

«یادداشت تحقیقاتی»

مطالعه آزمایشگاهی اثر شعاع انحنا بر جریان ثانویه در قوس ۹۰ درجه در شرایط بستر تعادل یافته

محمد واقفی^۱، مسعود قدسیان^{۲*}

۱- استادیار سازه‌های هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

۲- استاد هیدرولیک، پژوهشکده مهندسی آب، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵

ghods@modares.ac.ir

چکیده- الگوی جریان در کانال‌های قوسی، با الگوی جریان در کانال‌های مستقیم متفاوت است. در قوس رودخانه، جریان تحت تأثیر دو نیروی گرادیان فشار و گریز از مرکز قرار دارد و اندرکنش آنها جریان ثانویه را به وجود می‌آورد. در کانال‌های قوسی، تغییر شعاع انحنای قوس باعث ایجاد تغییر قابل توجهی در شکل جریان ثانویه و در نتیجه الگوی جریان در قوس می‌شود. در این مقاله با اندازه‌گیری سه‌بعدی جریان در لایه‌ها و مقاطع مختلف کانالی با قوس ۹۰ درجه و در شرایط بستر تعادل یافته، به محاسبه کمی تغییرات جریان ثانویه پرداخته شده است. به منظور تعیین تأثیر شعاع انحنای قوس بر جریان ثانویه، آزمایشها در کانالی آزمایشگاهی با سه شعاع انحنای ملایم، متوسط و تند انجام شده است. در اندازه‌گیری سه‌بعدی سرعت جریان از نوعی دستگاه سرعت‌سنج سه‌بعدی استفاده شده است. نحوه شکل‌گیری و تغییر الگوی جریان ثانویه در طول سه قوس با مقادیر متفاوت شعاع انحنا مطالعه شده است. نتایج بیانگر آن است که با کاهش شعاع انحنای قوس، قدرت جریان ثانویه و میزان چرخش سلول‌ها در نیمه دوم قوس افزایش می‌یابد. همچنین جریانی در خلاف جهت جریان ثانویه اصلی، به نام جریان ثانویه دوم در نزدیکی ساحل خارجی شکل می‌گیرد که از مقاطع میانی نیمه اول قوس تا انتهای قوس دیده می‌شود.

کلید واژگان: الگوی جریان، قوس ۹۰ درجه، قدرت جریان ثانویه، شعاع انحنای قوس.

۱- مقدمه

پدیده به نایکنواختی پروفیل سرعت در جهت قائم منجر می‌شود. بر اثر نیروی گریز از مرکز و اندرکنش آن با گرادیان‌های جانبی فشار ناشی از شیب جانبی سطح آب، جریانی تشکیل می‌شود که به جریان ثانویه موسوم است. در این جریان، آب در قسمت بالایی مقاطع رودخانه

در حالت کلی فرض می‌شود که یکی از نیروهای حاکم بر جریان قوسی، نیروهای گریز از مرکز است. در رودخانه‌ها سرعت جریان در نواحی بالایی و نزدیک به سطح آزاد زیاد تراز سرعت در نزدیکی بستر است. این

دارد. همچنین جریان ثانویه در قوس ۱۸۰ درجه قویتر از قوس ۹۰ درجه است. (Blancaert and Graf (2001) به بررسی الگوی جریان متوسط و آشفتگی در کانال انحنا دار پرداختند. مجرای مورد نظر در کار آنان، خم ۱۲۰ درجه بود و مشاهده کردند که حداکثر سرعت در نزدیکی بستر مشاهده می شود و یک جریان چرخشی مرکزی وجود دارد. علاوه بر آن، جریان چرخشی دیگری در خلاف جهت این جریان در نزدیکی قوس بیرونی وجود دارد و حداکثر سرعت در مرز این دو سلول چرخشی بوده و مقدار آن بزرگتر از سرعت طولی جریان یکنواخت در کانال مستقیم است. فضلی و همکاران (۱۳۸۶) به بررسی تغییرات توپوگرافی بستر در قوس ۹۰ درجه در شرایط مختلف جریان پرداخته و نتیجه گرفتند که در حالت $1/24 < U/U_c < 1/23$ ، دو چاله فرسایشی در جدار خارجی قوس تشکیل می شود. اما در حالت $U/U_c < 1$ فقط یک چاله فرسایشی در نزدیکی خروجی قوس به وجود می آید و در حالت $1/1 < U/U_c < 1$ ، دو چاله فرسایشی در جداره خارجی به یکدیگر نزدیک یا در هم ادغام می شوند. واقفی و همکاران (۱۳۸۷) به مطالعه آزمایشگاهی الگوی سه بعدی جریان و آبشستگی در قوس ۹۰ درجه از نوع قوس ملایم (نسبت شعاع انحنا به عرض کانال برابر چهار) پرداخته و تغییرات سه بعدی سرعت در این نوع قوس و ارتباط بین الگوی جریان و آبشستگی را مطالعه کردند. واقفی و همکاران (۱۳۸۷) تأثیر شعاع انحنا بر توپوگرافی بستر قوس ۹۰ درجه را مطالعه کرده و نتیجه گرفتند که میزان آبشستگی و رسوبگذاری در قوس های تند بیشتر از قوس های ملایم است. بررسی پژوهش های گذشته بیانگر آن است که تغییر شعاع انحنا قوس باعث ایجاد تفاوت های محسوسی در الگوی جریان ثانویه و در نتیجه جریان حلزونی شکل گرفته در قوس می شود. الگوی جریان یا به بیانی دیگر، نحوه توزیع سرعت در طول کانال، به شدت به نسبت شعاع انحنا به عرض کانال

به طرف بیرون رانده شده و در قسمت پایین به سمت قوس داخلی حرکت می کند. بر اثر اندرکنش جریان های ثانویه و نایکنواختی پروفیل سرعت در عمق، الگوی جریانی به نام جریان حلزونی تشکیل می شود. در گذشته تحقیقات گسترده ای در باره الگوی جریان در کانال های قوسی انجام شده که در ادامه تعدادی از آنها معرفی می شود. (Shukrey (1950 معیاری را برای محاسبه قدرت جریان ثانویه در قوس رودخانه ها تعیین کرد. این معیار برای مقطع معین عرضی عبارت است از نسبت انرژی جنبشی جریان جانبی به انرژی جنبشی جریان اصلی، با این فرض که توزیع لگاریتمی برای پروفیل سرعت، نتایج بسیار خوبی را حاصل می کند. وی این پدیده را ناشی از تأثیر مستقیم اصطکاک دیوارها بر کل میدان جریان دانسته است.

(Yeh and Kennedy (1993 به توجیه سازوکار ایجاد جریان ثانویه در کانال های قوسی با شعاع ثابت و بازه های مستقیم در بالادست و پایین دست با استفاده از روابط مومنتم و پیوستگی پرداختند. (Lein et al. (1999 با استفاده از مدل دو بعدی متوسط گیری شده در عمق، الگوی جریان را در دو قوس ۹۰ درجه و ۱۸۰ درجه بررسی کردند؛ هدف آنها تهیه مدلی دوبعدی بود که تأثیر جریان ثانویه را در نظر بگیرد. تأثیر جریان ثانویه در این مدل از طریق محاسبه تانسور تنش در نظر گرفته شده است. تانسور تنش عاملی است که تأثیر جریان ثانویه ناشی از اختلاف مقدار متوسط گیری شده و توزیع واقعی سرعت در میدان جریان خم را در حالت استفاده از معادلات متوسط گیری شده در عمق به مسائل وارد می کند. مهمترین نتیجه کار آنان این بود که نیروی اصلی در کانال تند، نیروی حاصل از تنش انتشاری بوده و نیروی گریز از مرکز و اصطکاک بستر، اهمیت کمتری دارند. برای قوس ملایم، نیروی گریز از مرکز اهمیت

این دو مسیر مستقیم توسط قوس ۹۰ درجه‌ای با شعاع انحنا ۲/۷ متر (قوس ملایم با نسبت شعاع انحنا در مرکز قوس به عرض کانال برابر چهار)، ۲/۱ متر (قوس متوسط با نسبت شعاع انحنا در مرکز قوس به عرض کانال برابر سه) و ۱/۵ متر (قوس تند با نسبت شعاع انحنا در مرکز قوس به عرض کانال برابر دو) به هم متصل شده است.

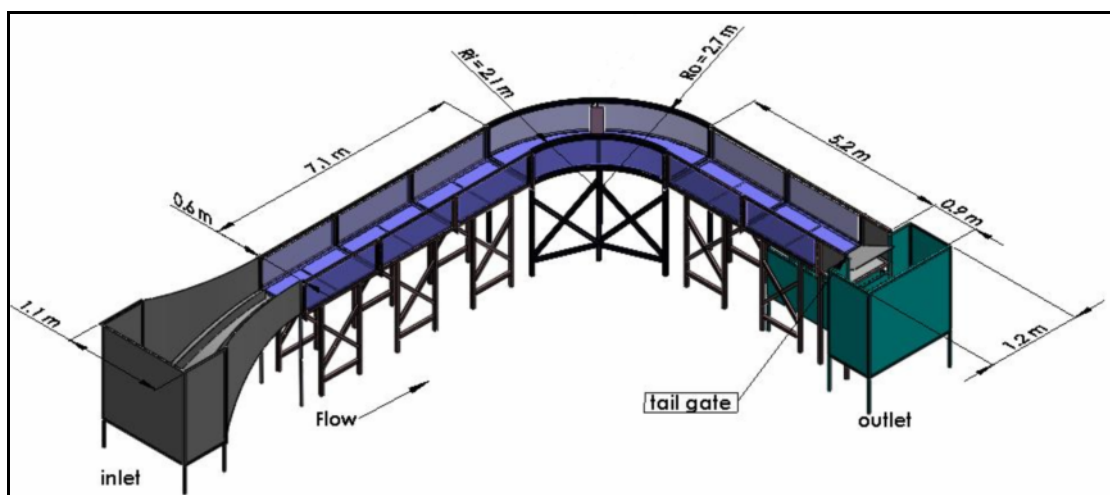
دیوار و کف کانال از شیشه ساخته شده و توسط قاب‌هایی فولادی پایداری آن حفظ می‌شود. عمق کانال برابر ۷۰ سانتی‌متر و عرض آن برابر ۶۰ سانتی‌متر است. برای کنترل جریان از دریچه‌ای قطاعی که در انتهای کانال نصب شده، استفاده می‌شود.

دبی جریان در تمامی آزمایشها ثابت و برابر ۲۵ لیتر بر ثانیه بوده است. عدد فرود در تمامی آزمایشها برابر با ۰/۳۴ و عدد رینولدز در طول قوس بین ۶۵۰۰۰ تا ۷۰۰۰۰ در آزمایشات مختلف متغیر است. همچنین عمق جریان در ابتدای قوس برابر ۱۱/۸ سانتی‌متر در مرکز کانال است.

(R/B) وابسته است، به طوری که مقدار سه برای این پارامتر، مقداری مرزی است. قوسهایی با نسبت $R/B < 3$ را قوس تند و قوسهایی با نسبت $(R/B > 3)$ را قوس ملایم می‌نامند (Rodi and Leschziner). در این تحقیق با استفاده از سه قوس ملایم (با نسبت شعاع انحنا به عرض کانال برابر چهار)، متوسط (با نسبت شعاع انحنا به عرض کانال برابر سه) و تند (با نسبت شعاع انحنا به عرض کانال برابر دو) تأثیر این پارامتر بر تغییرات الگوی جریان ثانویه مطالعه شده است. بحث در باره تغییرات قدرت جریان ثانویه، چرخش و همچنین شکل‌گیری جریان ثانویه دوم در طول قوس، از دیگر نکات مطرح شده در این مقاله است.

۲- مواد و روشها

آزمایشهای مورد نظر در کانالی با قوس ۹۰ درجه در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه تربیت مدرس انجام شد. شکل ۱ هندسه قوس مورد نظر را در حالت استقرار قوس ملایم نشان می‌دهد. این کانال از قسمت مستقیمی به طول ۷/۱ متر در بالادست و همچنین قسمت مستقیمی به طول ۵/۲ متر در پایین دست تشکیل می‌شود.



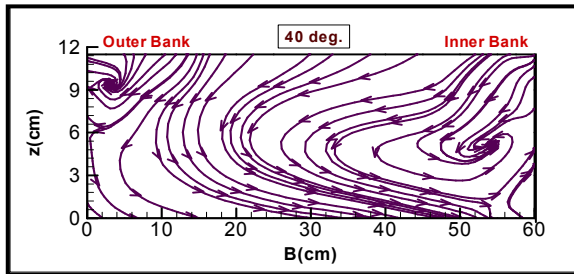
شکل ۱ هندسه قوس مورد نظر در حالت استقرار قوس ملایم

۳- نتایج

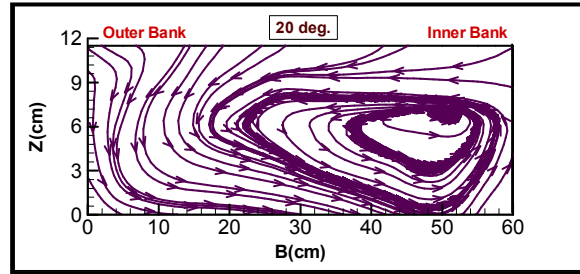
در شکل ۲ نمونه‌ای از الگوی جریان در قوس ۹۰ درجه با مقادیر مختلف شعاع انحنا و در نیمه اول قوس نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود در مقطع ۲۰ درجه در هر سه قوس، جریان ثانویه اصلی مشاهده می‌شود، در حالی که در قوس ملایم و متوسط، جریان ثانویه دومی در خلاف جهت جریان ثانویه اصلی و در لایه‌های میانی و

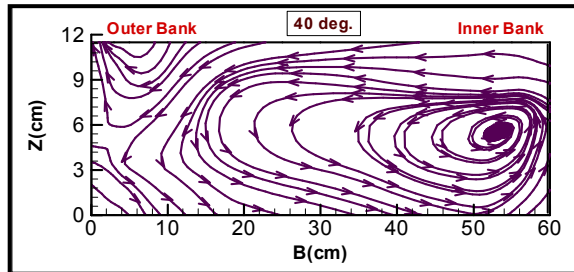
بالاتر، نزدیک قوس خارجی مشاهده می‌شود. علت تشکیل این چرخه آن است که جریان سطحی به سمت قوس خارجی، پس از برخورد به دیوار قوس خارجی به سکون رسیده و سطح آب بالا می‌افتد و وزن این ستون بالا افتادگی آب می‌تواند نیرویی را به طرف پایین در راستای مرز تقاطع آب ساکن با چرخه اصلی جریان ثانویه مرکزی ایجاد کند. به همین دلیل جریان ثانویه دومی در نزدیکی قوس خارجی شکل می‌گیرد.



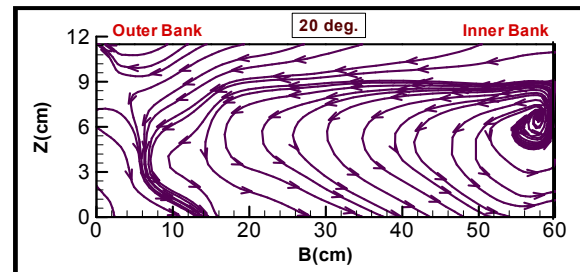
(ب)



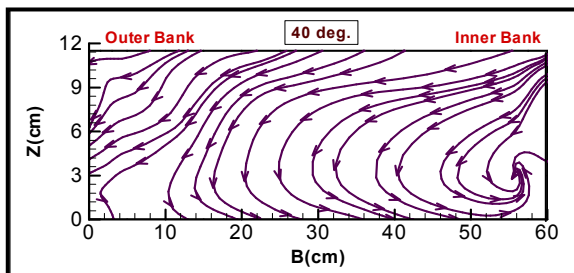
(الف)



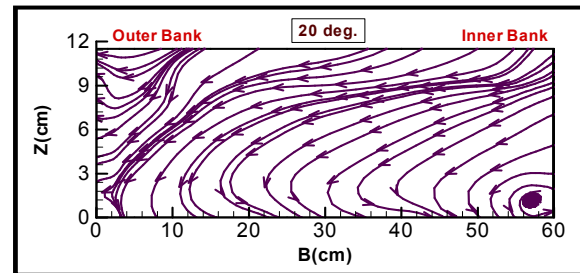
(د)



(ج)



(و)

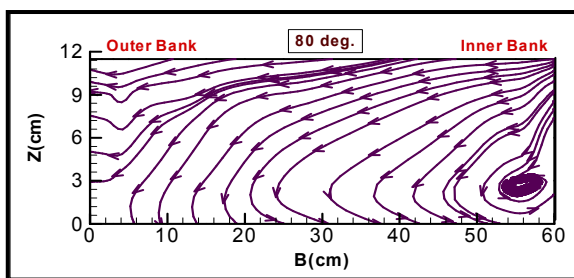


(ه)

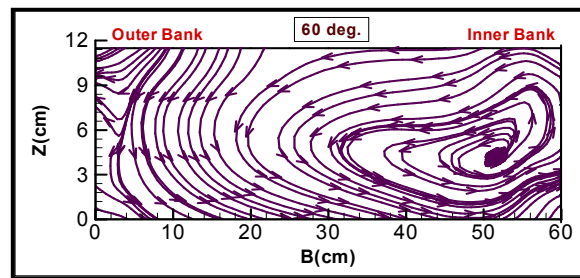
شکل ۲ نمونه‌ای از الگوی جریان در قوس ۹۰ درجه برای مقادیر مختلف شعاع انحنا و در نیمه اول قوس الف، ج و ه مقطع ۲۰ درجه و ب، د، و مقطع ۴۰ درجه و به ترتیب برای قوس با شعاع انحنا تند (الف و ب)، متوسط (ج و د) و ملایم (ه، و)

انحنای قوس - به دلایل ذکر شده - محسوس تر است و با توجه به جهت مخالف جریان ثانویه دوم نسبت به جریان ثانویه اصلی، می‌تواند عاملی برای کاهش آبشستگی در قوس خارجی در نیمه اول قوس باشد. شکل ۳ نمونه‌ای را از الگوی جریان در قوس ۹۰ درجه با مقادیر مختلف شعاع انحنا و در نیمه دوم قوس نشان می‌دهد.

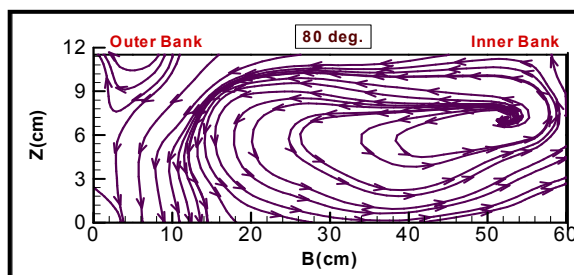
در قوس تند (شکل ۲- الف) به دلیل تغییرات جانبی شدید در گرادیان طولی فشار نسبت به انتقال جانبی مومنت، و باقی ماندن سرعت حداکثر در نزدیکی ساحل داخلی، تشکیل جریان ثانویه دوم تا مقطع ۳۰ درجه به تأخیر می‌افتد. همچنین در مقطع ۴۰ درجه جریان ثانویه دوم در نزدیکی ساحل خارجی در هر سه قوس (شکل‌های ۲- ب، ۲- د و ۲- و) مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع



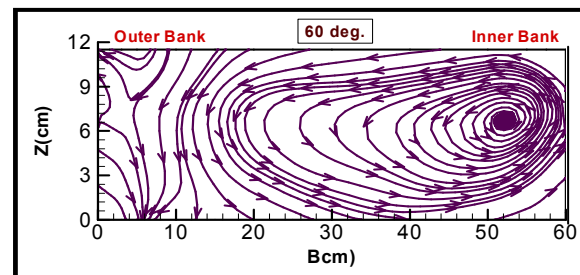
(ب)



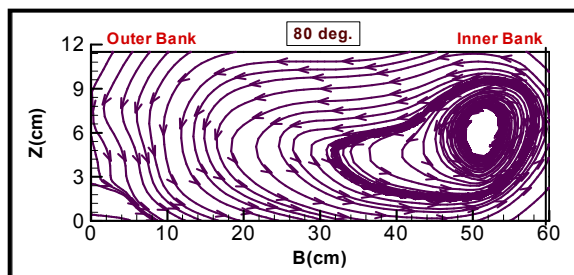
(الف)



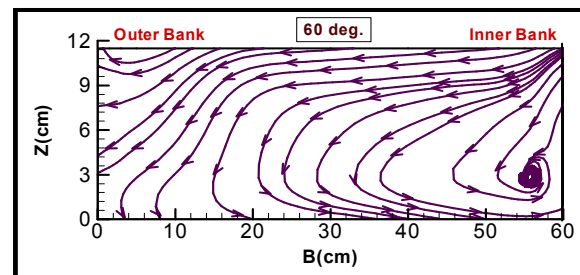
(د)



(ج)



(و)



(ه)

شکل ۳ نمونه‌ای از الگوی جریان در قوس ۹۰ درجه برای مقادیر مختلف شعاع انحنا و در نیمه دوم قوس الف، ج و ر مقطع ۶۰ درجه و ب، د و ز مقطع ۸۰ درجه و به ترتیب برای قوس با شعاع انحنای تند (الف و ب)، متوسط (ج، د) و ملایم (ه، و)

اصلی. معیار مهم نظری دیگری که برای قدرت جریان ثانویه در مراجع معرفی شده، معیار چرخش سلول‌ها^۱ است. بر طبق تعریف، نرخ خالص چرخش پادساعتگرد المانی با ابعاد $\Delta x \times \Delta y$ حول محور Z (متوسط مجموع چرخش وجه‌های Δx و Δy)، چرخش^۲ نامیده شده و به صورت معادله (۲) بیان می‌شود:

$$\overline{\omega_z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

در این رابطه $\overline{\omega_z}$ مقدار چرخش حول محور Z، u و v مؤلفه‌های سرعت در امتداد محورهای x و y است. در شکل ۴ مقایسه قدرت جریان ثانویه مقاطع برای سه قوس تند، متوسط و ملایم و مقادیر متوسط آنها انجام شده است. همان‌طور که دیده می‌شود در نیمه اول قوس تند برخورد مستقیم جریان از مسیر مستقیم بالادست به ساحل خارجی (در موقعیت حدود ۴۰ تا ۴۵ درجه) با توجه به طول کوچک قوس باعث کاهش مؤلفه سرعت عرضی می‌شود. به همین دلیل میانگین اختلاف زاویه بین خطوط جریان در دو لایه نزدیک بستر و نزدیک سطح آزاد کمتر از نیمه دوم قوس بوده و با توجه به افزایش عمق آب در قوس تند نسبت به دو قوس دیگر باعث کاهش قدرت جریان ثانویه در قوس تند نسبت به دو قوس دیگر می‌شود؛ در صورتی که میانگین اختلاف زاویه محسوس‌تر بین دو لایه در نیمه دوم قوس تند در مقایسه با دو قوس دیگر به دلیل افزایش مؤلفه سرعت عرضی ناشی از جداسدگی جریان (از نیمه دوم قوس به بعد) و کاهش عمق آب در نیمه دوم قوس، باعث افزایش چشمگیر قدرت جریان ثانویه در نیمه دوم قوس تند نسبت به دو قوس متوسط و ملایم می‌شود.

در ابتدای نیمه دوم قوس (مقطع ۶۰ درجه)، هسته مرکزی جریان ثانویه اصلی در نزدیکی ساحل داخلی شکل گرفته (شکل‌های ۳-الف، ۳-ج و ۳-ه) که به دلیل تمایل بیشتر سرعت حداکثر به سمت قوس داخل و محور کانال و مؤلفه سرعت عرضی قویتر در قوس تند و متوسط (به‌ویژه در لایه‌های نزدیک به بستر) نسبت به قوس ملایم محسوس‌تر است. این عاملی در جهت افزایش آبشستگی در فاصله بین محور کانال به سمت قوس داخلی در این دو قوس نسبت به قوس ملایم است.

جریان ثانویه دوم در هر سه قوس مشاهده می‌شود و در مورد قوس تند، با افزایش توسعه جریان ثانویه دوم همراه است. در مقاطع انتهایی قوس، در قوس تند و متوسط (شکل‌های ۳-ب و ۳-د) جریان ثانویه دوم تا انتهای قوس (تا مقطع ۹۰ درجه) مشاهده می‌شود، در صورتی که در قوس ملایم (شکل ۳-و)، این جریان تا مقطع ۷۰ درجه محسوس بوده و سپس از بین می‌رود. به همین دلیل آبشستگی در مقاطع انتهایی قوس ملایم آغاز می‌شود. شکل ۳ نمونه‌ای را از الگوی جریان در قوس ۹۰ درجه با مقادیر مختلف شعاع انحنا و در نیمه دوم قوس نشان می‌دهد.

برای بررسی قدرت جریان ثانویه معیارهای مختلفی از سوی پژوهشگران ارائه شده است. در این تحقیق از معیار شکری استفاده می‌شود. شکری در سال ۱۹۵۰ با انجام مطالعاتی بر روی جریان در قوس رودخانه، ضمن تشریح سازوکار جریان ثانویه، معیار زیر را برای قدرت جریان ثانویه معرفی کرده است:

$$S_{xy} = \frac{K_{lateral}}{K_{main}} \quad (1)$$

این معیار در مقطع عرضی معین عبارت است از نسبت انرژی جنبشی جریان جانبی به انرژی جنبشی جریان

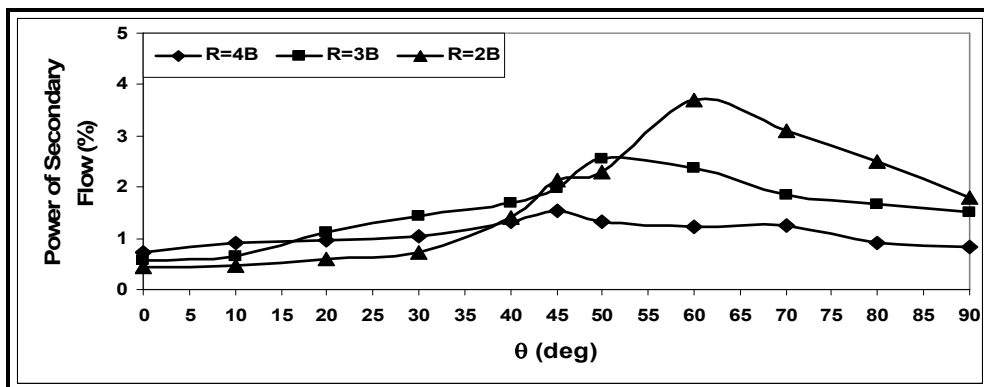
1. Vorticity
2. Rotation

بیانگر افزایش ۲۰ و ۴۰ درصدی مقدار حداکثر این پارامتر در قوس تند به ترتیب در مقایسه با قوس متوسط و ملایم است. قوس متوسط نیز افزایش ۳۰ درصدی در مقدار حداکثر این پارامتر نشان می‌دهد.

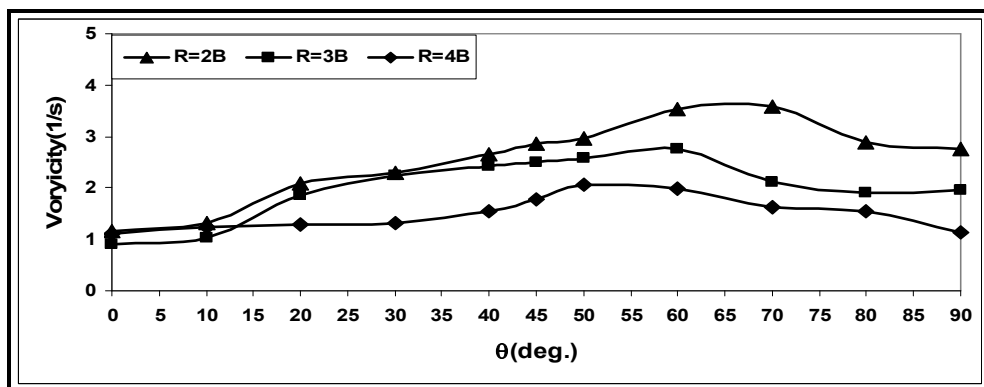
مقایسه محدوده‌های افزایش چرخش در این سه قوس (شکل ۵) بیانگر چرخش بیشتر سلول‌ها در محدوده آبشستگی و رسوبگذاری و تحت تأثیر افزایش مؤلفه عرضی سرعت است.

در شکل ۶ پروفیل سطح آب برای قوس با شعاع انحنای ملایم وقتی پروفیل سطح آب توسط خط‌کش الکترونیکی در وسط مقطع اندازه‌گیری شده، نشان داده شده است.

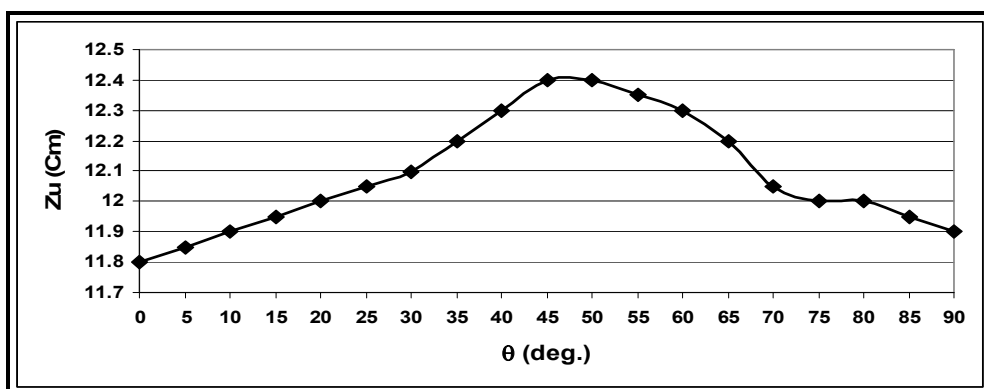
بیشترین مقدار قدرت جریان ثانویه در قوس تند، متوسط و ملایم (شکل ۴) به ترتیب برای موقعیت‌های ۶۰، ۵۰ و ۴۵ درجه است. همچنین مقادیر کمی حداکثر قدرت جریان ثانویه در قوس ملایم بیانگر افزایش ۳۰ و ۶۰ درصدی این پارامتر نسبت به قوس متوسط و تند است. همچنین قوس متوسط نسبت به قوس ملایم، افزایش ۴۰ درصدی در مقدار حداکثر قدرت جریان ثانویه را نشان می‌دهد. در شکل ۵ تغییرات چرخش مربوط به سه قوس ارائه شده است. روند تغییرات مانند تغییرات قدرت جریان ثانویه است که در مورد قوس تند و متوسط به دلیل شعاع انحنای کم، میزان چرخش سلول‌ها در نیمه ابتدایی قوس بیشتر از قوس ملایم است. بررسی کمی چرخش



شکل ۴ نمودار محاسبه قدرت جریان ثانویه در طول قوس با مقادیر مختلف شعاع انحنای تند، متوسط و ملایم



شکل ۵ نمودار محاسبه ورتیسیته در طول قوس با مقادیر مختلف شعاع انحنای تند، متوسط و ملایم



شکل ۶ نمودار پروفیل سطح آب در طول قوس با شعاع انحنای ملایم و در وسط مقطع

- کاهش شعاع انحنای قوس باعث افزایش قدرت جریان ثانویه می‌شود. البته قدرت جریان ثانویه به پارامتر نسبت عمق آب به عرض کانال نیز بستگی دارد و با افزایش این نسبت، قدرت جریان ثانویه کم می‌شود.

- بیشترین قدرت جریان ثانویه در قوس تند، متوسط و ملایم به ترتیب در موقعیت‌های ۶۰، ۵۰ و ۴۵ درجه است.

- مقادیر حداکثر قدرت جریان ثانویه در قوس ملایم، بیانگر افزایش ۳۰ و ۶۰ درصدی در مقدار این پارامتر نسبت به قوس متوسط و تند است. قوس متوسط نیز نسبت به قوس ملایم از افزایش ۴۰ درصدی مقدار حداکثر قدرت جریان ثانویه برخوردار است.

- بررسی مقدار کمی چرخش بیانگر افزایش ۲۰ و ۴۰ درصدی در مقدار حداکثر این پارامتر در قوس تند به ترتیب در مقایسه با قوس متوسط و ملایم است. قوس متوسط نیز افزایش ۳۰ درصدی را در مقدار حداکثر این پارامتر نشان می‌دهد.

۵- فهرست علائم

ω_z

مقدار چرخش حول محور Z

θ

زاویه انحنا در طول قوس

B

عرض کانال

همان‌طور که در نمودار دیده می‌شود، در محدوده ۴۵ تا ۵۵ درجه بیشترین ارتفاع سطح آب مشاهده می‌شود که این محدوده تقریباً با محدوده قدرت جریان ثانویه بیشینه در قوس ملایم مطابقت دارد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، معیارهای مختلف سنجش جریان ثانویه (قدرت جریان ثانویه و چرخش) در سه قوس تند، متوسط و ملایم مقایسه شده که نتایج به شرح زیر است:

- تشکیل جریانهای ثانویه در مقاطع مختلف سه قوس (به‌طور محسوس از مقطع ۱۰ درجه به بعد) مشاهده می‌شود.

- در مقطع ۲۰ درجه در قوس ملایم و متوسط، جریان ثانویه دومی در خلاف جهت جریان ثانویه اصلی و در لایه‌های میانی و بالاتر، نزدیک به قوس خارجی مشاهده می‌شود که در قوس تند تشکیل جریان ثانویه دوم تا مقطع ۳۰ درجه به تأخیر می‌افتد.

- جهت مخالف جریان ثانویه دوم نسبت به جریان ثانویه اصلی می‌تواند عاملی در جهت کاهش آبستگي در قوس خارجی در نیمه اول قوس باشد.

واقفی، م.، قدسیان، م. و صالحی نیشابوری، س.ع. (۱۳۸۷). "تأثیر شعاع انحنا بر توپوگرافی بستر قوس ۹۰ درجه"، سومین کنفرانس ملی مدیریت منابع آب ایران، ۲۳ الی ۲۵ مهرماه ۱۳۸۷، دانشگاه تبریز.

فضلی، م.، واقفی، م. و قدسیان، م. (۱۳۸۸). "بررسی و مقایسه روشهای محاسبه تنش برشی در کانالهای قوسی شکل"، هشتمین کنگره بین المللی مهندسی عمران، ۱۳ الی ۲۳ اردیبهشت ماه ۱۳۸۸، دانشگاه شیراز.

Blanckaert, K. and Graf. W.H. (2001). Mean flow and turbulence in open-channel bend, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE.*, Vol. 127, No.10, PP. 833-874.

Lien, H.C. et al. (1999). Bend flow simulation using 2d depth-averaged model, *J. Hydr. Engrg, ASCE.*, Vol.125, PP. 1097-1108.

Rodi, W. and Leschziner A. (1978). Calculation of strongly curved open channel flow, *Journal of Hydraulic Division, Vol. 105, No. HY10, PP. 1297-1314.*

Shukry, A. (1950). Flow around bends in an open flume transactions, *ASCE.*, No. 115.

Yeh, K.C. and Kennedy, J.F. (1993). Moment model of nonuniform channel-bend flow, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 7, PP. 776-795.*

$K_{Lateral}$	انرژی جنبشی جریان جانبی
K_{Main}	انرژی جنبشی جریان اصلی
R	شعاع انحنای قوس در هر نقطه
R_c	شعاع انحنای مرکزی قوس
S_{XY}	قدرت جریان ثانویه
u	مولفه سرعت در امتداد محور X
V	سرعت کل جریان
v	مولفه سرعت در امتداد محور Y
Z	ارتفاع آب بر روی بستر
Z_u	ارتفاع سطح آب

۶- منابع

فضلی، م.، قدسیان، م. و صالحی نیشابوری، ع.ا. (۱۳۸۷). "تغییرات توپوگرافی بستر در قوس ۹۰ درجه در شرایط مختلف جریان، مجله فنی و مهندسی مدرس، شماره ۳۵، ص ۱۲۳-۱۴۲.

واقفی، م.، قدسیان، م. و صالحی نیشابوری، س.ع. (۱۳۸۷). "مطالعه آزمایشگاهی الگوی جریان سه بعدی و آبستگي در قوس ۹۰ درجه"، مجله علمی و پژوهشی هیدرولیک ایران، دوره سوم، شماره سوم، ص ۴۱-۵۷.