

توسعه مدل عددی برای پیش‌بینی فشارهای دینامیک در جریان کانال‌های باز با شبکه منحنی الخط غیرمتعامد

زهره دهقان بهابادی^۱، محمدرضا هادیان^{۲*}، امیررضا زراتی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد عمران- آب، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه یزد

۲- استادیار گروه عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه یزد

۳- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

* یزد، صفائیه، دانشگاه یزد

mr_hadian@yazduni.ac.ir

چکیده- در این تحقیق نوعی مدل عددی دوبعدی قائم برای حل معادلات ناویر-استوکس غیردائمی با توانایی محاسبه فشارهای دینامیک، در سیستم مختصات منحنی الخط غیرمتعامد و برای جریان‌های با سطح آزاد توسعه داده شده است. در این مدل برای حل معادلات حاکم بر جریان، از ایده تفکیک زمانی در قالب روش تصویرسازی استفاده شده است که در آن در نیم‌گام اول معادلات مومتم افقی و قائم با فرض توزیع هیدرواستاتیک فشار، حل می‌شود و مقادیر سرعت واسط به دست می‌آید و در نیم‌گام دوم ترکیب معادله پیوستگی با معادلات مومتم، معادله فشار را تشکیل می‌دهد که حل کردن آن به محاسبه فشار دینامیک منجر می‌شود. در پی این مرحله، سرعت‌های واسط اصلاح می‌شود. همچنین تراز آب از حل معادله پیوستگی برای ستون آب به دست می‌آید. استفاده از چنین روشی، ضمن بهره‌برداری از امتیاز مدل‌های آب‌های کم‌عمق در محاسبه تراز سطح آب (بدون بار محاسباتی اضافی) و داشتن انعطاف مناسب برای در نظر گرفتن تغییرات زیاد سطح آب در زمان و مکان (به دلیل استفاده از شبکه غیرمتعامد متحرک)، این امکان را به کاربر می‌دهد که مدل‌های آب‌های کم‌عمق را به مدل‌هایی با توانایی محاسبه فشارهای دینامیکی توسعه دهد.

حل مثالی برای شبیه‌سازی سطح آزاد آب، توانایی انطباق شبکه با مرزهای متحرک و انحنادار را در مدل عددی حاضر نشان می‌دهد. همچنین مقایسه نتایج شبیه‌سازی جریان‌های عبوری از برآمدگی کف و ترانشه با داده‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل‌های عددی دیگر، توانایی مدل را در ارزیابی درست شرایط جریان تایید می‌کند. با توجه به توانایی محاسبه فشارهای دینامیک و سطح آزاد آب، مدل حاضر را می‌توان برای شبیه‌سازی جریان‌های متغیر سریع و غیردائمی به کار برد.

کلیدواژگان: سطح آزاد، روش تصویرسازی، معادله فشار دینامیک، میان‌یابی مومتم، سیستم مختصات منحنی الخط.

جریان در کنار مدل‌سازی آزمایشگاهی، به عنوان ابزاری

قدرتمند برای پیش‌بینی مشخصات جریان و دست‌یابی به

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر با پیشرفت پردازنده‌ها، مدل‌سازی عددی

پیش‌بینی فشار (تصویرسازی) را در بر می‌گیرد. در «روش اصلاح فشار»، ابتدا هریک از معادلات مومنتم (با حضور جمله گرادیان فشار از گام قبلی)، برای محاسبه مؤلفه سرعت واسط همان جهت، حل می‌شود. سپس با ترکیب معادلات مومنتم و پیوستگی، معادله تصحیح-فشار حاصل می‌شود که با حل کردن آن، سرعت واسط و فشار اصلاح می‌شود (Cea et al., 2009; Cong-fang and Sheng, 2008; Kocyigit et al., 2002; Stansby and Zhou, 1998; Zijlema and Stelling, 2008).

در «روش پیش‌بینی فشار (تصویرسازی)»، در گام پیش‌بینی هریک از معادلات مومنتم (بدون حضور جمله گرادیان فشار)، برای محاسبه مؤلفه سرعت واسط در همان جهت، حل می‌شود. سپس در گام اصلاحی با ترکیب معادلات مومنتم و پیوستگی، معادله فشار حاصل می‌شود. و سپس با تعیین میدان فشار، میدان سرعت واسط اصلاح می‌شود. به بیان دیگر برای معادله مومنتم، در گام پیش‌بینی کسری از تغییرات زمانی به جمله‌های جابجایی و پخش اختصاص و در گام اصلاحی، کسر باقی‌مانده تغییرات زمانی، به جمله فشار اختصاص می‌یابد (Ahmadi et al., 2007; Alfrink and Van Rijn, 1983; Anthonio and Hall, 2006; Casulli and Stelling, 1998; Casulli, 1999; Chorin, 1968; Li and Fleming, 2001; Lin and Li, 2002; Lee et al., 2006).

رویکرد دیگری که در حل معادلات مورد توجه قرار گرفته، تفکیک جمله فشارکل به دو بخش «هیدرواستاتیک» و «دینامیک» است. استفاده از این روش سبب افزایش پایداری و کارایی سیستم، کاهش خطای گردکردن در محاسبات کامپیوتری و کاهش هزینه‌های حل معادلات فشار می‌شود (Casulli and Stelling, 1998; Li and Fleming, 2001; Mahadevan et al., 1996; Zijlema and Stelling, 2008). جریان‌های غیرماندگار (در صفحه دوبعدی قائم) را از روش تصویرسازی و با استفاده از روش تفکیک فشارکل شبیه‌سازی می‌کند. امتیاز این راه‌حل در آن است که در

طراحی بهینه سازه‌های هیدرولیکی، مورد استفاده قرار گرفته است. از آنجا که بعضی از سازه‌های هیدرولیکی، پروژه‌هایی پرهزینه و راهبردی هستند، ارائه مدل‌هایی که با استفاده از آنها بتوان شرایط هیدرولیکی طرح را تا حد امکان نزدیک به واقعیت پیش‌بینی کرد، کمک شایانی به صرفه‌جویی در هزینه‌ها می‌کند.

اگرچه استفاده از فرض ساده‌کننده «توزیع هیدرواستاتیک فشار» سبب ساده‌سازی الگوریتم حل و کاهش هزینه‌های محاسباتی می‌شود، اما این فرض، فقط در شرایط ناچیز بودن شتاب در جهت قائم جریان (در مقایسه با شتاب در جهت‌های افقی و ثقل)، معتبر است. به همین دلیل مدل‌های هیدرواستاتیک معمولاً در شبیه‌سازی جریان در اطراف سازه‌های هیدرولیکی مستغرق، جریان‌های عبوری از تاج سرریزها و ترانشه‌ها و مدل‌سازی حفره‌های آبستنگی و امواج کوتاه چندان موفق نیستند و بنابراین پیش‌بینی فشارهای دینامیک در شبیه‌سازی جریان‌ها، مورد توجه قرار گرفته است.

برای حل عددی سیستم معادلات حاکم بر جریان، ایده‌های متفاوتی ارائه شده که از دیدگاه‌های مختلفی قابل دسته‌بندی است. از نظر مراحل محاسبه سرعت و فشار، روش‌ها را در دو گروه اصلی می‌توان جای داد: دسته اول «روش‌های یک‌مرحله‌ای (مستقیم)» است که در هر گام زمانی، گسسته‌سازی همزمان معادلات حاکم بر جریان و تلفیق جمله‌های آن‌ها با یکدیگر، به تشکیل معادلاتی ضمنی منجر می‌شود. سپس، میدان‌های سرعت و فشار، در طی یک مرحله به دست می‌آید و نیازی به مرحله اصلاحی ندارد (Namin et al., 2001; Wu and Yuan, 2007; Younga et al., 2007). دسته دوم «روش‌های چندمرحله‌ای» است که به نوعی کار «کویل میدان سرعت و فشار» را انجام می‌دهد و در هر گام زمانی، سرعت‌های به دست آمده در مرحله پیش‌بینی، در مرحله بعدی توسط میدان فشار اصلاح می‌شود. این روش، زیرمجموعه‌هایی مانند «روش اصلاح فشار (خانواده SIMPLE)» و «روش

موقعیت جدید سطح آب منطبق شود. برتری این سیستم نسبت به سیستم مختصات سیگما در آن است که حالت کلی تری دارد، به طوری که اگر محقق بخواهد مدل را برای شبیه‌سازی میدان‌های پیچیده به حالت سه‌بعدی توسعه دهد، به استفاده از سیستم مختصات دیگری در پلان نیاز نیست.

همچنین استفاده از شبکه جابجا نشده در مدل حاضر، استفاده از روش بلوک‌های چندگانه (به‌منظور افزایش توانایی مدل در شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده) را ممکن می‌سازد (Hadian et al., 2005). در این راستا به‌منظور اجتناب از ایجاد نوسانهای شطرنجی فشار، در برآورد سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی، از میان‌یابی مومتم استفاده شده است. از آنجا که استفاده از روش متداول میان‌یابی ارائه شده توسط Rhie and Chow (1983) موجب وابستگی جواب‌ها به ضرایب زیرتخفیف و گام‌های زمانی می‌شود (Choi, 1999; Majumdar, 2002b; Olsen, 2000; Yu et al., 2002b) در مدل حاضر از میان‌یابی مومتم ارائه شده توسط Lien and Lecshziner (1994b) که طرح کامل‌تری دارد استفاده شده است. این روش پیش از این، توسط هادیان (۱۳۸۴) برای جریان‌های با فرض توزیع هیدرواستاتیک فشار، استفاده شده است. در تحقیق حاضر روابط میان‌یابی، مربوط به حالتی که فشار به شکل تفکیک شده در معادلات مومتم حضور داشته باشد (با حفظ اصول بیان شده توسط (Lien and Lecshziner, 1994b)) استخراج و استفاده شده است.

۲- معادلات حاکم

معمولاً برای تحلیل میدان جریان، از شکل متوسط‌گیری شده معادلات پیوستگی و مومتم رینولدز استفاده می‌شود (Versteeg and Ferziger and Peric, 1997). Malalasekara (1995) با تفکیک جمله فشار کل (P) به دو بخش «هیدرواستاتیک» و «دینامیک» به صورت

گام جزئی اول با فرض کردن فشارهای هیدرواستاتیک (حذف کردن جمله فشار دینامیک)، می‌توان از روش‌های کم‌هزینه‌ای مانند الگوریتم «جریان‌های کم‌عمق» برای محاسبه تراز سطح آب استفاده کرد (خاطر نشان می‌شود که در شبیه‌سازی جریان با سطح آزاد، محاسبه تراز سطح آب یکی از چالش‌های مهم است). از طرفی الگوریتم معرفی شده در این تحقیق می‌تواند به محققان کمک کند تا مدل خود را برای آبهای کم‌عمق به‌نحوی توسعه دهند که برای شبیه‌سازی جریان‌های با فشارهای دینامیکی نیز مناسب باشد. ایده ارتقای مدل هیدرواستاتیک به مدلی برای محاسبه فشارهای دینامیک در گذشته نیز توسط برخی مراجع استفاده شده است (Casulli, 1999; Casulli and Stelling, 1998; Kocyigit et al., 2002; Stansby and Zhou, 1998; Zijlema and Stelling, 2008).

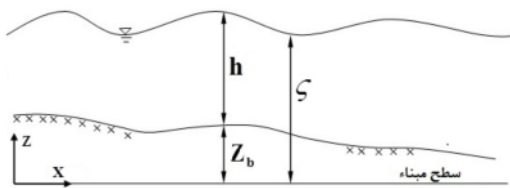
شایان ذکر است که استفاده از روش پیش‌بینی فشار (تصویرسازی)، اولین بار توسط Chorin (1968) ارائه شد. گروهی از محققان مانند (Casulli and Stelling, 1998) و Chorin (1968) این روش را با استفاده از دو گام جزئی و گروهی دیگر مانند (Ahmadi et al., 2007) Alfrink and Van Rijn (1983) و Lin and Li (2002) با استفاده از سه گام جزئی ارائه کرده‌اند. همچنین کاربرد «فشار به‌صورت تفکیک شده» توأم با روش پیش‌بینی فشار (تصویرسازی) فراوان دیده می‌شود (Ahmadi et al., 2007; Anthonio and Hall, 2006; Casulli, 1999; Casulli and Stelling, 1998; Li and Fleming, 2001; Lee et al., 2006) گرچه استفاده از فشارکل نیز در الگوریتم تصویرسازی کاربرد دارد (Alfrink and Van Rijn, 1983; Cho and Wu, 2006; Chorin, 1968; Lin and Li, 2002).

معمولاً در این مدل‌ها برای در نظر گرفتن تغییرات سطح آب (در طی محاسبات) از سیستم مختصات دکارتی یا سیگما استفاده شده است. در مدل حاضر از سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد با شبکه متحرک استفاده شده است. استفاده از این سیستم مختصات سبب می‌شود که در هرگام محاسباتی، شبکه در عمق بازسازی شده و بر

$$C_{\mu} = .09, C_{1\varepsilon} = 1.43, C_{2\varepsilon} = 1.92, \sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (8)$$

در جریان‌های با سطح آزاد، تراز سطح آب یکی از مجهولات است و آن را با انتگرال‌گیری از معادله پیوستگی در عمق جریان، به صورت زیر می‌توان به دست آورد (Namin et al., 2001; Subramanya, 1986):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\zeta} u \, dz = 0 \quad (9)$$



شکل ۱ میدان جریان در صفحه دوبعدی قائم

به منظور توانمندسازی مدل حاضر برای شبیه‌سازی جریان‌ها با هندسه پیچیده، از سیستم مختصات منحنی‌الخط غیرمتعامد با شبکه متحرک، استفاده شده است. به این ترتیب، در هرگام محاسباتی شبکه در عمق بازسازی شده و بر موقعیت جدید سطح آب منطبق می‌شود. برتری این سیستم نسبت به سیستم مختصات سیگما در آن است که در هر سه جهت مختصات انعطاف‌پذیر است، به طوری که به منظور تعمیم مدل دوبعدی در عمق به حالت سه‌بعدی، برای شبیه‌سازی میدان‌های پیچیده در پلان افقی، به استفاده از سیستم مختصات دیگری در پلان نیاز نیست. برای این منظور، لازم است تمامی روابط به سیستم مختصات جدید انتقال یابد. در این تحقیق از روش «تبدیل پاره‌ای معادلات» توام با «استفاده از سرعت کنتراواریانت» برای تبدیل معادلات از سیستم دکارتی به منحنی‌الخط استفاده شده است (Shyy et al., 1996). سرعت‌های کنتراواریانت بر روی بردارهای پایه کواریانت و با روابط تبدیل زیر تعریف می‌شوند (Shyy et al., 1996):

معادلات حاکم بر جریان دوبعدی قائم در سیستم مختصات کارتزین (که محور x به صورت افقی و محور z به صورت قائم و روبه‌بالا است) به شکل زیر نوشته می‌شود (Casulli, 1999; Stansby and Zhou, 1998):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(u)}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (v_{e1} \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (v_{e3} \frac{\partial u}{\partial z}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(w)}{\partial t} + \frac{\partial(wu)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (v_{e1} \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (v_{e3} \frac{\partial w}{\partial z}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial q}{\partial z} \quad (3)$$

که در آن w ، u سرعت در جهت محورهای x و z و v_e لزجت گردابه‌ای، q فشار دینامیک و ζ موقعیت تراز آب نسبت به سطح مبنا است (شکل ۱). در تحقیق حاضر برای محاسبه لزجت گردابه‌ای، از مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ استاندارد استفاده شده است؛ که معادلات k ، ε به صورت زیر بیان می‌شود (Rodi 1980):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (ku) + \frac{\partial}{\partial z} (kw) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + G - \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon u) + \frac{\partial}{\partial z} (\varepsilon w) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{\varepsilon 1} G \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (5)$$

که در آن k انرژی جنبشی آشفتگی، ε نرخ اتلاف انرژی جنبشی آشفتگی و G نماینده تولید انرژی جنبشی آشفتگی است:

$$G = v_e \left(\frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{33}^2) + S_{13}^2 \right) \quad (6)$$

$$S_{11} = 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right), S_{33} = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right), S_{13} = 2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (7)$$

سایر ضرایب در معادلات k ، ε مقادیر ثابتی هستند که توسط Launder and Spalding (1974) به صورت زیر ارائه شده است:

به صورت زیر محاسبه می شود:

$$S^e = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_t J}{\sigma_\varepsilon} g^{13} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{v_t J}{\sigma_\varepsilon} g^{31} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} \right) + J C_{\varepsilon 1} G \frac{\varepsilon}{k} - J C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{k} \cdot \varepsilon \quad (18)$$

$$S^k = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v_t J}{\sigma_k} g^{13} \frac{\partial k}{\partial \zeta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{v_t J}{\sigma_k} g^{31} \frac{\partial k}{\partial \xi} \right) + J(G - \varepsilon) \quad (19)$$

۳- روش عددی

در مدل حاضر به منظور ایجاد امکان استفاده از روش بلوک‌های چندگانه در توسعه‌های بعدی (به منظور ایجاد توانایی در مدل برای شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده)، به منظور گسسته‌سازی میدان حل، از شبکه جابجا نشده استفاده شده است (Hadian et al., 2005). به منظور جلوگیری از بروز نوسانهای شطرنجی فشار، برای میان‌یابی مقادیر شار بر روی وجه‌های سلول، از میان‌یابی مومتمم ارائه شده توسط Lien and Lecshziner (1994b) استفاده شده است. برای انتگرال‌گیری زمانی معادلات مومتمم، برای سادگی استفاده و پایداری نامشروط (وابستگی نداشتن به عدد کورانت)، از روش ضمنی اولر استفاده شده است. همچنین برای گسسته‌سازی جمله‌های انتشار، روش اختلاف مرکزی - که روشی ساده و با دقت مرتبه دوم است - در نظر گرفته شده است. برای گسسته‌سازی جمله‌های جابجایی روش‌های قانون‌توانی و UMIST_TVD (یعنی همان روش QUICK همراه با فیلتر شار (Lien and Lecshziner, 1994a)) تدارک دیده شده است.

در این مدل، الگوریتم تصویرسازی شبیه به روش ارائه شده توسط Casulli and Stelling, Ahmadi, et al. 2007 استفاده شده است. در آن در مورد معادلات مومتمم، از روش "ADI" استفاده شده است؛ به طوری که نصف تغییرات زمانی (در نیم‌گام زمانی اول) به جمله‌های

$$U = J \cdot \{ u \zeta_x + (w - w_g) \zeta_z \}, W = J \cdot \{ u \zeta_x + (w - w_g) \zeta_z \} \quad (10)$$

$$u = \frac{1}{J} (U \zeta_x + W \zeta_z), w = \frac{1}{J} (U \zeta_z + W \zeta_x) + w_g \quad (11)$$

که در آن ژاکوبی دوبعدی بوده و w_g سرعت شبکه در جهت قائم است. (لازم است ذکر شود که شبکه محاسباتی مورد استفاده در این تحقیق، در جهت قائم متحرک است و با تغییر تراز سطح آب، در جهت قائم حرکت می‌کند). متریک‌های مورد استفاده در روابط منحنی‌الخط به صورت زیر تعریف می‌شود (Shyy et al., 1996):

$$x_\xi = J \zeta_z, x_\zeta = -J \zeta_x, z_\xi = -J \zeta_x, z_\zeta = J \zeta_x \quad (12)$$

شکل تبدیل یافته معادله پیوستگی و معادله تراز آب در سیستم منحنی‌الخط به صورت زیر است:

$$\frac{1}{J} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial W}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \zeta_x \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{z_b}^{\zeta} U \, d\zeta = 0 \quad (14)$$

معادلات مومتمم افقی و قائم و معادلات k, ε را می‌توان به شکل معادله انتقال (φ) در سیستم منحنی‌الخط به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial (\varphi J)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (\varphi U) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\varphi W) = \frac{\partial}{\partial \xi} (\Gamma J g^{11} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (\Gamma J g^{33} \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}) + S^\varphi \quad (15)$$

که در آن، جمله چشمه (S^φ) هر یک از معادلات مومتمم افقی و قائم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S^u = -g \cdot J \cdot \zeta_x \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{1}{\rho} \cdot J \cdot (\zeta_x \frac{\partial q}{\partial \xi} + \zeta_x \frac{\partial q}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (v_e J g^{13} \frac{\partial u}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (v_e J g^{31} \frac{\partial u}{\partial \xi}) - \frac{2}{3} J \cdot (\zeta_x \frac{\partial k}{\partial \xi} + \zeta_x \frac{\partial k}{\partial \zeta}) \quad (16)$$

$$S^w = 0 - \frac{1}{\rho} J \cdot (\zeta_z \frac{\partial q}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \xi} (v_e J g^{13} \frac{\partial w}{\partial \zeta}) + \frac{\partial}{\partial \zeta} (v_e J g^{31} \frac{\partial w}{\partial \xi}) - \frac{2}{3} J \cdot (\zeta_z \frac{\partial k}{\partial \xi} + \zeta_z \frac{\partial k}{\partial \zeta}) \quad (17)$$

همچنین، جمله چشمه (S^φ) برای معادلات k و ε

محققین کمک کند تا مدل‌های خود را برای آبهای کم‌عمق به‌نحوی توسعه دهند که برای شبیه‌سازی جریان‌های با فشارهای دینامیکی نیز مناسب باشد. همچنین ایده ارتقای مدل هیدرواستاتیک به مدلی که امکان محاسبه فشارهای دینامیک باشد را داشته باشد در گذشته نیز توسط برخی مراجع استفاده شده است (Casulli, 1999; Casulli and Stelling, 1998; Kocyigit et al., 2002; Stansby and Zhou, 1998; Zijlema and Stelling, 2008)

الف- نیم‌گام زمانی اول (گام‌جزئی پیش‌بینی)

معادله کلی انتقال (φ) پس از انتگرال‌گیری بر روی حجم کنترل و اعمال ضریب زیر تخفیف (α) به‌صورت زیر است (Versteeg and Malalasekara, 1995):

$$\frac{A_p}{\alpha_\varphi} \varphi_p^* = A_E \varphi_E^* + A_W \varphi_W^* + A_T \varphi_T^* + A_B \varphi_B^* + S_\varphi + A_p^o \varphi_p^o + \frac{1 - \alpha_\varphi}{\alpha_\varphi} A_p \varphi_p^{itr} \quad (24)$$

که در آن جمله چشمه ($S_\varphi = S^\varphi \cdot \Delta\xi \cdot \Delta\zeta$) مربوط به هریک از معادلات مومنتم «بدون حضور جمله فشار دینامیک» بوده و (φ^*), (φ^o) و (φ^{itr}) به ترتیب، مقادیر سرعت از زمان جدید (واسط)، زمان قدیم و دور قبل (از فرایند سعی و خطا) است. شایان ذکر است که اعمال ضرایب زیرتخفیف سبب کاهش نوسانها در جواب‌ها و افزایش پایداری در سیستم حل می‌شود؛ به‌نحوی که می‌توان گام‌های زمانی را افزایش داد و در مجموع با سرعت بیشتری به جواب نهایی دست یافت (Hadian et al., 2005). ضرایب معادله (24) با استفاده از روش ضمنی اولر برای زمان و روش قانون توانی برای جمله‌های انتقال، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید (Versteeg and Malalasekara, 1995):

$$A_E = D_e \max \left(0, \left[1 - \frac{0.1 |F_e|}{D_e} \right]^5 \right) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w \max \left(0, \left[1 - \frac{0.1 |F_w|}{D_w} \right]^5 \right) + \max(F_w, 0) \quad (25)$$

جابجایی و پخش اختصاص یافته است:

$$\left[t \rightarrow t + \frac{\Delta t}{2} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\partial(u)}{\partial t} = - \frac{\partial(uu)}{\partial x} - \frac{\partial(uw)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (v_{e1} \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (v_{e3} \frac{\partial u}{\partial z}) - g \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (20)$$

$$\left[t \rightarrow t + \frac{\Delta t}{2} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\partial(w)}{\partial t} = - \frac{\partial(wu)}{\partial x} - \frac{\partial(w^2)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (v_{e1} \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (v_{e3} \frac{\partial w}{\partial z}) \quad (21)$$

نصف دیگر تغییرات زمانی (در نیم‌گام زمانی دوم) به جمله فشار دینامیک نسبت داده می‌شود:

$$\left[t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t + \Delta t \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\partial(u)}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \quad (22)$$

$$\left[t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t + \Delta t \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\partial(w)}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial q}{\partial z} \quad (23)$$

بر این اساس، در نیم‌گام زمانی اول، هریک از معادلات مومنتم (به‌طور مجزا) با فرض توزیع هیدرواستاتیک فشار حل می‌شود تا میدان سرعت واسط (u^*, w^*) به‌دست آید. در نیم‌گام زمانی دوم، با تلفیق معادلات مومنتم (بدون جمله‌های جابجایی و پخش) و معادله پیوستگی، معادله‌ای ضمنی از فشار دینامیک به‌دست می‌آید که با حل کردن آن، میدان فشار دینامیک (q^{new}) برآورد می‌شود و با استفاده از آن، میدان سرعت واسط اصلاح می‌شود (Ahmadi et al., 2007; Zang et al., 1994). همچنین تراز سطح آب (ζ^{new}) با استفاده از رابطه پیوستگی در عمق (رابطه 90)، برآورد می‌شود.

به این ترتیب، استفاده همزمان از روش تصویرسازی (با حذف فشار از مرحله اول) و روش فشارکل به دو بخش هیدرواستاتیک و دینامیک، علاوه بر آنکه موجب افزایش پایداری و صرفه‌جویی در هزینه محاسبات می‌شود (Casulli and Stelling, 1998; Li and Fleming, 2001; Mahadevan et al., 1996)، این امکان را بوجود می‌آورد تا مسأله در نیم‌گام زمانی اول، به‌شکل هیدرواستاتیک حل شده و مقادیر سرعت (واسط) و تراز آب با الگوریتم ساده‌ای محاسبه شود و سپس در نیم‌گام زمانی دوم، میدان‌های سرعت و فشار به درستی برآورد شود. این سیستم حل، ضمن کم کردن بار محاسباتی، می‌تواند به

سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی، حذف شود (Olsen, 2000). از سوی دیگر، به دلیل وجود Δt در ضریب A_p ، سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی وابسته به Δt خواهند بود. Choi (1999) نشان داد که نتایج Rhie and Chow (1983) به Δt وابسته است و روشی را برای حل این مشکل ارائه کرد. Yu et al. (2002b) به صورت تحلیلی نشان دادند که نتایج Rhie and Chow (1983) حتی در مسائل دائمی، به Δt وابسته است و در این زمینه، روشی را براساس میان‌یابی خطی هر یک از جمله‌های موجود در ضریب A_p ارائه کردند که برای استفاده در مختصات دکارتی مناسب بود. Lien and Lecshziner (1994b) روشی را پیشنهاد کردند که در آن برای محاسبه جواب‌های مستقل از ضریب زیر تخفیف Δt و استخراج معادلات میان‌یابی مومتم Rhie and Chow (1983)، به صورت کامل تری انجام شده است. این روش توسط هادیان (۱۳۸۴) برای جریان‌های سه‌بعدی در حالت هیدرواستاتیک، استفاده شده است. در این تحقیق میان‌یابی مومتم ارائه شده توسط Lien and Lecshziner (1994b) با حفظ اصول بیان شده در این مرجع، برای حالتی که «جمله فشار به صورت تفکیک شده» در روابط مومتم حضور داشته باشد، توسعه داده شده است. در این حالت مقادیر سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی با روابط زیر برآورد می‌شود (که F_1, F_3 به ترتیب، ضرایب میان‌یابی خطی در نزدیکی وجه‌های شرقی و بالایی هستند):

$$U_e^* = F_1 \left\{ \begin{aligned} & \frac{A_p}{A_e} [U_p^* - (1-\alpha)U_p^{itr}] - \alpha \frac{A_p^o}{A_e} U_p^o \\ & + \frac{\alpha}{A_e} \left(g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_p \end{aligned} \right\} \\ + (1-F_1) \left\{ \begin{aligned} & \frac{A_E}{A_e} [U_E^* - (1-\alpha)U_E^{itr}] - \alpha \frac{A_E^o}{A_e} U_E^o \\ & + \frac{\alpha}{A_e} \left(g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_E \end{aligned} \right\} \\ + (1-\alpha)U_e^{itr} + \alpha \frac{A_e^o}{A_e} U_e^o \\ - \frac{\alpha}{A_e} \left(g^{11} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \xi} (g \cdot \zeta + \frac{q}{\rho}) \right)_e \quad (30)$$

$$A_T = D_t \max \left(0, \left[1 - \frac{0.1|F_t|}{D_t} \right]^5 \right) + \max(-F_t, 0) \\ A_B = D_b \max \left(0, \left[1 - \frac{0.1|F_b|}{D_b} \right]^5 \right) + \max(F_b, 0) \quad (26)$$

$$A_p = A_p^o + A_E + A_w + A_T + A_B - S_p^p \\ + (F_e - F_w + F_T - F_B) \quad , \quad A_p^o = \frac{J}{\Delta t} \Delta \xi \Delta \zeta \quad (27)$$

در این روابط فوق، عبارت‌های F_i, D_i شارهای انتقال و پخش است که به صورت زیر تعریف می‌شوند (Versteeg and Malalasekara 1995):

$$F_e = U_e \Delta \zeta \quad , \quad F_w = U_w \Delta \zeta \\ F_t = W_t \Delta \xi \quad , \quad F_b = W_b \Delta \xi \quad (28)$$

$$D_e = \left(\frac{\Gamma J g^{11}}{\Delta \xi} \right)_e \Delta \zeta \quad , \quad D_w = \left(\frac{\Gamma J g^{11}}{\Delta \xi} \right)_w \Delta \zeta \\ D_t = \left(\frac{\Gamma J g^{33}}{\Delta \zeta} \right)_t \Delta \xi \quad , \quad D_b = \left(\frac{\Gamma J g^{33}}{\Delta \zeta} \right)_b \Delta \xi \quad (29)$$

در این روابط مقادیر بر روی وجه‌های حجم کنترلی (به جز سرعت‌های کنترواراینت) با استفاده از میان‌یابی خطی به دست می‌آید. در صورتی که سرعت‌های کنترواراینت بر روی وجه‌ها نیز با میان‌یابی خطی برآورد شود؛ به دلیل استفاده از شبکه جابجا نشده، مشکل نوسانهای شطرنجی فشار بوجود می‌آید. برای جلوگیری از بروز این پدیده، در برآورد سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی، باید ترویج مناسبی بین سرعت و فشار برقرار شود. در این زمینه Rhie and Chow (1983) روشی را برای به دست آوردن سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی پیشنهاد کرده‌اند. Rhie (1988) Majumdar نشان داد که استفاده از روش Rhie and Chow (1983) موجب وابستگی مقادیر سرعت بر روی وجه‌های حجم کنترلی به ضرایب زیر تخفیف می‌شود. این مرجع روشی را برای حل این مشکل پیشنهاد کرد که این وابستگی را از بین می‌برد، اما مستلزم ذخیره‌سازی سرعت‌ها بر روی وجه‌های حجم کنترل از مرحله قبل نیز هست و از حافظه بیشتری استفاده می‌کند. روش دیگری که برای حل این مشکل ارائه شده، آن است که ضریب زیرتخفیف از روابط به دست آمده برای

گسسته‌سازی 0(۳۳)، معادله‌ای برحسب فشاردینامیک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta \zeta \left\{ (a1 \frac{\partial q^{new}}{\partial \xi} + a2 \frac{\partial q^{new}}{\partial \zeta})_e + (a1 \frac{\partial q^{new}}{\partial \xi} + a2 \frac{\partial q^{new}}{\partial \zeta})_w \right\} + \Delta \xi \left\{ (a6 \frac{\partial q^{new}}{\partial \xi} + a5 \frac{\partial q^{new}}{\partial \zeta})_i + (a6 \frac{\partial q^{new}}{\partial \xi} + a5 \frac{\partial q^{new}}{\partial \zeta})_b \right\} + \{ \Delta \zeta \cdot (U_e^* - U_w^*) + \Delta \xi \cdot (W_i^* - W_b^*) \} + \Delta \xi \cdot \{ (a3)_i - (a3)_b \} = 0 \quad (36)$$

این معادله نوعی سیستم نه‌قطری را پدید می‌آورد که با حل کردن آن با استفاده از ایده "ADI" (در قالب جاروی سطری-ستونی)، فشار دینامیک (q^{new}) محاسبه می‌شود. (کروشه سوم همان «رابطه پیوستگی برای سرعت‌های واسط» است که با همگرایی سیستم، برابر صفر می‌شود و کروشۀ چهارم «تفاضل سرعت‌های شبکه» است که این سرعت‌ها نیز با ثابت شدن شبکه محاسباتی به صفر میل می‌کند و بنابراین مطابق با انتظار، «جمله چشمه معادله فشار» با همگرایی سیستم، به صفر میل می‌کند).

همچنین شکل گسسته‌سازی شده معادله تراز آب (۱۴) به صورت زیر است:

$$\zeta^{new} = \zeta^o - \Delta t \cdot \xi_x \cdot \frac{\Delta \zeta}{\Delta \xi} \cdot \sum_{z_b}^{\xi} [\theta \cdot (U_e^{new} - U_w^{new}) + (1 - \theta) \cdot (U_e^o - U_w^o)] \quad (37)$$

که در آن حضور وزنی جمله سرعت (از زمان جدید (U^{new}) و قدیم (U^o))، موجب پایداری بیشتر سیستم می‌شود (Casulli, 1999). روندنمای روش تصویرسازی در مدل عددی حاضر، در شکل ۲ ارائه شده است.

پ- شرایط اولیه و شرایط مرزی برای حل معادلات

برای حل معادلات حاکم، لازم است شرایط اولیه و مرزی تعیین شود. به عنوان شرط اولیه در این تحقیق، عمق جریان مساوی با عمق پایاب و توزیع سرعت افقی در عمق، به صورت توانی در نظر گرفته شده و توزیع سرعت قائم و فشار دینامیک، برابر صفر منظور شده است. توزیع اولیه k, ε در عمق به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_t^* = F_3 \left\{ \frac{A_p}{A_t} [W_p^* - (1 - \alpha) W_p^{irr}] - \alpha \frac{A_p^o}{A_t} W_p^o \right\} + \frac{\alpha}{A_t} \left(g^{33} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right)_p + (1 - F_3) \left\{ \frac{A_T}{A_t} [W_T^* - (1 - \alpha) W_T^{irr}] - \alpha \frac{A_T^o}{A_t} W_T^o \right\} + \frac{\alpha}{A_t} \left(g^{33} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right)_T + (1 - \alpha) W_t^{irr} + \alpha \frac{A_t^o}{A_t} W_t^o - \frac{\alpha}{A_t} \left(g^{33} J^2 \Delta \xi \Delta \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{q}{\rho} \right) \right)_t + W_g \left\{ \frac{\alpha}{A_t} \left[\begin{array}{l} F_3 (A_p (J \zeta_z)_p - A_p^o (J \zeta_z)_p) \\ + (1 - F_3) (A_T (J \zeta_z)_T - A_T^o (J \zeta_z)_T) \\ + A_t^o (J \zeta_z)_t \\ - \alpha \cdot (J \zeta_z)_t \end{array} \right] \right\} \quad (31)$$

که در آن پارامترهای g^{11}, g^{33} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$g^{11} = \xi_x \xi_x + \xi_z \xi_z, \quad g^{33} = \zeta_x \zeta_x + \zeta_z \zeta_z \quad (32)$$

ب- نیم‌گام زمانی دوم (گام اصلاح)

شکل گسسته‌سازی شده معادله پیوستگی 0(۱۳) بر روی حجم کنترلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$(U_e^{new} - U_w^{new}) \Delta \zeta + (W_t^{new} - W_b^{new}) \Delta \xi = 0 \quad (33)$$

با استفاده از معادله مومتم افقی (۲۲) و مومتم قائم 0(۲۳) در سیستم مختصات منحنی الخط، به ترتیب، رابطه‌ای خطی بین سرعت‌های کنترل‌آویزانت (U^{new}) و (W^{new}) با گرادینان‌های فشار دینامیک به دست می‌آید:

$$U^{new} = U^* - \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{z_\zeta}{x_\xi} \cdot \frac{\partial q^{new}}{\partial \xi} + \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{z_\xi}{x_\xi} \cdot \frac{\partial q^{new}}{\partial \zeta} \quad (34)$$

$$W^{new} = W^* - \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{x_\xi}{z_\zeta} \cdot \frac{\partial q^{new}}{\partial \xi} + \frac{\Delta t}{\rho} \cdot \frac{x_\xi}{z_\zeta} \cdot \frac{\partial q^{new}}{\partial \zeta} - x_\xi (w_g^{new} - w_g^*) \quad (35)$$

با جاگذاری سرعت کنترل‌آویزانت برحسب گرادینان‌های فشار (رابطه‌های ۳۴ و ۳۵) در رابطه پیوستگی

$$k = 4.78 u_*^2 e^{-2\frac{z}{h}}, \quad \varepsilon = 9.8 \frac{u_*^3}{h} e^{-3\frac{z}{h}} \sqrt{\frac{h}{z}} \quad (38)$$

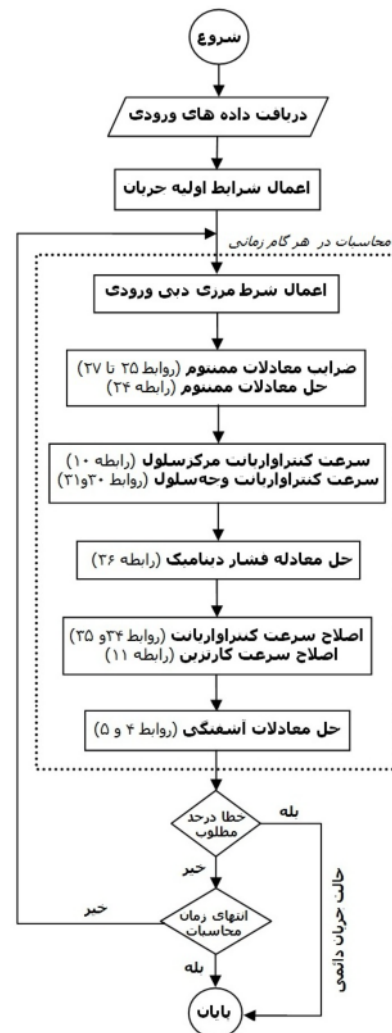
دبی واقعی ورودی و دبی محاسبه شده در آن گام، سرعت در سلول‌های مرز ورودی اصلاح می‌شود. در مرز خروجی، سرعت عمود بر مرز، برابر با سرعت محاسبه شده در نزدیک‌ترین ردیف سلول کنار مرز در نظر گرفته می‌شود. همچنین در مرزهای ورودی و خروجی، مؤلفه سرعت در امتداد قائم و فشار دینامیک به صورت گرادیان صفر تعریف می‌شود. در مرز کف، دیوار بدون لغزش تعریف می‌شود و تنش برشی دیوار از «قانون دیواره» محاسبه شده و در جمله چشمه معادلات مومتم وارد می‌شود (Lauder and Spalding, 1974). برای فشار دینامیک در نزدیکی کف نیز شرط گرادیان صفر اعمال می‌شود. در مرز سطح آزاد آب، سرعت موازی مرز به صورت گرادیان صفر و سرعت عمود بر مرز برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. فشار دینامیک در مرکز سلول‌های نزدیک سطح آب برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در واقع فرض می‌شود که فشار در نیم‌سلول بالائی به صورت هیدرواستاتیک باشد. از آنجا که در این تحقیق، مطالعه نوسانهای آب بر اثر عبور موج مد نظر نیست، استفاده از این شرط خطای قابل توجهی را در مدل‌سازی فشار دینامیک ایجاد نمی‌کند.

۴- ارزیابی مدل

توانایی مدل در شبیه‌سازی جریان‌های ماندگار (در صفحه دوبعدی) در طی چند آزمون، در مقایسه با داده‌های آزمایشگاهی، نتایج مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴) و نتایج مدل‌های عددی دیگر، ارزیابی شده است.

۴-۱- جریان متغیر تدریجی در کانال مستقیم

برای بررسی قابلیت انطباق شبکه بر مرزهای پیچیده، از آزمون جریان متغیر تدریجی استفاده شده است. در این آزمون، کانالی مستطیلی به طول ۲۰ متر، عرض ۳ متر و شیب کف ۰/۰۰۰۵، دبی ورودی برابر ۱/۲ مترمکعب بر ثانیه را عبور می‌دهد. دبی واحد عرض برابر



شکل ۲ روندنمای روش مورد استفاده در مدل عددی حاضر

از آنجا که در این تحقیق، بررسی جریان‌ها در شرایط «زیربحرانی» مدنظر است، برای مرز خروجی، شرط مرزی «عمق پایاب» و برای مرز ورودی، «دبی واحد عرض کانال» در نظر گرفته شده است. برای اعمال «دبی واحد عرض کانال» در مرز ورودی، می‌توان در هر گام زمانی، سرعت سلول‌های مرز ورودی را مساوی با سرعت به‌دست آمده برای اولین ردیف سلول‌های نزدیک مرز قرار داد و با توجه به تراز آب محاسبه شده برای مرز ورودی، دبی محاسباتی را به‌دست آورد. سپس با مقایسه

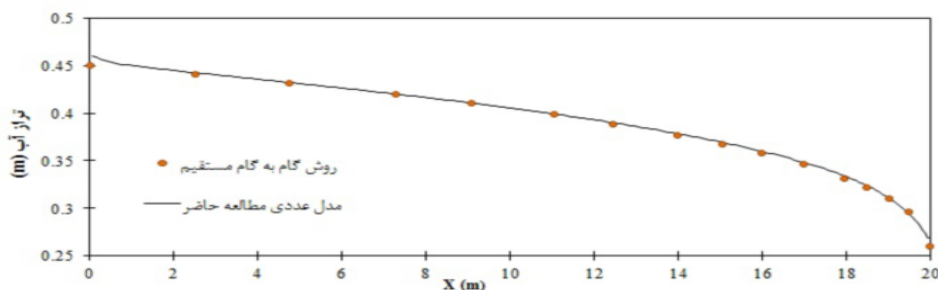
به صورت مطلوبی خود را با تغییرات سطح آب منطبق ساخته است، به نحوی که افزایش تراز آب در ورودی کانال (از عمق اولیه ۰/۲۶ متر تا عمق نهایی ۰/۴۵۵ متر) در حدود ۷۵ درصد است.

۲-۴- جریان عبوری از ترانشه

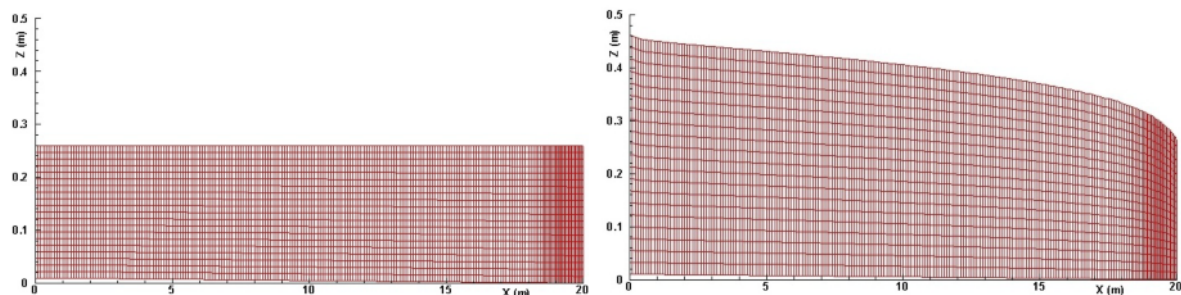
با بررسی جریان عبوری از ترانشه می‌توان توانایی مدل را در شبیه‌سازی نواحی چرخشی جریان ارزیابی کرد. در این بخش، ترانشه استفاده شده توسط Lee et al. (2006) و Stansby and Zhou (1998) شبیه‌سازی شده و نتایج مدل عددی حاضر با مدل عددی هادیان (۱۳۸۴)، مدل‌های عددی Lee et al. (2006) و Stansby and Zhou (1998) و نیز داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط Alfrink and Van Rijn (1983) مقایسه می‌شود. در مرز خروجی کانال، عمق ثابت برابر ۰/۲ متر و در مرز ورودی کانال، دبی واحد عرض برابر ۰/۰۷۸ مترمربع بر ثانیه استفاده شده است.

۰/۴ مترمربع بر ثانیه به عنوان شرط مرزی ورودی و عمق ۰/۲۶ متر (که بسیار نزدیک به عمق بحرانی است) به عنوان شرط اولیه و شرط مرزی خروجی کانال در نظر گرفته شده است. ثابت ون-کارمن ($\kappa = 0.4$) و ارتفاع زبری معادل بستر ($k_s = 0.015 m$) در روابط به کار رفته است. شبکه محاسباتی شامل 20×216 سلول است که در ۱۸ متر شروع کانال ($\Delta x = 0.1 m$) در نظر گرفته شده اما در ۲ متر پایانی، شبکه تا ($\Delta x = 0.05 m$) ریز شده تا بتواند تغییرات عمق جریان را به صورت مطلوبی ارزیابی کند.

شکل ۳ انطباق مناسبی را بین پروفیل سطح آب به دست آمده توسط مدل حاضر و نتایج تحلیلی (روش گام به گام مستقیم) نشان می‌دهد. در شکل ۴، تصویر سمت چپ و راست به ترتیب، شبکه محاسباتی را در شروع و پایان زمان محاسبات نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مدل حاضر مشکلی در جابجایی نسبتاً زیاد شبکه محاسباتی برای تصحیح سطح آزاد نداشته و شبکه محاسباتی



شکل ۳ مقایسه تراز سطح آب مدل عددی با روش گام به گام استاندارد



شکل ۴ شبکه محاسباتی در شروع و پایان محاسبه پروفیل M2

آشکارتر است).

جدول ۱ مقادیر خطا در مقاطع مختلف ترانشه.

	X=-۱/۱ m	X=-۰/۷ m	X= ۰/۰ m	X=+۰/۷ m
درصد خطای متوسط	۵/۶	۸/۶	۱۲/۲	۴/۰
درصد خطای حداکثر	۸/۶	۲۰/۲	۲۱/۹	۶/۶

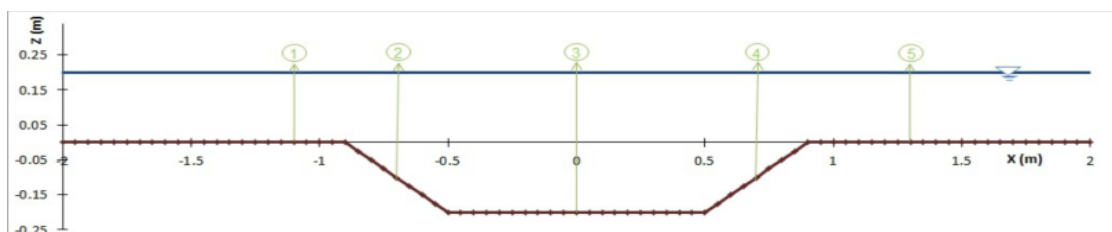
همچنین، مقایسه پروفیل‌های سرعت افقی (شکل ۷)، گویای شباهت بسیار زیادی مابین نتایج مدل حاضر و مدل عددی سه‌بعدی کامل (با فشار غیرهیدرواستاتیک) ارائه شده توسط Lee et al. (2006) است.

پروفیل‌های انرژی جنبشی آشفتگی (شکل ۹) نشان می‌دهد که در تمامی مقاطع، مدل حاضر نسبت به مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴)، انطباق بهتری را با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد. همچنین مقادیر انرژی جنبشی آشفتگی مدلی که از روش قانون‌توانی استفاده کرده، در مقایسه با مدلی که از روش UMIST-TVD بهره گرفته، به شرایط آزمایشگاهی نزدیک‌تر است.

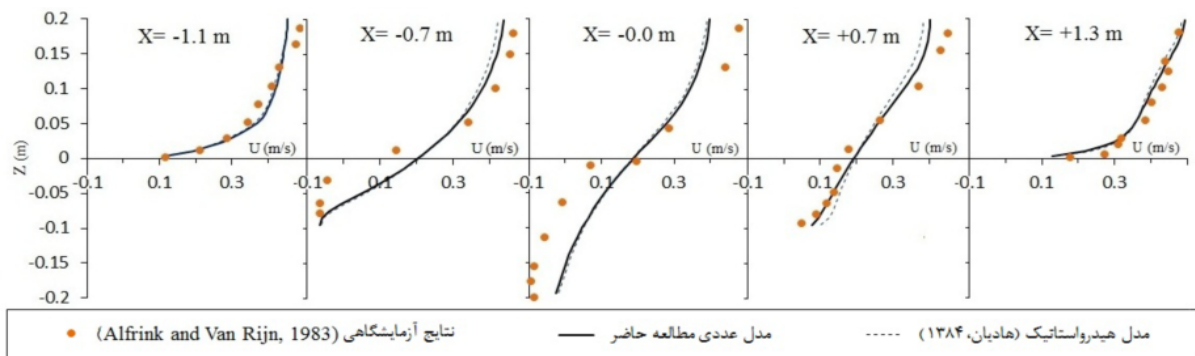
در زمینه پروفیل‌های انرژی جنبشی آشفتگی، مقایسه داده‌های آزمایشگاهی با نتایج سایر مدل‌های عددی (با فشار غیرهیدرواستاتیک) نیز نشانگر تفاوت‌هایی شبیه به نتایج به‌دست آمده در مدل حاضر است (Lee et al., 2006). باید توجه داشت که برای دستیابی به تطابق بهتر، به مدل آشفتگی پیشرفته‌تری نیاز است.

ارتفاع زیری معادل بستر ($k_s = 0.002 m$) و ثابت ون-کارمن ($\kappa = 0.4$) در روابط به‌کار رفته است. هندسه ترانشه و مقاطع مورد استفاده در آزمون، در شکل ۵ دیده می‌شود. شبکه محاسباتی شامل 80×20 سلول است و گام زمانی $\Delta t = 0.005 s$ استفاده شده است.

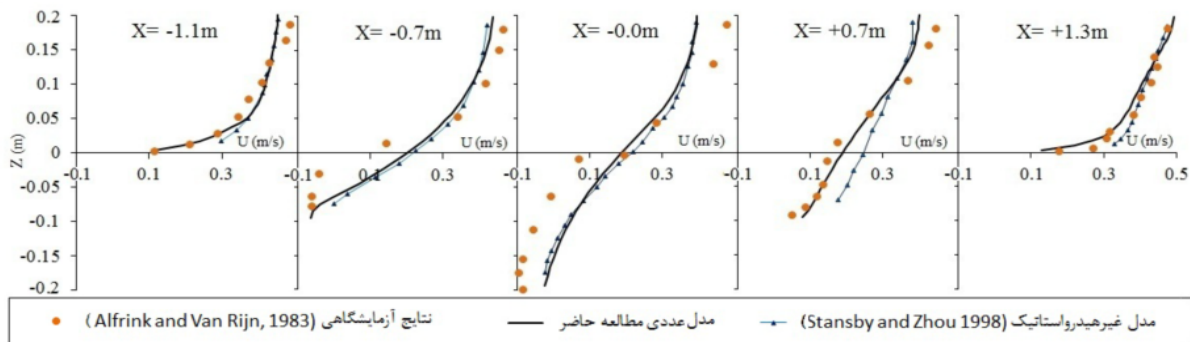
بررسی پروفیل‌های سرعت شکل ۶، حاکی از انطباق مناسب مدل حاضر با داده‌های آزمایشگاهی Alfrink and Van Rijn (1983) است. این شکل همچنین نشان می‌دهد که عملکرد مدل غیرهیدرواستاتیک حاضر مناسب‌تر از مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴) است. در این شکل، بیشترین انحراف نتایج مدل از داده‌های آزمایشگاهی، در ناحیه چرخشی دیده می‌شود. بر اساس جدول ۱ که مقادیر حداکثر خطا را در مقاطع مختلف ترانشه نشان می‌دهد، بیشترین مقدار «متوسط خطا» از رابطه $\left(\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{u} \cdot \sum |u_{Experimental} - u_{Numerical}| \right)$ برابر ۱۲ درصد، در مقطع $X = 0.0 m$ بوده و مقدار «حداکثر خطا» از رابطه $\left(\frac{1}{u} \cdot \text{Max} |u_{Experimental} - u_{Numerical}| \right)$ در همان مقطع و در تراز $Z = -0.009 m$ ، برابر ۲۲ درصد است. در این زمینه، خطای محاسباتی ناشی از «ضعف مدل آشفتگی» در برآورد جریان چرخشی را می‌توان مؤثر دانست. همچنین پروفیل‌های سرعت افقی شکل ۷ نشان می‌دهد که مدل غیرهیدرواستاتیک حاضر نسبت به مدل غیرهیدرواستاتیک Stansby and Zhou (1998)، انطباق بهتری را با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد (این مسأله به‌ویژه در مقطعی که در ناحیه چرخشی قرار گرفته،



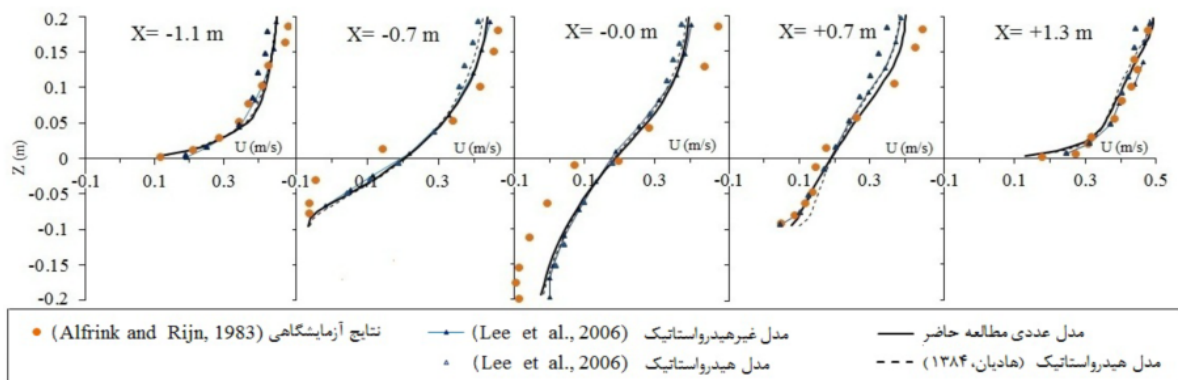
شکل ۵ هندسه و مقاطع مورد استفاده در آزمون ترانشه



شکل ۶ پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر، مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴) و داده‌های آزمایشگاهی Alfrink and Van Rijn (1983).



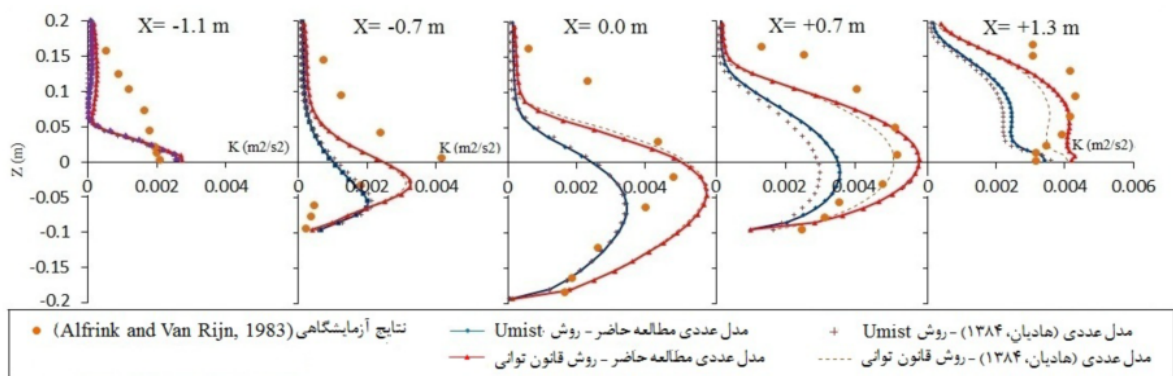
شکل ۷ پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر، مدل غیرهیدرواستاتیک Stansby and Zhou (1998) و داده‌های آزمایشگاهی Alfrink and Van Rijn (1983).



شکل ۸ پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر، مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴)، مدل عددی Lee et al. (2006) و داده‌های آزمایشگاهی Alfrink and Van Rijn (1983).

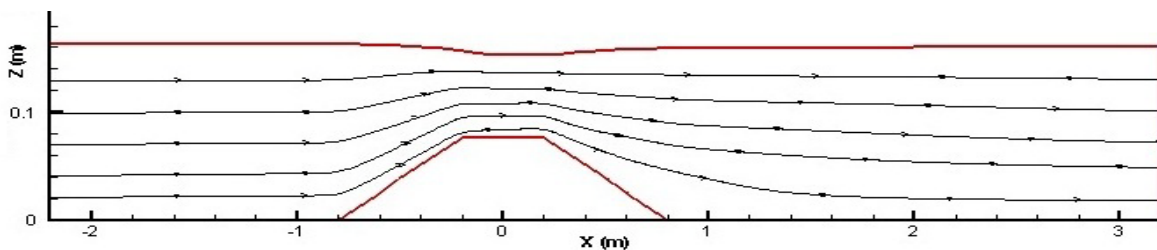
می‌شود. فلوم مورد استفاده دارای بستر بتنی است و بر این مبنای می‌توان ارتفاع زبری معادل بستر را برابر ۲ میلی‌متر در نظر گرفت ($k_s = 0.002 \text{ m}$).

۳-۴- جریان عبوری از برآمدگی در کف؛ در این بخش، جریان عبوری از برآمدگی در کف، براساس مشخصات Blom and Booij (1995) بررسی



شکل ۹ پروفیل‌های انرژی جنبشی آشفتگی (k) مدل حاضر، مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴)

و داده‌های آزمایشگاهی (Alfrink and Van Rijn, 1983)



شکل ۱۰ هندسه کانال مورد استفاده، خطوط جریان و تراز آب شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر،

بر روی برآمدگی کف (Blom and Booij (1995)

«حداکثرخطا» در همان مقطع و در تراز $(Z = +0.067 \text{ m})$ ، به میزان ۳۱ درصد است. همچنین مشاهده می‌شود که در بیشتر مقاطع، پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر نسبت به مدل «MWR»، انطباق بهتری را با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

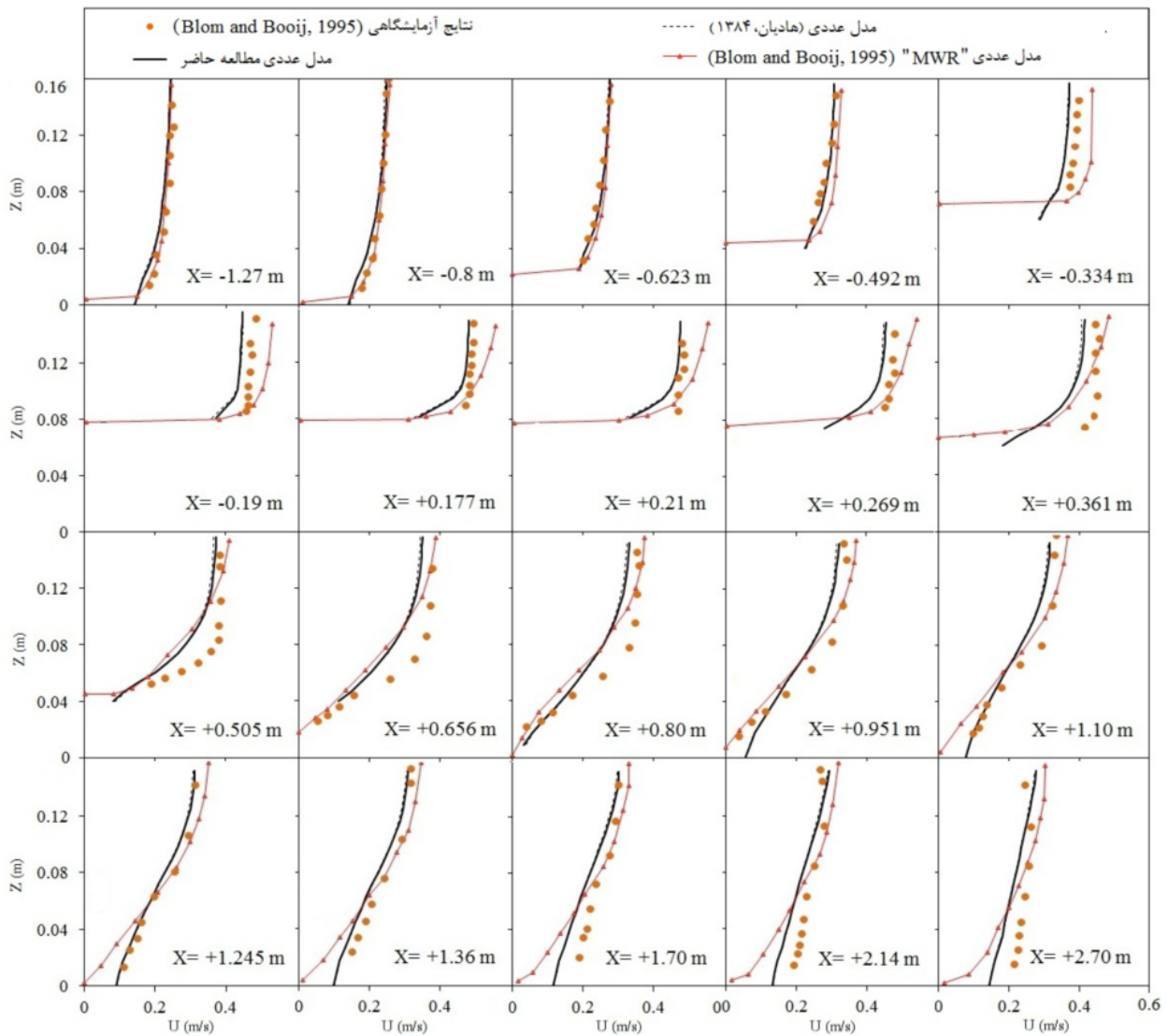
در این تحقیق مدلی عددی برای حل معادله پیوستگی و معادلات ناویر-استوکس غیردائمی در جریان‌های با سطح آزاد توسعه داده شده است. مدل عددی حاضر برای شبیه‌سازی «جریان متغیر تدریجی»، جریان عبوری از «ترانشه» و «برآمدگی کف» ارزیابی شد. شبیه‌سازی مناسب پروفیل سطح آب و انطباق خوب شبکه محاسباتی با مرز سطح آب در تست جریان متغیر تدریجی، توانایی سیستم مختصات منحنی‌الخط و شبکه متحرک مورد استفاده در مدل را برای مدل‌سازی مرزهای متحرک و انحنا دار نشان می‌دهد.

همچنین در مرز خروجی کانال، عمق ثابت ۰/۱۶ متر و در مرز ورودی کانال، دبی کل ۱۷/۳ لیتر بر ثانیه گزارش شده که برای فلوم با عرض ۰/۵ متر، دبی واحد عرض ۰/۳۴۶ مترمربع بر ثانیه محاسبه می‌شود. هندسه کانال مورد استفاده در آزمون و خطوط جریان و تراز آب شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود. شبکه محاسباتی شامل 10×10 سلول است و گام زمانی $\Delta t = 0.005 \text{ s}$ استفاده شده است. این مرجع اطلاعات تراز آب را ارائه نکرده است.

شکل ۱۱ پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر را در کنار مدل عددی هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴)، مدل عددی «MWR» ارائه شده توسط (Blom and Booij (1995) و داده‌های آزمایشگاهی همین مرجع نشان می‌دهد. مطابق جدول ۲، بیشترین مقدار «متوسط خطا» در مقطع $(X = +0.361 \text{ m})$ ، و برابر ۱۶ درصد و مقدار

جدول ۲ مقادیر حداکثر خطا در مقاطع مختلف برآمدگی.

	X=-۰/۱۹	X=+۰/۱۷۷	X=+۰/۲۱	X=+۰/۲۶۹	X=+۰/۳۶۱	X=+۰/۵۰۵	X=+۰/۶۵۶	X=+۰/۸۰	X=+۰/۹۵۱	X=+۱/۱	X=+۱/۲۴۵
درصد خطای متوسط	۹/۰	۵/۶	۶/۷	۹/۲	۱۶/۲	۱۱/۲	۱۴/۷	۱۰/۴	۷/۳	۴/۵	۱/۷
درصد خطای حداکثر	۱۵/۳	۱۵/۸	۲۲/۸	۱۵/۵	۳۱/۳	۲۰/۴	۲۰/۶	۱۸/۰	۱۲/۰	۱۲/۹	۵/۸



شکل ۱۱ پروفیل‌های سرعت افقی مدل حاضر، مدل هیدرواستاتیک هادیان (۱۳۸۴)، مدل "MWR"

Blom and Booij (1995) و داده‌های آزمایشگاهی Blom and Booij (1995)

آزمون، مدل حاضر نه تنها نسبت به مدل هیدرواستاتیک عملکرد بهتری در شبیه‌سازی جریان دارد؛ بلکه نسبت به مدل‌های هیدرودینامیک موجود نیز نتایج بهتری را ارائه

در آزمون انجام شده بر روی تراشه، پروفیل‌های سرعت افقی و انرژی جنبشی آشفتگی از انطباق مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی برخوردار است. همچنین در این

۷- منابع

هادیان م. ر. (۱۳۸۴). "ارائه یک مدل ریاضی برای پیش‌بینی وضعیت جریان و توپوگرافی بستر در محل پل‌ها"، رساله دکتری، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

Ahmadi A., Badiei P., Namin M. M. (2007). "An implicit two-dimensional non-hydrostatic model for free-surface flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 54, pp. 1055-1074.

Alfrink B.J., Van Rijn L.C. (1983). "Two-Equation turbulence model for flow in trenches", *J. Hydraul. Eng. ASCE*, 109(7), pp. 941-958.

Anthonio S. L., Hall K. R. (2006). "High-order compact numerical schemes for non-hydrostatic free-surface flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 52, pp. 1315-1337.

Blom P., Booij, R. (1995). "Turbulent free-surface flow over sills", *J. Hydraulic Research*, 33(5), pp. 663-682.

Casulli V. (1999). "A semi-implicit finite difference method for non-hydrostatic, free-surface flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 30, pp. 425-440.

Casulli V., Stelling, G. S. (1998). "Numerical simulation of 3D quasi-hydrostatic, free-surface flows", *J. Hydraul. Eng. ASCE*, 124(7), pp. 678-686.

Cea L., Stelling G., Zijlema M. (2009). "Non-hydrostatic 3D free-surface layer-structured finite volume model for short wave propagation", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 61, pp. 382-410.

Cho D. Y., Wu Ch. H. (2006). "A new efficient 3D non-hydrostatic free-surface flow model for simulating water wave motions", *Ocean Engineering*, 33, pp. 587-609.

Choi S.K. (1999). "Note on the use of momentum interpolation method for unsteady flows", *Numerical Heat Transfer, Part A*, 36, pp. 545-550.

Chorin A. J. (1968). "Numerical solution of Navier-Stokes equations", *Mathematics of Computation*, 22, pp. 745-762.

Cong-fang AI, Sheng Jin (2008). "Three-dimensional non-hydrostatic model for free-surface flows with unstructured grid", *Journal of Hydrodynamics*, 20(1), pp. 108-116.

Ferziger J. H., Peric M. (1997). *Computational methods for fluid dynamics*. Springer Publication.

French R. H. (1985). *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill Book company.

کرده است. در آزمون برآمدگی کف نیز نتایج مدل حاضر، انطباق مناسبی را با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

۶- فهرست علائم

A_p	ضریب مرکزی معادلات مومتم
A_{nb} (nb: E,W,T,B)	ضرایب همسایگی معادلات مومتم
G	جمله تولید انرژی جنبشی آشفتگی
g^{ij}	مؤلفه کوواریانت تانسور متریک
h	عمق آب
J	ژاکوبی
k	انرژی جنبشی آشفتگی
P	فشار کل
q	فشار هیدرودینامیک
S_{ij}	تانسور کرنش
S^k, S^ε	جمله چشمه معادلات k, ε
S^u, S^w	چشمه معادلات مومتم افقی و قائم
t	مشخصه زمان
w_g	سرعت شبکه در جهت قائم
w, u	مؤلفه‌های دکارتی سرعت
W, U	مؤلفه‌های سرعت کنترلاوریانت
z, x	مشخصه‌های دکارتی مختصات
α	ضریب زیرتخفیف
ρ	چگالی سیال
Δt	بازه زمانی حل معادله (گام زمانی)
$\Delta x, \Delta z$	بازه طولی محاسباتی در جهت x, z
$\Delta \xi, \Delta \zeta$	بازه طولی محاسباتی، جهت ξ, ζ
ζ	تراز سطح آب نسبت به سطح مبنا
v_e	لزجت گردابه‌ای
$x_{\xi}, x_{\zeta}, z_{\xi}, z_{\zeta}$	متریک‌های سیستم منحنی الخط
ξ, ζ	مشخصه‌های مختصات کنترلاوریانت
ε	نرخ اتلاف انرژی جنبشی آشفتگی
(*)	مقادیر واسط
(new)	مقادیر مربوط به گام زمانی جدید
(0)	مقادیر مربوط به گام زمانی قبل

- Olsen N.R.B. (2000). "CFD algorithms for hydraulic engineering", Class notes, Available on internet, (<http://www.bygg.ntnu.no/~nilsol/cfd/cfdalgo.pdf>).
- Osher S., Sethian J. A. (1988). "Fronts propagation with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations". *J. Comput. Phys.*, 79, pp. 12-49.
- Rhie C.M., Chow, W.L. (1983). "Numerical study of turbulent flow past on airfoil trailing edge separation". *AIAA Journal*, 21 (11), pp. 1525-1532.
- Rodi W. (1980). *Turbulence models and their application in hydraulics, a state of the art review*, IAHR., The Netherland.
- Shyy W., Udaykumar H.S., Roa M.M. and Smith, R.W. (1996). *Computational fluid dynamics with moving boundaries*. Taylor & Francis Publisher.
- Stansby P.K., Zhou J.G. (1998). "Shallow-water flow solver with non-hydrostatic pressure: 2D vertical plane problems", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 28, pp. 541-563.
- Subramanya K. (1986). *Flow in open channels*, McGraw-Hill Book company.
- Versteeg H.K., Malalasekara W. (1995). *An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method*, Longman Book Publisher.
- Wilcox D.C. (2000). *Turbulence modeling of CFD*, 2nd Ed., DCW Industries, Inc.
- Wu Ch. H., Yuan, H. (2007). "Efficient non-hydrostatic modelling of surface waves interacting with structures", *Applied Mathematical Modelling*, 31, pp. 687-699.
- Yu B., Tao W.Q., Wei J.J., Kawaguchi Y., Toshio T., Ozoe H. (2002b). "Discussion on momentum interpolation method for collocated grids of incompressible flow". *Numerical Heat Transfer, Part B*, 42, pp. 141-166.
- Younga Ch-Ch., Wub A., Ch. H., Kuoa J-T. and LiuW-Ch. (2007). "A higher-order s-coordinate non-hydrostatic model for nonlinear surface waves". *Ocean Engineering*, 34, pp. 1357-1370.
- Zang Y., Street R. L. and Koseff J. R. (1994). "A non-staggered grid, fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates", *Journal of Computational Physics*, 114, pp. 18-33.
- Zijlema M. and Stelling G.S. (2008). "Efficient computation of surf zone waves using the nonlinear shallow water equations with non-hydrostatic pressure", *Coast. Engng.*, 55, pp. 780-790.
- Hadian M.R., Zarrati, A.R., Eftekhari, M. (2005). "Development of an implicit numerical method for calculation of sub-and super-critical flows", *International Journal of Engineering*, 18(1). pp. 85-95.
- Kocuyigit M. B., Falconer R. A., Lin, B. (2002). "Three-dimensional numerical modelling of free surface flows with non-hydrostatic pressure", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 4, pp. 1145-1162.
- Launder B.E., Spalding D.B., (1974). "The numerical computation of turbulent flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3, pp. 269-289.
- Lee J. W., Teubner, M. D., Nixon J. B., Gill P. M. (2006). "A 3-D non-hydrostatic pressure model for small amplitude free surface flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 50, pp. 649-672.
- Li B., Fleming C. (2001). "Three-dimensional model of Navier-Stokes equations for water waves", *ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 127(1), pp. 16-25.
- Lien F.S., Lecshziner, M.A. (1994a). "Upstream monotonic interpolation for scalar transport with application to complex turbulent flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 19, pp. 527-548.
- Lien F.S., Lecshziner M.A. (1994b). "A general non-orthogonal collocated finite volume algorithm for turbulent flow at all speeds incorporating second-moment turbulence-transport closure, Part 1: Computational implementation", *Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering*, 114, pp. 123-148.
- Lin, P., Li, C.W. A. (2002). "Coordinate three-dimensional numerical model for surface wave propagation", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 38, pp. 1045-1068.
- Mahadevan A., Olinger J., Street, R. (1996), "A non-hydrostatic mesoscale oceanic model. Part II: Numerical implementation", *Journal of Physical Oceanography*, 26, pp. 1881-1900.
- Majumdar S. (1988). "Role of underrelaxation in momentum interpolation for calculation of flow with nonstaggered grids", *Numerical Heat Transfer*, 13, pp.125-132.
- Namin, M.M., Lin, B., Falconer R. A. (2001). "An implicit numerical algorithm for solving non-hydrostatic free-surface flow problems", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 35, pp. 341-356.
- Nezu, I., Rodi W. (1986). "Open channel flow measurement with a laser doppler anemometer", *J. Hydraul. Eng. ASCE*, 112(5), pp. 335-355.