

روابطی کاربردی برای سرریزهای دایره‌ای لبه‌تیز بر اساس مفهوم حساسیت هیدرولیکی

محمد بی‌جن‌خان^۱، صلاح کوچکزاده^{۲*}، عبدالحسین هورفر^۳

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد سازه‌های آبی، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران

۲- استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران

۳- دانشیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران

* کرج، صندوق پستی ۴۱۱۱-۳۱۵۸۷

skzadeh@ut.ac.ir

چکیده- سرریز یکی از رایج‌ترین سازه‌های اندازه‌گیری جریان است که به صورت‌های مختلفی طراحی شده و به کار رفته است. سرریزهای لبه‌تیز دایره‌ای امتیازهای ویژه و کاربردهای متنوعی دارند، اما به دلایلی کمتر استفاده می‌شوند. در این تحقیق روابط حاکم بر جریان عبوری از سرریز دایره‌ای لبه‌تیز ارزیابی و به کمک مفهوم حساسیت هیدرولیکی سازه، روابطی ساده برای برآورد جریان عبوری از سرریز ارائه شده که ضریب آن به‌سادگی قابل واسنجی است. نتایج نشان می‌دهد که حساسیت نسبی سرریز دایره‌ای در محدوده ۱/۲۵ تا ۲ قرار دارد که از مقادیر مربوط به سرریز مثلثی کمتر است، اما نسبت به حساسیت نسبی سرریز مستطیلی، در محدوده‌ای بیشتر و در محدوده‌ای دیگر کمتر است. کاربری روابط پیشنهادی، به کمک داده‌های آزمایشگاهی ارزیابی و چنین نتیجه‌گیری شد که با استفاده از روابط ارائه شده در این تحقیق، دامنه وسیعی از داده‌ها با خطایی کمتر از ۲/۵٪ قابل پیش‌بینی است.

کلید واژگان: سرریزهای لبه‌تیز، سرریزهای دایره‌ای، حساسیت هیدرولیکی، اندازه‌گیری جریان.

۱- مقدمه

مستطیلی، مثلثی، ذوزنقه‌ای و دایره‌ای برای احداث سرریزهای لبه‌تیز به کار رفته است. بررسی مطالب منتشر شده در زمینه هیدرولیک سرریزهای لبه‌تیز نشان می‌دهد که برای سرریزهای دایره‌ای شکل اطلاعات منتشر شده بسیار محدود است، در حالی که نیاز نداشتن به تنظیم تاج یا تراز کردن، یکی از مزایای مهم این سرریز است که علاوه بر سهولت نصب، احتمال تولید خطاهای متداول

سازه‌ها و تجهیزات اندازه‌گیری جریان از اهمیت بسیار زیادی در مهندسی هیدرولیک برخوردارند. یکی از متداول‌ترین این تجهیزات سرریز است که به دو گروه لبه‌تیز و لبه‌پهن تقسیم می‌شود (Bos, 1989) و USBR, 2001^۱). تاکنون شکل‌های هندسی مختلفی مانند

1. United states Bureau of Reclamation

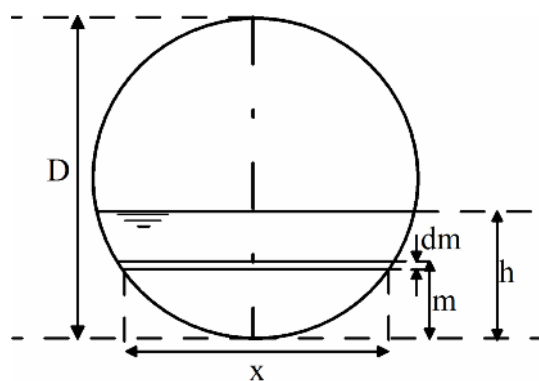
تاکنون روابط پیچیده‌ای برای محاسبه بده عبوری از سرریز دایره‌ای ارائه شده که کاربرد آنها را بسیار دشوار کرده است. در این تحقیق روابط حاکم بر جریان عبوری از سرریز دایره‌ای لبه‌تیز مورد ارزیابی مجدد قرار گرفت و به کمک مفهوم حساسیت هیدرولیکی سازه‌ها، روابطی ساده، دقیق و کاربردی برای برآورد جریان عبوری از سرریز ارائه شده است. صحت و دقت روابط پیشنهادی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی بررسی و تأیید شده است.

۲- مبانی نظری روابط موجود

به‌طور کلی جریان عبوری از سرریز لبه‌تیز دایره‌ای را می‌توان به‌کمک رابطه (۱) محاسبه کرد (Bos, 1989).

$$Q = C_d \sqrt{2g} \int_0^h x(h-m) dm \quad (1)$$

در این رابطه، Q بده جریان عبوری از سرریز، C_d ضریب بده، g شتاب گرانش زمین، $x = 2\sqrt{Dm - m^2}$ ، D قطر سرریز، h ارتفاع آب پشت سرریز یا سر، m فاصله المان از کف و dm ضخامت المان است (شکل ۱).



شکل ۱ سرریز دایره‌ای و نمادهای به‌کار رفته

(Stevens, 1957) با در نظر گرفتن المانی از سطح دایره و با به‌کارگیری رابطه توریچلی برای تخمین سرعت جریان

نصب را حذف می‌کند. Gulliver (1909) یکی از نخستین محققانی است که نتایجی را در باره این نوع سرریز منتشر کرده است. وی با استفاده از یک رابطه دیفرانسیلی و برآورد ضریب بده با انجام آزمایش بر روی لوله‌ای کوچک با قطر ۶۳/۵ میلی‌متر، رابطه‌ای را برای تخمین جریان عبوری از سرریز دایره‌ای ارائه کرد. Cone (۱۹۱۶) به بررسی آزمایشگاهی سرریز دایره‌ای پرداخت، اما رابطه‌ای را برای برآورد بده سرریز دایره‌ای ارائه نکرد. Thijsse (به نقل از Stevens, 1975)، به‌دلیل نصب آسان سرریز دایره‌ای، در آزمایشگاه خود و به کمک آن، جریان عبوری از سازه‌ها را اندازه‌گیری می‌کرد. Dodge (1935) برای برآورد بده لوله‌های فاضلاب از سرریزهای دایره‌ای متنوعی استفاده کرد و روابط مثلثاتی و نمودارهایی را برای بدست آوردن ضریب بده ارائه کرد. Greve (به نقل از Stevens, 1975) معادله دیفرانسیلی را برای محاسبه جریان عبوری از سرریزهای دایره‌ای توسعه داد و با حل عددی آن و با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی، روابط خود را برای قطرهای متفاوت بسط داد. Stevens (1957) با استفاده از انتگرال‌های بیضوی، رابطه‌ای را ارائه کرد و با کمک گرفتن از نتایج آزمایشگاهی محققان مختلف، ضریب بده را در نموداری ترسیم کرد. او رابطه‌ای خطی را در نتایج خود مشاهده کرد، در حالی که روابط ارائه شده تا آن زمان به گونه‌ای بود که به برازش غیرخطی منتج می‌شد. همچنین Balachandar et al. (1991) با استفاده از ضریب بده سرریز مستطیلی و با در نظر گرفتن سطح مقطع سرریز دایره‌ای شکل به تعدادی نامتناهی از المان‌های مستطیلی، رابطه‌ای را به شکل یک سری برای محاسبه بده عبوری از سرریز دایره‌ای ارائه و خطای حداکثر ۴ درصد را برای این رابطه گزارش کردند.

که در آن S_{IO} شاخص حساسیت هیدرولیکی، O پارامتر خروجی، I پارامتر ورودی و زیرنویس‌های ۱ و ۲ نیز مربوط به مقادیر ابتدایی و انتهایی پارامتر مورد نظر است. همچنین شاخص حساسیت هیدرولیکی می‌تواند به دو شکل مطلق یا نسبی مطرح شود (Renault, 2000a). شاخص حساسیت هیدرولیکی مطلق و نسبی به ترتیب به صورت روابط (۴) و (۵) بیان می‌شوند:

$$S_{IO_a} = \frac{\partial O / O}{\partial I} \quad (4)$$

$$S_{IO_r} = \frac{\partial O / O}{\partial I / I} \quad (5)$$

در حال حاضر از هر دو معادله (۴) و (۵) برای بررسی حساسیت سازه‌های هیدرولیکی یا اجزای شبکه آبیاری و زهکشی استفاده می‌شود. مزیت معادله (۵) که در این تحقیق به کار رفته، بی‌بعد بودن آن است، اما معادله (۴) قابلیت درک مناسب‌تری دارد (Renault and Hemakumara, 1999).

۴- معادلات حاکم

شکل عمومی معادله برآورد بده برای سرریزهای لبه‌تیز مثلثی و مستطیلی به صورت زیر است (Bos, 1989):

$$Q = \alpha h^\beta \quad (6)$$

که در آن α ضریبی است که به صورت آزمایشگاهی برآورد می‌شود. β ضریب ثابتی است که به سطح مقطع جریان بستگی دارد و برای سرریز مثلثی و مستطیلی به ترتیب برابر ۲/۵ و ۱/۵ بوده و با حساسیت هیدرولیکی نظری آنها برابر است. اما برای مقطع دایره‌ای، به دلیل تغییرات خاص سطح مقطع جریان با ارتفاع، ضرایب یاد شده متغیر است. در این تحقیق، هدف برآورد رابطه‌ای برای سرریز دایره‌ای به شکل رابطه (۶) است. برای این منظور باید ضرایب α و β تعیین شوند.

و انجام انتگرال‌گیری، بده عبوری از سرریز دایره‌ای را بر اساس انتگرال‌های بیضوی برآورد کرده و رابطه (۱) را به صورت زیر ارائه داد:

$$Q = C_d \frac{4}{15} \sqrt{2g\omega} D^{2.5} \quad (2)$$

که در آن $\omega = 2(1 - h_* + h_*^2)K - (2 - 3h_* + h_*^2)E$ ، $h_* = h/D$ ، $E = \int_0^{\pi/2} \Delta\psi d\psi$ و $K = \int_0^{\pi/2} d\psi / \Delta\psi$. انتگرال‌های یاد شده به انتگرال‌های بیضوی معروف است (Bos, 1989).

به این ترتیب باید به‌زای h_* مورد نظر و مقدار ω که از جدولی در Bos (1989) استخراج می‌شود و با در دست داشتن ضریب بده آزمایشگاهی، به کمک رابطه (۲) بده جریان عبوری از سرریز محاسبه شود. لازم است ذکر شود که برای استفاده از روابط فوق، شرایط نصب سرریزها باید رعایت شده باشد (Bos, 1989)، یعنی: (۱) فاصله تاج سرریز از کف و کنارهای کانال نباید کمتر از شعاع دایره آن باشد و حداقل این مقدار از کف نباید کوچکتر از ۰/۱ متر باشد، (۲) سرعت رسش باید ناچیز باشد، $h_* > 0/1$ ، فاصله اندازه‌گیری بلندا در بالادست سرریز سه تا چهار برابر بلندا باشد و حداقل بلندا برابر ۰/۰۳ متر باشد، (۳) به منظور شکل‌گیری تیغه سطح آب مناسب و هوادهی مطلوب، باید حداقل فاصله سطح آب پایین‌دست سرریز از تاج آن برابر ۰/۰۵ متر باشد.

۳- حساسیت هیدرولیکی سرریزهای دایره‌ای

حساسیت پدیده عبارت است از نسبت تغییرات خروجی به تغییرات ورودی (Renault, 2000b). شاخص حساسیت برای هر سازه -که جزئی از شبکه است- به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_{IO} = \frac{\partial O}{\partial I} \approx \frac{O_2 - O_1}{I_2 - I_1} \quad (3)$$

۴-۱- برآورد β

مطابق رابطه (۶) β برابر است با حساسیت هیدرولیکی نسبی، به شرطی که α و β مستقل از h باشند. از این رو باید با محاسبه حساسیت نسبی سرریز دایره‌ای و با بررسی روند تغییرات آن، امکان در نظر گرفتن حساسیت نسبی مستقل از ارتفاع آب بررسی شود. چنین مقادیری در صورت وجود باید برای ساده‌سازی روابط تعیین شوند و از دقت کافی برخوردار باشند. چنین شرایطی زمانی می‌تواند وجود داشته باشد که ضریب دبی یعنی α تابعی از h نباشد یا میزان تبعیت آن قابل صرف‌نظر باشد.

از آنجا که رابطه (۲) حل تحلیلی ندارد، لذا برآورد حساسیت نسبی این سازه پیچیده است. اما با فرض مستقل بودن ضریب بده سرریز دایره‌ای از ارتفاع آب، با توجه به رابطه لاینیتس یعنی (Abramowitz, 1972):

$$\frac{d}{dt} \int_{f_1(t)}^{f_2(t)} F(x, t) dx = \int_{f_1(t)}^{f_2(t)} \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} dx + F(f_2(t), t) \frac{df_2(t)}{dt} - F(f_1(t), t) \frac{df_1(t)}{dt} \quad (7)$$

با مشتق گرفتن از دو طرف رابطه (۱)، حساسیت نسبی هیدرولیکی سرریز دایره‌ای (معادله (۵)) به صورت زیر در می‌آید:

$$S_{IO_r} = \frac{0.5h\mu}{\eta} \quad (8)$$

که در آن μ و η به قرار زیر است:

$$\mu = \int_0^h (Dm - m^2)^{0.5} (h - m)^{-0.5} dm \quad (9)$$

$$\eta = \int_0^h (Dm - m^2)^{0.5} (h - m)^{0.5} dm \quad (10)$$

انتگرال‌های μ و η حل تحلیلی ندارند. اما برای حل این معادلات از انتگرال‌های گوسی استفاده می‌شود. با در نظر

گرفتن $m = \frac{h}{2}(1+t)$ و $m = \frac{h}{2}(1-t)$ به ترتیب در روابط (۹) و (۱۰)، این انتگرال‌ها به شکل انتگرال‌های

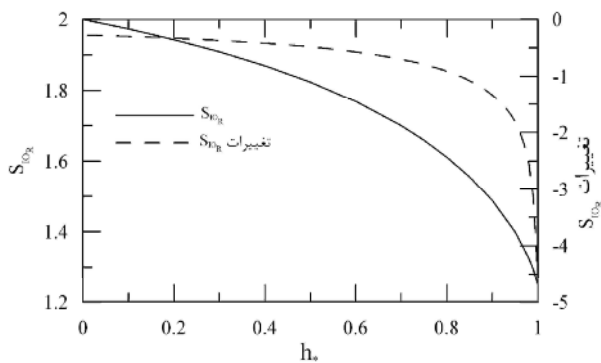
گوسی قابل تبدیل هستند (Krylov, 1962). بر این اساس

μ و η به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\mu = \frac{h}{2} \frac{4\pi}{2n+1} \sum_{N=1}^n \sin^2\left(\frac{N\pi}{2n+1}\right) \sqrt{D - \frac{h}{2} \left(1 - \cos^2\left(\frac{N\pi}{2n+1}\right)\right)} \quad (11)$$

$$\eta = \frac{\pi h^2}{4(n+1)} \sum_{N=1}^n \sin^2\left(\frac{N\pi}{n+1}\right) \sqrt{D - h \cos^2\left(\frac{N\pi}{2(n+1)}\right)} \quad (12)$$

به این ترتیب می‌توان حساسیت سرریز دایره‌ای را به ازای مقادیر مشخص بی‌بعد بلندا یعنی، h^* ، به کمک روابط (۸)، (۱۱) و (۱۲) محاسبه و ترسیم کرد (شکل ۲).



شکل ۲ حساسیت سرریز دایره‌ای در مقابل h^*

در $h^* = 0$ رابطه (۸) مبهم می‌شود که پس از رفع ابهام، حساسیت نسبی سرریز برابر ۲ به دست می‌آید (رک به پیوست). شایان ذکر است که حساسیت نسبی سرریز دایره‌ای همواره کمتر از سرریز مثلثی است و در مقایسه با سرریز مستطیلی به ازای $h^* < 0.9$ حساسیت آن بیشتر و به ازای $0.9 < h^* < 1$ حساسیت آن کمتر است.

هدف از تعیین ضریب β ، ارائه عددی ثابت به عنوان میانگینی از تغییرات حساسیت مقطع دایره‌ای است. شکل ۲ نشان می‌دهد که نرخ تغییرات حساسیت در ابتدا تقریباً ثابت بوده و سپس شدت می‌یابد. در این صورت انتخاب

۴-۲- برآورد α

یادآوری می‌شود که در نظر گرفتن حساسیت نسبی ثابت برای سرریز دایره‌ای به این معنا است که ضریب دبی آن نیز باید مستقل از h باشد. لذا α باید طوری انتخاب شود که دو طرف رابطه (۶) از نظر ابعادی سازگار باشد. در نتیجه داریم:

$$\alpha_1 = C_{d1} g^{0.5} D^{0.65} \quad (17)$$

$$\alpha_2 = C_{d2} g^{0.5} D^{1.027} \quad (18)$$

با تعریف پارامتر بی‌بعد Q_* به صورت $Q_* = Q / g^{0.5} D^{2.5}$ روابط پارامتر مذکور با h_* برای دو دامنه بلندای بی‌بعد به صورت زیر در می‌آید:

$$Q_* = C_{d1} h_*^{1.85} \quad 0.1 \leq h_* < 0.8 \quad (19)$$

$$Q_* = C_{d2} h_*^{1.473} \quad 0.8 < h_* < 1 \quad (20)$$

در روابط فوق پارامترهای C_{d1} و C_{d2} ضرایبی است که باید به صورت آزمایشگاهی تعیین شود. محدوده کاربرد رابطه (۱۹) نیز بر اساس شرایط استفاده سرریز دایره‌ای است که پیشتر ذکر شد. همچنین از آنجا که حداکثر خطا در پیش‌بینی بده، در ابتدا و انتهای بازه‌های انتگرال‌گیری روابط (۱۵) و (۱۶) رخ می‌دهد، لذا بلندای بی‌بعد برابر با ۰/۸، از محدوده قابل کاربرد روابط خارج شده است.

برای بررسی میزان تطابق نتایج معادلات (۱۹) و (۲۰) با عملکرد سرریز دایره‌ای، ابتدا با استفاده از نتایج آزمایشگاهی Greve، که توسط Stevens (۱۹۵۷) گزارش شده، واسنجی روابط (۱۹) و (۲۰) انجام می‌شود. شکل‌های ۳ و ۴ که برای $0.08 < D < 0.76$ متر و $0.1 \leq h_* < 1$ (به جز بلندای بی‌بعد معادل ۰/۸) ترسیم شده، نشان می‌دهد که در نظر گرفتن حساسیت نسبی برابر ۱/۸۵ بازای $0.1 \leq h_* < 0.8$ و ۱/۴۷۳ به ازای $0.8 < h_* < 1$ می‌تواند رفتار سرریز دایره‌ای را به خوبی توصیف کند. بر این اساس با جایگزینی مقادیر ضرایب

دو مقدار حساسیت ثابت β ، برای دو محدوده مشخص از h_* می‌تواند به نتایج مطلوبتری برسد. برای این منظور حد تغییر حساسیت جایی در نظر گرفته شد که تغییرات حساسیت در دو محدوده یکسان باشد. در این صورت با در نظر گرفتن $h_* = 0/8$ به عنوان حد تغییر حساسیت، دو محدوده ایجاد می‌شود که در هر یک از آنها، تغییرات حساسیت برابر ۰/۳۶ است و در نتیجه میانگین تغییرات حساسیت در هر یک از بازه‌ها با دقت مناسب‌تری معرف کل بازه خواهد بود. همچنین برای دو محدوده فوق، شکل‌های مختلفی از توابع آزموده شده و این نتیجه حاصل شد که ضریب S_{IO_R} را می‌توان با روابط (۱۳) و (۱۴) تعیین کرد. حداکثر خطای روابط یاد شده برای تخمین حساسیت نسبی سرریز دایره‌ای در مقایسه با رابطه (۸) به ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۱۸ درصد است:

$$S_{IO_R} = \frac{-1.5791h_* + 2}{-0.0195h_*^2 - 0.6628h_* + 1} \quad 0 < h_* < 0.8 \quad (13)$$

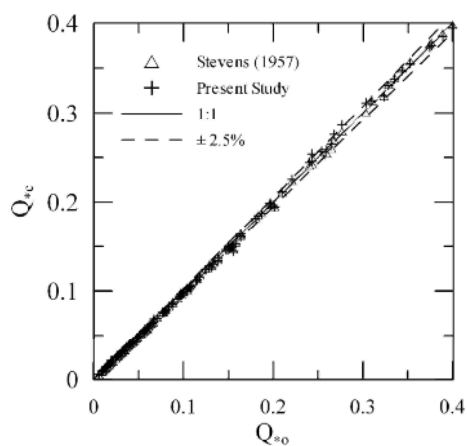
$$S_{IO_R} = \frac{-2.63h_* + 2.79}{-0.1044h_*^2 - 0.767h_* + 1} \quad 0.8 \leq h_* < 1 \quad (14)$$

همان‌طور که در روابط (۱۳) و (۱۴) مشاهده می‌شود، حساسیت سرریز دایره‌ای تابعی از ارتفاع آب پشت سرریز است و مقدار ثابتی ندارد. اما با توجه به روابط (۱۵) و (۱۶)، مقادیر متوسطی را برای β در دو محدوده یاد شده از h_* می‌توان در نظر گرفت.

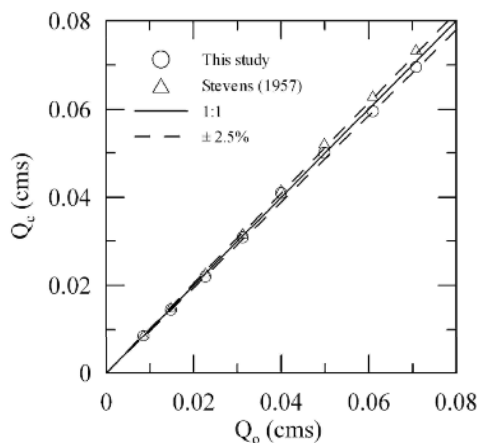
$$\bar{\beta}_1 = \frac{\int_0^{0.8} S_{IO_R}(h_*)}{0.8} = 1.85 \quad (15)$$

$$\bar{\beta}_2 = \frac{\int_{0.8}^1 S_{IO_R}(h_*)}{0.2} = 1.473 \quad (16)$$

در آزمایش دوم از داده‌های آزمایشگاهی Cone (1916) که مربوط به یک سرریز دایره‌ای با قطر $0/3$ متر است و در استخراج ضرایب پیشنهادی به کار نرفته بود، استفاده شد. دامنه تغییرات بلندای بدون بعد در این آزمایش‌ها بین $0/3$ تا 1 است. به این ترتیب دبی‌های محاسبه شده به کمک روابط (۲۱) و (۲۲) یعنی Q_c و مقادیر مشاهده شد Q_o ، در شکل ۶ ارائه شده است.



شکل ۵ مقایسه بده محاسبه شده به کمک روابط پیشنهادی و رابطه Stevens (1975) با داده‌های آزمایشگاهی برای تمامی محدوده تغییرات بدون بعد بلندای

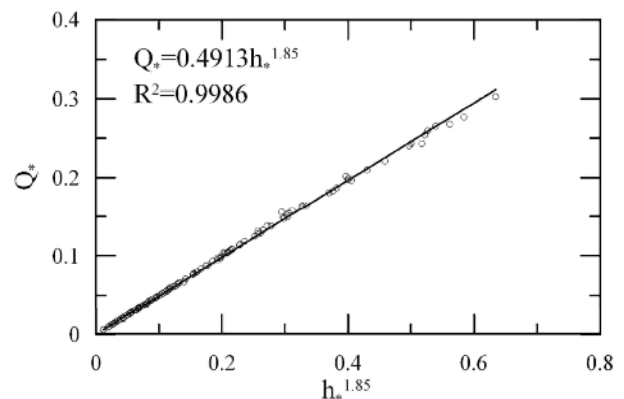


شکل ۶ مقایسه بده محاسبه شده به کمک روابط پیشنهادی و روش Stevens (1957) با داده‌های آزمایشگاهی Cone (1916)

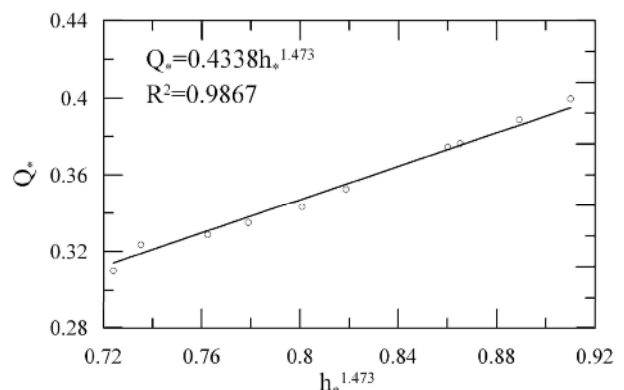
بده C_{d1} و C_{d2} در معادلات (۱۹) و (۲۰) و حل آن‌ها برای بده، روابط ساده و کاربردی (۲۱) و (۲۲) برای تعیین مقدار جریان عبوری از سرریز به دست می‌آیند:

$$Q = 1.5388 D^{0.65} h_*^{1.85} \quad 0.1 \leq h_* < 0.8 \quad (21)$$

$$Q = 1.3587 D^{1.027} h_*^{1.473} \quad 0.8 < h_* < 1 \quad (22)$$



شکل ۳ تغییرات Q^* در برابر $h_*^{1.85}$



شکل ۴ تغییرات Q^* در برابر $h_*^{1.473}$

برای نشان دادن دقت روابط پیشنهادی، دو آزمایش انجام شد. در آزمایش اول تمامی داده‌های آزمایشگاهی Q_o ، با مقادیر محاسبه شده به وسیله معادلات پیشنهادی و روابط Stevens (1957) Q_c ، مقایسه شد. نتایج این آزمون در شکل ۵ ارائه شده است. این شکل به خوبی نشان می‌دهد که نتایج دو روش، دامنه خطای تقریباً یکسانی دارد، اما مزیت روش پیشنهادی، سادگی کاربرد آن است.

که استخراج ضرایب واسنجی به کمک داده‌های آزمایشگاهی به سهولت و با دقت، قابل تعیین است.

۶- تشکر و قدردانی

از دانشگاه تهران و قطب علمی ارزیابی و بهسازی شبکه‌های آبیاری و زهکشی که امکانات و شرایط تحقیق را فراهم نموده است، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌شود.

۷- فهرست علائم

C_d	ضریب بده
D	قطر سرریز دایره‌ای
D_m	ضخامت المان
E و K	انتگرال‌های بیضوی
G	شتاب ثقل
h_*	بلندای بدون بعد h/D
H	ارتفاع آب پشت سرریز
I	پارامتر ورودی
M	فاصله المان از کف
N	شمارشگر
O	پارامتر خروجی
Q	بده جریان
Q_c	بده محاسبه شده
Q_o	بده مشاهده شده
Q_*	بده بی‌بعد
Q_{*c}	بده بی‌بعد محاسبه شده
Q_{*o}	بده بی‌بعد مشاهده شده
S_{IO_A}	حساسیت مطلق
S_{IO_R}	حساسیت نسبی
X	عرض سطح آب در هر ارتفاع دلخواه
α و β	ضرایب موجود در شکل کلی روابط سرریزهای لبه‌تیز

شکل ۶ نشان می‌دهد که روابط پیشنهادی این تحقیق در عین سادگی، دقت بسیار مطلوبی داشته و در مجموع حدود ۸۵٪ از داده‌ها خطایی کمتر از ۲/۵٪ دارند.

لازم است ذکر شود که روابط ارائه شده برای شرایط نصب استاندارد سرریز که پیشتر بیان شد، قابل استفاده است. در غیر این صورت با استفاده از روابط (۱۹) و (۲۰)، سرریز باید به صورت درجا واسنجی شود.

Ferro (2002) بر پایه مبانی باکینگهام و با استفاده از روش Incomplete Self-Similarity (ISS)، رابطه‌ای مشابه با معادله (۶) را برای مقطع دایره‌ای توسعه داده است. او برای برآورد رابطه بده با عمق لبریزی (h_e) برآورد آزمایشگاهی ضرایب α و β را انجام داد و رابطه زیر را ارائه کرد:

$$Q = 5.2929D^{0.5914} h_e^{1.9086} \quad 0.09 < h_e / D < 0.7 \quad (23)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب β برای مقطع دایره‌ای برابر ۱/۹۰۸۶ برآورد شده که حدود ۳ درصد بیشتر از نتیجه محاسبه تئوری در این تحقیق است.

۵- نتیجه گیری

روابط موجود برای تعیین بده عبوری از سرریز دایره‌ای بسیار پیچیده بوده و به سادگی قابل استفاده نیست. در این تحقیق بر پایه مفهوم حساسیت هیدرولیکی سازه‌ها، روابطی ساده و کاربردی برای تعیین بده عبوری از سرریز دایره‌ای پیشنهاد شد. روابط یاد شده به کمک داده‌های آزمایشگاهی مورد ارزیابی قرار گرفت و کارایی آنها نشان داده شد. روابط پیشنهادی بر اساس شکل کلی روابط سرریزهای لبه‌تیز ارائه شده و مستقیماً برای سرریزهایی که شرایط نصب آنها مطابق توصیه‌های استاندارد باشد قابل کاربرد است. اما برای سرریزهایی که به شکل‌های دیگر نصب شده، شکل روابط پیشنهادی به گونه‌ای است

Cone, H. V. (1916), "Circular weirs", J. Agriculture Research, USDA.

Dodge, E. R. (1935). M.Sc. Thesis, University of Wisconsin, Madison, WI. (Reported by Stevens, J. 1957. Flow through circular weirs. ASCE Journal of the Hydraulics Division, 83 (HY6): 1455-1 to 1455-24.

Ferro, V. (2002). Discussion of "EDR in Circular Channels" by Subhasish Dey. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 128(6), pp. 401-404.

Gulliver, G. H. (1909). "On the discharge of water from circular weirs and orifices" London Engineering.

Krylov, V.I. (1962), "Approximate calculation of integrals" (Russian); English translate by A. Stroud, Macmillan, New York.

Renault, D. (2000a), "Re-Engineering Irrigation Management and System Operation", Agric. Water Mgmt., (47), pp. 211-226.

Renault, D. (2000b), "Aggregated Sensitivity Indicators of Irrigation Systems Hydraulic Behavior", Agric. Water Mgmt., 43(2), pp. 151-171.

Renault, D. and Hemakumara, H. M. (1999), "Irrigation Offtakes Sensitivity", Journal of Irrigation and Drainage, ASCE, (125)3, pp. 137-147

Staus, A. (1931), "Der Beiwert kreisrunder Uberfalle." Wasserkraft u. Wasserwirtschaft. No. 4, p. 42.

Stevens, J.C. (1957). "Flow through circular weirs." J. of the Hydraulics Div., ASCE, (83)6: 1455-1 to 1455-24.

Thijsse, J. TH. Discharge meters. Hydraulic Laboratory, Delft, Netherlands. (Reported by Stevens, J. 1957. Flow through circular weirs. ASCE Journal of the Hydraulics Division, 83(HY6): 1455-1 to 1455-24.

USBR. (2001). Water measurement manual, 3rd.ed., U. S. Department of the Interior, Washington, DC.

۸- پیوست

با محاسبه حد رابطه (۸) در نقطه صفر پس از ساده‌سازی رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\lim_{h_* \rightarrow 0} S_{IO_R} = \frac{4n+4}{2n+1} \frac{\sum_{n=1}^N \sin^2 \frac{N\pi}{2n+1}}{\sum_{n=1}^N \sin^2 \frac{N\pi}{n+1}} \quad (24)$$

برای حل رابطه فوق ابتدا باید تابع کمکی $\sum_{N=1}^n \sin^2 N\alpha$ حل شود. با استفاده از روابط مثلثاتی و پس از ساده‌سازی تابع کمکی به صورت زیر در می‌آید:

$$\chi = \frac{\sin(2n+1)\alpha}{2\sin\alpha} - \frac{1}{2} \quad (25)$$

با حل رابطه فوق به ازای $\alpha = \frac{\pi}{n+1}$ و $\alpha = \frac{\pi}{2n+1}$ پس از ساده‌سازی روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\sum_{n=1}^N \sin^2 \frac{N\pi}{2n+1} = \frac{2n+1}{4} \quad (26)$$

$$\sum_{n=1}^N \sin^2 \frac{N\pi}{n+1} = \frac{n+1}{2} \quad (27)$$

با جاگذاری روابط فوق در معادله (۲۴) و پس از ساده‌سازی حساسیت نسبی سرریز دایره‌ای در $h_* = 0/0$ دقیقاً برابر ۲ می‌شود.

۹- منابع

Abramowitz, M. (1972), "Hand book of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables". 9th printing, Dover publication, New York.

Balachandar, R., Silvana, S, Ramamurthy. A. S. (1991). "A note on circular sharp-crested weirs" Can. J. Civ. Eng. 18, pp. 881-885.

Bos, M. G. (1989), "Discharge measurement structures.", International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI), Publication No. 20, Wageningen, The Netherlands.