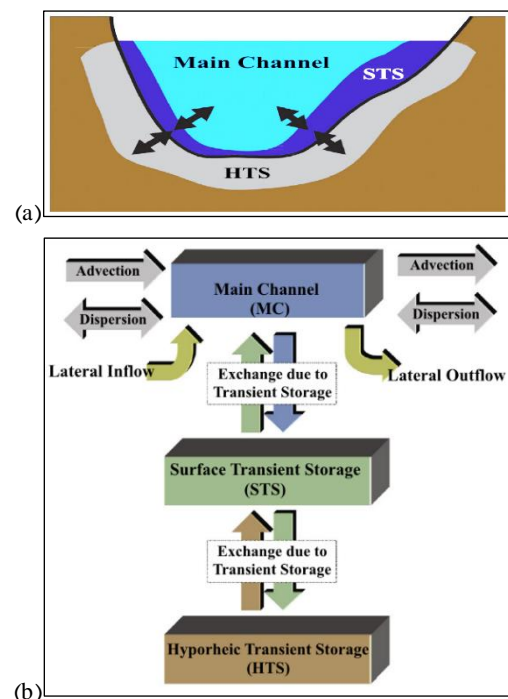


Fig. 2 (a) Schematic of the stream cross-section and (b) conceptual diagram of the nested model (Kerr et al., 2013)

شکل ۲ (a) شمایی از برش عرضی آبراهه، و (b) مدل مفهومی آبراهه اصلی و مناطق نگهداشت موقت سطحی و متخلخل در مدل نگهداشت تودرتو (Kerr et al., 2013)

رابطه‌های ریاضی مربوط به این مدل در زیر ارائه شده‌اند:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{Q}{A} \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(AD \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{q_{\text{lat}}}{A} (c_{\text{lat}} - c) + \alpha_S (c_S - c) - \lambda c \quad (6)$$

$$\frac{dc_S}{dt} = \alpha_S \frac{A}{A_S} (c - c_S) + \alpha_H (c_H - c_S) - \lambda_S c_S \quad (7)$$

$$\frac{dc_H}{dt} = \alpha_H \frac{A_S}{A_H} (c_S - c_H) - \lambda_H c_H \quad (8)$$

² Hyporheic Transient Storage

¹ Surface Transient Storage

الگوهای مناسب، یک دستگاه معادله‌های جبری به دست می‌آید و با حل این دستگاه، مقادیر متغیر مورد بررسی در هر گام مکانی و زمانی به دست می‌آید. کد مربوط به روش احجام محدود در نرم افزار MATLAB نوشته و اجرا شد. برای توضیح‌های بیشتر در زمینه چگونگی کاربرد این روش در حل معادله‌های دیفرانسیلی انتقال به کتاب مرجع (2007) Versteeg and Malalasekera مراجعه شود.

الگوی گسسته‌سازی مکانی به کار رفته در همه محاسبه‌های این مقاله، الگوی کوئیک (QUICK)^۳ برای مشتقات مرتبه اول، و الگوی مرکزی^۴ برای مشتقات مرتبه دوم می‌باشد. الگوی کوئیک در تقریب مشتقات مکانی از مقادیر کمیت در سه گره مجاور (دو گره بالادست و یک گره پایین‌دست) و الگوی مرکزی از مقادیر کمیت در دو گره مجاور استفاده می‌کند و بنابراین دقت آن‌ها به ترتیب از مرتبه سوم و مرتبه دوم است. الگوی گسسته‌سازی زمانی به کار رفته در روش احجام محدود، الگوی ضمی است که از نظر عددی پایدار بوده و خطای آن از مرتبه اول می‌باشد.

۲-۴- روش‌های محاسبه خطا

میزان دقت محاسباتی NSM در مقایسه با حل تحلیلی و FVM، با محاسبه شاخص میانگین خطای مطلق (MAE)^۵ و شاخص میانگین خطای نسبی (MRE)^۶ برای هر یک از غلظت‌ها بر مبنای رابطه‌های زیر ارزیابی شد.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |c_{cal.} - c_{obs.}| \quad (9)$$

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{c_{cal.} - c_{obs.}}{c_{obs.}} \right| \quad (10)$$

$c_{cal.}$ مقدار غلظت محاسباتی با NSM و $c_{obs.}$ مقدار غلظت مشاهداتی است که در اینجا با غلظت حاصل از حل تحلیلی مدل ۱ و غلظت حاصل از حل مدل ۲ با روش FVM جایگزین شده است. n تعداد داده‌های غلظت برابر با تعداد گام‌های زمانی می‌باشد.

الکتريکی در مرجع‌های (2002) Horno Montijano و (2014) Serna et al. ارائه شده است.

پس از مرحله طراحی، مدل شبکه مدارهای الکتريکی با استفاده از یک کد محاسباتی مدارهای الکتريکی، مانند کد نرم‌افزار PSpice - که نرم‌افزاری توانمند برای تحلیل مدارهای الکتريکی است - شبیه‌سازی می‌شود. PSpice با استفاده از الگوریتم نیوتن-رافسون، قانون جریان کیرشهف را در هر گره حل می‌کند و برای افزایش بازده محاسبات، به طور پیوسته و خودکار گام زمانی محاسبات را تنظیم می‌کند تا در بهینه‌ترین حالت، همگرایی به دست آید. بدین ترتیب توزیع زمانی و مکانی متغیر مجهول و شار آن در دامنه مورد بررسی به دست می‌آید. از آنجایی که با افزایش تعداد گره‌های محاسباتی، نوشتن کد، فرآیندی دشوار، زمان‌بر و مستعد خطا می‌شود، در این‌جا از یک زبان برنامه‌نویسی سطح بالاتر با عنوان Borland C++ Builder برای تهیه راحت‌تر کد و ساده‌سازی اعمال تغییرها در آن، بهره بردیم. تشابه الکتريکی موردنظر، فراتر از تشابه کلاسیک ذکر شده در منبع‌ها بوده و قابلیت بازسازی عبارت‌های غیرخطی و فرآیندهای توأم را دارد. برای جزئیات بیشتر در مورد فرآیند شبیه‌سازی مدارهای الکتريکی معادل در PSpice، به (1988) Tuinenga مراجعه شود.

۲-۳- روش احجام محدود

روش عددی احجام محدود که به علت انعطاف‌پذیری و سادگی مفهوم آن، بارها در بررسی‌های مربوط به دینامیک محاسباتی سیال‌ها (CFD)^۱ توسط محققان به کار رفته است، روشی برای حل معادله‌های دیفرانسیلی جزئی (PDE)^۲ است که مقادیر متوسط متغیرهای مجهول را در هر حجم کنترل محاسبه می‌کند. در به کارگیری این روش برای حل معادله‌های دیفرانسیلی جزئی، پس از گسسته‌سازی زمانی و مکانی دامنه حل، از معادله‌های دیفرانسیلی روی احجام کنترل انتگرال‌گیری می‌شود. سپس با تقریب مشتق‌های مکانی و زمانی با استفاده از

⁴ Central

⁵ Mean Absolute Error

⁶ Mean Relative Error

¹ Computational Fluid Dynamics

² Partial Differential Equation

³ Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics

الکتریکی (J) است. شارهای چند متغیره $J_{i,adv.}$ ، $J_{i,ex.}$ و $J_{s,i,ex.}$ نیز توسط منبع‌های جریان وابسته به ولتاژ $G_{i,1}$ ، $G_{i,2}$ و $G_{s,i}$ که تابع مقدار آن‌ها توسط نرم‌افزار PSpice قابل تعریف است، شبیه‌سازی شدند. شار جابه‌جایی $J_{i,adv.}$ برای گره‌هایی که در مجاورت مرزها قرار دارند، یعنی گره‌های ۱، ۲ و N ، که گره‌های مجاور مورد نیاز برای تقریب مشتق‌های مرتبه اول مکانی در پیرامون آن‌ها وجود ندارد، با استفاده از یک برون‌یابی خطی، به صورت زیر به دست آمد:

$$J_{1,adv.} = \frac{Q}{8A}(-10c_{US} + 7c_1 + 3c_2) \quad (15)$$

$$J_{2,adv.} = \frac{Q}{8A}(2c_{US} - 8c_1 + 3c_2 + 3c_3) \quad (16)$$

$$J_{N,adv.} = \frac{Q}{8A}(c_{N-2} - 6c_{N-1} - 3c_N + 8c_{DS}) \quad (17)$$

که c_{US} و c_{DS} به ترتیب غلظت در بالادست و پایین دست بازه هستند. قانون جریان کیرشرف برای مدار معادل، بر مبنای رابطه‌های (۱۱) تا (۱۴) به صورت زیر می‌باشد:

$$J_{i,tran.} + J_{i,adv.} + J_{i,disp.,in} - J_{i,disp.,out} + J_{i,ex.} = 0 \quad (18)$$

$$J_{s,i,tran.} - J_{s,i,ex.} = 0 \quad (19)$$

عنصرها و چگونگی چیدمان دو مدار معادل اساسی طراحی شده برای مدل ۱ در شکل ۳ نشان داده شده‌است.

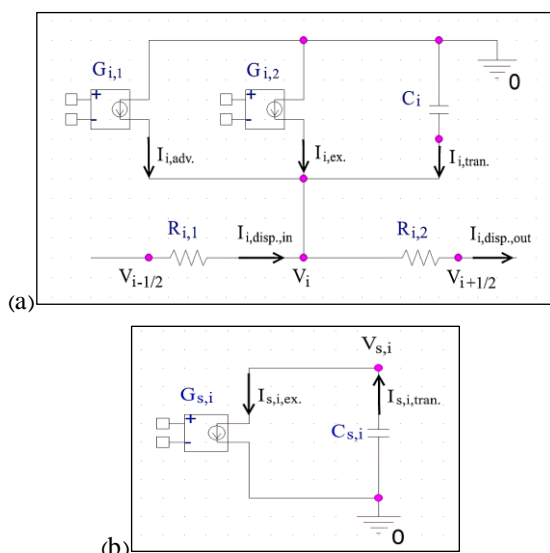


Fig. 3 Elementary equivalent circuits for the TS model in (a) the stream channel, and (b) Transient storage zone
شکل ۳ مدار معادل الکتریکی اساسی طراحی شده برای مدل نگهداشت موقت TS، مدل مداری رابطه غلظت محلول در (a) آبراهه اصلی، و (b) منطقه نگهداشت موقت

۳- پیاده‌سازی مدل‌های متشابه الکتریکی

۳-۱- طراحی مدل ۱

برای طراحی مدل متشابه الکتریکی ۱، با فرض ثابت بودن دبی و سطح مقطع جریان و ضریب پراکندگی در آبراهه اصلی و ناچیز بودن جریان جانبی، پس از گسسته‌سازی مکانی معادله‌های (۱) و (۲) با روش تفاضل‌های محدود برای گره داخلی نام $i=3,4, \dots, N-1$: تعداد گره‌های مکانی و گام مکانی Δx ، به فرم:

$$\Delta x \frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{Q}{8A}(c_{i-2} - 7c_{i-1} + 3c_i + 3c_{i+1}) - \frac{2D(c_{i-1/2} - 2c_i + c_{i+1/2})}{\Delta x} + \alpha \Delta x (c_i - c_{s,i}) = 0 \quad (11)$$

$$\Delta x \frac{dc_s}{dt} - \alpha \Delta x \frac{A}{A_s}(c_i - c_{s,i}) = 0 \quad (12)$$

شار مربوط به هر فرآیند به صورت زیر تفکیک گردید:

$$J_{i,tran.} = \Delta x \frac{\partial c_i}{\partial t} \quad (13-1)$$

$$J_{i,adv.} = \frac{Q}{8A}(c_{i-2} - 7c_{i-1} + 3c_i + 3c_{i+1}) \quad (13-2)$$

$$J_{i,disp.,in} = (2D/\Delta x)(c_{i+1/2} - c_i) \quad (13-3)$$

$$J_{i,disp.,out} = (2D/\Delta x)(c_i - c_{i-1/2}) \quad (13-4)$$

$$J_{i,ex.} = \alpha \Delta x (c_i - c_{s,i}) \quad (13-5)$$

$$J_{s,i,tran.} = \Delta x \frac{dc_{s,i}}{dt} \quad (14-1)$$

$$J_{s,i,ex.} = (\alpha \Delta x A / A_s)(c_i - c_{s,i}) \quad (14-2)$$

تغییر زمانی، شار جابه‌جایی، شار ورودی و خروجی پراکندگی و شار تبدالی غلظت در آبراهه اصلی، و $J_{s,i,tran.}$ و $J_{s,i,ex.}$ به ترتیب شار تغییر زمانی و شار تبدالی غلظت در ناحیه نگهداشت می‌باشند.

سپس رابطه‌های الکتریکی معادل با این رابطه‌های هیدرودینامیکی، برای انتخاب عنصرهای الکتریکی مناسب، تعیین شدند. با توجه به شکل معادله ولتاژ-جریان خازن $I_C = C \frac{dV}{dt}$ ، شار $J_{i,tran.}$ و $J_{s,i,tran.}$ را با خازن‌هایی با ظرفیت $C_i = C_{s,i} = \Delta x$ ، و با توجه به قانون اهم $I_R = \frac{\Delta V}{R}$ ، شار $J_{i,disp.,in}$ و $J_{i,disp.,out}$ را با دو مقاومت خطی به بزرگی $R_{i,1} = R_{i,2} = \Delta x / 2D$ معادلسازی کردیم. ملاحظه می‌شود که در این تشابه، غلظت‌های c و c_s معادل با ولتاژ الکتریکی (V) و شار این غلظت‌ها (J) معادل با جریان

$$J_{S,i,ex.1} = (\alpha_S \Delta x A / A_S) (c_i - c_{S,i}) \quad (24-2)$$

$$J_{S,i,ex.3} = \alpha_H \Delta x (c_{H,i} - c_{S,i}) \quad (24-3)$$

$$J_{S,i,dec.} = \lambda_S \Delta x c_{S,i} \quad (24-4)$$

$$\Delta x \frac{dc_{H,i}}{dt} - \alpha_H \Delta x \frac{A_S}{A_H} (c_{S,i} - c_{H,i}) + \lambda_H \Delta x c_{H,i} = 0 \quad (25)$$

$$J_{H,i,tran.} = \Delta x \frac{dc_{H,i}}{dt} \quad (26-1)$$

$$J_{H,i,ex.2} = (\alpha_H \Delta x A_S / A_H) (c_{S,i} - c_{H,i}) \quad (26-2)$$

$$J_{H,i,dec.} = \lambda_H \Delta x c_{H,i} \quad (26-3)$$

$J_{i,ex.2}$ ، $J_{i,lat.}$ ، $J_{i,disp., out}$ ، $J_{i,disp., in}$ ، $J_{i,adv.}$ ، $J_{i,tran.}$ و

$J_{i,dec.}$ به ترتیب شار تغییر زمانی، شار جابه‌جایی، شار

ورودی و خروجی پراکندگی، شار جانبی، شار تبدالی ناحیه

نگهداشت سطحی و شار زوال غلظت در آبراهه اصلی،

$J_{S,i,tran.}$ ، $J_{S,i,ex.1}$ ، $J_{S,i,ex.3}$ و $J_{S,i,dec.}$ به ترتیب شار تغییر

زمانی، شار تبدالی آبراهه اصلی، شار تبدالی ناحیه نگهداشت

زیر سطحی و شار زوال غلظت در ناحیه نگهداشت سطحی،

و $J_{H,i,tran.}$ ، $J_{H,i,ex.2}$ و $J_{H,i,dec.}$ به ترتیب شار تغییر زمانی،

شار تبدالی ناحیه نگهداشت سطحی و شار زوال غلظت در

ناحیه نگهداشت زیرسطحی می‌باشند.

رابطه‌های (۱۵) تا (۱۷) در مورد گره‌های مجاور مرزها برای

این مدل نیز برقرار هستند. انتخاب عنصرهای الکتریکی

معادل برای هر یک از عبارت‌های هیدرودینامیکی، مشابه با

مدل ۱ و بر مبنای تشابه میان متغیر الکتریکی V با

غلظت‌های c ، c_S و c_H ، و متغیر الکتریکی I با شار غلظت‌ها

انجام گرفت. قانون جریان کیرشهف برای سه مدار معادل

مدل ۲، بر مبنای رابطه‌های (۲۱) تا (۲۶) به صورت زیر

می‌باشد:

$$J_{i,tran.} + J_{i,adv.} + J_{i,disp., in} - J_{i,disp., out} - J_{i,lat.} - J_{i,ex.2} + J_{i,dec.} = 0 \quad (27)$$

$$J_{S,i,tran.} - J_{S,i,ex.1} - J_{S,i,ex.3} + J_{S,i,dec.} = 0 \quad (28)$$

$$J_{H,i,tran.} - J_{H,i,ex.2} + J_{H,i,dec.} = 0 \quad (29)$$

عنصرها و چگونگی چیدمان این سه مدار معادل اساسی در

شکل ۴ نشان داده شده‌است. پیاده‌سازی شرایط اولیه و

مرزی سامانه برابر با توضیح‌های بخش پیشین می‌باشد.

شرایط اولیه مسئله با شارژ اولیه خازن‌ها تنظیم می‌شود.

توجه به رابطه (۳)، شارژ اولیه هر دو خازن $C_{S,i}$ و C_i صفر

خواهد بود. روابط (۴-۱) و (۴-۲) شروط مرزی بالادست

نوع اول (دیریکله^۱) و رابطه (۵) شرط مرزی پایین دست

نوع دوم (نیومن^۲) می‌باشند که به ترتیب با به کارگیری منبع

ولتاژ ثابت (DC)، منبع ولتاژ پله‌ای (PWL)^۳ و منبع ولتاژ

وابسته به ولتاژ (VCVS)^۴ قابل پیاده‌سازی هستند. در

این جا مقدار ولتاژ منبع ولتاژ وابسته در مرز پایین دست با

استفاده از یک الگوی عقب‌گرد مرتبه دوم به شکل زیر

تعیین شد:

$$V_{DS} = (V_{N-2} - 6V_{N-1} + 29V_N) / 24 \quad (20)$$

۲-۳- طراحی مدل ۲

تشابه به کاررفته و همچنین الگوی گسسته‌سازی مشتق‌های

مکانی در طراحی مدل ۲، مشابه با مدل ۱ می‌باشد. بدین

ترتیب، با فرض ثابت بودن دبی و سطح مقطع جریان و

ضریب پراکندگی در آبراهه اصلی، شکل گسسته معادله‌های

(۶)، (۷) و (۸) برای گره نام i ($i=3,4, \dots, N-1$) و شار

فرآیندهای هر یک به صورت زیر به دست آمد:

$$\Delta x \frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{Q}{8A} (c_{i-2} - 7c_{i-1} + 3c_i + 3c_{i+1}) - \frac{D(c_{i-1/2} - 2c_i + c_{i+1/2})}{\Delta x} - \frac{q_{lat.}}{A} \Delta x (c_{lat.} - c_i) - \alpha_S \Delta x (c_{S,i} - c_i) + \lambda \Delta x c_i = 0 \quad (21)$$

$$J_{i,tran.} = \Delta x \frac{\partial c_i}{\partial t} \quad (22-1)$$

$$J_{i,adv.} = \frac{Q}{8A} (c_{i-2} - 7c_{i-1} + 3c_i + 3c_{i+1}) \quad (22-2)$$

$$J_{i,disp., in} = (2D/\Delta x) (c_{i+1/2} - c_i) \quad (22-3)$$

$$J_{i,disp., out} = (2D/\Delta x) (c_i - c_{i-1/2}) \quad (22-4)$$

$$J_{i,lat.} = \frac{q_{lat.}}{A} \Delta x (c_{lat.} - c_i) \quad (22-5)$$

$$J_{i,ex.2} = \alpha_S \Delta x (c_{S,i} - c_i) \quad (22-6)$$

$$J_{i,dec.} = \lambda \Delta x c_i \quad (22-7)$$

$$\Delta x \frac{dc_{S,i}}{dt} - \alpha_S \Delta x \frac{A}{A_S} (c_i - c_{S,i}) - \alpha_H \Delta x (c_{H,i} - c_{S,i}) + \lambda_S \Delta x c_{S,i} = 0 \quad (23)$$

$$J_{S,i,tran.} = \Delta x \frac{dc_{S,i}}{dt} \quad (24-1)$$

³ Piece-Wise Linear

⁴ Voltage-Controlled Voltage Source

¹ Dirichlet Boundary Condition

² Neumann Boundary Condition

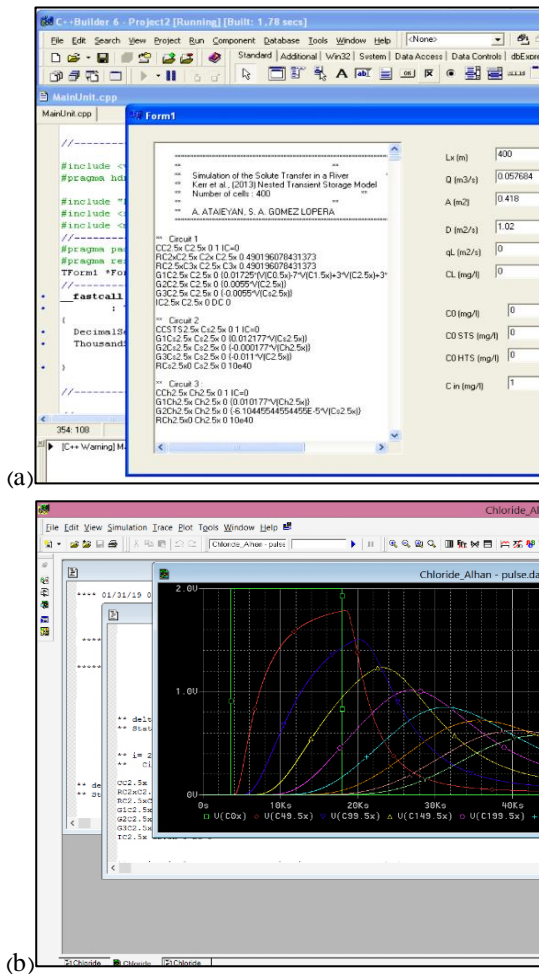


Fig. 5 The using software's environment in NSM: (a) Borland C# Builder, (b) OrCAD PSpice

شکل ۵ محیط نرم‌افزارهای به کار رفته در روش NSM: (a) Borland C# Builder (محیط برنامه‌نویسی و فرم واسط کاربری)، و (b) OrCAD PSpice (محیط کدنویسی و خروجی گرافیکی)

۴- نتایج و بحث

۴-۱- صحت‌سنجی مدل متشابه الکتریکی ۱

مدل متشابه الکتریکی طراحی شده در بخش ۱-۳ با استفاده از حل تحلیلی ارائه شده توسط Kazezyilmaz-Alhan (2008) برای دو شرط مرزی بالادست تزریق پیوسته و پالسی صحت‌سنجی شد. مثال طراحی شده برابر با شکل ۶، شامل بازه‌ای ۴۰۰ متری از یک آبراهه است که مشخصات هندسی و هیدرودینامیکی آن و مشخصات تزریق بالادست در جدول ۱ لیست شده است. در این جدول، T زمان نهایی محاسبات و Δx گام مکانی محاسبات می‌باشد. روند تغییر غلظت محاسباتی ماده تزریق شده، برای دو شرط مرزی یاد شده به ترتیب در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده است.

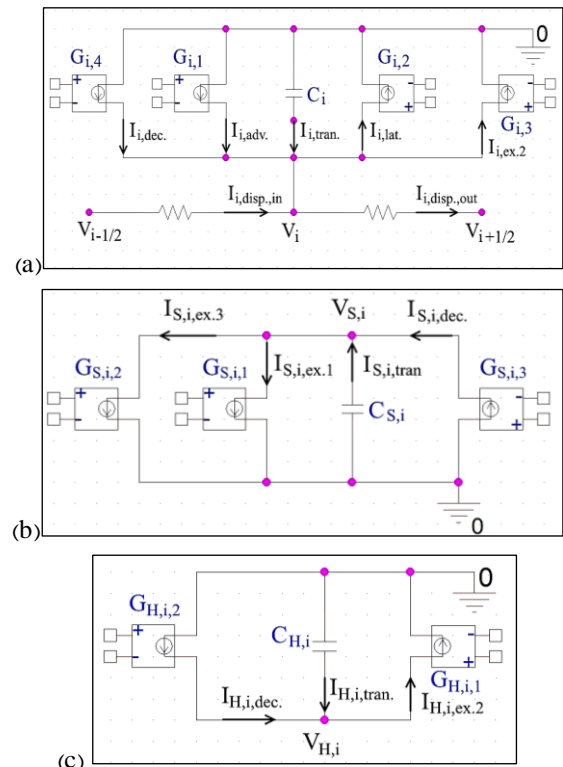


Fig. 4 Elementary equivalent circuits for the model of Kerr et al. (2013) in: (a) stream channel, (b) surface storage zone, and (c) sub-surface storage zone

شکل ۴ مدار معادل اساسی مدل Kerr et al. (2013) مداری غلظت در: (a) آبراهه اصلی، (b) منطقه نگهداشت سطحی، و (c) منطقه نگهداشت زیرسطحی

گام نهایی، شبیه‌سازی مدارهای معادل الکتریکی طراحی شده است، که بدین منظور بر مبنای ساختار هر یک از مسئله‌ها، برنامه‌ای حاوی فرمی به عنوان واسط کاربری در محیط نرم‌افزار برنامه‌نویسی Borland C++ Builder تنظیم شد. با وارد کردن مقدار فراسنجه‌های مدل و تعیین گام مکانی محاسباتی و زمان نهایی شبیه‌سازی در محل‌های مشخص شده در این فرم، کدی با ساختار قابل شناسایی و اجرا توسط نرم‌افزار تحلیل مدار PSpice، حاوی نام و مشخصات عنصرهای الکتریکی به کار رفته در مدل (نقاط اتصال، نوع عنصر، مقدار آن، ...)، تولید می‌شود. پس از اجرای این کد در نرم‌افزار PSpice، با قرار دادن ولت‌متر و آمپر‌متر در هر گره دلخواه از هر مدار، تغییر زمانی ولتاژ (V) و جریان (I) که معادل با تغییر زمانی غلظت (c) و شار آن (J) می‌باشد، در آن نقطه به دست می‌آید. شکل ۵ گوشه‌ای از محیط کار این دو نرم‌افزار را در این بررسی نشان می‌دهد.

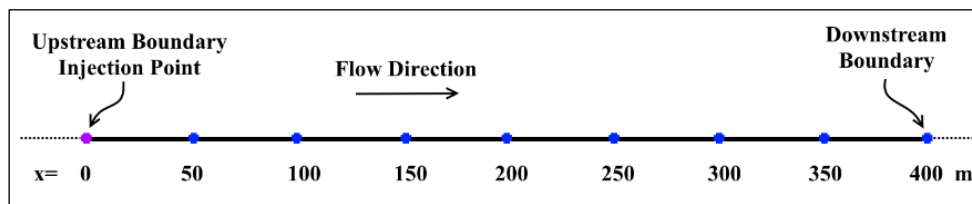
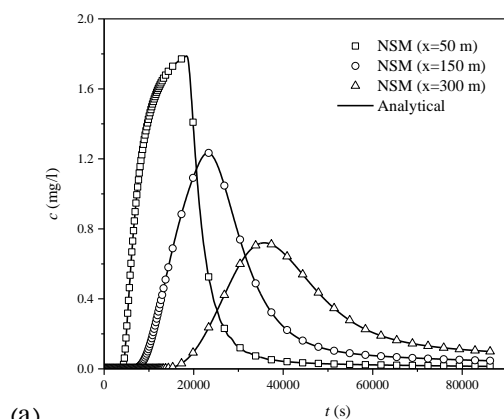


Fig. 6 one-dimensional profile of study reach including the location of sampling stations
 شکل ۶ طرح یک بعدی بازه طراحی شده و موقعیت ایستگاههای غلظت سنجی مورد استفاده در ارزیابی مدل

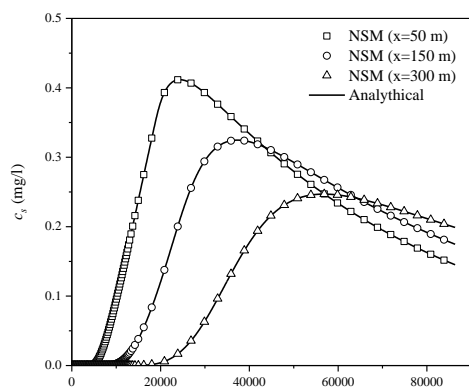
جدول ۱ فراسنجه‌های مدل ۱ در بازه مورد بررسی

Table 1 Model 1 parameters for the study reach

Geometric parameters			Hydrodynamic parameters			Injection parameters			Simulation Parameters	
L	A	A_s	Q	D	α	c_{in}	t_1	t_2	T	Δx
(m)	(m ²)	(m ²)	(m ³ /s)	(m ² /s)	(1/s)	(mg/l)	(h)	(h)	(h)	(m)
400	1	1	0.01	0.2	2×10^{-5}	2	1	5	24	1



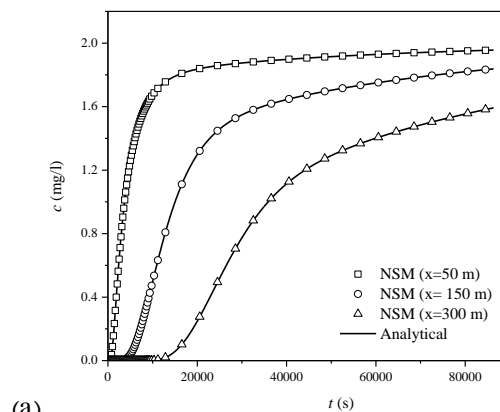
(a)



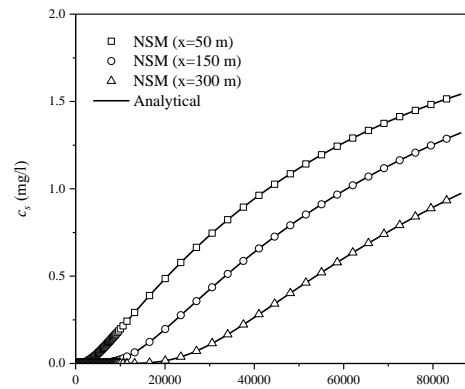
(b)

Fig. 8 Temporal changes of finitely-injected solute concentration, calculated by NSM and analytical solution, presented at three cross sections based on model 1, in (a) main channel, (b) transient storage zone

شکل ۸ تغییر زمانی غلظت محلول تزریق شده به صورت پالسی در آغاز بازه بر مبنای مدل ۱، محاسبه شده با استفاده از حل تحلیلی و NSM در سه مقطع (الف) آبراهه اصلی، (ب) ناحیه نگهداشت موقت



(a)



(b)

Fig. 7 Temporal changes of continuously-injected solute concentration, calculated by NSM and analytical solution, presented at three cross sections based on model 1, in (a) main channel, (b) transient storage zone

شکل ۷ تغییر زمانی غلظت محلول تزریق شده به صورت پیوسته در آغاز بازه بر مبنای مدل ۱، محاسبه شده با استفاده از حل تحلیلی و NSM در سه مقطع (الف) آبراهه اصلی، (ب) ناحیه نگهداشت موقت

جدول ۲ شاخص‌های خطای محاسبات با NSM در مقایسه با حل تحلیلی برای مدل ۱

Table 2 Error indices of NSM results for model 1

Upstream boundary condition	Calculated values	$x=50\ m$		$x=150\ m$		$x=250\ m$		Mean value in the reach *	
		MAE (mg/l)	MRE (%)	MAE (mg/l)	MRE (%)	MAE (mg/l)	MRE (%)	MAE (mg/l)	MRE (%)
Continuous injection	c	1.13e-3	7.29e-7	1.06e-3	8.66e-7	9.89e-4	1.05e-6	1.51e-3	9.89e-6
	c_s	8.92e-4	1.14e-6	7.64e-4	1.35e-6	6.37e-4	1.62e-6	9.13e-4	1.30e-5
Finite injection	c	8.18e-6	2.92e-8	2.64e-5	1.02e-7	5.08e-5	2.17e-7	1.32e-4	6.13e-7
	c_s	8.30e-5	4.00e-7	9.99e-5	5.78e-7	1.13e-4	8.27e-7	1.66e-4	1.31e-6

* Mean values of error indices are calculated using the distribution of concentration in 8 stations ($x=0, 50, 150, 200, 250, 300, 350, 400\ m$)
 * خطاهای میانگین با استفاده از نتایج توزیع زمانی غلظت محاسبه شده در ۸ فاصله مکانی از مبدأ ($x=0, 50, 150, 200, 250, 300, 350, 400\ m$) به دست آمده است.

محدود در نرم افزار MATLAB تنظیم و اجرا شده و گام زمانی محاسباتی در این روش، ۱۰ ثانیه لحاظ شده است. روند تغییر زمانی غلظت محلول برآورد شده توسط دو روش NSM و FVM در آبراهه اصلی و ناحیه‌های نگهداشت سطحی و زیرسطحی، در شکل ۹ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، به علت تشابه ساختار زیرمدل‌ها (رابطه‌های ۶ تا ۸)، شکل نمودارهای به دست آمده شامل شیب دامنه‌های بالا و پایین‌رونده و زمان مربوط به غلظت بیشینه در ناحیه‌های مختلف، مشابه یکدیگر است. شاخص‌های خطای محاسبه شده براساس روابط (۹) و (۱۰)، برای ارزیابی NSM در جدول ۴ آورده شده است. سازگاری بسیار خوب نتایج دو روش مورد بررسی، با توجه به شاخص‌های خطای نزدیک به صفر، به‌طور کامل مشهود است. با مشاهده نمودارهای ارائه شده در شکل‌های ۷ تا ۹ و شاخص‌های خطای محاسبه شده در جدول‌های ۲ و ۴ می‌توان نتیجه گرفت که روش NSM دارای دقت بالایی در محاسبات است. از سوی دیگر زمان محاسباتی مورد نیاز برای شبیه‌سازی مدل ۲ با NSM و FVM به ترتیب ۱۱۷/۵ و ۵۰۵/۲ ثانیه برآورد شد که نشان‌دهنده سرعت بالاتر

میزان دقت NSM در محاسبه غلظت محلول در آبراهه اصلی و ناحیه‌های نگهداشت، در مقایسه با حل تحلیلی در جدول ۲ ارائه شده است. نتایج این صحت‌سنجی، نشان دهنده سازگاری بسیار خوب نمودارها و عملکرد قابل اعتماد و دقت بالای نتایج NSM در حل معادله‌های دیفرانسیلی انتقال محلول می‌باشد.

۴-۲- ارزیابی عملکرد مدل متشابه الکتریکی ۲ در مقایسه با روش احجام محدود

در این قسمت، ارزیابی مدل متشابه الکتریکی ارائه شده در بخش (۲-۳) با مقایسه نتایج به دست آمده از آن با نتایج به دست آمده از مدل عددی احجام محدود برای شرط مرزی پالسی انجام گرفته است. بدین منظور، با فرض بازه‌های ۴۰۰ متری از یک آبراهه (برابر با شکل ۶) و تزریق یک ماده محلول واکنش‌پذیر به مدت ۴ ساعت با نرخ ثابت در بالادست آن، شبیه‌سازی انتقال غلظت محلول به مدت ۲۰ ساعت با دو روش NSM و FVM اجرا شد. فراسنجه‌های مربوط به جریان و انتقال محلول در جدول ۳ ارائه شده است. شایان یادآوری است که مربوط به روش احجام

جدول ۳ فراسنجه‌های مدل ۲ در بازه مورد بررسی

Table 3 Model 2 parameters for the study reach

Geometric parameters				Hydrodynamic parameters				
L	A	A_S	A_H	Q	D	α_S	α_H	λ
(m)	(m ²)	(m ²)	(m ²)	(m ³ /s)	(m ² /s)	(1/s)	(1/s)	(1/s)
400	0.55	0.44	0.30	0.02	2	100×10^{-5}	20×10^{-5}	0
Hydrodynamic parameters			Injection parameters			Simulation parameters		
λ_S	λ_H	q_{lat}	c_{lat}	c_{in}	t_1	t_2	T	Δx
(1/s)	(1/s)	(m ³ /s.m)	(mg/l)	(mg/l)	(h)	(h)	(h)	(m)
10^{-4}	10^{-3}	10^{-6}	0	2	1	5	20	1

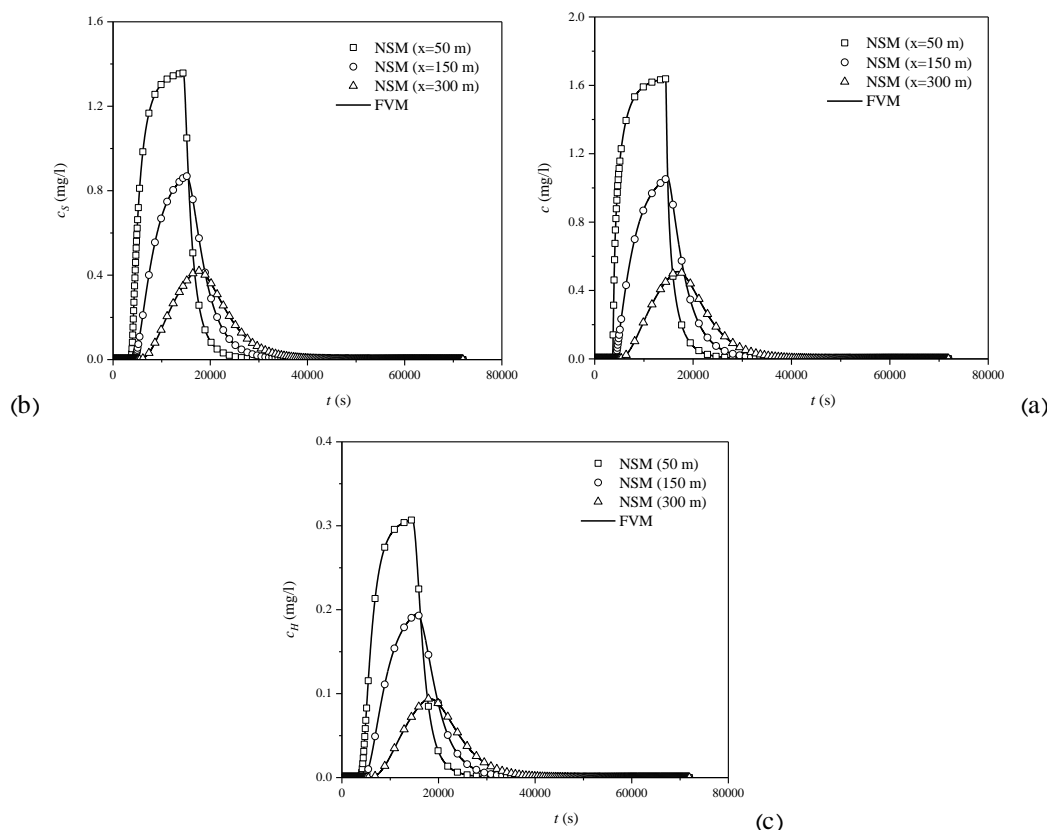


Fig. 9 Temporal changes of finitely injected solute concentration at upstream, calculated by NSM and FVM based on model 2, presented at three cross sections in (a) main channel, (b) surface transient zone, and (c) hyporheic transient zone

شکل ۹ تغییرهای زمانی غلظت محاسباتی با شبیه‌سازی مدل ۲ با استفاده از دو روش NSM و FVM در سه مقطع در (a) آبراهه اصلی، (b) ناحیه نگهداشت سطحی، و (c) ناحیه نگهداشت زیرسطحی

جدول ۴ شاخص‌های خطای محاسبات با NSM در مقایسه با FVM برای مدل ۲

Table 4 Error indices of NSM results for model 2

Upstream boundary condition	Calculated values	$x=50\ m$		$x=150\ m$		$x=250\ m$		Mean value in the reach *	
		MRE (mg/l)	MAE (%)	MRE (mg/l)	MAE (%)	MRE (mg/l)	MAE (%)	MRE (mg/l)	MAE (%)
Finite injection	c	1.36e-8	2.93e-6	2.02e-8	2.97e-6	3.64e-8	3.63e-6	2.30e-7	1.53e-5
	c_s	1.91e-8	2.83e-6	1.62e-8	1.63e-6	1.12e-7	7.69e-6	7.55e-7	3.70e-5
	c_H	1.91e-8	6.41e-7	1.25e-8	2.84e-7	1.12e-7	1.74e-6	7.45e-7	8.02e-6

* Mean values of error indices are calculated using the distribution of concentration in 8 stations ($x=0, 50, 150, 200, 250, 300, 350, 400\ m$)
 * خطاهای میانگین با استفاده از نتایج توزیع زمانی غلظت محاسبه شده در ۸ فاصله مکانی از مبدأ ($x=0, 50, 150, 200, 250, 300, 350, 400\ m$) به دست آمده است.

پیچیدگی قابل پیاده‌سازی است؛ حال آن که برای حل عددی آن بایستی محاسبات ریاضی صورت گیرد. همچنین، به علت تنوع موجود در منبع‌های ولتاژ و جریان الکتریکی، شرایط مرزی مانند منبع‌های سینوسی و نمایی به راحتی و به طور مستقیم قابل معادل‌سازی با عنصرهای الکتریکی هستند.

محاسبات نرم‌افزار PSpice (تا حدود پنج برابر) به علت استفاده از الگوریتم‌ها و گام‌های زمانی محاسباتی بهینه در شبیه‌سازی‌های ترنزیست می‌باشد. افزون بر این، پیاده‌سازی مدل‌ها و شرایط مرزی آن‌ها با استفاده از مدارهای الکتریکی معادل دارای سادگی و انعطاف بیشتری است.

به عنوان مثال، در روش NSM، رابطه (۲۰) که به عنوان شرط مرزی پایین دست تعیین شد، به طور مستقیم و بدون

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این بررسی دو مدل انتقال محلول در آبراهه حاوی ناحیه‌های نگهداشت موقت با شبکه مدارهای الکتریکی معادل حل شدند. این روش که موسوم به NSM بوده و بر پایه معادل‌سازی رابطه‌های دیفرانسیلی حاکم بر پدیده‌ها با المان‌های الکتریکی قرار دارد، با استفاده از حل تحلیلی ارائه شده برای مدل اول صحت‌سنجی شد و نتایج این بررسی گویای قابلیت اعتمادپذیری بالای NSM در برآورد غلظت محلول در آبراهه اصلی و ناحیه‌های نگهداشت است. مدل دوم با استفاده از دو روش NSM و FVM برای برآورد توزیع زمانی و مکانی غلظت محلول در آبراهه اصلی و ناحیه‌های نگهداشت سطحی و زیرسطحی، حل شد. اختلاف نتایج بسیار ناچیز این دو روش نشان داد که دقت آن‌ها در برآورد غلظت‌ها مشابه است.

افزون بر دقت بالای روش NSM، زمان محاسباتی آن نیز در مقایسه با FVM برای حل مدل‌های مورد بررسی کمتر است. از دیگر نقاط قوت این روش، سادگی پیاده‌سازی رابطه‌های کلی و شرایط مرزی در روش NSM در مقایسه با روش‌های عددی است. زیرا این روش قابلیت حل مستقیم و همزمان چند دستگاه معادله‌های توأم که به یکدیگر متصل هستند و شرایط مرزی آن‌ها را بدون نیاز به هرگونه محاسبات پیچیده ریاضی دارد و برای این منظور، تنها گسسته‌سازی مکانی معادله‌های دیفرانسیلی کفایت می‌کند. از این گذشته، در شبیه‌سازی‌های ترنزینت، شرایط مرزی به سادگی با تنظیم شارژ اولیه خازن‌ها قابل اعمال هستند. با توجه به این برتری‌ها، روش NSM به عنوان جایگزینی مناسب و مقرون به صرفه برای روش‌های عددی در شبیه‌سازی ترنزینت دستگاه معادله‌های یک بعدی، به ویژه معادله‌های مربوط به مدل‌های انتقال توصیه می‌شود.

در معادل‌سازی پدیده‌ها با NSM، در صورت ساخت مدار الکتریکی طراحی شده، این مدل از نظر فیزیکی نیز با مدل هدف، متشابه بوده و به عنوان جایگزینی برای مدل‌های هیدرولیکی برای پیش‌بینی و بررسی کیفیت آب با زمان و هزینه کمتر و دقت اندازه‌گیری بالاتر تاکید می‌شود. بنابراین پس از ساخت این مدل معادل الکتریکی برای یک رودخانه با توجه به ویژگی‌های هندسی و هیدرولیکی آن، می‌توان

نظارت و مدیریت کیفیت آب را در شرایط بحرانی، شامل ورود ناگهانی آلاینده‌ها در نقاط مشخصی از رودخانه یا افزایش غلظت مواد موجود به بیش از مقدار مجاز آن‌ها، با دقت و سرعت قابل قبول انجام داد.

۶- فهرست نشانه‌ها

<i>A</i>	سطح مقطع جریان (m^2)
<i>c</i>	غلظت محلول ($mg\ l^{-1}$)
<i>C</i>	ظرفیت خازن (Farad)
<i>D</i>	ضریب پراکندگی ($m^2\ s^{-1}$)
<i>H()</i>	تابع هویساید
<i>I</i>	جریان الکتریکی (Ampere)
<i>J</i>	شار غلظت ($mg\ l^{-1}\ s^{-1}$)
<i>q</i>	دبی جانبی در واحد طول ($m^3\ s^{-1}\ m^{-1}$)
<i>Q</i>	دبی حجمی جریان ($m^3\ s^{-1}$)
<i>R</i>	مقاومت (ohm)
<i>t</i>	زمان (s)
<i>T</i>	زمان نهایی شبیه‌سازی (s)
<i>V</i>	ولتاژ (volt)
<i>x</i>	مسافت (m)

نشانه‌های یونانی:

α	ضریب تبادلی غلظت (s^{-1})
Δ	تغییرات
λ	ضریب زوال مرتبه اول (s^{-1})

زیر نویس‌ها:

adv.	جابه‌جایی
cal.	محاسباتی
disp.	پراکندگی
dec.	زوال
DS	پایین‌دست بازه آبراهه
ex.	تبادلی
<i>H</i>	ناحیه نگهداشت متخلخل (زیرسطحی)
<i>i</i>	شمارشگر گام مکانی
in	ورودی
lat.	جریان جانبی
<i>L</i>	طول بازه آبراهه
<i>n</i>	تعداد گام‌های زمانی

thermodynamic switching point in complex kinetic schemes. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 16(46), 25409-25420.

Chabokpour, J., Minaei, O. and Daneshfaraz, R. (2017). Investigation of longitudinal dispersion coefficients of nonreactive contaminants in porous media. *Iranian Journal of Hydraulics*, 12(2), 1-12. (In Persian)

Choi, J., Harvey, J. W. and Conklin, M. H. (2000). Characterizing multiple timescales of stream and storage zone interaction that affect solute fate and transport in streams. *Water Resources Research*, 36(6), 1511-1518.

Del Cerro Velázquez, F., Gómez-Lopera, S. A. and Alhama, F. (2008). A powerful and versatile educational software to simulate transient heat transfer processes in simple fins. *Computer Applications in Engineering Education*, 16(1), 72-82.

Elder, J. W. (1959). The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of fluid mechanics*, 5(4), 544-560. Abbott, M. B., Price, W. A. (Eds.). (1993). *Coastal, estuarial and harbour engineer's reference book*. CRC Press.

Garcia-Hernandez, M. T., Castilla, J., González-Fernández, C. F. and Horno, J. (1997). Application of the network method to simulation of a square scheme with Butler-Volmer charge transfer. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 424(1-2), 207-212.

González-Fernández, C. F., García-Hernández, M. T. and Horno, J. (1995). Computer simulation of a square scheme with reversible and irreversible charge transfer by the network method. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 395(1-2), 39-44.

Horno Montijano, J. (2002). Network simulation method. *Research Signpost*.

Kazezyilmaz-Alhan, C. M. (2008). Analytical solutions for contaminant transport in streams. *Journal of hydrology*, 348(3-4), 524-534.

Kerr, P. C., Gooseff, M. N. and Bolster, D. (2013). The significance of model structure in one-dimensional stream solute transport models with multiple transient storage zones—competing vs. nested arrangements. *Journal of hydrology*, 497, 133-144.

Manteca, I. A., Meca, A. S. and López, F. A. (2014). FATSIM-A: An educational tool based on electrical analogy and the code PSPICE to simulate fluid flow and solute transport processes. *Computer Applications in Engineering Education*, 22(3), 516-528.

Meddah, S., Saidane, A., Hadjel, M. and Hireche, O. (2015). Pollutant dispersion modeling in natural

<i>N</i>	تعداد گره‌های محاسباتی
obs.	مشاهداتی
out	خروجی
<i>s</i>	ناحیه نگهداشت
<i>S</i>	ناحیه نگهداشت سطحی
tran.	ترنزینت (غیرماندگار)
US	بالادست بازه آبراه

۷- منابع

Ataieyan, A., Ayyoubzadeh, S. A. and Nabavi, A. (2016). Introduction of Network Simulation Method and investigation of its feasibility in simulation of contaminant transfer in a river. 15th National Conference of Hydraulics, Qazvin, Iran. (In Persian)

Bellver, F. G., Garratón, M. C., Meca, A. S., López, J. A. V., Guirao, J. L. and Fernández-Martínez, M. (2017). Applying the Network Simulation Method for testing chaos in a resistively and capacitively shunted Josephson junction model. *Results in physics*, 7, 813-822.

Bencala, K. E., McKnight, D. M. and Zellweger, G. W. (1990). Characterization of transport in an acidic and metal-rich mountain stream based on a lithium tracer injection and simulations of transient storage. *Water Resources Research*, 26(5), 989-1000.

Bencala, K. E. and Walters, R. A. (1983). Simulation of solute transport in a mountain pool-and-riffle stream: A transient storage model. *Water Resources Research*, 19(3), 718-724.

Bottacin-Busolin, A., Marion, A., Musner, T., Tregnaghi, M. and Zaramella, M. (2011). Evidence of distinct contaminant transport patterns in rivers using tracer tests and a multiple domain retention model. *Advances in water resources*, 34(6), 737-746.

Briggs, M. A., Gooseff, M. N., Arp, C. D. and Baker, M. A. (2009). A method for estimating surface transient storage parameters for streams with concurrent hyporheic storage. *Water Resources Research*, 45(4).

Cánovas, M., Alhama, I., Trigueros, E. and Alhama, F. (2015). Numerical simulation of Nusselt-Rayleigh correlation in Bénard cells. A solution based on the network simulation method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 25(5), 986-997.

Caravaca, M., Sanchez-Andrada, P., Soto, A. and Alajarin, M. (2014). The network simulation method: a useful tool for locating the kinetic-

- Trévisan, D. and Periañez, R. (2016). Coupling catchment hydrology and transient storage to model the fate of solutes during low-flow conditions of an upland river. *Journal of Hydrology*, 534, 317-325.
- Tuinenga, P. W. (1988). *SPICE: a guide to circuit simulation and analysis using PSpice*. Prentice Hall PTR.
- Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. (2007). *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson Education.
- Zueco, J., Bég, O. A. and Ghosh, S. K. (2010). Unsteady hydromagnetic natural convection of a short-memory viscoelastic fluid in a non-Darcian regime: network simulation. *Chemical Engineering Communications*, 198(2), 172-190.
- Zueco, J. and Campo, A. (2006). Network model for the numerical simulation of transient radiative transfer process between the thick walls of enclosures. *Applied Thermal Engineering*, 26(7), 673-679.
- Zueco, J. and López-Ochoa, L. M. (2013). Network numerical simulation of coupled heat and moisture transfer in capillary porous media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 44, 1-6.
- Borland C++ Builder, Version 6.0 [Build 10.155], Copyright © 1983-2002, Borland Software Corporation. Portions copyright 1996-2002 toolfactory GmbH.
- MATLAB, Version R2015a (8.5.0.197613), copyright © 1984-2015, MathWorks, Inc.
- PSpice, Version 9.2, copyright © 1986-2000, Cadence Design Systems, Inc.
- streams using the transmission line matrix method. *Water*, 7(9), 4932-4950.
- Moya, A. A. and Horno, J. (1999). Application of the network simulation method to ionic transport in ion-exchange membranes including diffuse double-layer effects. *The Journal of Physical Chemistry B*, 103(49), 10791-10799.
- Nordin, C. F. and Troutman, B. M. (1980). Longitudinal dispersion in rivers: The persistence of skewness in observed data. *Water Resources Research*, 16(1), 123-128.
- O'Connor, B. L., Hondzo, M. and Harvey, J. W. (2009). Predictive modeling of transient storage and nutrient uptake: Implications for stream restoration. *Journal of Hydraulic Eng.*, 136(12), 1018-1032.
- Runkel, R. L. (1998). One-dimensional transport with inflow and storage (OTIS): A solute transport model for streams and rivers.
- Serna, J., Velasco, F. J. S., and Meca, A. S. (2014). Application of network simulation method to viscous flows: The nanofluid heated lid cavity under pulsating flow. *Computers & Fluids*, 91, 10-20.
- Socolofsky, S. A. and Jirka, G. H. (2005). Special topics in mixing and transport processes in the environment. *Engineering-Lectures*. 5th Edition. Texas A&M University, 1-93.
- Sofiev, M. (2002). Extended resistance analogy for construction of the vertical diffusion scheme for dispersion models. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 107(D12), ACH-10.
- Thome, C. R. and Zevenbergen, L. W. (1985). Estimating mean velocity in mountain rivers. *Journal of Hydraulic Engineering*, 111(4), 612-624.