

تحلیل عدم قطعیت محاسبات پروفیل سطح آب در سازه‌های سنگریزه‌ای با استفاده از روش احتمالاتی فازی

علی یوسفی^۱، سید محمود حسینی^{۲*}

۱- دانشجوی دکترای مهندسی هیدرولیک، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

*مشهد، میدان آزادی، دانشگاه فردوسی مشهد

shossein@um.ac.ir

چکیده- سنگریزه یکی از مصالح مورد استفاده در سازه‌های هیدرولیکی است. محاسبات پروفیل سطح آب در طراحی و ارزیابی عملکرد بسیاری از سازه‌های هیدرولیکی سنگریزه‌ای لازم می‌شود. در محاسبات پروفیل سطح آب در سازه‌های سنگریزه‌ای، برخی از پارامترهای فیزیکی به صورت دقیق قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند و دارای عدم قطعیت هستند. با استفاده از تحلیل عدم قطعیت می‌توان عدم قطعیت در خروجی یک مدل را که ناشی از عدم قطعیت در پارامترهای ورودی آن می‌باشد، محاسبه کرد. در این تحقیق، تحلیل عدم قطعیت محاسبه پروفیل سطح آب در سازه‌های سنگریزه‌ای با در نظر گرفتن برخی از پارامترها به صورت تصادفی و برخی به صورت فازی، با استفاده از روش ترکیبی که یک روش احتمالاتی فازی می‌باشد، برای دو معادله Stephenson و Wilkins انجام شده است و نتایج با نتایج یک مدل آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. نتایج مؤید این است که برآورد میانگین معادله Stephenson مطابقت بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. همچنین، در صورت برآورد مناسب پارامترهای فازی، معادله Stephenson عدم قطعیت کمتری را نشان می‌دهد.

کلید واژگان: پروفیل سطح آب، تحلیل عدم قطعیت، روش احتمالاتی فازی، سنگریزه.

محاسبات متداول در بسیاری از سازه‌های سنگریزه‌ای، محاسبات مربوط به تغییرات عمق جریان یا به عبارت دیگر پروفیل سطح آب در این گونه سازه‌ها می‌باشد، که مطالعات فراوانی را به خود اختصاص داده است. در این مطالعات، هم در جریان‌های دائمی و هم غیر دائمی، تحلیل‌های یک بعدی جریان (Bari and Hansen, 2002; Garga et al., 1989; Greenly and Joy, 1996; Hosseini and Joy, 2006; Hosseini and Joy, 2007; Leps, 1973; Parkin, 1991; Stephenson, 1978; Stephenson, 1979) و دو بعدی جریان (حسینی و صنعتی، ۱۳۸۲؛ Kells, 1993؛) انجام شده‌اند.

۱- مقدمه استفاده از سنگریزه به عنوان مصالح ساخت در بسیاری از سازه‌های هیدرولیکی نظیر سدهای سنگریزه‌ای، گابیون‌ها، سرریزها، موج‌شکن‌ها امری متداول است. دلیل این امر را می‌توان ارزانی، هماهنگی با شرایط محیط طبیعی و ویژگی‌های هیدرولیکی به دلیل متخلف بودن محیط ذکر نمود. مطالعات فراوانی نیز در این زمینه صورت گرفته است و کتب مرجعی نیز به نگارش در آمده است (Stephenson, 1979; CIRIA et al., 2007). یکی از

روش‌های آماری برای تحلیل عدم قطعیت استفاده می‌شود (Zhang and Achari, 2010). روش‌های آماری در بسیاری از مسایل هیدرولیکی مورد استفاده قرار گرفته‌اند که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود. در زمینه تحلیل عدم قطعیت سیستم‌های توزیع آب می‌توان به کارهای Kang et al. (2009), Kang and Lansey (2010) و Jankovic et al. (2000) اشاره کرد. همچنین، در زمینه تحلیل عدم قطعیت مدل‌سازی ریاضی جریان آب زیرزمینی می‌توان به کارهای Ye et al., Crystal et al. (2010) و Kunstmann et al. (2002) و (2009) اشاره کرد. در این تحقیق‌ها، از روش‌های آماری شبیه‌سازی مونت‌کارلو، شبیه‌سازی مونت‌کارلو با نمونه‌گیری مریع لاتین و تخمین مرتبه اول برای تحلیل عدم قطعیت مدل ریاضی موردنظر استفاده شده است. عدم قطعیت غیرتصادفی، به‌دلیل کمبود اطلاعات، مبهم بودن اطلاعات، استفاده از عبارات کلامی به‌جای اعداد یا کسب اطلاعات بر اساس نظر افراد با تجربه ایجاد می‌شود (Zhang and Achari, 2010). در این گونه مسایل از روش‌های حساب فازی برای تحلیل عدم قطعیت استفاده می‌شود که بر پایه تئوری فازی بنا شده‌اند و پارامترهای ورودی توسط متغیرهای فازی بیان می‌شوند. این روش‌ها نیز در مسایل هیدرولیکی مورد استفاده قرار گرفته‌اند که چند نمونه از آنها در ادامه ذکر Branisavljevic, Revelli and Ridolfi (2002) می‌شوند. Gupta and Bhave (2007) و (2006) در برخی از مسایل، ترکیبی از پارامترهای تصادفی و غیرتصادفی وجود دارد که برای تحلیل عدم قطعیت این

McCorquodale, 1970; Samani et al., 2003; Townsend et al., 1991; Volker, 1969; Volker, 1975) گرفته شده‌اند. ولی تحلیل یک بعدی جریان به‌دلیل سهولت محاسباتی در مسائل عملی و برآورد دقت لازم در این گونه مسائل، خصوصاً در سازه‌هایی که نسبت طول به عمق آنها زیاد می‌باشد، مقبولیت بیشتری دارد. با وجود تثیت نسبی دیدگاه‌های محاسباتی در موضوع تعیین پروفیل سطح آب، یکی از چالش‌هایی که مهندسان امروزه با آن روبرو هستند، تحلیل عدم قطعیت در محاسبات مربوط به طراحی‌ها و یا ارزیابی عملکرد سازه‌ها می‌باشد که تحلیل عدم قطعیت در محاسبات نیمرخ سطح آب نیز از این روند مستثنی نیست. قطعاً با ظهور روش‌ها و مفاهیم جدید در تحلیل عدم قطعیت، این روش‌ها می‌توانند در هر زمینه‌ای به خدمت گرفته شوند. همان‌طور که نمی‌توان از عدم قطعیت‌های موجود در زندگی دوری جست، در پژوهش‌های مهندسی نیز نمی‌توان از عدم قطعیت‌ها صرف‌نظر کرد. عدم قطعیت خروجی یک مدل ریاضی به‌دلیل عدم قطعیت در ساختار ریاضی مدل و یا به‌دلیل عدم قطعیت موجود در پارامترهای ورودی به آن مدل می‌باشد. هدف از تحلیل عدم قطعیت ناشی از پارامترهای ورودی، تعیین عدم قطعیت خروجی مدل با اعمال عدم قطعیت پارامترهای ورودی به آن مدل می‌باشد. تحلیل عدم قطعیت یک چهارچوب منظم و سیستماتیک برای کمی کردن عدم قطعیت‌های خروجی مدل تهیه می‌کند و با استفاده از آن می‌توان تأثیر پارامترهای ورودی را بر عدم قطعیت کلی خروجی مدل تعیین کرد (Yen and Tung, 1993).

برای تحلیل عدم قطعیت، روش‌های مختلفی وجود دارد که به نوع عدم قطعیت پارامترهای ورودی بستگی دارد. عدم قطعیت پارامترها را می‌توان به دو گروه کلی عدم قطعیت تصادفی و عدم قطعیت غیرتصادفی تقسیم کرد. در عدم قطعیت تصادفی، خصوصیات آماری پارامتر مورد نظر با استفاده از نمونه‌برداری محاسبه شده و از

۲- مواد و روش‌ها

در این بخش، ابتدا به بررسی مختصر محاسبات پروفیل سطح آب در سازه‌های سنگریزه‌ای پرداخته می‌شود. سپس، روش‌های تحلیل عدم قطعیت شامل روش تخمین نقطه‌ای (به عنوان یک روش آماری)، روش حساب فازی (به همراه مفاهیمی از منطق فازی) و روش ترکیبی (روش مورد استفاده در این تحقیق) معرفی و مورد بررسی قرار می‌گیرند. در زیربخش پایانی، نتایج آزمایشگاهی (Bari 1997) و روش تولید داده‌های تصادفی توسط این محقق ارائه می‌شوند. همچنین، در زیربخش مذکور، داده‌های فازی و روش تولید آنها که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند، معرفی می‌شوند.

۱-۱- محاسبات پروفیل سطح آب در سازه‌های سنگریزه‌ای

به صورت معمول و به منظور سادگی، در عمل برای محاسبه پروفیل سطح آب در سازه‌های سنگریزه‌ای، از معادله یکبعدی حاکم بر جریان در کانال‌های آب استفاده می‌شود که در آن از معادلات جریان در سازه‌های سنگریزه‌ای برای محاسبه شبیه اصطکاکی استفاده می‌شود. این معادله عبارت است از (Bari and Hansen, 2003):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - i}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3 n^2}} \quad (1)$$

که در آن، x فاصله در طول مسیر، y عمق آب، S_0 شبیه طولی مسیر، i گرادیان هیدرولیکی (معادل شبیه اصطکاکی)، Q دبی جریان، A سطح مقطع جریان، n تخلخل^۱ (نسبت حجم فضای خالی توده خاک به حجم کل توده خاک) و T عرض سطح آزاد آب، می‌باشند. گرادیان هیدرولیکی به خواص فیزیکی محیط متخلخل بستگی دارد و برای محاسبه آن در عمل از روابط تجربی استفاده می‌شود. با توجه به اینکه جریان در محیط

گونه مسایل از روش ترکیبی که یک روش احتمالاتی فازی است، استفاده می‌شود. در این روش، روش حساب فازی و یکی از روش‌های آماری به صورت ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرند. گرچه سابقه استفاده از این روش به گستردگی روش‌های قبلی نیست، ولی در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌شود. Zhang et al. (2009) به تحلیل عدم قطعیت انتقال آلانده در جریان آب زیرزمینی پرداخته‌اند و از روش‌های مختلف احتمالاتی فازی شامل روش تبدیل^۲ و روش ترکیبی^۳، استفاده کرده‌اند.

Faybishenko (2010) عدم قطعیت موجود در معادله بیلان آب را مورد بررسی قرار داد و برای این منظور برخی از پارامترها را به صورت فازی و برخی را به صورت آماری در نظر گرفت و از روش ترکیبی برای تحلیل عدم قطعیت استفاده کرد. Li and Zhang (2010) جریان آب زیرزمینی را با پارامترهای غیردقيق مدل کردند و برای این منظور یک روش احتمالاتی فازی (روش تبدیل) را به کار گرفتند.

در تحقیق حاضر، از روش ترکیبی به عنوان یک روش احتمالاتی فازی برای تحلیل عدم قطعیت دو معادله Wilkins و Stephenson در محاسبه پروفیل سطح آب در یک توده سنگریزه‌ای استفاده شده است. برای این منظور از داده‌های آزمایشگاهی تحقیق (Bari 1997) استفاده شده است که در تحلیل عدم قطعیت^۳ این محقق، تمام پارامترها به صورت تصادفی در نظر گرفته شده‌اند و یک روش آماری برای تحلیل عدم قطعیت مورد استفاده قرار گرفته است. در تحقیق حاضر، با ذکر دلیل، پارامترها بر اساس ماهیت واقعی آنها تعریف شده‌اند و نتایج حاصل از روش احتمالاتی فازی برای دو معادله مرسوم Wilkins و Stephenson با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

1. Transformation Method

2. Hybrid Method

3. Uncertainty

گوشه‌دار ۴ توصیه شده است (Bari and Hansen, 2003). برای محاسبه پروفیل سطح آب در محیط متخلخل، می‌توان از همان روش‌هایی که برای تحلیل جریان در کانال‌های باز مورد استفاده قرار می‌گیرند، استفاده کرد که در اینجا از روش گام به گام استاندارد استفاده شده است. اساس این روش معادله انرژی بین دو مقطع از جریان می‌باشد (حسینی و ابریشمی، ۱۳۸۹). برای این منظور برای یک دبی ثابت، طول مسیر به N گره یا مقطع تقسیم شده و معادله انرژی بین دو مقطع کنار هم در یک بازه مطابق رابطه ۵ نوشته می‌شود.

$$H_j - i \Delta x = H_{j+1} \quad (5)$$

در رابطه ۵، H_j و H_{j+1} به ترتیب به انرژی کل در مقاطع متواالی j و $j+1$ که به فاصله Δx از هم قرار دارند، اشاره دارند و i گرادیان هیدرولیکی متوسط در آن بازه می‌باشد. در صورتی که به صورت معمول از میانگین‌گیری حسابی در تعیین گرادیان هیدرولیکی متوسط استفاده شود، رابطه ۵ به صورت رابطه ۶ نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} Z_j + y_j + \frac{Q^2}{2g A_j^2} - \Delta x \left(\frac{i_j + i_{j+1}}{2} \right) \\ = Z_{j+1} + y_{j+1} + \frac{Q^2}{2g A_{j+1}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن، Z_j و Z_{j+1} تراز ارتفاعی کف مسیر از سطح مبنای بهتری برای مقاطع j و $j+1$ و A_{j+1} مساحت جریان بهتری در مقاطع j و $j+1$ و y_j و y_{j+1} عمق آب به ترتیب در مقاطع j و $j+1$ هستند که از روی معادلات نظری ۲ و ۳ به ازای هر سرعت جریان (Q/A) برآورد می‌شوند. لازم به توضیح است که رابطه ۶ در حقیقت همان شکل گستته معادله یک بعدی حاکم بر جریان یعنی رابطه ۱ می‌باشد. اعماق در مسیر جریان با حل نوبتی معادله ۶ بین دو مقطع جریان به دست می‌آیند. این امر به این صورت انجام می‌شود که در گام اول با شروع از مقطع کنترل جریان با

متخلخل مشکل از سنگریزه، از قانون خطی دارسی پیروی نمی‌کند، روابط تجربی بر اساس معادله جریان غیردارسی که غیرخطی می‌باشد، ارائه شده‌اند. در ادامه دو معادله تجربی که پیش‌بینی بهتری از جریان در محیط متخلخل را ارائه می‌دهند (Hosseini, 2000) و در این تحقیق و همچنین تحقیق (Bari 1997) استفاده شده‌اند، بررسی می‌شوند.

۱- معادله (Hosseini, 2000) Stephenson

$$i = \frac{800v}{g n d^2} V + \frac{K_t}{n^2 g d} V^2 \quad (2)$$

۲- معادله (Hosseini, 2000) Wilkins

$$i = \frac{1}{m^{0.93}} \left(\frac{V}{W n} \right)^{1.85} \quad (3)$$

که در روابط (۲) و (۳)، i گرادیان هیدرولیکی، V سرعت دارسی، n تخلخل، v لزجت جنبشی سیال، g شتاب جاذبه زمین، d اندازه میانگین هارمونیک مصالح، K_t فاکتور اصطکاک^۱ در ناحیه جریان آشفته، W مقدار ثابتی که در دستگاه بین المللی آحاد (SI) برابر $5/243$ است، می‌باشد. پارامتر کلیدی در رابطه ویلکینز m می‌باشد که شعاع هیدرولیکی منفذی نام دارد و از رابطه (۴) به دست می‌آید (Hosseini, 2000):

$$m = \frac{ed}{6r_e} \quad (4)$$

که در آن، e نسبت تخلخل^۲ (نسبت حجم فضای خالی توده خاک به حجم ذرات جامد توده خاک) و r_e راندمان نسبی سطح ذرات^۳ می‌باشد که انحراف شکل و سطح یک ذره را از یک ذره کروی صاف مشخص می‌کند. این پارامتر برای کره صاف برابر ۱، برای سنگ آهک شکسته تقریباً برابر $1/6$ بوده و تا حدود ۲ برای سنگ‌های شکسته می‌تواند در نظر گرفته شود. همچنین، K_t نیز به انحراف شکل یک ذره از یک ذره کروی صاف بستگی دارد، به نحوی که برای کره صاف ۱ و برای سنگ‌های شکسته و

1. Friction Coefficient

2. Void Ratio

3. Relative Surface Area Efficiency

اعمال شده است- بیان می‌شود.

۱-۲-۲- روش تخمین مرتبه اول

در تحقیق (1997) Bari از روش تخمین مرتبه اول برای تحلیل عدم قطعیت استفاده شده است. در این روش، میزان عدم قطعیت خروجی یک مدل بر اساس ویژگی‌های آماری پارامترهای تصادفی مدل برآورده می‌شود. نظریه اصلی این روش، تقریب مدل دارای پارامترهای تصادفی با استفاده از بسط سری تیلور می‌باشد. فرض کنید که کمیت هیدرولیکی یا هیدرولوژیکی Z به N متغیر تصادفی به شکل رابطه زیر مرتبط باشد (Tung, 1996):

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (7)$$

که در آن، $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ ، یک بردار ستونی N بعدی از پارامترهای مدل است به طوریکه تمام X ‌ها در معرض عدم قطعیت می‌باشند. بالاترین t نشان دهنده ترانهاده ماتریس یا بردار است. بسط سری تیلور مرتبه اولتابع $g(X)$ نسبت به نقطه x_0 در فضای پارامتری به صورت رابطه (8) بیان می‌شود (Tung, 1996):

$$Z \approx g(x_0) + s'_0 \cdot (X - x_0) \quad (8)$$

که در آن، s_0 بردار ستونی از ضریب حساسیت است که هر درایه آن به صورت $\frac{\partial Z}{\partial X_i}$ نشان داده می‌شود و در نقطه x_0 محاسبه می‌شود. میانگین و واریانس Z با استفاده از روش تخمین مرتبه اول به صورت روابط زیر بیان می‌شوند (Tung, 1996):

$$E[Z] \approx g(x_0) + s'_0 \cdot (\mu - x_0) \quad (9)$$

$$Var[Z] = s'_0 C s_0 \quad (10)$$

که در روابط ۹ و ۱۰، μ و C به ترتیب بردار میانگین‌ها و ماتریس کوواریانس پارامترهای تصادفی X می‌باشند. معمولاً در روش تخمین مرتبه اول نقطه بسط $\mu = x_0$ در نظر گرفته می‌شود. در عمل، دو گشتاور اول در تحلیل عدم قطعیت مورد استفاده قرار می‌گیرند (Tung, 1996).

عمق دیکته شده مشخص ($j=1$)، و حل معادله ۶، عمق در مقطع بعدی و یا مجاور ($j=2$) به دست می‌آید. در مرحله بعد، رابطه ۶ بین دو مقطع ۲ و ۳ حل می‌شود تا عمق در مقطع ۳ به دست آید. فرآیند حل نوبتی معادله ۶ تا تعیین عمق در تمام مقاطع ادامه می‌یابد. در تحقیق حاضر، برای حل معادله ۶ از روش آزمون و خطأ استفاده شده است. همچنین، عمق آب در خروجی سازه که از نتایج آزمایشگاهی برداشت شده است، به عنوان مقطع کنترل در نظر گرفته شده است.

همان طور که در روابط مذکور مشاهده می‌شود، پارامترهای متعددی در محاسبه پروفیل سطح آب در سازه سنگریزهای مورد استفاده قرار می‌گیرند. برخی از این پارامترها در معرض عدم قطعیت بوده و به صورت دقیق قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند. از پارامترهای مربوط به محیط متخالخل می‌توان به پارامترهای d ، n ، K ، r_e و a اشاره کرد. همچنین، در صورت استفاده از روش‌های مختلف برای برآورد دبی، برای این پارامتر نیز می‌توان عدم قطعیت در نظر گرفت. با در نظر گرفتن عدم قطعیت برای پارامترهای ورودی مدل، خروجی مدل که عمق آب می‌باشد، در معرض عدم قطعیت قرار می‌گیرد که با استفاده از روش‌های تحلیل عدم قطعیت، عدم قطعیت خروجی مدل محاسبه می‌شود.

۱-۲-۲- روش‌های تحلیل عدم قطعیت

در این بخش، ابتدا روش تخمین مرتبه اول^۱ (به عنوان یک روش آماری) - که در تحقیق (1997) Bari مورد استفاده قرار گرفته است - بررسی می‌شود. دلیل این معرفی این است که داده‌های این محقق در کار حاضر استفاده شده‌اند. سپس، روش حساب فازی - که در روش ترکیبی مورد استفاده قرار گرفته است - توضیح داده می‌شود. در انتها نیز روش ترکیبی - که در تحقیق حاضر به مسئله

1. First-Order Variance Estimation Method

آوردن عدم قطعیت خروجی مدل به صورت اعداد فازی، از روش‌های حساب فازی استفاده می‌شود. در روش‌های حساب فازی برای هر برش از عدد فازی ورودی، تحلیل صورت می‌گیرد و مقادیر بیشینه و کمینه خروجی مدل محاسبه می‌شود و با تجمعی نتایج برش‌های مختلف، عدد فازی خروجی به دست می‌آید. سپس، با استفاده از رابطه بین مفهوم برش α در اعداد فازی و فاصله اطمینان در توابع توزیع، عدم قطعیت خروجی مدل محاسبه می‌شود. روش‌های حساب فازی عبارتند از: ۱- اصل توسعه، ۲- روش‌های تقریبی توسعه و ۳- روش بهینه‌سازی مقید. روش اصل توسعه برای متغیرهای ورودی گسسته مورد استفاده قرار می‌گیرد، در حالی که دو روش دیگر برای متغیرهای ورودی پیوسته کاربرد دارند. روش‌های تقریبی توسعه برای مدل‌هایی که پیچیده نیستند و به دست آوردن مقادیر بیشینه و کمینه خروجی مدل در هر برش از متغیرهای فازی ورودی، آسان می‌باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در صورتی که به دست آوردن این مقادیر بیشینه و کمینه مشکل باشد، از روش بهینه‌سازی مقید استفاده می‌شود. به دلیل اینکه در این تحقیق از روش ورتکس - که یک روش تقریبی توسعه می‌باشد - در روش ترکیبی استفاده شده است، در ادامه این روش توضیح داده می‌شود.

روش ورتکس بر پایه مفهوم برش α و تحلیل بازه‌ای استاندارد می‌باشد. نگاشت $(x) = f(y)$ در نظر گرفته می‌شود، به طوری که پارامتر ورودی آن توسط عدد فازی \tilde{A} و خروجی توسط عدد فازی \tilde{B} تعریف می‌شوند. هنگامیکه تابع $f(x)$ در بازه $[a, b] = A_\alpha$ پیوسته و یکنواخت باشد، بازه \tilde{B} در برش α توسط رابطه (۱۲) به دست می‌آید (Ross, 2010):

$$B_\alpha = f(A_\alpha) = [\min(f(a), f(b)), \max(f(a), f(b))] \quad (12)$$

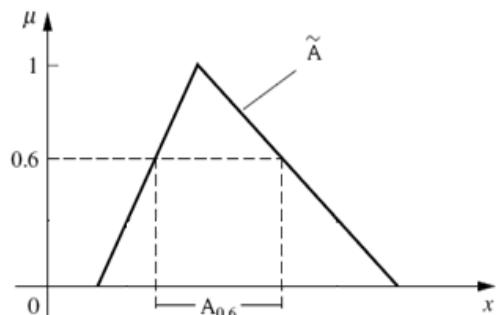
در این روش، به دلیل پیوستگی و یکنواختی تابع در بازه‌ی

۲-۲-۲- روش حساب فازی

تئوری فازی به وسیله لطفی‌زاده در سال ۱۹۶۵ معرفی شد (Zadeh, 1965). تئوری فازی دارای زیرمجموعه‌هایی مانند منطق فازی و استدلال تقریبی، مدل‌سازی فازی و شناخت الگوی فازی، کترل فازی، و حساب فازی می‌باشد. از حساب فازی برای اعمال عدم قطعیت در معادلات حاکم بر پدیده‌های مختلف استفاده می‌شود (Ross, 2010). در روش‌های حساب فازی، پارامترهای ورودی دارای عدم قطعیت توسط اعداد فازی بیان می‌شوند که این اعداد به وسیله توابع عضویت^۱ تعریف می‌شوند. یک تابع عضویت، میزان درجه عضویت المان‌های مختلف را به یک مجموعه نشان می‌دهد. اعداد فازی انواع مختلفی دارند که عدد فازی مثلثی پرکاربردترین آنها است. برش α در اعداد فازی، یکی از مفاهیمی است که در روش‌های حساب فازی کاربرد فراوانی دارد. مجموعه برش α (A_α) در عدد فازی \tilde{A} توسط رابطه (۱۱) تعریف می‌شود (Ross, 2010):

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (11)$$

که در آن، $\mu_{\tilde{A}}(x)$ میزان درجه عضویت x به عدد فازی \tilde{A} می‌باشد. در شکل ۱، یک عدد فازی مثلثی به همراه برش $0.6/\tilde{A}$ آن نشان داده شده است.



شکل ۱ عدد فازی مثلثی \tilde{A} و برش $0.6/\tilde{A}$

برای اعمال پارامترهای فازی ورودی به مدل و به دست

$$\tilde{\sigma}_y = \tilde{y} [(CV_Q)^2 + (0.5CV_d)^2 + (CV_n)^2]^{0.5} \quad (13)$$

$$\tilde{\sigma}_y = \tilde{y} [(CV_Q)^2 + (0.5CV_d)^2 + (\Omega CV_n)^2]^{0.5} \quad (14)$$

که در آنها، \tilde{y} مقدار میانگین عمق آب به صورت یک عدد فازی، CV_Q ضریب تغییرات دبی، CV_d ضریب تغییرات اندازه میانگین ذرات، CV_n ضریب تغییرات تخلخل و $\tilde{\sigma}_y$ انحراف معیار عمق آب به صورت یک عدد فازی، می باشد (Bari and Hansen, 2002). Ω نیز توسط رابطه (15) بیان می شود (Bari, 1997):

$$\Omega = 0.5 \left(\frac{3 - 2\bar{n}}{1 - \bar{n}} \right) \quad (15)$$

که در آن، \bar{n} مقدار میانگین تخلخل می باشد. در روابط بالا، برای محاسبه \tilde{y} ، مقادیر میانگین پارامترهای تصادفی در ترکیب با پارامترهای فازی (که در این تحقیق K_e و r_e می باشند) در معادله روش گام به گام استاندارد (رابطه ۶) مورد استفاده قرار می گیرند. در نتیجه رابطه ۶ به صورت رابطه (16) در می آید:

$$\begin{aligned} Z_j + \tilde{y}_j + \frac{\bar{Q}^2}{2g \tilde{A}_j^2} - \Delta x \left(\frac{\tilde{i}_j + \tilde{i}_{j+1}}{2} \right) \\ = Z_{j+1} + \tilde{y}_{j+1} + \frac{\bar{Q}^2}{2g \tilde{A}_{j+1}^2} \end{aligned} \quad (16)$$

در این رابطه، \tilde{i}_j و \tilde{i}_{j+1} میانگین فازی گرادیان هیدرولیکی به ترتیب در مقاطع j و $j+1$ میانگین دبی جریان، \tilde{A}_j و \tilde{A}_{j+1} میانگین فازی مساحت جریان به ترتیب در مقاطع j و $j+1$ می باشند. مقادیر میانگین گرادیان هیدرولیکی به دلیل وجود پارامترهای فازی K_e و r_e به صورت اعداد فازی بیان می شوند و در نتیجه عمق مجھول جریان در مقطع $j+1$ نیز به صورت یک عدد فازی به دست می آید. با اعمال روش در کل مسیر، عمق آب در هر مقطع (به غیر از مقطع کترول) به صورت یک عدد فازی محاسبه می شود. لازم به ذکر است که با توجه به اینکه در گام اول، مقطع ۱، مقطع کترول است، عمق آب و مساحت جریان در مقطع ۱ در گام اول به صورت یک عدد قطعی می باشند. در نتیجه، مطابق روابط ۱۳ و ۱۴ انحراف معیار

مورد نظر، مقادیر بیشینه و کمینه خروجی تابع در نقاط ابتدایی و انتهایی بازه به وجود می آیند و به دلیل این که در مسئله مورد مطالعه نیز این شرایط برقرار است، از روش ورتسکس استفاده شده است.

۳-۲-۲- روش ترکیبی

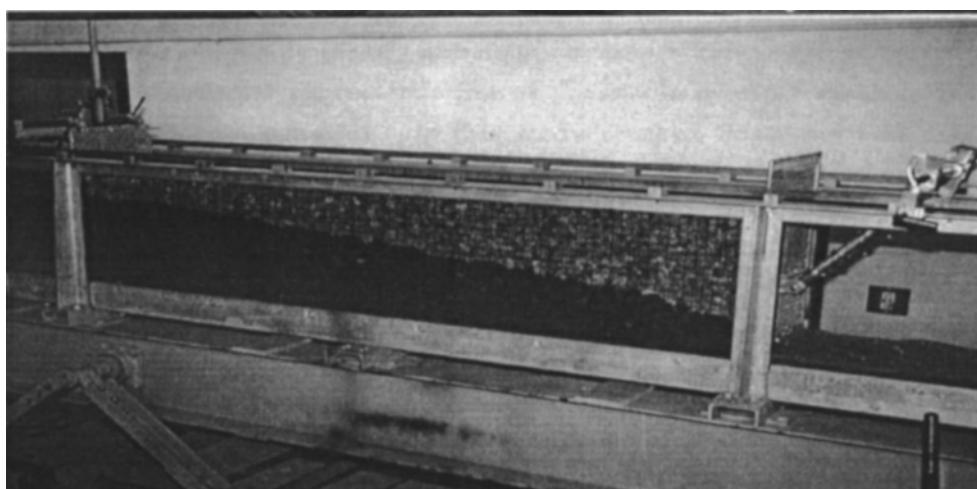
در مسائلی که برخی از پارامترها به صورت فازی و برخی از پارامترها به صورت تصادفی تعریف شده اند، از روش ترکیبی برای تحلیل عدم قطعیت استفاده می شود. در روش ترکیبی، از روش های آماری و روش های حساب فازی به طور همزمان استفاده می شود. با توجه به این که در تحقیق (Bari, 1997) از روش تخمین مرتبه اول استفاده شده است، در تحقیق حاضر نیز روش مذکور در روش ترکیبی به کار گرفته شد. در روش ترکیبی، برای هر برش α پارامترهای فازی با توجه به خصوصیات آماری پارامترهای تصادفی، تحلیل آماری انجام می شود. خروجی این روش، متغیر فازی تصادفی می باشد. متغیر فازی تصادفی به متغیری گفته می شود که تابع عضویت آن با یک سطح اطمینانی بیان می شود (Guyonnet et al., 2003) در واقع در این روش، با در نظر گرفتن مقادیر میانگین برای پارامترهای تصادفی و اعمال روش حساب فازی، تابع عضویت میانگین خروجی مدل (که در اینجا عمق آب در هر مقطع می باشد) به دست می آید. سپس با اعمال روش تخمین مرتبه اول برای مقادیر میانگین خروجی در هر برش α ، برای هر کدام از مقادیر میانگین، یک انحراف معیار به دست می آید. با توجه به اینکه در این تحقیق از معادلات Stephenson و Wilkins در محاسبه پروفیل سطح آب استفاده شده است، با استفاده از روش تخمین مرتبه اول، انحراف معیار عمق آب در دو حالت استفاده از معادلات Stephenson و Wilkins، با درنظر گرفتن پارامترهای n ، d و Q به عنوان متغیرهای تصادفی، به ترتیب توسط روابط ۱۳ و ۱۴ محاسبه می شوند (Bari and Hansen, 2002).

در تحلیل عدم قطعیت Bari برای محاسبات پروفیل سطح آب در این سازه سنگریزه‌ای، پارامترهای دارای عدم قطعیت، اندازه میانگین هارمونیک مصالح (d)، فاکتور اصطکاک در ناحیه آشفته (K_e)، راندمان نسبی سطح ذرات (r_e) و دبی (Q) می‌باشد که متغیرهای تصادفی درنظر گرفته شدند. در این راستا، ۱۰۰ نمونه از مصالح تشکیل دهنده سازه سنگریزه‌ای برای محاسبه خصوصیات آماری d درنظر گرفته شد. برای محاسبه دبی از چهار روش استفاده شد که عدم قطعیت موجود در اندازه‌گیری دبی به وسیله مقادیر حاصله از این چهار روش سنجیده شد. Bari به ازای هر مقدار دبی، یک مقدار برای K_e و r_e در فرایند واسنجی این پارامترها با استفاده از مقایسه اطلاعات آزمایشگاهی سطح آب با پروفیل‌های محاسباتی، به‌دست آورد. در نتیجه، برای هر کدام از این پارامترها چهار مقدار به‌دست آمد که با استفاده از آنها مقادیر میانگین و انحراف معیار این پارامترها محاسبه شدند. Bari در تحقیق خود، تخلخل (n) را به عنوان پارامتر قطعی درنظر گرفت و تخلخل محاسبه شده برای کل سازه سنگریزه‌ای را به عنوان مقدار میانگین منظور نمود.

عمق آب یک عدد فازی می‌باشد. با در نظر گرفتن یک سطح اطمینان و با توجه به این که هر مقدار میانگین متناظر با یک مقدار انحراف معیار می‌باشد، می‌توان مقادیر بیشینه و کمینه عمق آب در هر برش α را در هر مکان به‌دست آورد و با تکرار این عمل و تجمع نتایج،تابع عضویت عمق آب در هر مکان به‌دست می‌آید. سپس، با توجه به این اصل که برش α در اعداد فازی معادل سطح اطمینان $(1-\alpha)\%$ می‌باشد (Guyonnet et al., 2003) که از اصل تبدیل قابل برداشت است - می‌توان بازه تغییرات پروفیل سطح آب را در سطح اطمینان مورد نظر به‌دست آورد.

۳-۲- اطلاعات آزمایشگاهی و تولید داده‌های فازی ورودی مورد استفاده در این تحقیق

در تحقیق حاضر، از داده‌های آزمایشگاهی تحقیق Bari (1997) استفاده شده است. آزمایش در یک کanal با دیوار شیشه‌ای انجام شده که به وسیله سنگ‌های شکسته پر شده است. مدل فیزیکی سنگریزه‌ای طول $1/8$ متر، عرض 0.31 متر، ارتفاع 0.45 متر و شیب طولی $0/0.167$ دارد. این مدل در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ کanal مورد استفاده در تحقیق Bari برای محاسبه پروفیل سطح آب در سازه سنگریزه‌ای (Bari, 1997)

دبي به روش‌های مختلف را به مشخصات فيزيکي محیط مرتبط کرده است. در تحقیق حاضر، این پارامترها به صورت متغیرهای فازی در نظر گرفته شده‌اند و بقیه پارامترها به صورت متغیر تصادفی منظور شده‌اند. مقادیر K_t و r_e با توجه به شکل مصالح که در شکل ۳ مشاهده می‌شوند، توسط ده کارشناس برآورد شدند که این مقادیر در جدول ۲ مشاهده می‌شوند.

با استفاده از مقادیر برآورد شده برای K_t و r_e توسط کارشناسان، برای این پارامترها توابع عضویت تعریف شد. این فرآیند روند خاص خود را دارد که در ادامه توضیح داده می‌شود. برای این منظور، نمودار ستونی با استفاده از مقادیر هر پارامتر رسم می‌شود. ابتدا کل مجموعه به زیربازه‌هایی تقسیم شده و بر اساس آن نمودار ستونی رسم می‌شود. انتخاب زیربازه‌ها بر این اساس است که در نهایت تابع عضویت دارای کوچکترین تکیه‌گاه باشد و همچنین، ابتدا نمودار به صورت صعودی و سپس نزولی باشد یعنی شکلی مشابه تابع عضویت داشته باشد و خصوصیات اعداد فازی را دارا باشد.



شکل ۳ نمونه‌ای از مصالح مورد استفاده در آزمایش (Bari, 1997)

اما با توجه به ماهیت غیرقطعی و تصادفی تخلخل و تغییرات آن در اعمق و مقاطع مختلف، در تحقیق حاضر، این پارامتر نیز به عنوان یک پارامتر غیرقطعی به محاسبات اعمال شد و ضریب تغییرات آن با توجه به تحقیقات گذشته (حسینی و جهانگیری، ۱۳۸۱، ۱۳۹۰) برابر پنج درصد در نظر گرفته شد. مشخصات آماری متغیرهای تصادفی در جدول ۱ مشاهده می‌شوند.

جدول ۱ خصوصیات آماری پارامترهای تصادفی در تحقیق

Bari (1997)

K_t	r_e	$Q(L/s)$	n	d (mm)	
۳/۱۰	۱/۱۰	۲/۳۹	۰/۴۹	۲۱/۴۸	میانگین
۸/۱۲	۷/۴۲	۱۱/۷۴	۰/۰۰	۲۰/۷۷	ضریب

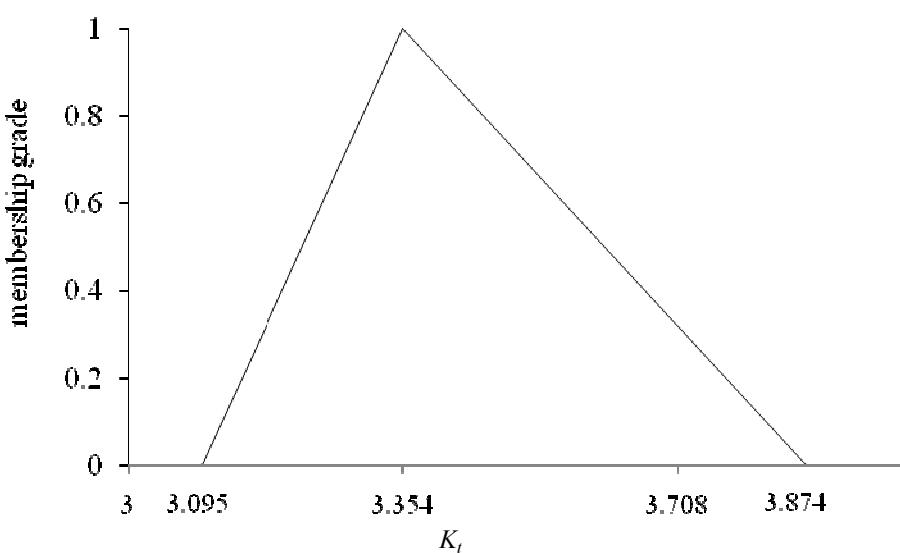
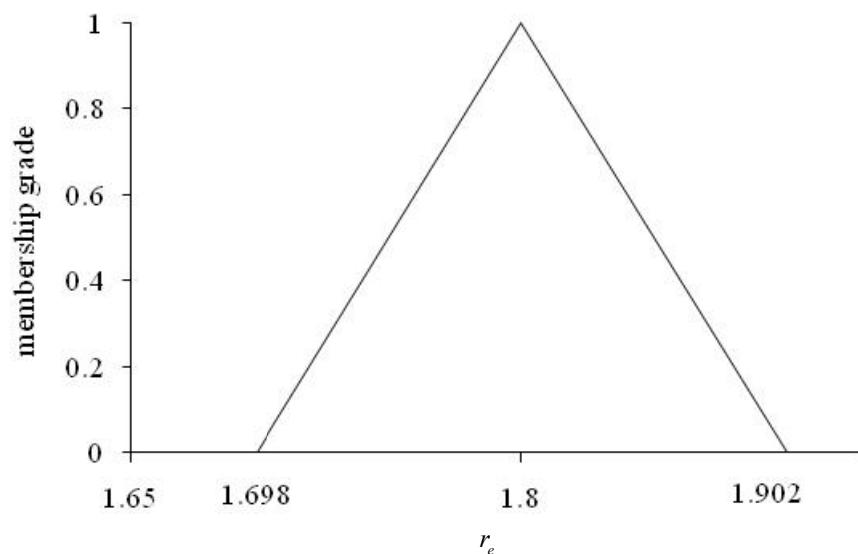
در ادامه، نحوه تولید داده‌های فازی ورودی، که مربوط به پارامترهای K_t و r_e می‌باشد، توضیح داده می‌شود که اساس کار جدید و متفاوت ارائه شده در این تحقیق است. پارامترهای K_t و r_e توسط افراد کارشناسان تعیین می‌شوند و مقادیر آنها به قضاوت مهندسی متخصصان فن مستگی دارند و با دانش فعلی قابل اندازه‌گیری و نمونه-برداری نیستند. همچنین، به صورت معمول، تعداد اطلاعات برای این دو پارامتر نادقيق در شرایط عملی اندک است. به همین دلایل، این پارامترها دارای ماهیت فازی بوده و در اساس بایستی توسط اعداد فازی تعریف شوند. به عبارت دیگر، نکته اصلی این است که در عمل برای یک سازه سنگریزه‌ای امکان واسنجی پارامترهای K_t و r_e بر اساس نمونه‌گیری در دبی‌های مختلف (نظیر کار (Bari) ۱۹۹۷) در شرایط طراحی وجود ندارد و قضاوت مهندسی کارگشا می‌باشد. اشکال دیگر بر کار Bari این است که این محقق در واسنجی خود، خطای اندازه‌گیری

جدول ۲ نظرات کارشناسان در مورد مقادیر پارامترهایی که متغیر فازی منظور شده‌اند

۳/۳۷	۳/۴	۳/۳۲	۳/۵۵	۳/۵	۳/۴۱	۳/۴۶	۳/۱۴	۳/۲۵	۳/۴۲	K_t
۱/۷۹	۱/۸	۱/۷۷	۱/۸۷	۱/۸۵	۱/۸۱	۱/۸۴	۱/۷۲	۱/۷۵	۱/۸	r_e

فرایند معرفی شده، با استفاده از نظرات کارشناسان مختلف، اعداد فازی نشان داده شده در شکل های ۳ و ۴ ایجاد شد، ولی، حتی در صورت عدم وجود نظرات کارشناسان مختلف، طراح می تواند با قضاوت مهندسی خود به تنهایی برای این پارامترها توابع عضویت مناسب پیشنهاد نموده و در محاسبات منظور کند.

در نتیجه، انتخاب بازه ها برای رسیدن به تابع عضویت مطلوب، یک فرایند تکراری می باشد. بعد از تشکیل نمودار ستونی، از روش کمترین مربعات برای تشکیل تابع عضویت استفاده می شود (Moller and Beer, 2005) توابع عضویتی که به این روش برای K_t و r_e به دست آمدند، در شکل های ۴ و ۵ نشان داده شده اند. گرچه در

شکل ۴ تابع عضویت K_t شکل ۵ تابع عضویت r_e

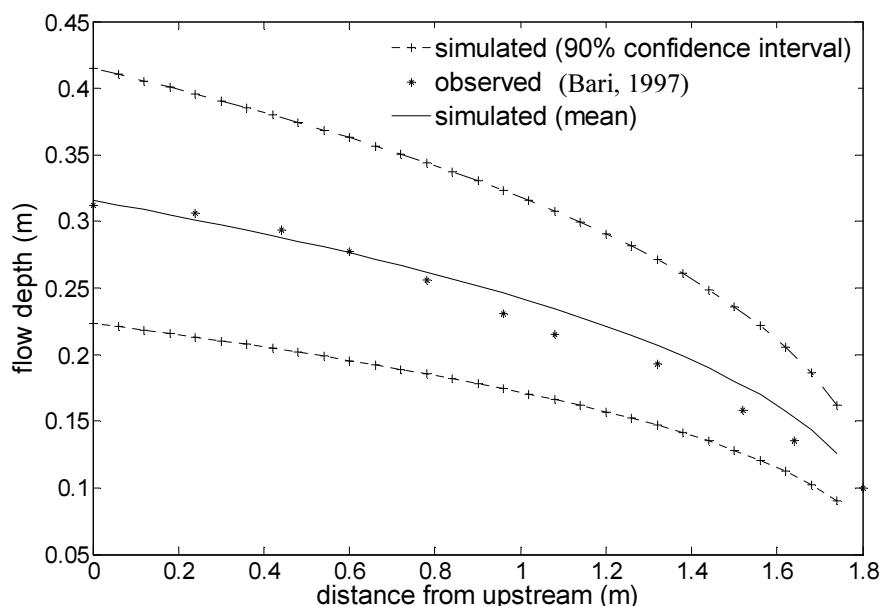
ارائه شده‌اند. نتایج آزمایشگاهی از تحقیق Bari (1997) برداشت شده‌اند. در شکل‌های مذکور، محدوده تغییرات برای هر دو معادله، مشابه تحقیق Bari در سطح اطمینان ۹۰٪ رسم شده‌اند. با توجه به اینکه خروجی تحلیل، متغیر فازی تصادفی می‌باشد، برای تعریف سطح اطمینان در اعداد فازی از رابطه بین برش α و فاصله اطمینان استفاده شده است. برش α در اعداد فازی معادل سطح اطمینان (۱- α) در توابع توزیع می‌باشد که این قضیه از اصل تبدیل قابل برداشت است (Guyonnet et al., 2003). متغیر فازی تصادفی خروجی که یک عدد فازی می‌باشد، با سطح اطمینان ۹۵٪ به دست آمده است، یعنی اعداد فازی در هر مقطع با سطح اطمینان ۹۵٪ از متغیر فازی تصادفی استخراج شده‌اند. هر چه میزان سطح اطمینان در محاسبه اعداد فازی بیشتر باشد، دقت نتایج نیز افزایش می‌یابد، به‌طوری که در تحقیق حاضر، انتخاب سطح اطمینان ۹۵٪ برای محاسبه اعداد فازی، نتایج مطلوبی را ارائه می‌دهد. در هر دو شکل مذکور، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با مقادیر واقعی مشاهده شده در آزمایشگاه مقایسه شده‌اند.

لازم به توضیح است که در تحقیق حاضر، پارامترهای Q و d به صورت متغیرهای تصادفی با مشخصات آماری بیان شده در جدول ۱، درنظر گرفته شده‌اند و فقط برای تخلخل (n) همان مقدار میانگین جدول، ولی با ضریب تغییرات ۵٪ استفاده شد.

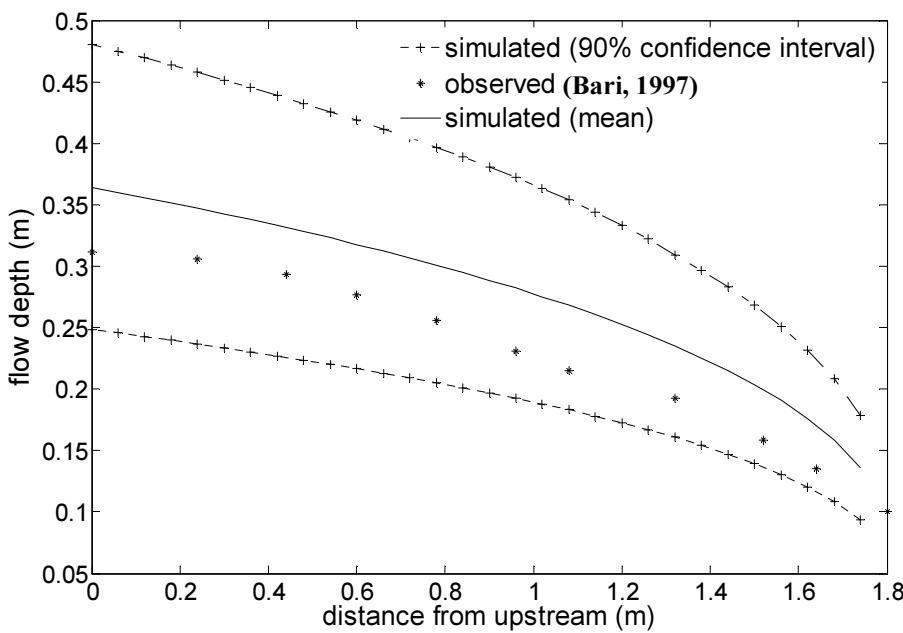
۳- تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش، پروفیل سطح آب محاسبه شده به ازای میانگین مقادیر پارامترهای فیزیکی به همراه نتایج روش ترکیبی تحلیل عدم‌قطعیت پروفیل سطح آب در سازه سنگریزه‌ای ارائه می‌شوند. در کلیه پروفیل‌های محاسباتی، طول هر بازه محاسباتی در روش گام به گام، ثابت و برابر ۶ سانتی‌متر انتخاب شد. این طول دقت لازم در محاسبات را ارضا می‌نماید. در اجرای کلیه سناریوهای شرط مرزی پایین-دست ثابت و عمق آب برابر ۰/۰ متر می‌باشد.

در شکل‌های ۶ و ۷ نتایج تحلیل عدم‌قطعیت پروفیل سطح آب در سازه سنگریزه‌ای به ترتیب برای دو معادله Wilkins و Stephenson در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی



شکل ۶ پروفیل سطح آب در مدل آزمایشگاهی سنگریزه‌ای با استفاده از معادله Stephenson

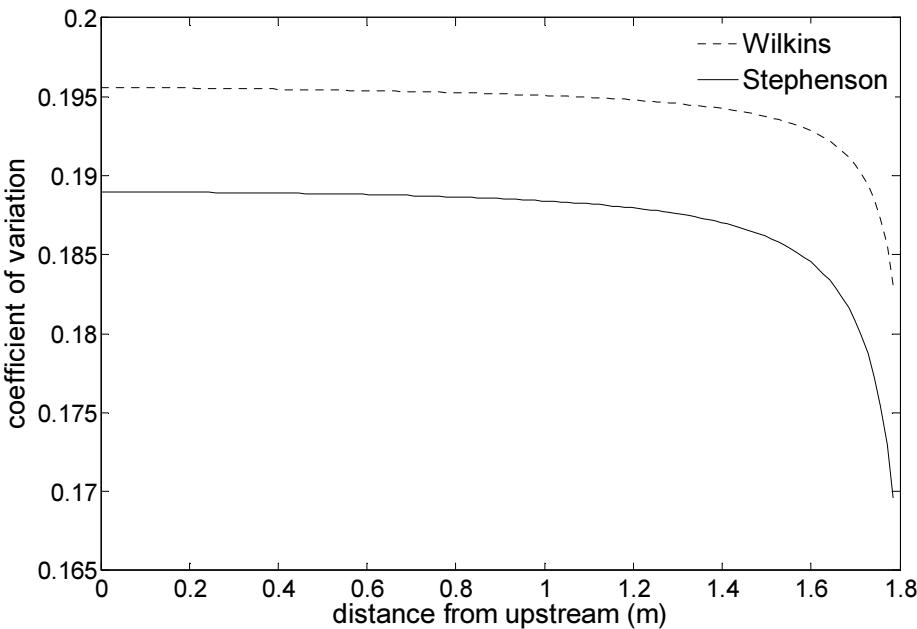


شکل ۷ پروفیل سطح آب در مدل آزمایشگاهی سنگریزه‌های با استفاده از معادله Wilkins

Wilkins می‌باشد. با توجه به اینکه تمام پارامترهای دارای عدم قطعیت به‌غیر از پارامترهای فازی (K_e و r_e) در دو معادله یکسان می‌باشند، ضریب تغییرات مقادیر پارامترهای فازی برآورده شده در معادلات Stephenson و Wilkins، تأثیر زیادی در عدم قطعیت اعمق آب محاسبه شده، دارند. اگر چه این دو پارامتر ماهیت مشابهی دارند، اما برآورد مستقل آنها و نیز نقش و نحوه دخالت کلیه پارامترهای در معرض عدم قطعیت در ساختار ریاضی معادلات، می‌تواند دامنه عدم قطعیت هر یک از دو معادله Stephenson و Wilkins را تحت تأثیر قرار دهد. آنچه از این تحقیق نتیجه می‌شود این است که اگر در برآورد پارامترهای K_e و r_e ماهیت یکسان و یا به عبارتی تناسب بین این دو پارامتر در نظر گرفته شود، می‌توان انتظار داشت که در مجموع معادله Stephenson عدم قطعیت کمتری را نشان دهد. اما نتایج تحقیق (1997) Bari با توجه به نحوه تخمین مذکور برای پارامترهای K_e و r_e ، نشان می‌دهد که عدم قطعیت حاصل از دو معادله Stephenson و Wilkins تقریباً یکسان است.

همان طور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود، نتایج آزمایشگاهی در فاصله اطمینان حاصل از تحلیل عدم قطعیت برای هر دو معادله قرار گرفته‌اند، اما نتایج آزمایشگاهی با مقادیر میانگین عمق آب حاصل از معادله Stephenson تطابق مناسب‌تری دارند. در واقع مقادیر میانگین حاصل از معادله Wilkins، دست بالا می‌باشند و نتایج معادله Stephenson با واقعیت تطابق بیشتری دارند. اما در تحقیق (1997) Bari با توجه به اینکه شیوه برآورد پارامترهای K_e و r_e بر پایه واسنجی این پارامترها می‌باشد، مقادیر حاصله منجر به نزدیکی مقادیر میانگین پروفیل سطح آب با مقادیر مشاهداتی آزمایشگاهی برای هر دو معادله Stephenson و Wilkins شده است. همچنین، در شکل ۸، ضریب تغییرات عمق آب در سازه سنگریزه‌ای برای دو معادله Stephenson و Wilkins با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای مقایسه عدم قطعیت حاصل از دو معادله، از ضریب تغییرات استفاده شده است. برای تعریف ضریب تغییرات در اعداد فازی از اصل تبدیل استفاده شده است.

همان طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، عدم قطعیت عمق آب با استفاده از معادله Stephenson کمتر از معادله



شکل ۸ ضریب تغییرات عمق آب در معادلات Wilkins و Stephenson

برآورده شوند، یعنی با توجه به ماهیت یکسان آنها تناسب بین مقادیرشان حفظ شود، عدم قطعیت خروجی معادله Stephenson کمتر خواهد بود.

۵- فهرست عالیم

A	سطح مقطع جریان
CV	ضریب تغییرات
d	اندازه میانگین هارمونیک مصالح
e	نسبت تخلخل
g	شتاب جاذبه زمین
i	گرادیان هیدرولیکی
K_t	فاکتور اصطکاک در ناحیه جریان آشفته
m	شعاع هیدرولیکی منفذی
n	تخلخل
Q	دبی جریان
r_e	راندمان نسبی سطح ذرات
s_0	ضریب حساسیت
S_0	شیب طولی مسیر
T	عرض سطح آزاد آب

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، برای محاسبه پروفیل سطح آب در یک توده سنگریزه‌ای آزمایشگاهی از دو معادله Stephenson و Wilkins استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که پروفیل سطح آب محاسبه شده با استفاده از معادله Stephenson مطابقت بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد که خود تأییدی بر مطالعات قبلی است. برای تحلیل عدم قطعیت، پارامترهای اندازه میانگین مصالح، تخلخل و دبی به عنوان متغیر تصادفی در نظر گرفته شدند، ولی پارامترهای K_t و r_e ، با توجه به این که بر اساس قضاوت مهندسی کارشناسان به تعداد محدود برآورد می‌شوند، دارای ماهیت فازی می‌باشند و بر اساس اعداد فازی تعریف شدند. در نتیجه، برای تحلیل عدم قطعیت از روش ترکیبی استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که علاوه بر نقش هر پارامتر در ساختار ریاضی معادلات، عدم قطعیت خروجی (عمق جریان) در معادلات Wilkins و Stephenson، وابستگی زیادی به مقادیر K_t و r_e برآورده شده توسط کارشناسان دارد. در صورتی که این پارامترها به صورت صحیح

approach in the uncertainty analysis of the water distribution network of becej”, Journal of Civil Engineering and Environmental Systems, 23(3), pp. 221-236.

CIRIA, CUR, CETMEF (2007). “The rock manual: the use of rock in hydraulic engineering”, 2nd edition, C683, CIRIA, London.

Crystal Ng, G. H., McLaughlin, D., Entekhabi, D. and Scanlon, B. R. (2010). “Probabilistic analysis of the effects of climate change on groundwater recharge”, Journal of Water Resources Research, 46(7), pp. 1-18.

Faybisenko, B. (2010). “Fuzzy-probabilistic calculations of water-balance uncertainty”, Journal of Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, Springer, 24(6), pp. 939-952.

Ganoulis, J. (2006). “Fuzzy modelling for uncertainty propagation and risk quantification in environmental water systems”, Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on Computational Models of Risks to Infrastructure, May 9-13, Primosten, Croatia.

Garga, V. K., Hansen, D. and Townsend, D. R. (1989). “Considerations in the design of flow through rockfill drains”, Proc. of the 14th Annual British Columbia Mine Reclamation Symposium, June 20-21, Cranbrook, British Columbia.

Greenly, B. T. and Joy, D. M. (1996). “One-dimensional finite element model for high flow velocities in porous media”, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 122(10), pp. 789–796.

Gupta, R. and Bhave, P. R. (2007). “Fuzzy parameters in pipe network analysis”, Journal of Civil Engineering and Environmental Systems, 24(1), pp. 33-54.

Guyonnet, D., Bourgine, B., Dubois, D., Fargier, H., Come, B. and Chiles, J. P. (2003). “Hybrid approach for addressing uncertainty in risk assessments”, Journal of Environmental Engineering, ASCE, 128(1), pp. 68-78.

Hosseini, S. M. (2000). “Statistical evaluation of the empirical equation that estimate hydraulic parameters for flow through rockfill”, in Stochastic Hydraulic 2000, Z. Y. Wang and S. X. Hu (eds.), Balkema, Rotterdam. The Netherlands, pp. 547-552.

Hosseini, S. M. and Joy, D. M., (2006). “Calibration of hydraulic parameters for flow through rockfill structures”, Dam Engineering, International Water Power & Dam Construction, 17(2), pp. 85-111.

Hosseini, S. M. and Joy, D. M., (2007).

μ	میانگین یک متغیر تصادفی
$\mu_A(x)$	میزان درجه عضویت x به مجموعه فازی A
v	لزجت جنبشی سیال
V	سرعت جریان
W	مقدار ثابت معادله Wilkins
y	عمق آب
σ	انحراف معیار

۶- منابع

حسینی، س. م. و ابریشمی، ج. (۱۳۸۹)، هیدرولیک کانالهای باز، چاپ بیست و هفتم، انتشارات آستان قدس رضوی، مشهد.

حسینی، س. م. و جهانگیری، م. (۱۳۹۰)، “تجزیه و تحلیل عدم قطعیت و حساسیت روابط برآوردهای هیدرولیکی جریان در محیط سنگریزه”， مجله علمی- پژوهشی علوم و مهندسی آبخیزداری ایران، ۵(۱۴)، صص. ۶۱-۷۰.

حسینی، س.م. و جهانگیری، م. (۱۳۸۱)، آنالیز عدم اطمینان روابط تخمین پارامترهای هیدرولیکی جریان در محیط سنگریزه، گزارش طرح تحقیقاتی ارائه شده به سازمان مدیریت منابع آب ایران (قرارداد شماره ش پ/۱۶۱/۸۰).

حسینی، س. م. و صنعتی، ا. (۱۳۸۲)، “تحلیل جریان از بدنه سدهای سنگریزه‌ای به روش اجزا محدود در قالب شبکه ثابت”， مجله استقلال، ۲۲(۱)، صص. ۹۱-۱۰۸.

Abebe, A. J., Guinot, V. and Solomatine, D. P. (2000). “Fuzzy alpha-cut vs. Monte Carlo techniques in assessing uncertainty in model parameters”, Proc. of the 4th Hydroinformatics Conference, July 23-27, Iowa, USA.

Bari, R. (1997). “The hydraulics of buried streams”, M.Sc. Thesis, Technical University of Nova Scotia, Canada.

Bari, R and Hansen, D. (2002). “Uncertainty in water surface profile of buried stream flowing undercoarse material”, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(8), pp.. 761-773.

Bari, R. and Hansen. D. (2003), “Application of gradually-varied flow algorithms to simulate buried streams”, Journal of Hydraulic Research, IAHR, 40(6), pp. 673-683.

Branisavljevic, N. and Ivetic, M. (2006). “Fuzzy

- Parkin, A. K. (1991). "Through and overflow rockfill dams", in Advances in Rockfill Structures, E. Maranha das Neves (ed.), Kluver Academic Publishers, The Netherlands, pp. 571–592.
- Revelli, R. and Ridolfi, L. (2003). "Fuzzy approach for analysis of pipe networks", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(1), pp. 93–101.
- Ross, T. J. (2010), "Fuzzy logic with engineering applications", 3rd Edition, Wiley, England.
- Samani H. M. V., Samani, J. M. V. and Shaiannejad, M. (2003). "Reservoir routing using steady and unsteady flow through rockfill dams", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 129(6), pp. 448-454.
- Stephenson, D. (1978). "Hydraulics of gabions and rockfill", Proc. of XVI Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Torino, Italy, pp. B31-1–B31-11.
- Stephenson, D. (1979). "Rockfill in hydraulic engineering: developments in geotechnical engineering 27", 1st Edition, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, The Netherlands.
- Townsend, R. D., Garga, V. K. and Hansen, D., (1991). "Finite difference modeling of the variation of piezometric head within a rockfill embankment", Canadian Journal of Civil Engineering, NRC Research Press., 18(2), pp. 254-263.
- Tung, Y. K. (1996). "Uncertainty analysis in water resources engineering", in Stochastic Hydraulic'96, K. S. Tickle, I. C. Goulter, C. Xu, S. A. Wasimi and F. Bouchart (ed.), Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pp. 29-46.
- Volker, E., (1969)."Nonlinear flow in porous media by finite elements", Journal of Hydraulics Division, ASCE, 95(6), pp. 2093-2114.
- Volker, E., (1975). "Solutions for unconfined non-Darcy seepage", Journal of Irrigation and Drainage Division, ASCE, 101(II), pp. 53-65.
- Ye, M., Pohlmann, K. F., Chapman, J. B., Pohll, G. M. and Reeves, D. M. (2009). "A model-averaging method for assessing groundwater conceptual model uncertainty", Ground Water, National Ground Water Association, 48(5), pp. 716-728.
- Yen, B. C and Tung, Y. K. (1993). "Some recent progress in uncertainty analysis for hydraulic design", in Reliability and Uncertainty Analysis in Hydraulic Design, B. C. Yen and Y. K. Tung, eds., ASCE Publications, USA, pp. 17-34.
- Zadeh, L. A. (1965). "Fuzzy sets", Information and Control, 8(3), pp. 338-353.
- Zhang, K. and Achari, G. (2010). "Correlation "Development of an unsteady model for flow through coarse heterogeneous porous media applicable to valley fills", International Journal of River Basin Management, IAHR, 5(4), pp. 253-265.
- Jankovic, B., Maksimovic, C. and Graham, N. (2000). "Using a Monte Carlo method for active leakage control in water supply networks", Proc. of the 4th Hydroinformatics Conference, July 23-27, Iowa, USA.
- Kang, D. and Lansey, K. (2010). "Demand and roughness estimation in water distribution systems", Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE, 137(1), pp. 20-30.
- Kang, D., Pasha, M. F. K. and Lansey, K. (2009). "Approximate methods for uncertainty analysis of water distribution systems", Urban Water Journal, Taylor & Francis, 6(3), pp. 233-249.
- Kells, J. A., (1993). "Spatially varied flow over rockfill embankments", Canadian Journal of Civil Engineering, NRC Research Press., 20(5), pp. 820-827.
- Kumar, V. and Schuhmacher, M. (2005). "Fuzzy uncertainty analysis in system modelling", Proc. of the 38th European Symposium of the Working Party on Computer Aided Process Engineering, 29 May-1 June, Barcelona, Spain.
- Kunstmann, H., Kinzelbach, W. and Siegfried, T. (2002). "Conditional first-order second-moment method and its application to the quantification of uncertainty in groundwater modeling", Journal of Water Resources Research, 38(4), pp. 1-14.
- Leps, T. M. (1973). "Flow through rockfill", in Embankment Dam Engineering, R. Hirchfeld and S. Poulos (eds.), John-Wiley & Sons, New York, pp. 87-97.
- Li, H. and Zhang, K. (2010). "Development of a fuzzy-stochastic nonlinear model to incorporate aleatoric and epistemic uncertainty", Journal of Contaminant Hydrology, Elsevier B.V., 111(4), pp. 1-12.
- McCorquodale, J. A., (1970). "Variational approach to non-Darcy flow", Journal of Hydraulics Division, ASCE, 96(11), pp. 2265-2278.
- Moller, B. and Beer, M. (2005). "Fuzzy randomness, uncertainty in civil engineering and computational mechanics", 1st Edition, Springer, Germany.
- Mpimpas, H., Anagnostopoulos, P. and Ganoulis, J. (2008). "Uncertainty of model parameters in stream pollution using fuzzy arithmetic", Journal of Hydroinformatics, IWA, 10(3), pp. 189-200.

Zhang, K., Achari, G. and Li, H. (2009b). "A comparison of numerical solutions of partial differential equations with probabilistic and possibilistic parameters for the quantification of uncertainty in subsurface solute transport", Journal of Contaminant Hydrology, Elsevier B.V., 110(1-2), pp. 45–59.

between uncertainty theories and their application in uncertainty propagation", The Proc. of the 10th International Conference on Structure Safety and Reliability, September 13-17, Osaka, Japan.