

مقایسه حل دوبعدی و یک‌بعدی استهلاك نوسانهای فشاری ضربه قوچ با ضریب اصطکاک حالت دائم و غیر دائم

بهار فیروز آبادی^{۱*}، حامد حامدی نژاد^۲

۱- دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

* تهران، صندوق پستی ۹۵۶۷ - ۱۱۳۶۵

firoozabadi@sharif.edu

چکیده - به علت تغییر در شرایط شیرها، راه‌اندازی یا متوقف شدن پمپ‌ها یا تغییر بار مصرفی توربین‌ها در خطوط لوله، جریان گذرایی ایجاد شده و پدیده‌ای اتفاق می‌افتد که به آن ضربه قوچ می‌گویند. در چنین شرایطی، یک موج فشاری تولید می‌شود. عامل مستهلک شدن این امواج تنش برشی دیواره است. مقایسه نتایج تجربی و تئوری نشان داده است که در مدل‌سازی استهلاك امواج فشاری، استفاده از ضریب اصطکاک دائم یا شبه دائم در مدل‌های یک بعدی، به پیش‌بینی غلط رویدادها منجر می‌شود. در حقیقت پروفیل‌های سرعت در شرایط واقعی غیر دائم، گرادپان‌های شدیدتری داشته و در نتیجه تنش برشی از حالت دائم بیشتر خواهد بود. به‌علاوه در جریان گذرا ممکن است تنش برشی روی دیوار با متوسط جریان هم‌فاز نباشد. این وابستگی ضریب اصطکاک به فرکانس، در مدل‌های یک بعدی به‌وضوح مشخص نیست. در نتیجه مطمئن‌ترین روش مدل‌سازی جریان گذرا روش دوبعدی است که در آن پروفیل سرعت در هر لحظه به‌دست می‌آید؛ اگر چه روش‌های دو بعدی با وجود دقت بالا، از نظر حجم محاسبات پر هزینه هستند. در این مقاله شرایط گذرای سیستم شیر-لوله-مخزن به صورت دوبعدی برای جریان آرام و آشفته شبیه‌سازی شده است. در جریان آشفته از فرضیه طول اختلاط پراختل برای مدل‌سازی آشفتگی استفاده شده است. نتایج حاصل از این روش با نتایج به‌دست آمده از مدل‌های یک بعدی با ضرایب اصطکاک دائم و غیر دائم (مدل برونون) نیز مقایسه شده است. در مدل‌سازی حاضر برای کاهش حجم محاسبات و زمان اجرا، در جمله غیر خطی تنش برشی در مدل آشفتگی از فیزیک مسأله استفاده شده است. مقایسه نتایج روش دو بعدی با نتایج تجربی و نیز نتایج یک بعدی نشان می‌دهد که روش حاضر به‌خوبی می‌تواند استهلاك نوسانات را پیش‌بینی کند.

کلیدواژگان: جریان گذرا^۱، مدل‌های اصطکاک غیر دائم^۲، نظریه طول اختلاط^۳، روش تفاضل محدود^۴، مدل دو بعدی،

ضربه قوچ

1. Transient Flow
2. Unsteady Friction Models
3. Mixing Length Theory
4. Finite-Difference Method

۱- مقدمه

در روشهای مدل‌سازی یک بعدی ضربه قوچ، در نظر گرفتن ضریب اصطکاک بر اساس روابط جریان دائم (با سرعت متوسط) یا شبه دائم (با عدد رینولدز لحظه‌ای محلی) منجر به پیش‌بینی غیر دقیق شرایط گذرا و در نتیجه کاهش استهلاک موج فشاری خواهد شد. تحت این شرایط نوسانهای حاصل از شرایط گذرا به کندی مستهلک می‌شوند و نمی‌توانند نتایج حاصل از آزمایش را به خوبی پیش‌بینی کنند (Wylie et al., 1993). در عمل، عبور پی در پی امواج فشاری و مکشی، گرادیان‌های شدیدی را در پروفیل سرعت ایجاد می‌کند که باعث افزایش تنش برشی در سیال می‌شود. به همین علت فرکانس‌های مرتبه بالاتر امواج، بسیار سریع‌تر از مؤلفه‌های با فرکانس کمتر مستهلک می‌شوند (Vardy et al., 1995). بنابراین اصطکاک جدار در عمل بسیار بیشتر از مقدار محاسبه شده در مدل‌های یک بعدی است. همچنین در این مدل‌ها وابستگی اصطکاک به فرکانس به‌طور صریح بیان نمی‌شود (Pezzinga, 1999). از طرف دیگر میرایی نوسانها در شبکه لوله‌ها نسبت به لوله ساده اهمیت بیشتری پیدا می‌کند (Pezzinga, 1999)، زیرا تأثیر نوسانها در شبکه لوله باعث جابه‌جا شدن موقعیت مکانی و زمانی فشارهای بحرانی شبکه می‌شود.

در جریان‌های گذرا، گرادیان شدیدی که در پروفیل سرعت وجود دارد باعث می‌شود که عدد رینولدز محلی به تنهایی مرجع مناسبی برای محاسبه تنش برشی دیوار نباشد. همچنین در شرایط جریان گذرا، تنش برشی در دیوار با سرعت متوسط جریان لزوماً هم‌فاز نیست (Silva-Araya et al., 1997). برای حل این مشکل در روشهای یک‌بعدی از پیشینه جریان نیز کمک گرفته می‌شود تا با اضافه کردن جمله‌هایی به ضریب اصطکاک دائم، تأثیر گرادیان لحظه‌ای سرعت نیز اعمال شود. با وجود این وابستگی اصطکاک به فرکانس در این مدل‌ها

مشاهده نمی‌شود (Pezzinga, 1999). با وجود این گرچه روشهای یک‌بعدی دنباله نوسانها را به‌خوبی پیش‌بینی نمی‌کنند، اما حداکثر و حداقل فشار را با تقریب نسبتاً خوبی پیش‌بینی می‌کنند (Pezzinga, 2000). لذا به نظر می‌رسد در مسائل مهندسی - اگر مقصود پیش‌بینی حداکثر فشار باشد و سیستم شامل شبکه لوله‌ها نباشد - روشهای یک بعدی و اعمال ضریب اصطکاک دائم می‌تواند مناسب باشد. اما برای محاسبه نحوه استهلاک این امواج روشهای یک بعدی با اعمال ضریب اصطکاک دائم یا شبه دائم چندان کارا نبوده و به همین دلیل به روابط تجربی نیاز دارد.

بنابراین برای پیش‌بینی بهتر دنباله نوسانها، مطمئن‌ترین روش، به‌دست آوردن نیم‌رخ سرعت در هر لحظه است تا بتوان مقدار دقیق تنش برشی و اثر استهلاکی آن را بر روی امواج به‌دست آورد. برای این منظور باید جریان در مقطع لوله به صورت دوبعدی تحلیل شود. در مدل‌های دو بعدی و شبه دوبعدی نیم‌رخ سرعت واقعی در سطح مقطع لوله مورد توجه قرار می‌گیرد و جریان گذرا را با دقت بالاتری می‌توان مدل‌سازی کرد. همچنین این مدل‌ها با فیزیک موج و مدل آشفتگی سازگارترند (Vakil et al., 2006). به این ترتیب در تحلیل دوبعدی، ضریب اصطکاک به توزیع سرعت لحظه‌ای جریان وابسته خواهد بود.

در حالت دو بعدی معادلات حاکم بر جریانهای آشفتفته گذرا، سیستمی از معادلات دیفرانسیل پاره‌ای هذلولوی - سهموی را ایجاد می‌کنند که در حالت کلی به صورت تحلیلی قابل حل نبوده و فقط برای حالت‌های خاص جریانهای آرام غیر دائم می‌توان با حل تحلیلی، نیم‌رخ سرعت را به‌دست آورد (Holmboe et al., 1967). برای حل معادلات حاکم بر جریان گذرا، سیلوا و چادری (Silva-Araya et al., 1997) قسمت هذلولوی معادلات را با روش مشخصه‌ها^۱ در یک بعد و قسمت سهموی را با

1. Method of Characteristics

σ_θ انحراف از تنش نرمال در راستای طولی، شعاعی و زاویه‌ای است.

واردی و هوانگ (Vardy et al., 1991) نشان دادند که در جریان آرام و همچنین در جریان آشفته گذرا، سرعت در راستای شعاعی در حدود $10-20 \mu m/s$ است، بنابراین از سرعت در راستای شعاعی و مشتقات آن در معادلات (۲) و (۳) صرف نظر شده است. در نتیجه معادله (۳) به صورت زیر ساده می شود (Pezzinga, 1999):

$$\frac{\partial H}{\partial r} = 0 \quad (4)$$

که نشان می دهد فشار در هر مقطع مستقل از r است. u تابعی از r, x و t است، حال آنکه متغیرهای H و Q فقط تابعی از x و t می باشند. اکنون با در نظر گرفتن این شرایط و دوباره نویسی معادلات (۱) و (۲) معادلات زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA_0} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} = 0 \quad (6)$$

که A_0 سطح مقطع لوله، a سرعت موج و Q دبی جریان است که با انتگرال گیری از سرعت روی سطح مقطع به دست می آید.

از آنجا که $dA = 2\pi r dr$ ، می توان معادله (۶) را به صورت مناسب زیر نوشت:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{2\pi}{\rho} \frac{\partial(r\tau)}{\partial A} = 0 \quad (7)$$

۳- مدل تنش برشی

در جریان آشفته، برای محاسبه تنش برشی در لایه مرزی نزدیک دیوار از قانون نیوتن در زیر لایه لزج و در ناحیه آشفته از فرضیه طول اختلاط پراتل استفاده می شود (Cengel et al., 2006).

روش تفاضل محدود^۱ حل کردند.

اما پزینگا (Pezzinga, 2000) روش دوبعدی و یک بعدی جریان گذرا را در شبکه لوله با استفاده از روش تفاضل محدود به صورت ضمنی تحلیل کرد. هر دوی آنها ذکر کرده اند که مشکل مهم روشهای دوبعدی، هزینه بالاتر محاسبات نسبت به روشهای یک بعدی است (Silva-Araya et al., 1997 and Pezzinga, 2000).

در مقاله حاضر، جریان گذرا در یک شبکه شیر-لوله-مخزن به صورت دوبعدی مدل سازی شده است. برای شبیه سازی آشفته از فرضیه طول اختلاط پراتل استفاده شده است. در این قسمت برای کاهش حجم و زمان محاسبات، قسمت غیر خطی تنش برشی با روشی متکی بر فیزیک مسئله ارائه شده است.

۲- معادلات حاکم

معادلات پیوستگی و مومنتم برای یک جریان در لوله الاستیک با مقطع دایره ای با فرض جریان متقارن محوری در این لوله و در مختصات استوانه ای به صورت زیر است (Pezzinga, 1999):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -g \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial(r\partial_r)}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_\theta}{\rho r} \quad (3)$$

که x فاصله در طول لوله، r فاصله شعاعی از محور، t زمان، H بلندای پیژومتریک، p فشار، u و v به ترتیب سرعت در جهت محوری و شعاعی لوله، ρ چگالی سیال، g شتاب جاذبه، τ تنش برشی دیوار، σ_x ، σ_r و

در اینجا B بر اساس تابعی که شلیختینگ (Schlichting, 2000) برای لوله‌های صنعتی به دست آورد، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$B = 8.25 - 2.5 \ln \left(1 + \frac{3.32}{\text{Re}_*} \right) \quad (15)$$

۴- گسسته‌سازی و حل معادلات حاکم به

روش تفاضل محدود

معادلات (۱) و (۲) معادلات دیفرانسیل پاره‌ای هذلولوی غیر خطی هستند و در حالت کلی به جز روشهای عددی، روش حل دیگری ندارند. در مقاله حاضر این معادلات به روش تفاضل محدود حل شده است. لوله توسط شبکه‌بندی استوانه‌ای با المان Δx در راستای طولی و المان‌های سطح مقطع ΔA در جهت شعاعی شبکه‌بندی می‌شود. r_j فاصله هر مؤلفه سرعت تا محور لوله است. Δr_j فاصله دو سطح هر المان در راستای شعاعی است. ضمناً $\tau_{i,j}$ روی این سطوح تعریف می‌شوند، حال آنکه مؤلفه سرعت $u_{i,j}$ در وسط این المان قرار می‌گیرد. Δr_j ها با نزدیک شدن به دیوار به صورت لگاریتمی کاهش می‌یابند. از آنجا که پروفیل سرعت در نزدیک دیوار تغییرات شدیدتری دارد، شبکه‌بندی در نزدیک دیوار ریزتر شده و باعث افزایش دقت محاسبات می‌شود (شکل ۱).

Δt به صورت تابعی از المان طولی به صورت $\Delta t = \frac{\Delta x}{a}$ در نظر گرفته شده است. با این شرط گام‌های زمانی با المان‌های طولی کوپل شده که باعث پایداری روش محاسباتی خواهد شد (Pezzinga, 1999). از یک شبکه جابجا شده در راستای طولی استفاده شده است، به طوری که مقادیر سرعت و تنش برشی را در وجه‌های المان قرار داده و مقدار فشار نظیر هر المان در مرکز المان قرار می‌گیرد.

$$\tau = -\rho \nu \frac{\partial u}{\partial r} - \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \frac{\partial u}{\partial r} \quad (8)$$

که ν لزجت سینماتیک و l طول اختلاط است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود (Cengel et al., 2006):

$$\frac{l}{R} = \alpha \frac{y}{R} e^{-(y/R)} \quad (9)$$

که y فاصله از دیوار، R شعاع لوله، α ثابتی است که داری آن را برابر ۰/۳۸ فرض کرد. در این مقاله α تابعی از عدد رینولدز بر اساس داده‌های تجربی نیکورادسی به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۳]:

$$\alpha = 0.374 + 0.0132 \ln \left(1 + \frac{83100}{\text{Re}} \right) \quad (10)$$

لایه مرزی آشفته شامل دو ناحیه زیر لایه لزج و ناحیه آشفته در نظر گرفته شده است. در زیر لایه لزج پروفیل سرعت خطی بوده و در ناحیه آشفته لگاریتمی است.

در زیر لایه لزج پروفیل سرعت به صورت زیر ارائه شده است (Cengel et al., 2006):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu} \quad (11)$$

که در آن سرعت اصطکاکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

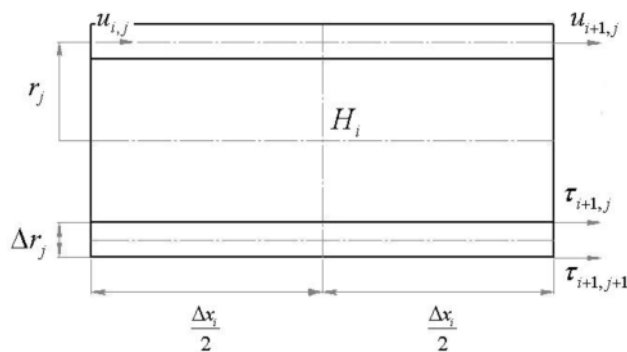
$$u_* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (12)$$

در ناحیه آشفته از رابطه لگاریتمی زیر استفاده می‌شود (Cengel et al., 2006):

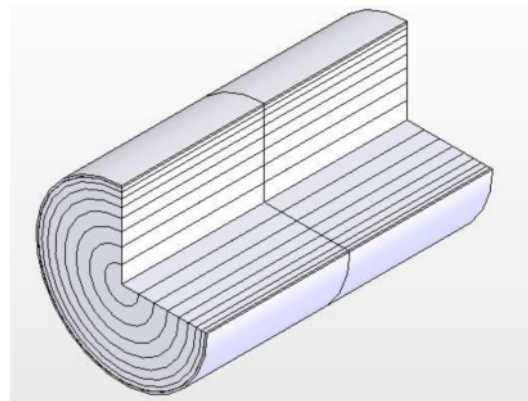
$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y}{\varepsilon} + B \quad (13)$$

که در این رابطه ε زبری سطح داخلی لوله است و اگر مقدار آن داده نشده باشد، $\frac{\varepsilon}{R} = 2 * 10^{-4}$ فرض شده که مقدار متوسط برای لوله‌های صنعتی در دیگرام مودی در نظر گرفته شده است. B تابعی از عدد رینولدز اصطکاکی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Re}_* = u_* \frac{\varepsilon}{\nu} \quad (14)$$



(ب)



(الف)

شکل ۱ شبکه بندی در مختصات استوانه ای، الف-موقعیت المانها در مقطع لوله و ب- موقعیت مؤلفه ها در هر المان

می کند. اگر $\beta = 0$ باشد روش جداسازی، صریح بوده و اگر $\beta = 1$ باشد روش ضمنی است. از آنجا که پایداری روش صریح تحت تأثیر انتخاب گام های زمانی است، مقدار $\beta = 0.5$ در نظر گرفته شده است. در صورتی که پایداری بیشتری برای مسأله مدنظر بود مقداری بزرگتر از ۰/۵ برای آن منظور خواهد شد.

از آنجا که معادله مومتم برای مکان (i, j) نوشته شده و تنش برشی روی کناره های المان با استفاده از $\tau_{i,j}^k$ و $\tau_{i,j+1}^k$ نوشته شده که با جفت سرعت های نامعلوم $u_{i,j}^k$ ، $u_{i,j-1}^k$ و $u_{i,j+1}^k$ مشخص شده، دستگاه معادلات غیر خطی را به صورت $A(U).U=B$ برای هر مقطع تشکیل می دهند. $A(u)$ ماتریس ضرایب، u بردار سرعت های نامعلوم و B بردار ضرایب معلوم است. از آنجا که ماتریس ضرایب چهار قطری است با روشهای تکراری قابل حل است. مقادیر اولیه در هر گام برابر مقدار به دست آمده در مرحله قبل است. برای گسسته سازی τ از روش تفاضل مرکزی استفاده شده است. همچنین برای حل قسمت غیر خطی مدل تنش برشی، برای عبارت داخل قدر مطلق از پروفیل سرعت در گام قبلی - که موج

معادله پیوستگی با روش جداسازی صریح به صورت زیر گسسته سازی شده است:

$$\frac{H_i^k - H_i^{k-1}}{\Delta t} + \frac{a^2}{gA_0} \frac{Q_{i+1}^{k-1} - Q_i^{k-1}}{\Delta x} = 0 \quad (16)$$

i و k به ترتیب به x و زمان مربوط است.

همگرایی روش صریح، به اندازه المانها وابسته است، برای حل این مشکل معادله مومتم با روش غیر صریح (نیمه ضمنی) به صورت زیر گسسته سازی می شود:

$$\frac{u_{i,j}^k - u_{i,j}^{k-1}}{\Delta t} + g \frac{H_i^k - H_{i-1}^k}{\Delta x} + \frac{2\pi}{\rho} \frac{(r_{j+1}\tau_{i,j+1}^* - r_j\tau_{i,j}^*)}{\Delta A} = 0 \quad (17)$$

که شاخص j به جهت r اشاره دارد. در این رابطه فشار در هر لحظه به صورت زیر محاسبه می شود. برای هر گام زمانی مقادیر H و Q در کل لوله محاسبه می شود. سپس برای همان گام زمانی پروفیل سرعت در تمامی مقاطع محاسبه می شود. برای محاسبه تنش برشی از رابطه زیر استفاده شده است:

$$\tau_{i,j}^* = (1 - \beta)\tau_{i,j}^{k-1} + \beta\tau_{i,j}^k \quad (18)$$

که در آن β یک ضریب وزنی است که بین ۰ و ۱ تغییر

$$\xi = \frac{C_d A_G}{(C_d A_G)_0} \quad (22)$$

با حل همزمان معادلات (۱۶ و ۲۱) مقدار H پشت شیر با روش تکرار محاسبه می‌شود، به طوری که بلندای گره آخر با دبی شیر و قبل از آن متناسب باشد.

۵- معادلات حاکم بر مدل یک‌بعدی ضربه قوچ

معادلات یک بعدی توصیف کننده جریان‌های گذرا با فرضیات تراکم پذیری سیال، الاستیک بودن دیوارهای لوله و تلفات اصطکاکی دائم، بر حسب دو متغیر وابسته سرعت، $V(x,t)$ و فشار، $P(x,t)$ و دو متغیر مستقل مکان در طول لوله، x و زمان، t به صورت زیر است (Wylie et al., 1993):

$$L_1 = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + g \sin \alpha + \frac{fV|V|}{2D} = 0 \quad (23)$$

$$L_2 = \frac{\partial P}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (24)$$

در این معادلات a سرعت موج فشاری، g شتاب ثقل، ρ چگالی سیال، α زاویه لوله نسبت به افق و D قطر لوله است. معادلات فوق را بر حسب دبی، $Q(x,t)$ و بلندای پیژومتریک، $H(x,t)$ در نظر گرفته و با ترکیب خطی معادلات (۲۳ و ۲۴) با ضریب نامشخص λ به صورت معادله (۲۵) در نظر گرفته می‌شود (Wylie et al., 1993):

$$L = L_1 + \lambda L_2 = \lambda g A \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right] + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \quad (25)$$

از آن گذشته - استفاده شده است. پایداری این روش به مراتب بهتر از حالتی است که از پروفیل سرعت در زمان قبل تر استفاده شود. ضمناً برای پروفیل سرعت و در شرایط اولیه جریان در صورت آشفته بودن از قانون توانی $\frac{1}{7}$ استفاده می‌شود (روابط ۱۹ و ۲۰).

این که از کدام یک از دو معادله فوق استفاده شود، به جهت حرکت موج بستگی دارد. اگر در حل خط به خط مقاطع عرضی در برنامه عددی موج فشاری از شیر به سمت مخزن باشد، از معادله (۲۰) و در غیر این صورت از معادله (۱۹) استفاده می‌شود.

برای شرط مرزی در مخزن بالادست، معمولاً می‌توان خط هیدرولیکی را در طی حالت گذرا ثابت در نظر گرفت. این شرط مرزی بیان می‌کند که $H_{(l,t)} = H_R$ که در آن H_R ارتفاع سطح مخزن بالای خط تراز است، یعنی در تمامی زمان‌ها فشار این المان برابر فشار مخزن در نظر گرفته می‌شود.

برای شرط مرزی شیر در پایین دست انتهای لوله، از معادله روزنه در حالت کلی استفاده می‌شود (Wylie et al., 1993):

$$Q = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \xi \sqrt{\Delta H} \quad (21)$$

که در آن Q_0 دبی جریان دائم و H_0 افت بلندای حالت دائم در شیر و ΔH افت لحظه‌ای در خط تراز هیدرولیکی در شیر و ξ کمیتی بی‌بعد است که در آن اثر $C_d A_G$ (حاصل ضرب سطح مقطع باز شیر در ضریب تخلیه) دیده می‌شود:

$$\tau_{i,j}^k = -\mu \left(\frac{u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k}{r_{j+1} - r_{j-1}} \right) + \rho \cdot l^2(j) \cdot \text{abs} \left(\frac{u_{i-1,j+1}^k - u_{i-1,j-1}^k}{r_{j+1} - r_{j-1}} \right) \cdot \left(\frac{u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k}{r_{j+1} - r_{j-1}} \right) \quad (19)$$

$$\tau_{i,j}^k = -\mu \left(\frac{u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k}{r_{j+1} - r_{j-1}} \right) + \rho \cdot l^2(j) \cdot \text{abs} \left(\frac{u_{i+1,j+1}^{k-1} - u_{i+1,j-1}^{k-1}}{r_{j+1} - r_{j-1}} \right) \cdot \left(\frac{u_{i,j+1}^k - u_{i,j-1}^k}{r_{j+1} - r_{j-1}} \right) \quad (20)$$

$$f_u = \frac{kD}{V|V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (28)$$

برگنت و همکاران (Bergant et al., 2001)، رابطه بالا را برای تعیین علامت جمله جابجایی به صورت زیر اصلاح کردند:

$$f_u = \frac{kD}{V|V|} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \text{assign}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right) \quad (29)$$

ضریب k به صورت تجربی به دست می آید و هم واردی توسط ضریب اتلاف، C^* را به صورت زیر برای جریان آرام و آشفته تعریف کرده است (Bergant et al., 2001):

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2}$$

$$C^* = 0.00476 \quad \text{برای جریان آرام}$$

$$C^* = \frac{7.41}{\text{Re}^{\log_{10}\left(\frac{14.3}{\text{Re}^{0.05}}\right)}} \quad \text{برای جریان آشفته}$$

مرجع (Vakil et al., 2006) مقادیر تجربی k را بین ۰/۰۳ و ۰/۱۵ ذکر کرده است. به منظور در نظر گرفتن جمله اصطکاک غیر دائم، رابطه L_1 از معادله (۲۳) با مدل اصلاح شده برونون به صورت رابطه (۳۰) قابل بازنویسی است (Vakil et al., 2005):

$$L_1 = Q_t + gAH_x + \frac{fQ|Q|}{2DA} + k(Q_t + a\phi_A Q_x) = 0 \quad (30)$$

که در آن $\phi_A = -1$ برای $VV_x < 0$ و $\phi_A = +1$ برای $VV_x \geq 0$ است. در این صورت معادله (۲۵) به معادله (۳۱) تبدیل می شود:

$$L = \lambda \left[H_t + \frac{gA}{\lambda} H_x \right] + (1+k) \left[Q_t + \frac{\lambda a^2 + gAka\phi_A}{(1+k)gA} Q_x \right] + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (31)$$

که در آن:

$$\lambda = -\frac{gAk}{2a} \phi_A \pm \frac{gA}{2a} (k+2) \quad (33)$$

لذا مشاهده می شود که با اضافه کردن جمله اصطکاک غیر

با تعریف مشتق کلی و برابر قرار دادن ضرایب $\frac{\partial Q}{\partial x}$ و $\frac{\partial H}{\partial x}$ ، خطوط مشخصه مثبت و منفی به صورت زیر حاصل می شود:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} \quad \text{و} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} \quad (26)$$

با جایگذاری λ در معادله (۲۵) دو زوج معادله وابسته به صورت رابطه (۲۷) حاصل می شود:

$$C^+ \begin{cases} \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = +a \end{cases} \quad C^- \begin{cases} -\frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + f \frac{Q|Q|}{2DA} = 0 \\ \frac{dx}{dt} = -a \end{cases} \quad (27)$$

با انتگرال گیری از معادلات (۲۷) در راستای خطوط مشخصه، معادلات تفاضل محدودی حاصل می شود که با دانستن شرایط $(i-1, t-\Delta t)$ و $(i+1, t-\Delta t)$ ، در هر گره داخلی شبکه در مقطع i ، دو معادله همزمان برای مقادیر نامعلوم $H(i, t)$ و $Q(i, t)$ حل می شود.

در مدل برونون (Brunone et al., 2000) معادلات گذرای ضربه قوچ به صورت یک بعدی حل می شود، اما جمله اصطکاک به سرعت جریان متوسط لحظه ای V ، شتاب محلی لحظه ای $\frac{\partial V}{\partial t}$ و شتاب جابجایی $V \frac{\partial V}{\partial x}$ وابسته است. به بیان دیگر، به ضریب اصطکاک شبه دائم دارسی-وایسباخ f_q ، جمله غیردائم ضریب اصطکاک، f_u ، به صورت زیر اضافه می شود (Vakil et al., 2005)، که در آن $(f = f_q + f_u)$:

با توجه به تعریف مشتق کلی:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{gA}{\lambda} = \frac{\lambda a^2 + gAka\phi_A}{(1+k)gA} \quad (32)$$

سیال لزج است. در این آزمایش، یک پالس فشار به اندازه 359 m در مدت زمان 2 ms تولید شده و طول لوله را طی می‌کند که با بستن ناگهانی شیر معادل است. دو فشارسنجی که در لوله نصب شده، افت فشار ناشی از حرکت موج گذرا را نشان می‌دهند (Holmboe et al. 1967). نتایج این آزمایش با نتایج مدل یک بعدی والتر و مدل دو بعدی (Holmboe et al. 1967) مقایسه و در شکل ۳ نشان داده شده است.

در آزمایش (Holmboe et al. 1967) قطر لوله $D = 0.0152m$ و چگالی و لزجت سیال به ترتیب $\rho = 900 \text{ Kg/m}^3$ و $\mu = 0.304 \text{ N.s/m}^2$ بوده است. هم چنان که از نتایج عددی شکل ۳ دیده می‌شود، حل دوبعدی به خوبی می‌تواند بلندای فشاری را در طول لوله مدل‌سازی کند، در حالی که در مدل یک‌بعدی نوسانهای استهلاک نوسات بسیار کند است که قابل انتظار نیز بود.

در ادامه از نتایج ارائه شده در تحقیقات Silva-Araya et al. (1997) برای اعتبار سنجی برنامه کامپیوتری حاضر استفاده شده است.

آزمایشهای Silva-Araya et al. (1997) شامل شیرلوله و مخزن است که شرایط آن در جدول ۱ آورده شده است. شکل ۴ مقایسه نتایج حاضر را با نتایج Silva-Araya et al. (1997) نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج عددی حاضر در دنباله نوسانها تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد. برای این آزمایش پروفیل سرعت در مقطع لوله برای زمانهای مختلف و برای دو جریان آرام و آشفته در شکل ۵ و ۶ ارائه شده است. تغییرات نیمرخ سرعت با عبور موج در هر دو حالت آرام و آشفته نشان از تغییرات شدید تنش برشی دارد. این تغییرات در صورتی که در نظر گرفته نشود (به‌عنوان مثال در مدل‌های یک بعدی)، باعث عدم استهلاک موج فشاری خواهد شد که این نکته در شکل ۳

دائم، زاویه خطوط مشخصه از $\pm a$ به $\pm \frac{a}{1+k}$ تغییر می‌کند. با انتگرال‌گیری روی خطوط مشخصه جدید، معادلات تفاضل محدود اصلاح شده به دست می‌آید.

بررسی پایداری و همگرایی روش حل برای مسائل غیر خطی که به شدت به شرایط مرزی وابسته هستند، بسیار مشکل است. برای چنین حالتی معمولاً همگرایی توسط مطالعه عدم وابستگی حل به شبکه صورت می‌پذیرد. در این حالت محاسبات با ریزتر کردن مداوم شبکه تکرار می‌شود. در صورتی که روش پایدار و تخمین‌های مورد استفاده در فرایند گسسته‌سازی سازگار باشند، حل مسأله به سوی یک حل مستقل از شبکه همگرا می‌شود.

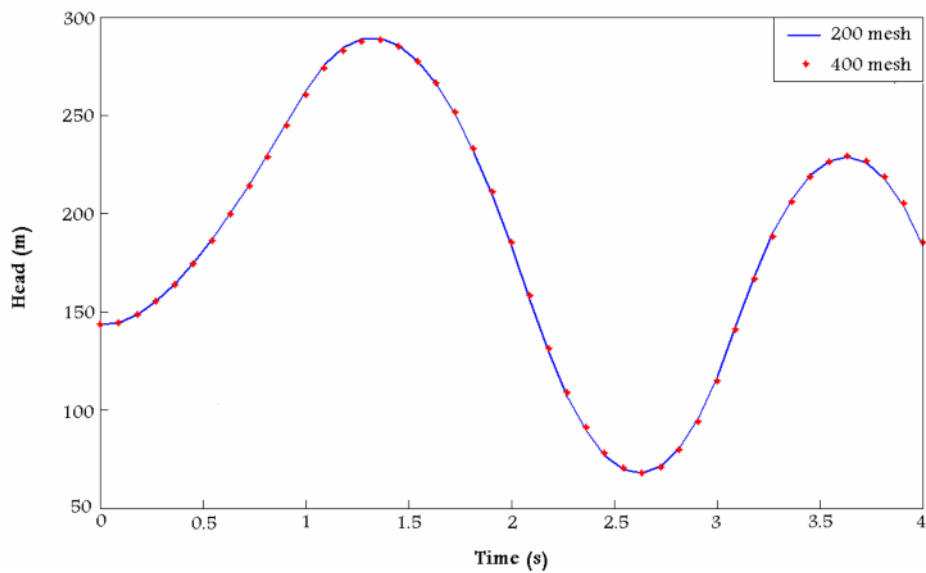
۶- اعتبار سنجی برنامه کامپیوتری حاضر و ارائه نتایج

به منظور بررسی صحت برنامه کامپیوتری حاضر و در روش دو بعدی، از نتایج ارائه شده در تحقیقات (Wylie et al. 1993)، Silva-Araya et al. (1997) و Vakil et al. (2006) استفاده شده است. قبل از این مقایسه‌ها عدم وابستگی نتایج به تعداد شبکه در شکل ۲ نشان داده شده است. هم چنان که در شکل ۲-الف و ب دیده می‌شود، با تغییر تعداد شبکه‌ها در جهت شعاعی از ۲۰۰ به ۴۰۰ و نیز در جهت طولی از ۱۰ به ۲۰ نتایج یکسان خواهد بود. این نتایج برای شرایط ارائه شده در جدول ۲ آورده شده است. برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج به تعداد شبکه، محاسبات برای تعداد شبکه‌های دیگری نیز انجام شده که نتایج در شکل ۲ آورده نشده است.

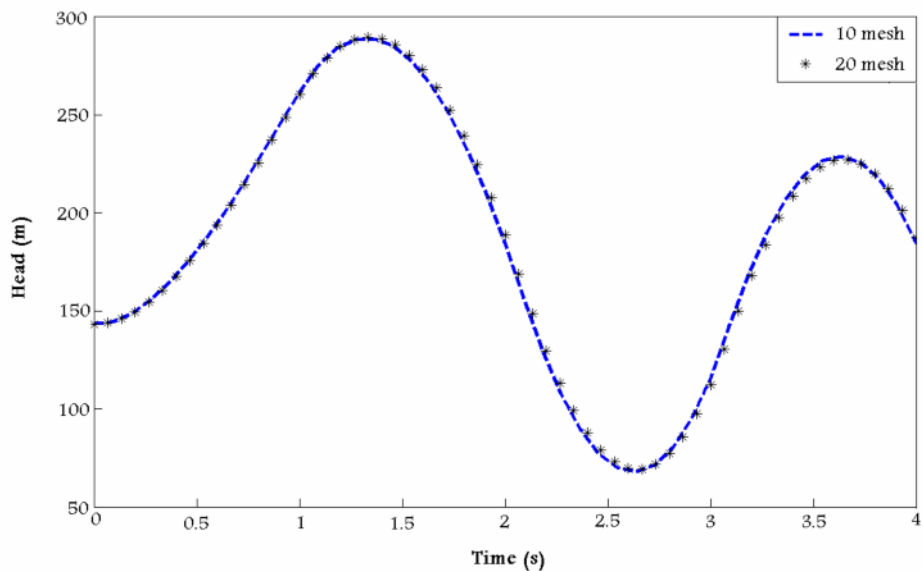
برای اعتبار سنجی نتایج، ابتدا از نتایج تجربی (Holmboe et al. 1967) - که برای جریان لزج آرام ارائه شده - استفاده شده است. این آزمایش یک لوله حاوی

مسائل ضربه قوچ - به ویژه زمانی که استهلاک نوسانات حائز اهمیت باشند- نشان می‌دهد.

نیز نمایان است. همچنین از شکل ۶ دیده می‌شود که تغییرات شیب سرعت در جریان آشفته شدیدتر است. لذا این شکل‌ها لزوم به‌کارگیری مدل‌های دوبعدی را در حل

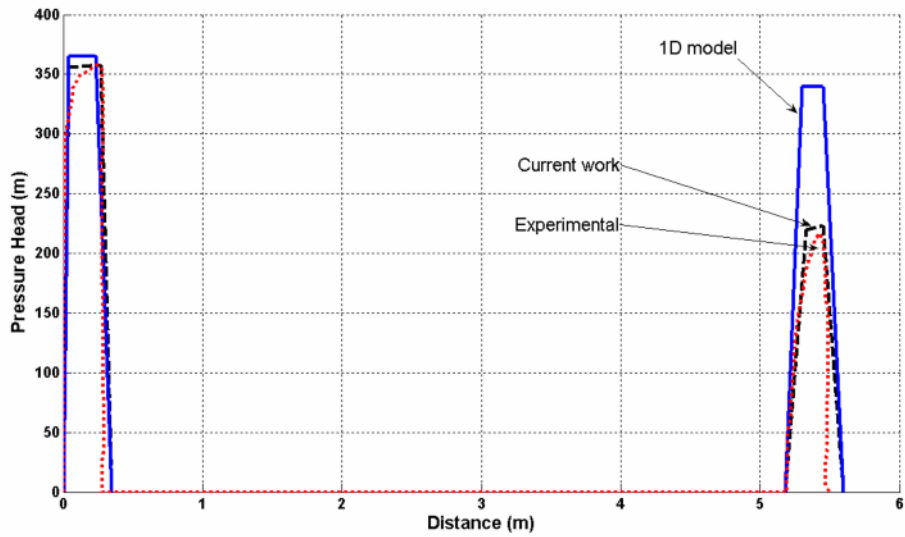


الف- تغییر تعداد شبکه در راستای شعاعی



ب- تغییر تعداد شبکه در راستای طولی

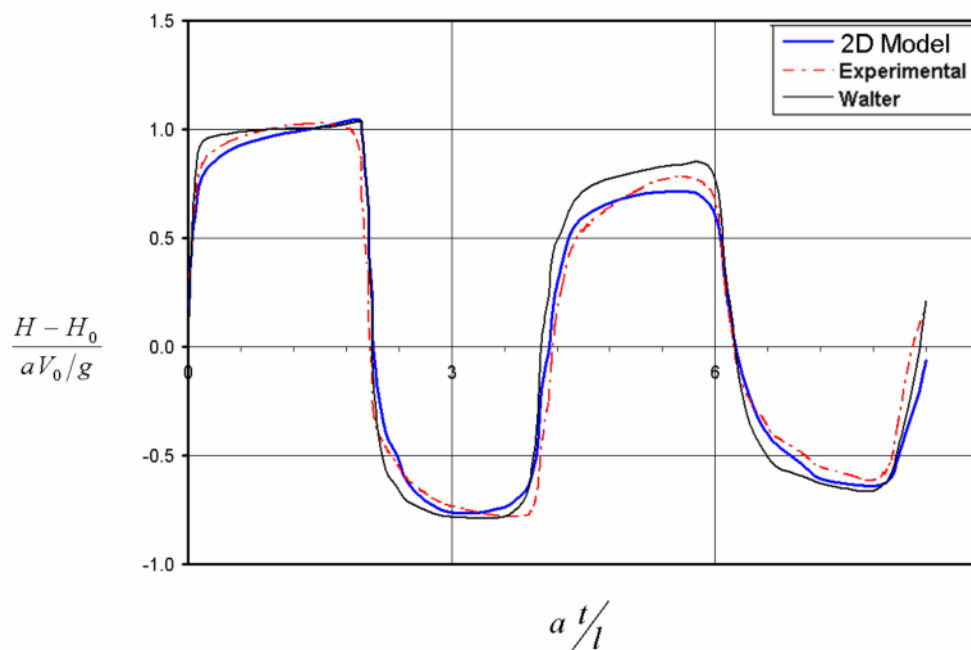
شکل ۲ عدم وابستگی حل عددی حاضر به شبکه‌بندی



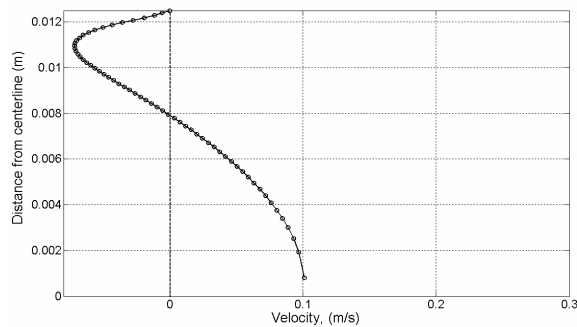
شکل ۳ نتایج حاصل از روش حاضر در مقایسه با داده‌های تجربی (Holmboe et al. (1967) و مدل یک بعدی

جدول ۱ شرایط دومین آزمایش توسط Silva et al. (1997)

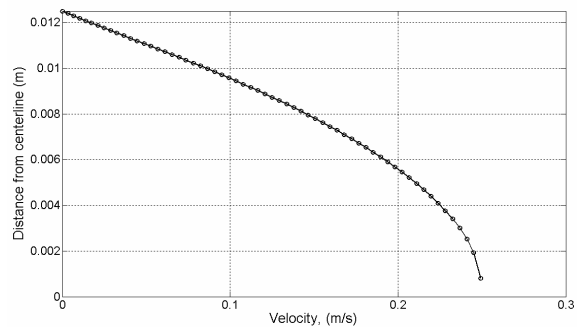
طول لوله l m	قطر لوله D m	چگالی ρ kg/m^3	لزجت μ Ns/m^2	سرعت موج a m/s	رینولدز اولیه Re
۳۶/۰۹	۰/۰۲۵	۸۷۸/۴	۰/۰۳۴۸۴	۱۳۲۴	۸۲ (جریان آرام)
۳۶/۰۹	۰/۰۲۵	۱۰۰۰	۰/۰۰۰۸۶	۱۳۵۰	۶۵۱۴ (جریان آشفتنه)



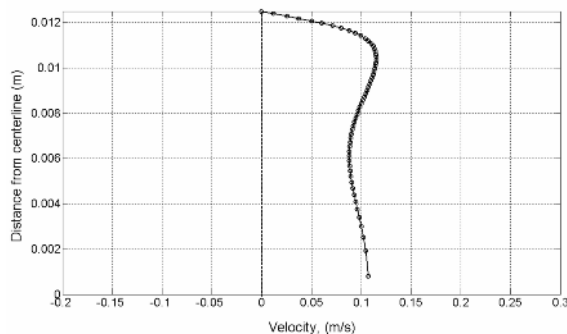
شکل ۴ مقایسه نتایج کد حاضر با نتایج (Silva-Araya et al. (1997) و داده‌های تجربی همان مرجع



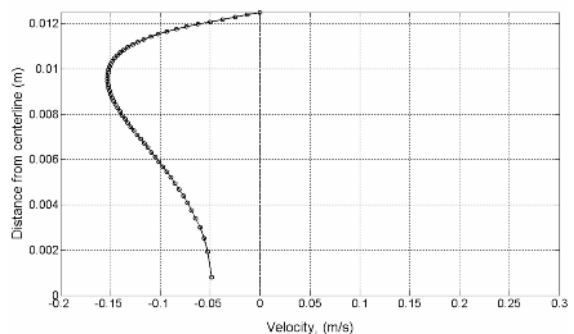
ب- بعد از عبور اولین موج فشاری



الف - قبل از عبور موج



د- بعد از برگشت موج منعکس شده از شیر



ج- بعد از عبور موج برگشتی از مخزن

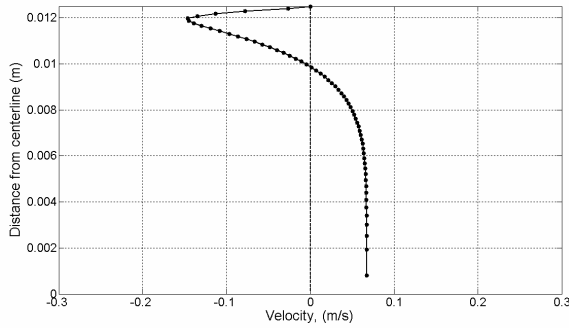
شکل ۵ نیمرخ سرعت در مسأله دوم در جریان آرام (بر اساس شرایط اولیه جریان) ، محاسبه شده توسط برنامه کامپیوتری حاضر

در ادامه از مثال مشهور ارائه شده توسط وایلی و استریتر (Wylie et al. 1993) برای مقایسه اثر ضریب اصطکاک دائم و غیر دائم در مدل‌های یک بعدی استفاده شده است. شکل ۷ طرحواره شبکه لوله شیر-لوله-مخزن ارائه شده توسط وایلی و استریتر (Wylie et al. 1993) را نشان می‌دهد. برای مقایسه، مسأله با هر دو مدل دو بعدی و یک بعدی حل شده که در مدل یک بعدی از ضریب اصطکاک دائم استفاده شده است. این مسأله شامل یک مخزن فشار ثابت، لوله و یک شیر در پایین دست جریان است. در شکل ۷ شیر با علامت T نشان داده شده است. مشخصات فیزیکی مسأله و قانون بستن شیر در جدول ۲ مشخص شده است. شکل ۸ مقایسه‌ای را بین روش دو بعدی با یک بعدی با

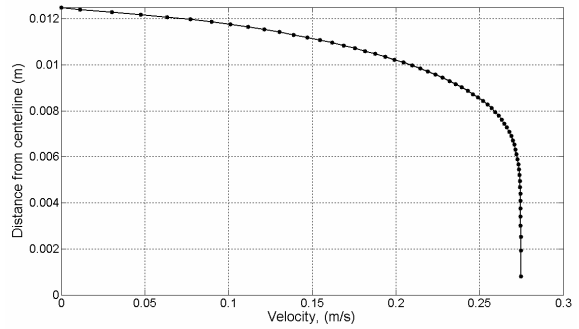
ضریب اصطکاک دائم در مسأله شیر-لوله-مخزن نشان می‌دهد. در این مقایسه بسته شدن شیر به صورت غیرخطی است و فشار و دبی در پشت شیر اندازه‌گیری شده است. همان‌طور که دیده می‌شود خطای روش یک بعدی کاملاً مشهود است. هم‌چنان که شکل ۸ نشان می‌دهد، حل یک بعدی نوسانها را میرا نکرده و حتی پس از ۲۰ ثانیه دامنه نوسانها اندکی کاهش یافته است، در حالی که در حل دو بعدی استهلاك نوسانها به سرعت انجام می‌شود. شکل ۹ بار دیگر به مقایسه روش یک بعدی و دو بعدی در سر وسط لوله برای بسته شدن خطی شیر در ۰/۱ ثانیه می‌پردازد. هم‌چنان که دیده می‌شود، اثر حل دو بعدی در استهلاك نوسانها در وسط لوله چنان است که می‌تواند باعث کاهش حدود ۵۰٪ بلندای وسط لوله پس

صورت خطی با زمان باشد، اختلاف بین نتایج یک بعدی و دو بعدی بسیار آشکار می شود.

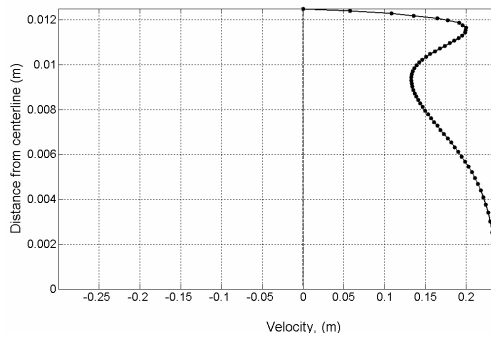
از ۲۰ ثانیه شود. در دبی این عدد به ۲۵٪ تقلیل یافته است. دیده می شود که در حالتی که بسته شدن شیر به



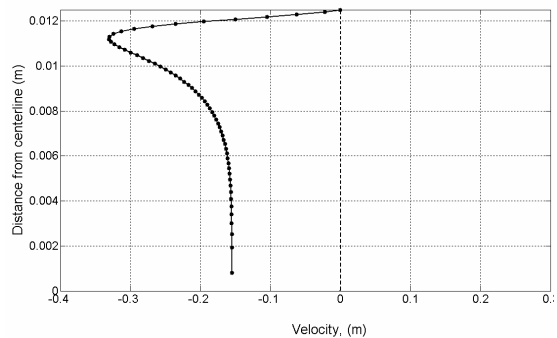
ب- بعد از عبور اولین موج فشاری



الف- نیمرخ سرعت قبل از عبور موج (بر اساس شرایط اولیه جریان)

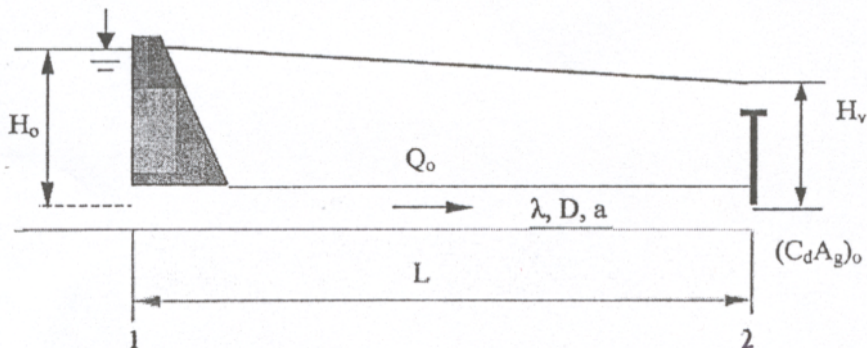


د- بعد از برگشت موج منعکس شده از شیر



ج- بعد از عبور موج برگشتی از مخزن

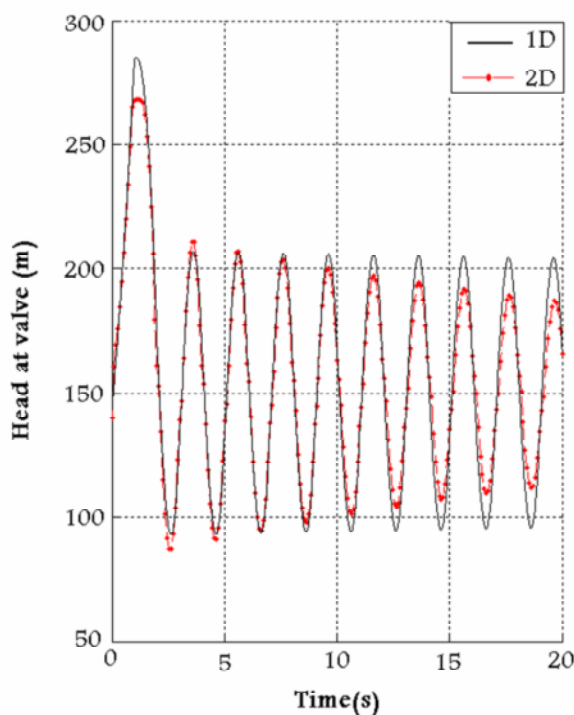
شکل ۶ نیمرخ سرعت در مسأله دوم برای جریان آشفته، محاسبه شده توسط برنامه کامپیوتری حاضر



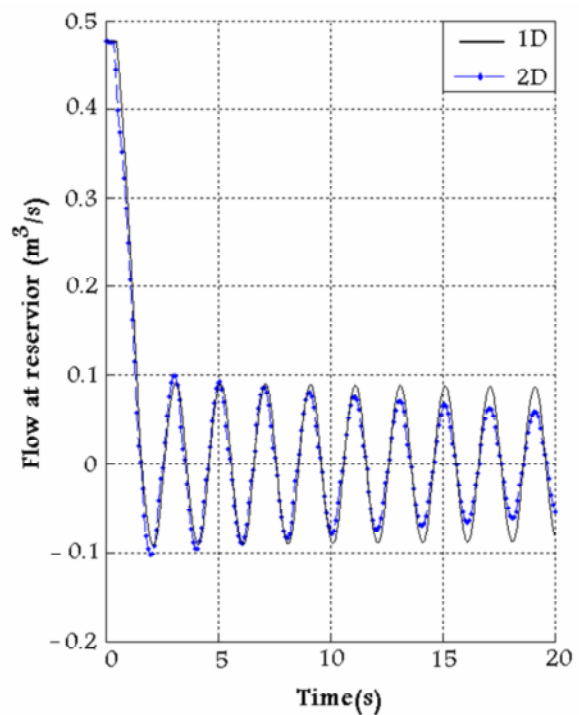
شکل ۷ شماتیک مسأله شیر-لوله-مخزن

جدول ۲ مشخصات فیزیکی مسأله و قانون های بستن شیر جهت مقایسه با مدل های یک بعدی و ضریب اصطکاک دائم و غیر دائم

طول لوله (m)	سرعت صوت (m/s)	قطر لوله (m)	هد تانک (m)	$\tau = \left(1 - \frac{t}{t_c}\right)^{E_m}$			
				به صورت توانی		به صورت خطی	
۶۰۰	۱۲۰۰	۰/۵	۱۵۰	$E_m = 1/5$	$t_c = 2.1s$	$E_m = 1$	$t_c = 0.1s$



ب- بلندای پشت شیر



الف- دبی خروج از مخزن

شکل ۸ مقایسه روش دو بعدی با یک بعدی در حالت بستن شیر به صورت توانی در ۲/۱ ثانیه (خطوط ممتد: حل یک بعدی با روش مشخصه ها و ضریب اصطکاک دائم)

گردد که ضرایب این تأثیر از طریق تجربه مشخص می شود. در مدل شکل ۱۰ قانون بسته شدن شیر به صورت نمایی است. همان طور که در این شکل مشاهده می شود، مدل برونون می تواند خطای ناشی از ضریب اصطکاک دائم را تا حدی جبران کند و اوج فشار کمتری

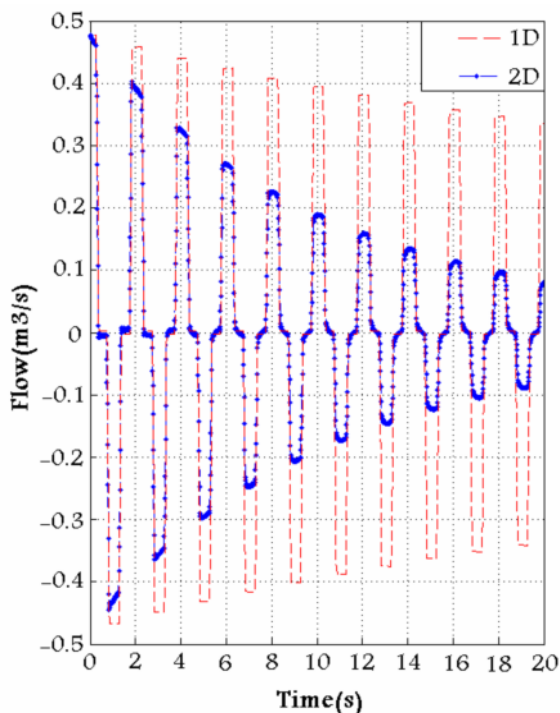
در شکل ۱۰ نتایج حاصل از روش دوبعدی با نتایج مدل یک بعدی برونون مقایسه شده است. هم چنان که گفته شد مدل برونون با در نظر گرفتن تاریخچه سرعت و شتاب جریان در حالت یک بعدی تأثیر گرادینان های سرعت را در ضریب اصطکاک وارد می کند. یاد آوری می

می‌آید. لذا ایجاد نوعی مصالحه برای این ضریب بی‌نیاز از نتایج تجربی نیست که این هم از عیوب مدل برونون است. اما مدل دوبعدی حاضر علاوه بر پیش‌بینی دقیق‌تر شرایط گذرا، مشکلات روشهای یک بعدی فوق را ندارد اما حجم حافظه و محاسبات بیشتری را طلب می‌کند. مدل عددی حاضر برای هر دو حالت جریان آرام و آشفته قابل اجرا است. در حالت آشفته در این مدل از طول اختلاط پراتل برای محاسبه تنش برشی استفاده شده است. نتایج حاصل حاکی از آن است که در مدل دو بعدی - همان‌گونه که پیش‌بینی شده بود- امواج تولید شده به دلیل در نظر گرفتن گرادین‌های شدید ایجاد شده در پروفیل سرعت، سریعتر از سایر روشهای یک‌بعدی میرا می‌شوند.

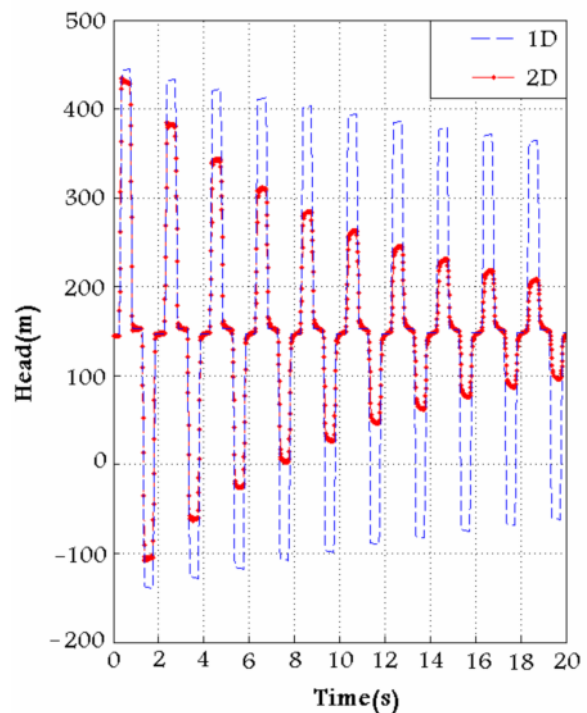
را از حالتی که جمله اصطکاک دائم در نظر گرفته می‌شود پیش‌بینی کند، اما همچنان فرکانس نوسانها در طول زمان از تحلیل دو بعدی معادلات عقب می‌افتد.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله پروفیل سرعت در مقطع لوله در جریان گذرا در سیستم شیر- لوله- مخزن محاسبه شده است. نتایج گواه این مدعا است که در مدل‌سازی حالت گذرای سیال در لوله، تنش برشی دائم یا شبه دائم توانایی محاسبه صحیح استهلاک نوسانات را نداشته و به اصلاح تنش برشی نیاز است. روش دیگر، در نظر گرفتن اثر غیر دائم بودن جریان یا به‌کارگیری مدل اصطکاک غیر دائم برونون است؛ اما مقدار ثابت این مدل به صورت تجربی به‌دست



ب- بلندای وسط لوله

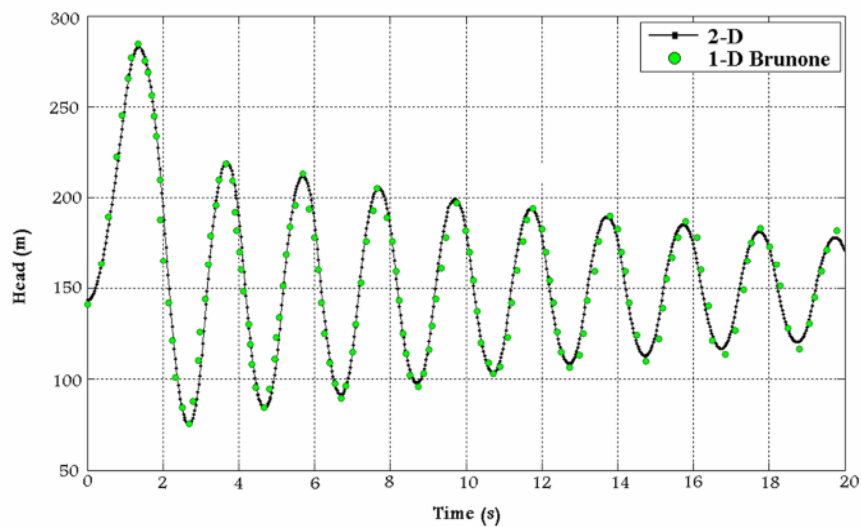


الف- دبی خروجی از مخزن

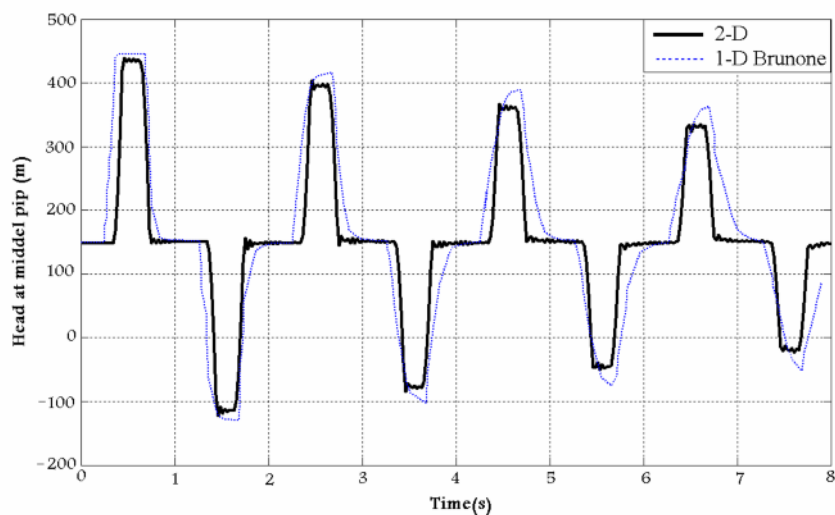
شکل ۹ مقایسه روش دوبعدی با یک‌بعدی در حالت بستن شیر به صورت خطی از جدول ۲ در ۰/۱ ثانیه (خطوط ناپیوسته: حل یک بعدی با روش مشخصه‌ها و ضریب اصطکاک دائم)

مقایسه نتایج مدل عددی حاضر با نتایج تجربی نشان می‌دهد که مدل دوبعدی تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی داشته و می‌تواند به‌عنوان مرجعی برای سایر روشها، در شرایطی که انجام آزمایش ناممکن یا پرهزینه است، به‌کار رود.

مقایسه مدل دو بعدی با مدلی که در آن ضریب اصطکاک غیر دائم در نظر گرفته شده، نشان می‌دهد که مدل یک بعدی همراه با ضریب اصطکاک غیر دائم، حداکثر فشار را کمتر از حالت دو بعدی تخمین می‌زند. همچنین مدل دوبعدی میراثی نوسانها را بهتر از مدل یک بعدی همراه با ضریب اصطکاک غیر دائم پیش‌بینی کرده است.



الف- بستن شیر به صورت توانی



ب- بستن شیر به صورت خطی

شکل ۱۰ مقایسه روش دوبعدی و مدل یک بعدی در هد وسط لوله با در نظر گرفتن ضریب اصطکاک غیردائم (مدل برونون Brunone et al., 2000)

Cengel, Y.A., Cimbala, J.M., *Fluid Mechanics, Fundamentals and Applications*, McGraw Hill, 2006.

Holmboe, E.L., Rouleau, W.T., "The effect of viscous shear on transients in liquid lines", *Journal of Basic Engineering*, Vol. 89, pp. 174-180, 1967.

Pezzinga, G., "Quasi-2D Model for unsteady flow in pipe networks", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 7, pp. 676-685, 1999.

Pezzinga, G., "Evaluation of unsteady flow resistances by quasi-2d or 1d models." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 126, No.10, pp. 778 -785, 2000.

Schlichting, H., *Boundary layer theory*, 8th ed., McGraw Hill, N.Y., 2000.

Silva-Araya, W. F., M., Chaudhry, H., "Computational of energy dissipation in transient flow", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 123, No. 2, pp.108 -115, 1997

Vakil. A., Firoozabadi. B, "Effect of the unsteady friction models and friction-loss integration on the transient pipe flow", *Scientia Iranica*, Vol. 13, No. 3, pp. 245-254, 2006.

Vakil .A, Firoozabadi .B, "Effects of the surge tank and valve closing law on the transient flow", 13th International Conference of Mechanical Engineering, ISME, Iran, Isfahan, 17-19 May 2005.

Vardy, A.E., Brown, J.M.B., "Transient, Turbulent, Smooth Pipe Friction", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 33, No .4, pp. 435-455, 1995.

Vardy, A. E., Hwang, K., "A characteristics model of transient friction in pipes", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 29, No. 5, pp. 669-684, 1991.

Wylie, E.B., Streeter, V.L., *Fluid Transients in Systems*, Prentice Hall, 1993

۸- فهرست علائم

a	سرعت موج
b	بردار ضرایب معلوم
C	ماتریس ضرایب
D	قطر لوله
H	بلندای پیزومتریک
l	طول اختلاط
Q	دبی سیال
R	شعاع لوله
r	فاصله المان تا محور لوله
t	زمان
u	مؤلفه سرعت در راستای طولی
u_*	سرعت اصطکاکي
v	سرعت شعاعي
ρ	چگالی سیال
τ	تنش برشی
K	ثابت طول اختلاط
β	ضریب وزنی روش ضمنی

۹- منابع

Bergant, A., Simpsom, A.R., Vitkovsky, J.P., "Developments in unsteady pipe flow friction modeling", *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 39, No. 3, pp. 249-257, 2001.

Brunone, B., Karney, W., Mecarelli, M., Ferrante, M., "Velocity profiles and unsteady pipe friction in transient flow", *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.126, No. 4, pp. 236-244, 2000.