

توسعه مدل سه بعدی MP-MPS برای پیش‌بینی الگوی جریان در گرا دیان‌های شدید هیدرولیکی

محمد فیاض^۱، مرتضی کلاهدوزان^{۲*}

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- استادیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

* تهران، خیابان حافظ، شماره ۴۲۴

mklhdzan@aut.ac.ir

چکیده- در تحلیل شکل، موقعیت و سایر ویژگی‌های جریانهای هیدرولیکی با گرا دیان شدید، شرایط مرزی پیچیده و غیر مستقیم، معادلات غیر خطی، دامنه متغیر محاسبات و اثر متقابل شدید فازهای مختلف جریان بر یکدیگر، مهمترین عواملی هستند که در تحلیل باید در نظر گرفته شوند؛ لذا مدل‌سازی دقیق این جریان‌ها، جزو پیچیده‌ترین مسائل محاسباتی محسوب می‌شود. در تحقیق حاضر نوعی روش لاگرانژی، چند فاز، بدون شبکه و سه‌بعدی به نام MP-MPS (Multi Phase Moving Particle Semi-implicit) بر مبنای روش حرکت ذرات به صورت نیمه ضمنی MPS توسعه داده شده که برای حل معادلات جریانهای لزج با آشفتگی بالا و مدل‌سازی دقیق پدیده‌های هیدرولیکی با گرا دیان شدید مانند شکست سد قابل کاربرد است. معادلات سه بعدی لزج در مدل چند فاز برای فازهای گاز، سیال و مرز صلب (جامد) توسعه داده شده است. اثر فازهای مختلف بر یکدیگر در معادلات اعمال و تغییرات فازها به صورت همزمان در مدل‌سازی در نظر گرفته شده است. برای نمایش توانایی و دقت مدل از مثالهای شکست سد در حالت‌های مختلف شرایط مرزی پایین‌دست و شکست موج استفاده شده و نتایج حاصل از این مدل با نتایج اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی و مدل‌های عددی موجود در این زمینه مقایسه شده است. نتایج نشان‌دهنده دقت بالای روش ارائه شده در مدل‌سازی جریانهای پیچیده‌ای مانند شکست سد است.

کلیدواژگان: روش لاگرانژی، مدل چند فاز، روش MPS، چگالی ذره، شعاع موثر، گرا دیان شدید هیدرولیکی.

۱- مقدمه

معادلات و مرزهایی پیچیده بوده و نیز شامل اندرکنش فازهای مختلف گاز، سیال و جامد است. حل چنین مسائلی نیازمند به‌کارگیری مدل‌هایی دقیق با قابلیت در

پدیده شکست سد و جریانهای پایین‌دستی یکی از مسائل دقیق مهندسی هیدرولیک است که دارای دامنه‌ای متغیر،

در این زمینه برنامه‌هایی تجاری نیز ارائه شده است. با وجود پیشرفت‌های روش VOF پخشیدگی عددی در این روشها امری اجتناب ناپذیر به نظر می‌رسد (Hieu and Tanimoto, 2002).

تا کنون مطالعات عددی جریان‌های با مرز پیچیده، بر مبنای روشهای اولری انجام شده، اما به تازگی از روشهای لاگرانژی نیز در این زمینه استفاده شده است. مدل‌های مبتنی بر این روش، شبکه بندی نداشته و معادلات بر مبنای حرکت ذرات و اندرکنش آنها نوشته می‌شوند. به همین دلیل در نظر گرفتن معادلات کمکی سطح آزاد روشهای اولری برای مدل‌سازی سطوح آزاد ضروری نبوده و سطح آزاد با محاسبه موقعیت تمامی ذرات در گام‌های مختلف زمانی تشکیل می‌شود. علاوه بر دقت روشهای لاگرانژی، به دلیل نبود خطای معادله کمکی سطح آزاد، این روشها خطای حاصل از بسط جملات محاسباتی و پخشیدگی عددی را نیز که در شبکه‌بندی‌های متداول رایج است نخواهند داشت. از این‌رو این مدل‌ها دقت بالایی در مدل‌سازی مسائل پیچیده هیدرودینامیکی مانند شکست سد دارند که شامل اندرکنش جریان با فازهای مختلف گاز، مایع و جامد و نیز تغییرات شدید در پیشروی موج به سمت پایین دست است.

مهمترین روشهای لاگرانژی عبارت است از SPH (Smoothed Particle Hydrodynamic) و MPS (Moving Particle Semi-implicit).

روش لاگرانژی (SPH) توسط Lucy (1977) ابداع و توسط Gingold And Monaghan (1977) برای مسائل آستروفیزیکال توسعه داده شد. روش SPH توسط Monaghan (1992) و Lucy (1977) به صورت نسبتاً تراکم پذیر (WCSPH) ارائه شد. همچنین روش اصلاح شده (MISPH) توسط Dalrymple et. al (2001) و

نظریه‌های همزمان این شرایط است. به تازگی روشهای عددی با رویکرد بهبود دقت مدل در تخمین مرزهای پیچیده و برخورد جریان با مرزها و فازهای مختلف سیال، گاز و جامد مورد توجه قرار گرفته است. در این زمینه می‌توان روشهای VOF تک فاز و دو فاز را نام برد.

مدل مبتنی بر روش VOF توسط Ashgriz and Poo (1991) به عنوان مدلی تک فازی در محیط‌های هیدرودینامیکی توسعه داده شد. Van der Meer et. al (1992) روش VOF را با الگوریتم FLAIR که دقت مرتبه دوم دارد ترکیب کرده و به مدل SKYLLA رسیدند. Lin and Liu (1998) مدل VOF را برای جریانهای آشفته ارائه و آشفتگی ناشی از شکست موج بر شیب $\frac{1}{35}$ را مدل‌سازی کردند. آزمایشهای Christensen et. al (2002) نشان داد که نادیده گرفتن اثر حرکت هوا به داخل جریان و به عکس، به ویژه در محیط‌های با آشفتگی بالا، موجب خطای زیادی در نتایج به دست آمده می‌شود. از این‌رو Hieu and Tanimoto (2002, 2004) مدل دو فازی VOF را با رویکرد برخورد موج با سازه‌های نفوذپذیر ارائه کردند تا عبور موج از موانع مستغرق را بررسی کنند. در این راستا Karim et. al (2003) مدل دو فازی دیگری از نوع VOF را ارائه کردند که توانایی مدل‌سازی جریان ناشی از برخورد موج به موج شکن را داشت و مطالعات عددی آنها با نتایج آزمایشگاهی تطابق قابل قبولی داشت. Hieu and Tanimoto (2002) با استفاده از مدل VOF دو فازه، پیشروی و شکست موج در ناحیه شکست موج را مدل‌سازی کردند. اگرچه مدل‌سازی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی Ting and Kirby (1994) داشت، اما شامل وضعیت امواج پس از شکست نبود. امروز مدل‌های مبتنی بر VOF چند فازه در زمینه‌های مختلف مهندسی آب مورد استفاده قرار گرفته و

انتشار^۲ رخ نمی‌دهد. در روش ذرات^۳ معادلات پیوستگی و ممتتم به معادلات اندرکنش بین ذرات تبدیل می‌شوند و تمامی اندرکنش‌های بین ذرات به فاصله مشخصی محدود می‌شود و وزن‌دهی اندرکنش دو ذره که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند با تابع کرنل^۴ انجام می‌شود. Ashtiani and Farhadi (2006) نشان دادند که اگرچه دقت و پایداری روش MPS تا حد زیادی به انتخاب توابع کرنل بستگی دارد، اما نسبت به SPH پایدارتر و دارای دقت بیشتری است. روش MPS در مسائل شکست ستون آب، شکست موج و متلاشی شدن قطره آب به کار برده شده است (Suzuki et. al, 2007). این روش همچنین توسط Gotoh et. al (2002) برای فازهای محدود و مشخصی مانند مسائل اندرکنش سیال با جسم صلب شناور، سازه الاستیک یا رسوب ورودی به داخل آب ساکن توسعه داده شده است البته فرضیهایی مانند برخورد رسوب با آب ساکن یا صرف نظر کردن از اندرکنش همزمان فازهای سیال-گاز-جامد و نیروهای اینرسی، درگ و لیفت همواره مدل را از شرایط واقعی مسئله دور می‌سازد.

با توجه به مطالعات قبلی در زمینه مدل‌های SPH، VOF و MPS می‌توان نتیجه گرفت که اگرچه MPS روشی غیر لزج بوده و در فازهای محدود سیال-جامد (سازه یا رسوب) به کارگرفته شده، اما به دلیل لاگرانژی بودن آن موجب حذف خطای پخشیدگی روشهای اولری شده و از طرف دیگر به دلیل حل معادلات جریان بر مبنای اندرکنش ذرات، باعث جلوگیری از خطای انتشار و ناپایداری‌های SPH می‌شود (Ashtiani and Farhadi, 2006). از این رو با توجه به کارایی این روش می‌توان پیش‌بینی کرد که روش MPS امکان ارتقا به مدلی

(Gomez-Gesteria et. al (2005) برای مسأله روگذری موج به‌کار برده شد. Shao and Lo (2003) روش تراکم‌ناپذیر (ISPH) را توسعه داده و برای امواج برخورد کننده با دیوار آب‌بند^۱ به‌کار گرفتند. تفاوت مهم روشهای نسبتاً تراکم‌پذیر (CSPH) و تراکم‌ناپذیر (ISPH) در این است که در اولی فشار با استفاده از معادله حالت (شامل معادلات ممتوم و پیوستگی) به دست آمده و سپس سطح آزاد محاسبه می‌شود، اما در دومی از معادله‌ای کاملاً تراکم‌ناپذیر استفاده می‌شود. طبیعی است که در روش ISPH از معادلات کمتری در مدل‌سازی سطح استفاده می‌شود. مطالعه^۵ Shao et. al (2006) نشان داد که روش ISPH تقریب بهتری را از وضعیت سطح آزاد ارائه می‌کند. به‌طور کلی ویژگی بارز تمامی روشهای SPH ایجاد ترکیبی سازگار بین فرمول‌بندی‌های لاگرانژی و تقریب ذرات است. به بیانی دیگر SPH فقط نوعی تابع درونیابی بین ذرات نیست و ویژگیهای ذرات را نیز منتقل می‌کند. در این روش عبارت‌های انتشار نیز محاسبه می‌شوند. البته این روش دارای معایب پایین بودن دقت، ناپایداری کششی و دشواری وارد کردن شرایط مرزی است و ناپایداری کششی آن نیز به علت پایین بودن دقت است (Fang et. al, 2008).

یکی دیگر از روشهای لاگرانژی روش Moving-Particle (MPS) Semi-implicit است. روش لاگرانژی جدیدی است که در اصل شکل اصلاح شده روش ذرات بوده و برای اولین بار توسط Koshizuka and Oka (1996) ارائه شد. در روش MPS سیال به ذرات متحرکی تقسیم شده و عبارت‌های انتقال با حرکت این ذرات محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب مشکل حل عبارت‌های

2. Diffusion
3. The Particle Method
4. Kernel

1. Curtain Wall

MPS، اصلاح شده است که این موجب پیش بینی دقیقتر پدیده‌های مورد مطالعه مانند شکست سد به صورت سه بعدی می‌شود. برای نمایش کارایی روشهای جدید به کار گرفته شده در این مدل، از نتایج شکست سد و شکست موج عددی و آزمایشگاهی موجود در این زمینه استفاده شده است. مقایسه نتایج مدل عددی و اندازه گیری‌های آزمایشگاهی و روشهای تحلیلی نشان دهنده دقت بسیار بالای مدل در شرایط پیچیده هیدرودینامیکی است. نتایج مدل همچنین حاکی از درستی اصلاحات انجام شده بر روی مدل اولیه MPS است.

۲- معادلات حاکم

معادلات اصلی در این روش، معادلات ناویراستوکس است که در حالت سه بعدی و پس از اعمال فرضیه بوسینسک به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\rho \frac{du_j}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \rho f_e + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_i} \quad (1)$$

که در آن u_j مولفه‌های سرعت در سه جهت x ، y و z ، فشار؛ f_e نیروهای حجمی و τ_{ji} مولفه‌های تنش برشی است. در این روش به خلاف روشهای اولری، فشار به صورت دو عبارت مجزای استاتیکی و دینامیکی در نظر گرفته نمی‌شود، زیرا در این روش سطح آزاد جریان به طور خودکار با محاسبه برای تک تک ذرات به دست آمده و لذا می‌توان عبارت فشار را به صورت متغیری مستقل شامل مقادیر فشار استاتیکی و دینامیکی به صورت کلی در نظر گرفته و با افزودن معادله پواسن فشار، مقدار آن را برای تمامی ذرات محاسبه کرد. معادله پواسن فشار به کار رفته در این تحقیق که از معادلات پیوستگی و ممتوم به دست می‌آید، به صورت زیر است (Koshizuka and Oka, 1996):

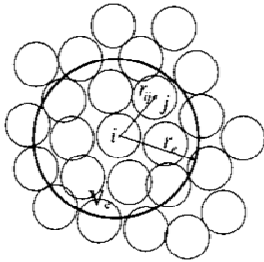
$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \nabla \cdot (\Delta t \nabla p) \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\Delta t^2} = \nabla^2 p \quad (2)$$

چندفازه، لزج و سه بعدی را دارد تا بتوان به راحتی مرزهای متحرک و پیچیده‌ایی را که متأثر از جریان فازهای مختلف باشند مدل سازی کرد. در این صورت می‌توان از این روش در تحلیل مسائل پیچیده هیدرودینامیکی مانند شکست سد و جریان پایین دستی و نیز برخورد جریان تشکیل شده با سازه‌ها استفاده کرده که شامل اندرکنش پیوسته سازه- رسوب- سیال- گاز هستند.

در این تحقیق روش MPS برای مدل سازی جریان ناشی از شکست سد به کار برده شده است. برای پدیده‌هایی از این دست به دلیل آشفتگی بالا، در نظر گرفتن اندرکنش فازهای مختلف هوا، سیال و جامد توأم با مدل سازی جریان آشفتنه ضروری است. هدف از این مطالعه استفاده از مزیت‌های روشهای چند فازی مبتنی بر VOF در کنار روش لاگرانژی MPS است. بنابراین مدل توسعه داده شده مدلی سه بعدی، لزج و لاگرانژی است که می‌تواند اثر توأم فازهای مختلف سیال، گاز، بستر صلب (جامد) و لایه سطحی سیال را در نظر بگیرد. این مدل علاوه بر اینکه قادر است در هر لحظه گزارش موقعیت، سرعت و فشار ذرات فازهای مختلف را محاسبه می‌کند، آشفتگی جریان و بسیاری از پارامترهای دیگر را نیز مدل سازی می‌کند.

در مدل ریاضی ارائه شده در اینجا برخی پارامترها مانند زبری بستر، نیروی بین فازهای مختلف، نیروی لیفت لاگرانژی، نیروی اینرسی و درگ MPS مشابه با روش VOF به کار گرفته شده و این موجب بهبود قابل توجه مدل در زمینه در نظر گرفتن تأثیر متقابل فازهای گاز، مایع و جامد (زبری بستر) بر یکدیگر شده است. از سوی دیگر مفاهیم متداول مورد استفاده در روش MPS ارائه شده توسط Koshizuka and Oka (1996) مانند چگالی ذرات، تابع کرنل، شعاع مؤثر، اندازه ذرات و کشش سطحی در

برای محاسبه شعاع مؤثر است. یکی از پارامترهای مؤثر تابع وزنی کرنل است که مطابق شکل ۱ اثر وزنی سایر ذرات داخل شعاع مؤثر را بر ذره مورد نظر در نظر می‌گیرد. در مدل‌سازی تابع کرنل از تعریف Monaghan (1989) و در انتخاب تابع کرنل بهینه از مطالعات (Ashtiani and Farhadi, 2006) استفاده شده است. در این تحقیق برای حالت سه بعدی، تابع کرنل در کره محاط بر ذره مورد نظر محاسبه می‌شود. به بیانی دیگر وزن فاصله ذرات داخل کره‌ای به شعاع r_e با حدود مشخص شده در حالت دوبعدی آن محاسبه می‌شود.



شکل ۱ وضعیت قرارگیری ذرات و حوضه تأثیر هر ذره

چگالی ذره در مختصات \vec{r}_i که ذره i در آنجا قرار گرفته نیز در مدل MPS تأثیر می‌گذارد. Koshizuka این تعریف را به صورت دو بعدی ارائه کردند (Koshizuka and Oka, 1996). در تحقیق حاضر این تعریف به صورت سه بعدی و برای فازهای مختلف توسعه داده شده است. این مقدار ممکن است از مقدار چگالی استاندارد n_0 بیشتر یا کمتر شود که به ترتیب این به معنای متراکم شدن و رقیق شدن سیال در کره اطراف ذره هدف است که توسط معادله پواسن فشار اصلاح می‌شود. n_0 مقدار n_i برای ذره‌ای است که کاملاً توسط ذرات دیگری در داخل کره‌ای به شعاع r_e احاطه شده است. بهتر است n_0 در اولین گام زمانی محاسبه و تا انتهای محاسبات ثابت نگاه داشته شود

لازم است ذکر شود که حل معادلات جریان فازهای دیگر نیز از همین معادلات به صورت سه بعدی استفاده و متغیرهای جدیدی برای آنها در نظر گرفته شده است. این متغیرها و نحوه اعمال آنها در معادلات، در بخش بعدی شرح داده شده است.

۲-۱- مفاهیم روش MPS

در روش MPS ذرات به جای شبکه‌بندی های معمول عمل می‌کنند و در اندرکنش با یکدیگر موجب شکل‌گیری یکدیگر و جابه‌جایی ذرات می‌شوند. در این میان برخی از ذراتی که به ذره مورد بررسی نزدیک‌تر باشند، اثر بیشتری بر روی ذره مورد نظر دارند؛ به گونه‌ای که می‌توان از اثر ذرات دورتر در مقایسه با ذرات نزدیکتر صرف نظر کرد (Ashtiani and Farhadi, 2006). با انجام آزمایش، می‌توان فاصله‌ای را که ذرات در آن محدوده نسبت به ذره مورد بررسی اثر بیشتری دارند به دست آورد و شعاع مؤثری $r_{effective}$ را برای ذرات به دست آورد که ذرات واقع شده در کره‌ای به شعاع r_e را در اطراف ذره هدف مشخص می‌کند (شکل ۱). محاسبات باید با شعاع مؤثر و مناسب بهینه انجام شود، زیرا r_e های بسیار بزرگ به افزایش هزینه محاسبات منجر شده و r_e های نامتناسب بر دقت محاسبه عملگرهای دیفرانسیلی اثر سو، می‌گذارند. در این مطالعه از جدول Shibata برای شعاع مؤثر بهینه در حالت دوبعدی استفاده شده است (Shibata and Koshizuka, 2007). در شرایط سه بعدی در مدل توسعه داده شده MP-MPS از رابطه (۳) برای شعاع کره محاط بر ذره مورد نظر استفاده شده و شعاع مؤثر بر طبق تعریف، ضریبی از r است:

$$r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (3)$$

که در آن X, Y, Z مختصات ذرات در فازهای مختلف

تا شرط پیوستگی ارضا شود.

در این تحقیق اثر فاز گاز بر مایع و به عکس با اعمال نیروی برخوردی تک تک ذرات در دو فاز متفاوت اعمال شده است. بدین منظور تعریف نیروی برخوردی بین فازها در روش VOF توسعه داده شده و معادله (۴) ارائه شده است. مقدار این نیرو یا به بیانی دیگر نیروی درگ بین دو ذره، متناسب با متغیر ضریب درگ است؛ لذا در این مطالعه هدف، یافتن ضریب مناسب c برای معادله زیر است، طوری که در شرایط روش MPS صدق کند (Fayyaz and Kolahdoozan, 2008):

$$\vec{f}_{lg} = \vec{f}_{ij} = c_{ij}(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \quad (4)$$

که در آن i و j مربوط به ذرات دو فاز مختلف سبک تر و سنگین تر است. برای مثال می توان $i = \text{مایع}$ و $j = \text{گاز}$ یا جامد در نظر گرفت.

در روشهای VOF برای ضریب درگ مقادیر مختلفی ارائه شده است. معادلات Brackbill et. al (1992) بستر صلب را مانند فاز ثانویه ای فرض کرده و بر این اساس مؤلفه های بستر مانند زبری و رسوب را مدل سازی می کنند. به دلیل جامعیت ضریب c_{ij} در روش Brackbill از این ضریب در مدل توسعه داده شده MP-MPS استفاده شده است. با اعمال تغییراتی، این روش را به مدل حاضر می توان تعمیم داد (فیاض، ۱۳۸۶).

$$c_{ij} = \frac{f_i \times f_j}{\tau_i} \quad \tau_i = \frac{f_i \cdot A_i^2}{18 \mu_i} \quad (5)$$

برای محاسبه f از تعریف Schiller and Naumann (1935) استفاده شده است

$$f = \frac{C_D \cdot R_{ej}}{24} \quad R_{ej} = \frac{\rho_j |\vec{u}_j - \vec{u}_i| A_i}{\mu_j} \quad (6)$$

دیگر نیروی موجود بین فازها در مدل چند فازی نیروی لیفت است. پدیده لیفت نیرویی را بین دو فاز اعمال

می کند که مقدار آن در شرایطی که ذرات فازها بزرگ هستند، قابل توجه بوده و باید در محاسبات وارد شود. با شرایطی مشابه نیروی درگ و با استفاده از تعریف Brackbill et. al (1992)، بردار نیروی لیفت وارد شده از طرف فاز j بر فاز i به صورت زیر نوشته می شود:

$$\vec{F}_i = -0.5 \rho_j (\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot (\nabla \times \vec{u}_j) \quad (7)$$

که در سمت راست معادلات ناویراستوکس برای فازهای مختلف افزوده شده است (معادله (۱)) $\vec{F}_i = -\vec{F}_j$ در بیشتر موارد نیروی لیفت در مقایسه با نیروی برخوردی بین ذرات دو فاز اولیه ناچیز و قابل صرف نظر بوده و فقط در مواردی که دو فاز به سرعت از یکدیگر جدا می شوند، یا ذرات بسیار درشت باشند، قابل توجه است. زیرا در حالت اول نیروی لیفت با توان دوم سرعت در مقابل توان نیروی اندرکنش روبرو است و در حالت دوم نیز اثر اندازه ذرات بر عدد رینولدز در مخرج نیروی اندرکنش (معادله (۵)) ظاهر می شود، اما اندازه ذرات در معادله (۷) اثری بر مقدار نیروی لیفت ندارد. بنابراین در این دو حالت، نیروی لیفت نسبت به نیروی اندرکنش قابل ملاحظه است (فیاض و کلاهدوزان، ۱۳۸۶).

علاوه بر دو نیروی قبلی، نیروی اینرسی نیز دیگر نیروی بین فازها است. نیروی جرم مجازی یا اینرسی در مواقعی رخ می دهد که فاز ثانویه j نسبت به فاز مورد بررسی i شتاب بگیرد. وقتی ذرات فاز ثانویه با ذرات شتابدار برخورد می کنند، نیروی اینرسی را برای ذره ثانویه به وجود می آورند. برای محاسبه این نیرو با استفاده از روش Brackbill et. al (1992)، رابطه زیر ارائه شده است:

$$\vec{I}_i = 0.5 \rho_j \left(\frac{\Delta \vec{u}_j - \Delta \vec{u}_i}{\Delta t} \right) \quad (8)$$

این نیرو در سمت راست معادلات ناویر استوکس (معادله (۱)) برای هر دو فاز افزوده شده است $\vec{I}_i = -\vec{I}_j$ و در

Koshizuka et. al ، Koshizuka & Oka (1996) ، (2001) (1998) به منظور بسط عبارات‌های گرادیان و لاپلاسی استفاده شده است. به این روش معادلات ناویراستوکس و پواسن فشار را به صورت سه بعدی و برای چند فاز می توان توسعه داد:

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \bar{u} + \bar{g} + \bar{f}_{gl} + \bar{I}_{gl} + \bar{F}_{gl} + \frac{\sigma k}{\rho} \delta_{st} \bar{n} \quad (9)$$

$$\bar{u} = u\bar{i} + v\bar{j} + w\bar{k} \quad , \quad \bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$$

$$\frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{-d}{\rho n_0} \sum_{j \neq i} \frac{p_j - p_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \cdot (z_j - z_i) w(\bar{r}_{ij}) + \frac{\nu 2d}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (w_j - w_i) w(\bar{r}_{ij}) - g \cdot \Delta t + \frac{d}{\rho} \frac{\sigma k}{\delta_{st}} n_z + \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} c_{ij} (w_j - w_i) \cdot w(\bar{r}_{ij}) - \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} 0.5 \rho_j (w_j - w_i) \cdot \frac{(v_j - v_i - u_j + u_i)}{dr} \quad (10)$$

برای پواسن فشار نیز می توان به شکل مشابه ناویر استوکس عمل کرد و شکل منقطع شده پواسن فشار به صورت معادله (۱۱) زیر خواهد بود:

$$\frac{2d}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (p_j - p_i) w(\bar{r}_{ij}) = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \cdot \frac{n_i - n_0}{n_0} \quad (11)$$

که در آن n_0 و n_i به ترتیب چگالی ذره و چگالی اولیه ذره بوده مجموع این عبارت، برابر انحراف چگالی از مقدار اولیه آن است.

با توجه به توانایی مدل در محاسبه هر نوع سیالی می توان بسته به خصوصیات مورد نظر، سیال را در مدل سازی وارد نمود و با توجه به امکان اعمال مقادیر مختلف چگالی و فشار در معادلات ناویر استوکس و پواسن فشار می توان فاز گاز (هوا) و جامد (رسوب) را نیز در معادلات منقطع شده در نظر گرفت. در این مطالعه فاز گاز، سیال و

موقعی که اختلاف چگالی دو فاز زیاد باشد، قابل توجه است (فیاض و کلاهدوزان، ۱۳۸۶).

مزیت دیگر مدل سازی نیروی بین فازها، اعمال زبری بستر در محاسبات است. زبری بستر در اختشاش جریان و نیز در شکست موج نقش مؤثری دارد. در این مطالعه چند روش اعمال زبری بستر بررسی و سپس روش زیر به جای در نظر گرفتن شرایط عدم لغزش^۱ در بستر در نظر گرفته شد تا بتوان دقت مدل را در محاسبه سرعت ذرات نزدیک بستر افزایش داد. این روش اعمال زبری بستر از طریق نیروی برخوردی بین ذرات دو فاز است که پیشتر توضیح داده شد (Brackbill et. al, 1992). به این ترتیب می توان معادلات را برای فازهای مایع- جامد (ذرات بستر) به جای فازهای مایع- گاز نوشت. در این معادلات زبری بستر از طریق قطر دانه های بستر d در معادلات رینولدز و ضریب درگ وارد می شود (Kolahdoozan and Fayyaz, 2009).

یکی دیگر از مفاهیم در معادلات ناویر استوکس نیروی کشش سطحی (برداری عمود بر سطح) است. در این تحقیق نیروی کشش سطحی بر اساس تعریف Gotoh et. al (2002) در نظر گرفته شده است.

λ آخرین متغیر روشهای MPS است که در معادلات ناویر استوکس و پواسن فشار برای تبدیل معادلات به شکل MPS کاربرد دارد. در این زمینه از تعریف Koshizuka and Oka (1996) استفاده شده است

۲-۲- منقطع سازی معادلات MPS

معادلات ناویر استوکس (۱) و پواسن فشار (۲) شامل جملاتی مانند گرادیان و لاپلاسی است که در روشهای لاگرانژی نمی توان مانند روشهای تفاضل محدود^۲ آنها را منقطع کرد. در این تحقیق از تعاریف Chikazawa et. al

1. No Slip
2. Finite Difference Method (FDM)

با داشتن مقادیر جدید سرعت ها \vec{u}^* و موقعیت های ذرات \vec{r}^* پس از حل معادله پواسن فشار به صورت ضمنی و به دست آوردن مقادیر جدید فشار برای تمامی ذرات، گام دوم روش تصویر ادامه داده می شود (Shao et al, 2006). مقادیر جدید فشار از معادله پواسن فشار (معادله (۱۱)) و به صورت ضمنی طبق گام ششم شکل (۲) به دست می آید:

$$p_i^{n+1} = \frac{n_0}{2d \sum_{j \neq i} w(r)} \left(\frac{2d}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} p_j^n w(r_{ij}) + \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^{n+1} - n_0}{n_0} \right) \quad (14)$$

در این معادله که از معادله (۱۱) به دست آمده، اولین عبارت سمت راست، فشار متوسط گیری شده وزنی از سطح زمانی فعلی و عبارت دوم سمت راست، انحراف چگالی ذره از مقدار اولیه آن در سطح زمانی جدید است که تصحیح موقعیت ذرات، به این اختلاف چگالی منجر شده است. بنابراین با تصحیح چگالی به صورت اثری بر فشار، معادلات پیوستگی ارضا خواهند شد، زیرا پواسن فشار محصولی از پیوستگی و ممتوم است. مقدار این تصحیح به صورت مجازی عبارتست از:

$$n_i + \Delta n = n_0 \Rightarrow \Delta n = n_0 - n_i \quad (15)$$

با در دست داشتن مقادیر سرعت و موقعیت در سطح زمانی * یا $n + 1/2$ و همچنین مقادیر فشار می توان تصحیح ناشی از انحراف چگالی ذره را به شکل سرعتها و موقعیت های جدید در گام دوم روش تصویر اعمال کرد. این تصحیح با حل معادله ناوراستوکس در حضور سایر جملات آن اعمال می شود. اصلی ترین عبارت باقی مانده از معادله ناوراستوکس، گرادیان فشار می باشد. معادله گام دوم تصویر به صورت زیر است:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \vec{f}_{gl} + \vec{I}_{gl} + \vec{F}_{gl} + \frac{\sigma k}{\rho} \frac{\delta_{st}}{\bar{n}} \vec{n} \quad (16)$$

با حل ضمنی معادله زیر، مقادیر تصحیح سرعتها به دست

بستر صلب (فاز جامد) به صورت همزمان در نظر گرفته شده و معادلات فاز گازی و جامد نیز همانند فاز سیال با در نظر گرفتن ملاحظات توضیح داده شده در بخش (۲) - (۱) توسعه داده شده است.

۳- روش حل عددی

برای حل معادلات ارائه شده در این فصل از روش MPS استفاده شده که روشی نیمه ضمنی است و در آن معادلات بر اساس سطوح زمانی n و n+1 نوشته می شوند. علاوه بر این روش تصویر^۱ نیز برای افزایش سرعت همگرایی به کار رفته که حل عبارت های جابجایی و پخش ناوراستوکس را از پواسن فشار جدا می کند. بنابراین حل معادلات ناوراستوکس به دو گام زمانی کاملاً مجزا تفکیک می شود. در گام اول معادلات در حضور عبارت های لزجت و ثقل حل شده و در گام دوم در حضور سایر عبارت های ناوراستوکس شامل گرادیان فشار، نیروی برخوردی بین ذرات دو فاز، اینرسی، لیفت، زبری بستر، نیروی کشش سطحی (در محیط های با کشش سطحی بالا مانند سطح اقیانوس ها با وزش شدید باد) معادلات حل می شوند (Shao et. al, 2006).

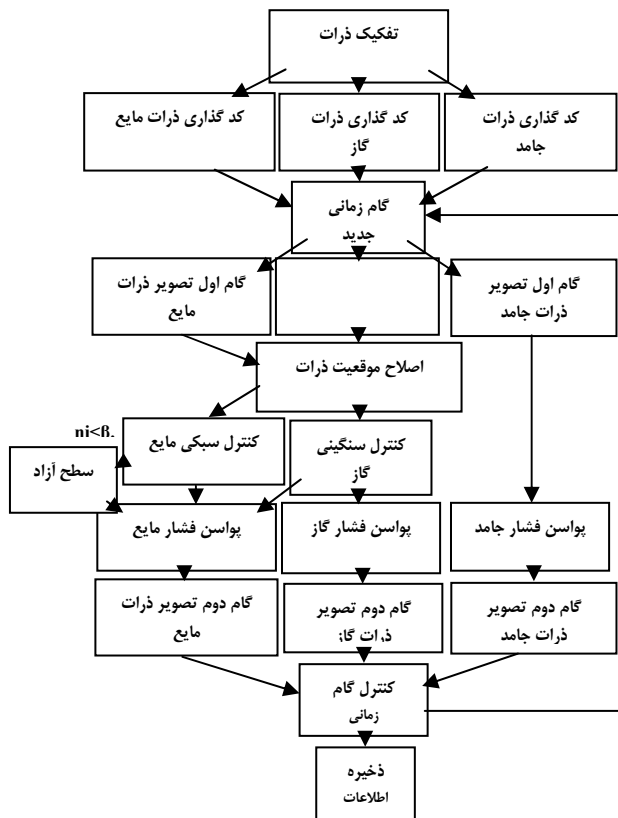
در روش تصویر معادلات ناوراستوکس در اولین گام (شکل (۲)) به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{g} \quad (12)$$

با حل صریح معادلات و به دست آوردن تغییرات سرعت $\Delta \vec{u}$ ، می توان اصلاح لازم را برای اجزای سرعت و موقعیتها بر پارامترهای مختلف تمامی ذرات بر طبق گام چهارم شکل (۲) اعمال کرد:

$$\begin{aligned} \vec{u}^* &= \Delta \vec{u}^* + \vec{u}^n \\ \vec{r}^* &= \vec{u}^* \Delta t + \vec{r}^n \end{aligned} \quad (13)$$

1. Projection



شکل ۲ الگوریتم مدل MP-MPS

از این رو در مطالعه حاضر سه نوع تحلیل حساسیت مکانی، زمانی و شعاع مؤثر انجام شد. مؤثرترین متغیر dt بوده است. تحلیل حساسیت نسبت به گام زمانی در مسأله شکست سد مطابق شکل ۵ است. در این نمودار محور افقی زمان و محور قائم تعداد ذراتی است که در سطح آزاد قرار گرفته و فشار آزاد را تجربه می‌کنند. تحلیل حساسیت مدل شامل مقادیر متفاوت گام زمانی در بازه 0.008 تا 0.1 ثانیه است.

در این تحقیق معلوم شد که علاوه بر ارضای شرط کورانت، باید تناسبی بین اندازه ذرات و گامهای زمانی برقرار باشد. به بیانی دیگر اگرچه می‌توان با کوچک کردن گامهای زمانی و با در نظر گرفتن اندازه دلخواه برای ذرات، شرط کورانت را ارضا کرد، اما نمی‌توان گام زمانی را از حد معینی ریزتر کرد.

می‌آید و از آنجا می‌توان موقعیت ذرات را نیز اصلاح کرد تا معادلات بقای جرم و ممنتوم ارضا شوند:

$$\bar{u}^{n+1} = \Delta \bar{u} + \bar{u}^* \quad (17)$$

$$\bar{r}^{n+1} = \Delta \bar{u} \cdot dt + \bar{r}^*$$

می‌توان الگوریتم مدل را بطور خلاصه به سه قسمت اصلی تقسیم کرد (فیاض و کلاهدوزان، ۱۳۸۶):

- (۱) گام اول تصویر و اصلاح موقعیت ذرات.
- (۲) حل پواسن فشار و به دست آوردن فشارها.
- (۳) گام دوم تصویر و اصلاح موقعیتها و سرعتها (اعمال مقادیر فشار).

این الگوریتم برای حالت دو فازی در روند نمای شکل ۲ ارائه شده است.

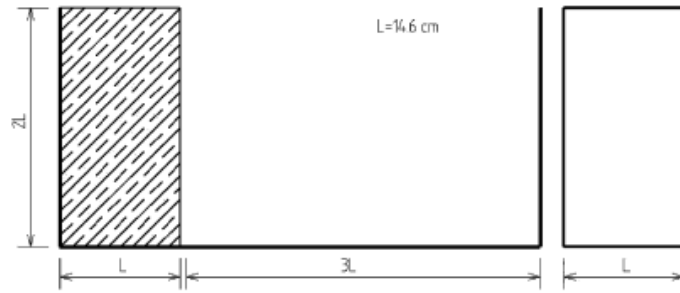
۴- ارزیابی مدل

۴-۱- شکست سد

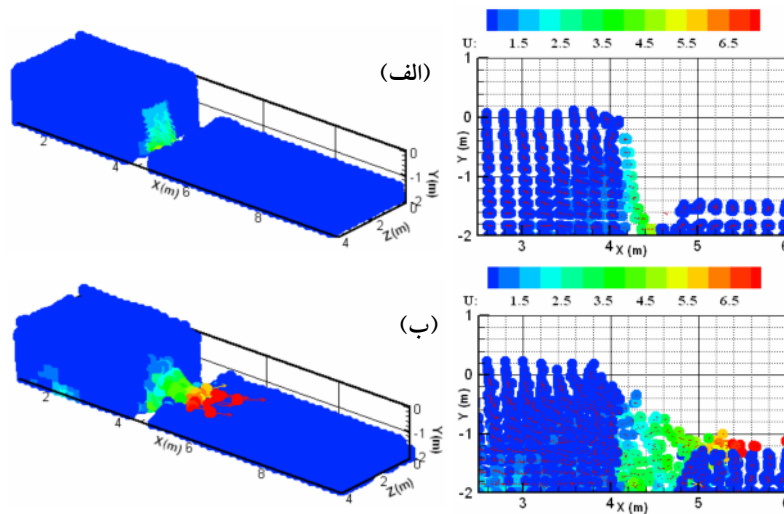
در این تحقیق مدل MPS چندفازه سه بعدی (MP-MPS) برای مسائل مختلف شکست سد اجرا شده است. شرایط اولیه این مسأله در شکل ۳ دیده می‌شود (Ashtiani and Farhadi, 2006): ستون آبی با ارتفاع 0.3 ، ضخامت 0.15 متر و عرض 0.15 متر در حوضچه ای به طول 0.6 متر پیشروی می‌کند. در شکل ۴ نمایی از نتایج کیفی مدل شکست سد در شرایطی که در پایین دست تراز اولیه وجود دارد مشاهده می‌شود. با توجه به فرض پایین دست خشک برای بسیاری از مثالهای موجود به دلیل وجود نتایج آزمایشگاهی و عددی کافی، در این قسمت مدل سازی این نوع مسأله شکست سد مد نظر قرار گرفته و ارزیابی مدل با مقایسه نتایج صورت گرفته است.

مقادیر فاصله اولیه بین ذرات (dr) و گام زمانی (dt) و شعاع مؤثر (r_o) در هر مسأله مقدار بهینه مشخصی، با توجه به شرایط و عدد کورانت، دارد:

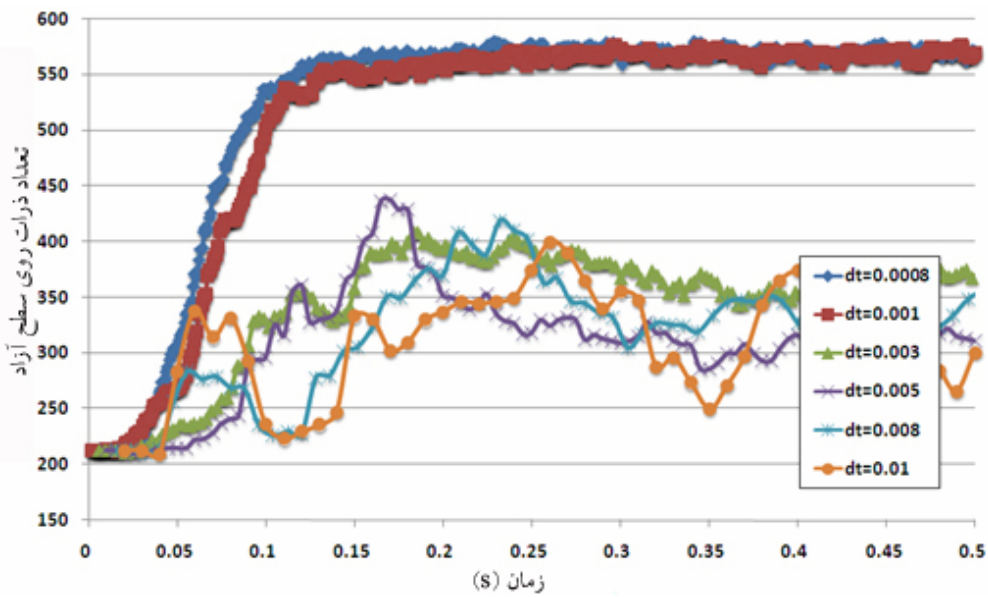
$$C_r = \frac{dt|u|}{dr} \leq 0.2 \quad (18)$$



شکل ۳ نمایی از هندسه مسأله شکست سد بدون تراز اولیه در پایین دست



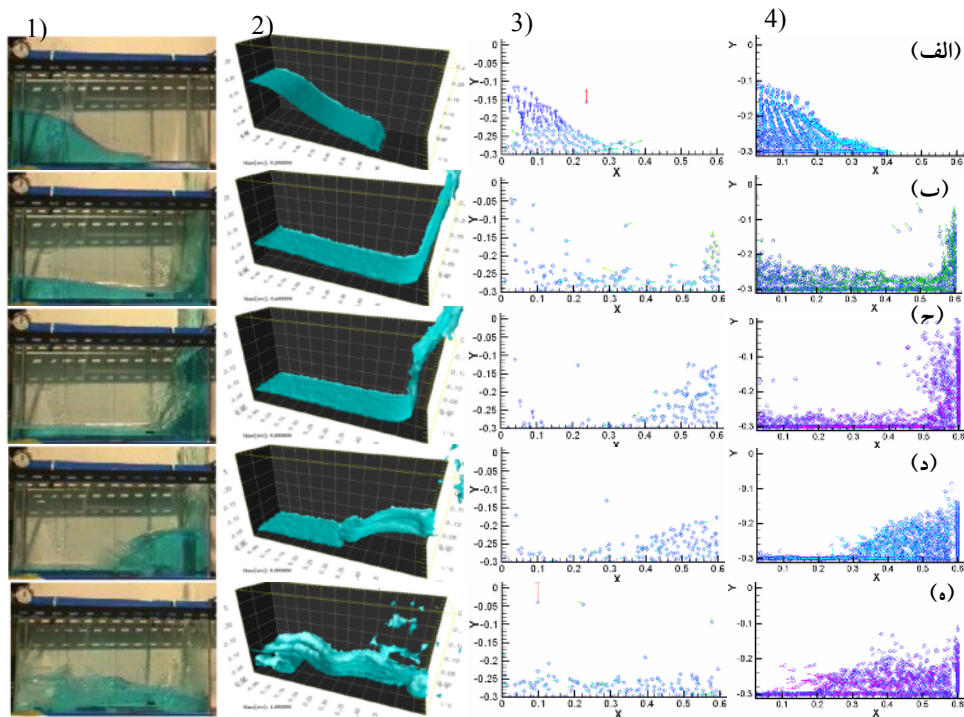
شکل ۴ مقاطع عرضی و شکل سه بعدی شکست سد با تراز اولیه در پایین دست الف - $s=0.2$ ، ب - $s=0.4$



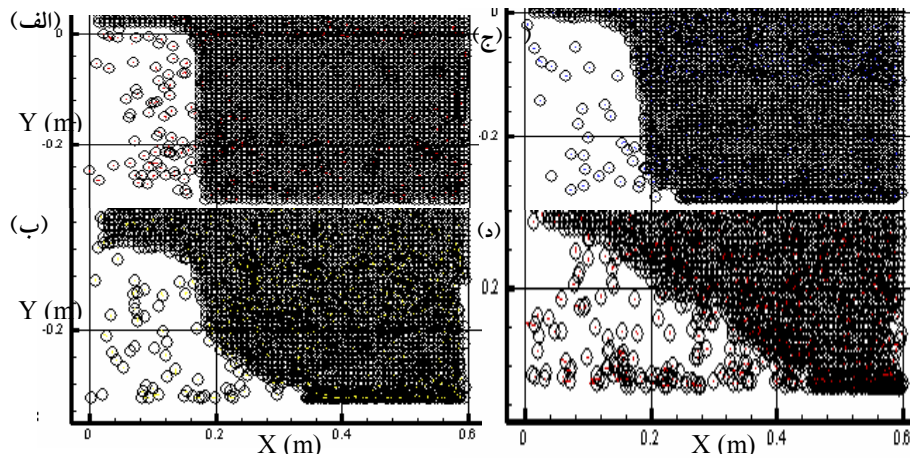
شکل ۵ تحلیل حساسیت نسبت به گام زمانی

در شکل ۶ نتایج مقاطع عرضی مدل با سه دسته از نتایج مقایسه شده است. نتایج مربوط به روش SPH توسعه داده شده توسط Facundo et. al (2007) مدل MPS ساده و تصاویر آزمایشگاهی مسأله شکست سد است. در شکل ۷ چند مقطع زمانی از فاز گازی نمایش داده شده که به دلیل نبود نتایج مشابه از فاز گازی در این مورد مقایسه صورت نگرفته است. در شکل ۸ نمای سه بعدی از مسأله شکست سد نشان داده شده است. در بازه زمانی قبل از ۰/۴ ثانیه که جریان آرام است، تفاوت زیادی در نتایج مدلها دیده نمی شود (شکل های ۶ و ۹). پس از این زمان و با افزایش آشفتگی از یک سو و بالا رفتن اندرکنش فازهای سیال و گاز از سوی دیگر، اختلاف در تخمین طول سطح آزاد موج تشکیل شده بروز می کند.

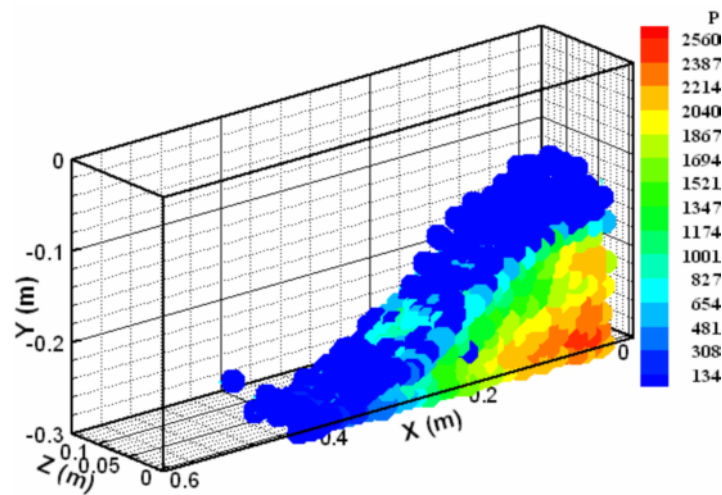
سطح آزاد جریان پس از شکست سد مانند شکل ۵ به سرعت افزایش یافته و پس از برخورد به دیوار مقابل دچار افت شدید و تقریباً ثابت می شود. با توجه به این ویژگی و مقایسه آن با پروفیل های مدل تحلیل حساسیت، عدد کورانت برابر ۰/۱ محاسبه شد. با توجه به سرعت های بیشینه، مقدار گام زمانی نمی تواند از ۰/۱۲ برابر اندازه ذرات کوچکتر شود؛ بنابراین با توجه به سرعت های بیشینه مقادیر بهینه گام زمانی $dt=0.003$ s، اندازه ذرات $dr=0.01$ m و شعاع مؤثر $r_e = 1.6m$ متر انتخاب شد که با توجه به ابعاد تعریف شده در شکل ۳ در مجموع ۴۵۰ ذره در صفحه و ۶۷۵۰ ذره در فضا در نظر گرفته شد.



شکل ۶ مقایسه نتایج مدل در مقاطع زمانی به ترتیب الف) ۰/۲ (ب) ۰/۴ (ج) ۰/۶ (د) ۰/۸ (ه) ۱ ثانیه پس از ریختن ستون آب در مدل های (۱) آزمایشگاهی (Koshizuka and Oka (1996) (۲) SPH (۳) MPS (۴) MP-MPS



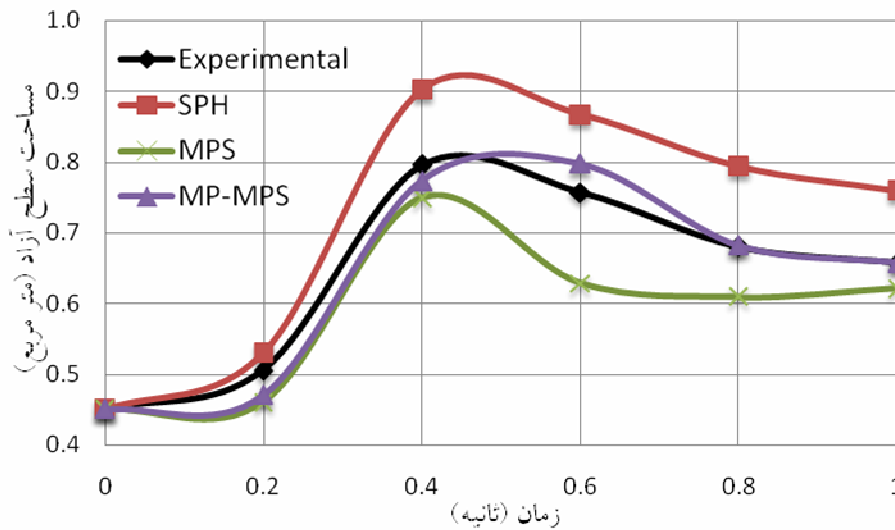
شکل ۷ مدل جریان هوا در مقاطع زمانی به ترتیب از چپ به راست الف) ۰/۱، ب) ۰/۱۵، ج) ۰/۲ و د) ۰/۲۵ ثانیه



شکل ۸ نمای سه بعدی شکست سد (۰/۲ ثانیه)

مدل سازی می کند؛ لذا جدا شدن ذره از سطح آب و ورود آن به فاز گازی و به عکس (مانند روشهای SPH) باعث درون یابی بین ذرات نشده و لذا مدل دچار خطا نمی شود. از این رو علاوه بر این خصوصیت بارز در مدل سازی جریان های آشفته، مدل MP-MPS به دلیل محاسبه اندرکنش جریان هوا و مایع، دقت به مراتب بیشتری نسبت به مدل های مشابه دارد.

مطابق شکل ۹ پس از ۰/۴ ثانیه که موج تشکیل شده با دیوار سمت راست برخورد می کند. مدل های لاگرانژی SPH و MPS ساده در تخمین سطح آزاد خطا دارند، اما مدل حاضر به خوبی قادر به پیش بینی سطح آزاد در این مرحله از محاسبات است. علت آن را می توان چنین توجیه کرد که روش MP-MPS به خلاف سایر روشها، جریان را با تعقیب همزمان ذرات در دو فاز گاز و سیال



شکل ۹ تغییر طول سطح آزاد مقطع عرضی شکست سد در روشهای SPH، MPS، MP-MPS و آزمایشگاهی Koshizuka and Oka, 1996

۴-۲- شکست موج

مسئله پیشروی و شکست موج یکی از مسائل دارای اهمیت در تعیین الگوی بستر سواحل است. در این بخش نتایج مدل MPS چند فازی با نتایج تحلیلی و عددی (Facundo et al, 2007) برای شکست موج مقایسه شده است.

در مدل سازی امواج به روش MP-MPS می توان از دو نوع شرایط مرزی فشار و کشش سطحی در سطح آزاد استفاده کرد. در مدل حاضر با توجه به لاگرانژی بودن حل، به محاسبه پارامتر سطح آزاد نیاز نیست و این مقدار به طور خودکار با حل معادلات برای تمامی ذرات به دست می آید. از این رو کافی است به ذراتی که روی سطح آزاد قرار می گیرند فشار صفر تحمیل شود. اینها ذرات مشترک بین گاز و مایع هستند که برای ذرات مایع می توان با محاسبه چگالی موقت و داشتن حد β مایع بودن آنرا به طور پیوسته بررسی کرد. به بیانی دیگر، اگر چگالی موقت ذره n_i از حدی کمتر شود، به آن ذره فشار

استاندارد یا فشار صفر تعلق گرفته و در آن گام زمانی به عنوان ذره ای از سطح آزاد شناخته می شود.

$$n_i < \beta n_0 \quad (19)$$

مقدار β در این تحقیق با توجه به مطالعات Ashtiani and Farhadi (2006) برابر 0.97 در نظر گرفته شد.

شرط مرزی دومی که می توان برای بهبود حل، آن را بر سطح آزاد اعمال کرد کشش سطحی است. این نوع شرط مرزی با توجه به اثر گذاری تابع δ بر آن، فقط بر ذرات سطح آزاد اعمال و موجب می شود که ذراتی که به دلیل پایین آمدن چگالی موقت تمایل به خروج از سطح آزاد دارند، با نیرویی متناسب با زاویه حرکت آنها به سطح باز گردند. از این رو این شرط موجب پایداری بیشتر حل خواهد شد.

در مورد بستر نیز دو نوع شرط مرزی وجود دارد که عبارتند از: شرایط مرزی متداول مرز صلب و شرط تنش بستر. همان طور که پیشتر توضیح داده شد، در مدل حاضر ذرات به سه دسته گاز، مایع و جامد تفکیک و برای ذرات

طول موج برابر است با $L=23.2$ m و با توجه به معادله (۲۰) مقدار حرکت موج ساز برابر $S=2.3$ m است. در این حالت موج پس از پیشروی بر روی شیب $1/35$ در فاصله $9/5$ متری از ابتدای سطح شیبدار حوضچه می شکند. ارتفاع شکست در این فاصله برابر ۱ متر است. در شکل ۱۱ تراز موج از نقطه شروع تا محل شکست در گامهای زمانی مختلف نشان داده شده است.

مطابق جدول ۱ و با توجه به اندازه ذرات یا به بیانی دیگر دقت اولیه $0/1$ ، تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی مشاهده می شود. موج تشکیل شده با موج ساز پیستونی تا مقدار ۱ متری افزایش ارتفاع داده و سپس می شکند. در شکل ۱۲ نتایج نسبت ارتفاع موج به ارتفاع اولیه آن در فواصل مختلف از پای سطح شیب دار مشاهده می شود.

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق تشابه مدل های دوفازی مبتنی بر VOF و مدل MPS مطالعه و معادلات لازم برای اعمال نیروهای بین ذرات در فازهای مختلف و نیز نیروهای فازها بر یکدیگر مانند درگ، اینرسی و لیفت در شرایط لاگرانژی توسعه داده شد. پس از ارائه معادلات توسعه داده شده، مدل چند فاز سه بعدی با نام (Multi Phase Moving Particle Semi-implicit) MP-MPS ارائه شد. مجموعه شرایط پیچیده جریان، به شکل معادلاتی تعمیم پذیر به سایر جریان های هیدرولیکی از جمله شکست سد در نظر گرفته شده است. نتایج این تحقیق نشان می دهد که ترکیب معادلات ناویر استوکس و پواسن فشار با روشهای در نظر گرفته شده در این تحقیق، موجب توسعه یافتن مدل عددی لاگرانژی شده که توانایی مدل سازی هر نوع جریانی را دارد.

جامد می توان با ثابت نگاه داشتن موقعیت آنها، به آسانی این شرایط مرزی را اعمال کرد. در این حالت ذراتی از سیال که به مرزهای جامد نزدیک می شوند، در حضور ذرات جامد متراکم با چگالی برابر n_0 قادر به نفوذ به داخل آنها نخواهند شد و علاوه بر آن، نیروی وارد شده از طرف ذرات جامد بر ذرات سیال نیز که متناسب با اندازه ذرات، سرعت و زاویه برخورد ذرات سیال به جامد است بر سیال اعمال می شود (بخش ۲-۱).

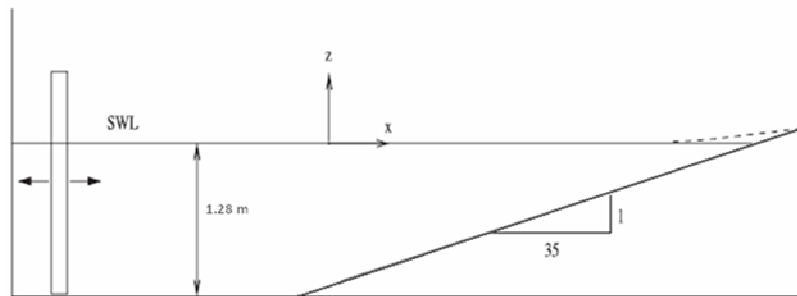
شرایط مرزی ورودی و خروجی نیز مانند مرز بستر به صورت صلب و در فاز جامد در نظر گرفته می شود. با این تفاوت که اگر به تولید موج در مرز سمت چپ نیاز باشد، دیوار جامد متناسب با دوره تناوب T ، ارتفاع H و طول موج L حرکت کرد و مانند موج ساز پیستونی در آزمایشگاه، موج تولید می کند. در این حالت از روابط موج ساز پیستونی (معادله ۲۰) استفاده می شود (Dean & Dalrymple, 1991):

$$\left(\frac{H}{S}\right)_{Piston} = kh \quad (20)$$

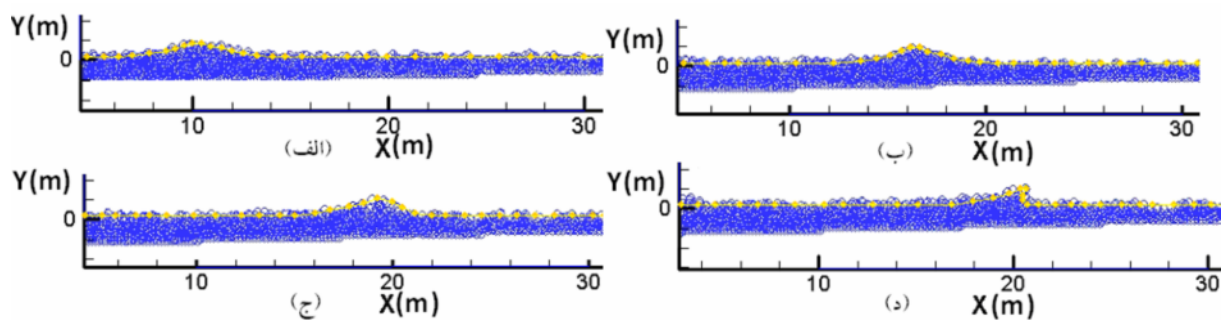
که در آن، K عدد موج $\left(\frac{2\pi}{L}\right)$ ، h عمق جریان و S اندازه حرکت موج ساز است. با توجه به توانایی مدل در تحلیل ذرات جامد می توان مدل سازی ذرات رسوبی را نیز از توانایی های بالقوه ای این مدل در نظر گرفت.

در این قسمت نتایج مدل توسعه داده شده با حل تحلیلی مقایسه شده است. در این مطالعه به بررسی نتایج به دست آمده از مدل پیشروی و شکست موج به سمت ساحل در برابر نتایج شکست موج با استفاده از روابط (Dean & Dalrymple (1991) پرداخته شده است.

موج پیشرونده به سمت ساحل در این مثال دارای ارتفاع $0/8$ متر، عمق $2/8$ متر و دوره تناوب $2/96$ ثانیه است (شکل ۱۰). با توجه به معادلات حاکم بر موج نویدال،



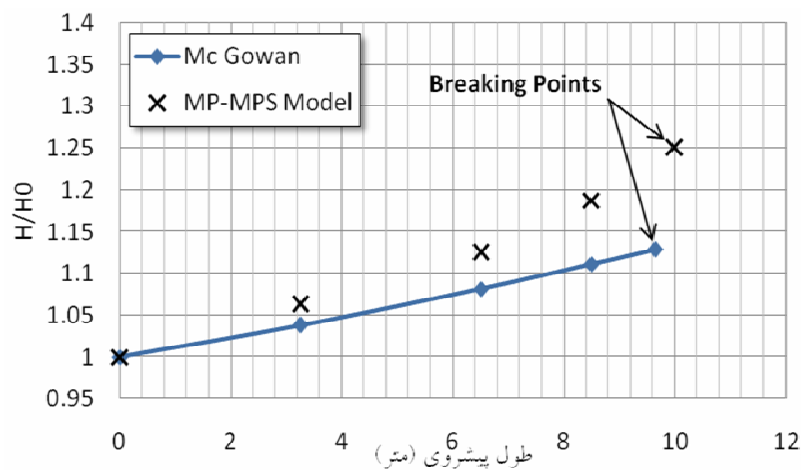
شکل ۱۰ شرایط اولیه مسأله شکست موج



شکل ۱۱ مقاطع عرضی پیشروی موج پس از الف) $H=0.8m, t=2.91s$ ب) $0.86m, 4.53s$ ج) $0.96m, 5s$ د) $1m, 5.25s$

جدول ۱ مقایسه نتایج شکست موج پیش‌بینی شده با مدل و روابط Mc Gowan (1991)

متغیر	نتایج مدل عددی	نتایج تحلیلی
ارتفاع شکست (متر)	۱	۰.۹۶
فاصله شکست از مبدأ (متر)	۱۰	۹.۶۴
عمق شکست (متر)	۰.۹	۱



شکل ۱۲ مقایسه نتایج پیشروی و شکست موج مدل MP-MPS و روابط Mc Gowan (1991)

c	ضریب درگ لاگرانژی	تطابق پروفیل های جریان ناشی از شکست سد با مدل
d	بعد فضا، در شرایط سه بعدی	MP-MPS نشان دهنده اعتبار روش های به کار گرفته شده
dr	سه اندازه ذرات	برای بهبود مدل است. همچنین مزیت مدل سازی آشفتگی
dt	گام زمانی	فازهای مختلف جریان نسبت به مدل های لاگرانژی اولیه،
\bar{f}	کمیت برداری نیروی اندرکنش فازها	در مثال شکست سد نمایش داده شد. به علاوه در مقایسه
\bar{F}	کمیت برداری نیروی لیفت بین فازها	نتایج مدل توسعه داده شده با نتایج مثال شکست سد با
g	شتاب جاذبه	روش ISPH سه بعدی لاگرانژی (که قابلیت آنها نسبت به
h	عمق جریان	دیگر روشهای لاگرانژی تراکم ناپذیر به اثبات رسیده)،
$i, j = 1, 2, 3$	زیرنویس جهت های x, y و z	مزیت مدل این تحقیق نسبت به مدل های اولیه لاگرانژی
\bar{I}	کمیت برداری نیروی اینرسی بین فازها	نشان داده شد؛ در این گونه مسائل، در تعیین موقعیت
k	منحنی سطح	موج تشکیل شده در پایین دست و همچنین در مدل سازی
\bar{n}	بردار یکه سطح در برای قائم بر سطح	پروفیل سطح جریان، مدل MP-MPS سه بعدی دقت
n	سطح زمانی فعلی	بالاتری نسبت به مدل های موجود دارد.
$n + 1$	سطح زمانی بعدی	با توجه به شرایط پیچیده مرزی و مرزهای غیر دائمی
n_0	چگالی استاندارد	جریان های با گرادیان شدید می توان از مقایسه مدل های
n_i	چگالی ذره	مختلف نتیجه گرفت که مدل MP-MPS، یکی از
p	فشار کل	مناسب ترین گزینه ها برای مدل سازی شرایط موجود است.
r_e	شعاع موثر	زیرا اولاً به دلیل لاگرانژی بودن، توانایی مدل سازی
\bar{r}_i	موقعیت ذره	مرزهای متحرک را دارد و دوم آنکه خطای ناشی از
t	زمان	شبکه بندی در روشهای اولری متداول را ندارد و همچنین
u, v, w	مولفه سرعت به ترتیب در سه جهت x, y و z	در مسائل پیچیده هیدرودینامیکی که دقت بالایی را در
\bar{u}	بردار سرعت	محاسبه تغییرات مرزها، آشفتگی و اندرکنش موج تشکیل
$w(\bar{r})$	تابع کرنل	شده با سایر فازها خواهد داشت، از توانایی بیشتری
δ_{st}	تابع دلتای کرونگر. اذرات سطح، سایر ذرات	نسبت به دیگر روشهای FDM، VOF، SPH و MPS
μ	لزجت دینامیکی سیال	ساده دارد که خطاهای شبکه بندی، پخشیدگی، انتشار،
ν	لزجت سینماتیک	بسط جملات محاسباتی و اثر فازها بر یکدیگر می باشند
ρ	چگالی سیال	را دارند.
σ, τ	تنش های قائم و برشی	
σ	ضریب کشش سطحی	
∇	گرادیان	
∇^2	لاپلاسی	
*	بالانویس نیم گام زمانی	

۶- فهرست علائم

A مساحت ذره تصویر شده بر صفحه قائم

۷- منابع

- Gomez-Gesteira, M., Cerqueiro, D., Crespo, C. and Dalrymple, R.A. (2005). "Green water overtopping analyzed with a SPH model", *Ocean Engineering* 32, pp. 223–238.
- Gotoh, H., Sakai, T. and Hayashi, M. (2002). "Lagrangian solid–liquid two-phase flow model for wave–seabed interaction", *Proc. 13th IAHR-APD Cong., Singapore*, vol. 1, pp. 327–332.
- Hieu, P.D. and Tanimoto, K. (2002). "A two-phase flow model for simulation of wave transformation in shallow water", In: *Proceedings of the Fourth International Summer Symposium, Kyoto, JSCE*, pp. 179–182.
- Hieu, P.D. and Tanimoto, K. (2004). "Numerical simulation of breaking waves using a two-phase flow model", *Applied Mathematical Modeling* (Elsevier) 28 (11), pp. 983–1005.
- Karim, M.F., Tanimoto, K. and Hieu, P.D. (2003). "Simulation of wave transformation in vertical permeable structure", In: *Proceedings of the 13th International Offshore and Polar Engineering Conference*, vol. 3, Hawaii, USA, pp. 727–733.
- Kolahdoozan M. and Fayyaz M. (2009). "Free surface modeling of flow by MPS method", *8th International Congress on Civil Engineering*, Shiraz University, Iran.
- Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y. (1998). "Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method", *International Journal of Numerical Methods in Fluids* 26, pp. 751–757.
- Koshizuka S and Oka Y. (1996). "Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", *Nucl. Eng. Sci.*, pp.123:421–34.
- Lin, P. and Liu, P.L.F. (1998). "A numerical study of breaking waves in the surf zone", *Journal of Fluid Mechanics* 359, pp. 239–264.
- Lucy, L.B. (1977). "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *Astron. J.* 82 (12), pp. 1013–1024.
- Monaghan, J.J. (1992). "Smoothed particle hydrodynamics", *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 30, pp. 543–574.
- Monaghan, J.J. (1989). "On the problem of penetration in particle methods", *Journal of Computational Physics* 82 (1), pp. 1–15.
- Ashgriz, N. and Poo, J.Y. (1991). "Flux line-segment model for advection and interface reconstruction", *Journal of Computational Physics* 93, pp. 449–468.
- Ashtiani, B.A. and Farhadi. L. (2006). "A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows", *Fluid Dynamics Research* 38, pp. 241–256.
- Brackbill J.U., Kothe D.B. and Zemach C. (1992). "A continuum method for modeling surface tension", *Journal of Computational Physics*; 100: pp. 335–354.
- Chikazawa, Y., Koshizuka, S. and Oka, Y. (2001). "A particle method for elastic and visco plastic structure and fluid-structure interactions", *Computational Mechanics*, 27, pp. 97-106.
- Christensen, E.D., Walstra, D. and Emerat, N. (2002). "Vertical variation of the flow across the surf zone", *Coastal Engineering* 45, pp. 169–198.
- Dalrymple, R.A., Knio, O., Cox, D.T., Gomez-Gesteira, M. and Zou, S. (2001). "Using a Lagrangian particle method for deck overtopping", *Proc. Waves ASCE*, pp. 1082–1091.
- Dean R., Dalrymple R., (1991), *Water Wave Mechanics for Engineers & Scientists*, World scientific.
- Facundo D.P., Idelsohn, S., Onate, E. and Aubry, R. (2007). "The ALE/Lagrangian particle finite element method: A new approach to computation of free-surface flows and fluid–object interactions", *Computers & Fluids* 36, pp. 27–38.
- Fang J., Parriaux A., Rentschler A. and Ancy C., (2008). "Improved SPH methods for simulating free surface flows of viscous fluids", *Applied Numerical Mathematics*, 59: 251–271.
- Fayyaz M. (2008). "Numerical modeling of interaction between waves and coastal structures", M.Sc. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Amirkabir University, Tehran.
- Gingold, R.A. and Monaghan, J.J. (1977). "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars", *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 181, pp. 375–389.

Suzuki, Y., Koshizuka, S. and Oka, Y. (2007). "Hamiltonian moving-particle semi implicit (HMPS) method for incompressible fluid flows", Proc Appl. Mech. Engrg.

Ting, F.C.K. and Kirby, J.T. (1994). "Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone", Coastal Engineering 24, pp. 51–80.

Van der Meer, J.W., Petit, H.A.H., van den Bosch, P., Klopman, G. and Broekens, R.D. (1992). "Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures", Proceedings of the 23rd International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Venice, Italy, vol. 2, pp. 1772–1784.

Shao, S.D. and Lo, E.Y.M. (2003). "Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface", Adv. Water Resour. 26 (7), pp. 787–800.

Shibata, K. and Koshizuka, S. (2007). "Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method", Ocean Engineering, Vol 34, pp. 585–593.

Schiller, L. and Naumann Z. (1935). "A drag coefficient correlation", z. ver. Deutsch. Ing, 77: 318.

Shao, S.D., Changming Ji, Graham, D., Reeve, D., James, P.W. and Chadwick, A.J. (2006). "Simulation of wave overtopping by an incompressible SPH model", Research Institute of Water Resources and Hydro-electric Engineering, PL4 8AA, UK .