

# کاربرد مدل‌های کنارجداره در شبیه‌سازی جریانهای سطح آزاد جداشده به روش LES<sup>۱</sup>

حمید شاملو<sup>۱\*</sup>، حسین بزرگیان<sup>۲</sup>، نغمه پیشگو<sup>۳</sup>، سینا تقی زاده<sup>۳</sup>

۱- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی

۲- دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی

۳- کارشناسی ارشد مهندسی عمران - هیدرولیک

\* تهران، صندوق پستی ۴۹۴۱-۱۹۳۹۵

[hshamloo@yahoo.com](mailto:hshamloo@yahoo.com)

**چکیده-** کاربرد مدل‌های کنارجداره در جریان سطح آزاد عبوری از روی پله به عنوان بخشی از یک تحقیق جامع با روش عددی شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج دو مدل زیر شبکه پرکاربرد Smagorinsky و Dynamic برای مدل‌سازی مقیاس‌های کوچکتر از شبکه در مورد فوق با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای هر دو مدل زیرشبکه، از مجموعه مدل‌های کنارجداره ارتقا یافته Werner-Wengle (WW) متشکل از چهار مدل متفاوت استفاده شده است. به منظور ارزیابی عملکرد مدل‌های کنارجداره و مدل‌های زیرشبکه، جریان سطح آزاد در کانال دارای پله پایین رونده<sup>۲</sup> مورد شبیه‌سازی قرار گرفته و با نتایج مدل آزمایشگاهی Nakagawa-Nezu (۱۹۸۷) مقایسه شده‌اند. در مجموع تطابق نتایج کمیت‌های متوسط جریان با اطلاعات آزمایشگاهی مناسب بوده و نقاط جدایی و بازگشت<sup>۳</sup> با دقت خوبی برآورد شده است. استفاده از مدل‌های کنارجداره باعث بهبود محاسبه نقاط بازگشت شده و همچنین اثر مطلوبی در محاسبه میدان اصلی جریان، در مقایسه با نتایج عدم استفاده از مدل کنارجداره داشته است. تفاوت چهار مدل کنارجداره در محاسبه ضخامت نسبی زیرلایه لزوج در محل بازگشت جریان به خوبی آشکار شده است، اما در دیگر نواحی مدل‌ها بسیار نزدیک به هم عمل کرده‌اند. با وجود شرایط متفاوت تولید و استهلاك انرژی آشفتگی در مدل زیرشبکه Dynamic، با اعمال تابع مستهلک کننده کنارجداره و ضریب مناسب در مدل Smagorinsky، نتایج دو مدل بسیار نزدیک بدست آمدند.

**کلیدواژگان:** شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، مدل کنارجداره، پله پایین رونده، مدل زیر شبکه.

## ۱- مقدمه

حل جریان آشفته به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ (LES)، یک روش قابل قبول برای پیش‌بینی جریان‌های آشفته و پیچیده می‌باشد که حل پدیده‌های جریان با مقیاس‌های بزرگ را نیز شامل می‌شود. با وجود پیشرفت‌های سال‌های اخیر، به علت نیاز به منابع محاسباتی بزرگ و رایانه‌های قدرتمند، برخی از جریان‌ها مخصوصاً در کاربردهای صنعتی، به روش LES در زمان قابل قبول، حل نمی‌شوند. البته در حال حاضر با گسترش سیستم‌های پردازش موازی این امکان برای برخی از مسائل کمتر پیچیده ایجاد شده است. از طرفی، در جریان‌هایی با عدد رینولدز بالا نیز، اگر شرایط مرزی بدون لغزش در جداره‌های صلب به طور مستقیم به کار رود، شبکه به کار رفته در نزدیک جداره برای ایجاد نتایجی قابل قبول باید بسیار کوچک باشد تا اولین شبکه محاسباتی در زیرلایه لزج قرار گیرد. وابستگی هزینه محاسباتی با عدد رینولدز به صورت  $Re^{2.4}$  تخمین زده شده است (Reynolds, 1990).

یک روش مناسب برای گذر از مشکل زمان حل جریان‌های پیچیده و صنعتی که غالباً دارای عدد رینولدز بالا نیز هستند، استفاده از مدل‌های کنارجداره همخوان با روش LES همراه با یک شبکه محاسباتی تا حد امکان درشت، مخصوصاً در نواحی نزدیک جداره است. در این رویکرد موقعیت اولین سلول کنارجداره دارای اهمیت است. اولین سلول کنارجداره نقطه‌ای می‌باشد که اطلاعات مربوط به ناحیه جداره بین مدل اصلی و مدل کنارجداره منتقل می‌شود. لذا هرچه ابزار مدل‌سازی پیشرفته‌تر و پیش‌بینی رفتار جریان در کنارجداره دقیق‌تر صورت گیرد، مدل اصلی در پیش‌بینی رفتار هسته جریان با خطای کمتری روبرو خواهد شد. از طرف دیگر جداره منشأ تولید آشفته‌گی است و مسلماً بدنه اصلی جریان تحت تأثیر این ناحیه می‌باشد. لذا بین درستی پیش‌بینی مدل اصلی و

دقت مدل کنارجداره رابطه مستقیمی وجود دارد (Reynolds, 1990). تنش برشی جداره یکی از جذاب‌ترین مؤلفه‌ها برای ایجاد چنین مدل‌هایی است. به این صورت که مدل کنارجداره، تنش جداره‌ای را محاسبه کرده و مدل اصلی (LES) از آن برای حل بدنه اصلی جریان استفاده می‌کند. بکارگیری مدل‌های تنش جداره مورد توجه برخی از محققان بوده است. روش‌های متعددی برای محاسبه تنش برشی جداره ارائه شده است. یکی از ابتدایی‌ترین مدل‌ها، توسط Deardorff (1970) ارائه شد. سپس Schumann (1975) یک مدل جداره مبتنی بر ارتباط خطی بین تنش جداره و مؤلفه سرعت در اولین نقطه شبکه نسبت به جداره ارائه نمود که برای جریان کانال صفحه‌ای با اعداد رینولدز محدود نتایج رضایت بخش بدست آورد. پس از آن Piomelli (1989) با توجه به تأثیرات فیزیکی مؤثر، مانند پدیده‌های موجود در کنارجداره مانند حرکات رفت و برگشتی<sup>۱</sup> و حرکات جهشی<sup>۲</sup> مدل‌های جداره دیگری را ارائه داد. Werner-Wengle (1993)، مدلی برای تعیین تنش برشی جداره، به روش دیگری را ارائه نمودند. در این مدل، از تابعی مطابق با روابط معتبر در کنار دیواره برای کمیت‌های لحظه‌ای به جای مقادیر متوسط زمانی بکار رفته در مدل Schumann (1975) استفاده می‌شود. Stoesser و همکاران (۲۰۰۳) مدل جداره (WW) Werner-Wengle (1993) را برای جداره‌های نفوذ ناپذیر و المانهای زبری مربعی شکل در جداره به کار بردند. Efroese (2006) نیز تابع جداره لزجت اصلاحی برای مدل جداره و ترم چشمه برای مدل WW را برای سطوح صاف به کار برد.

در سالهای اخیر، در پی تحقیقات انجام شده، شیوه‌های پیشرفته و متنوع دیگری بر اساس شیوه‌های پایه‌ای پیشگام ارائه شده‌اند. برای مثال Breuer (2007) و همکاران، مدل‌هایی را بر اساس یک توزیع احتمالی

1. Sweep  
2. Ejection

از محاسبه مدل جداره حاصل می‌شود. Chen (2012) و همکاران مطالعه‌ای بر مبنای نوع انتگرالی معادلات WW ارائه داده‌اند که مقایسه‌ای نیز برای چند نوع مختلف از رویکردهای جریان نزدیک جداره در کاربردهای مهندسی صورت داده است. در تحقیق حاضر برای محاسبه میدان جریان آشفته در کانال باز با یک پله از مدل‌های ارتقا یافته WW استفاده شده است که همان‌طور که ذکر شد از نوع مدل‌های تنش جداره هستند. نتایج حاصله از این تحقیق با مطالعه آزمایشگاهی (Nakagawa (1987) و Nezu مقایسه شده است.

## ۲- مشخصات مدل اصلی

معادلات فیلتر شده مکانی ناویر- استوکس که در مدل حاضر گسسته‌سازی و حل می‌شوند به صورت زیر ارائه می‌شوند (Hejazi, 2004):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = \frac{-\partial \bar{P}}{\rho \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \vartheta \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

در این روابط  $\bar{u}_i$  و  $\bar{u}_j$  سرعت‌های فیلتر شده،  $\tau_{ij}$  تنش مقیاس زیرشبهه و  $\bar{P}$  و  $\rho$  و  $\vartheta$  به ترتیب فشار، جرم مخصوص و لزجت سینماتیکی در محدوده محاسباتی هستند. ترم تنش زیرشبهه  $\tau_{ij}$ ، در معادله (۱) با مدل زیرشبهه مدل‌سازی می‌شود.

مدل توسعه داده شده توسط نویسندگان این مقاله به منظور حل عددی معادلات ناویر- استوکس به روش حجم محدود و شبکه بندی منطبق بر جسم با خطوط شبکه متعامد اولری-لاگرانژی اختیاری<sup>۲</sup> انتخاب شده که برای شبیه‌سازی جریان‌های غیردائمی آشفته غیر قابل تراکم سطح آزاد قابلیت کاربرد دارد. نحوه محاسبه سطح آزاد در مدل سه‌بعدی، با یک فرض توزیع فشار

لزجت مصنوعی با مقادیر متوسط‌گیری شده به وسیله LES ارائه کردند که چون تابع به دست آمده وابسته به عدد رینولدز و ارتفاع اولین سلول کنارجداره نیست، برای انواع جریانهای ساده و پیچیده، کاربرد دارد که این مدل‌ها به مدل‌های ارتقا یافته WW نامیده شده‌اند.

Monfort (2009) و همکاران یک شیوه تعمیم داده شده بدون شبکه‌بندی برای مدل‌سازی جداره در روش LES مختص جریان‌های تراکم‌ناپذیر که ترم‌های بیشتری از معادلات ناویر- استوکس را به حساب می‌آورند را ارائه دادند. ایشان همچنین نشان داده‌اند که در شیوه محاسباتی ارائه شده برای جریان دوبعدی عبوری از روی تپه<sup>۱</sup> با شرایط مرزی پرپودیک، به حساب آوردن اختلاف فشار لحظه‌ای تأثیری بر روی مقادیر متوسط سرعت ندارد.

Marusic (2010) و همکاران پیشرفت‌های اخیر در زمینه لایه مرزی آشفته با اعداد رینولدز بسیار بزرگ را جمع بندی کرده‌اند. مطالعه بر روی نتایج آزمایشگاهی در مورد اثرگذاری انرژی مقیاس‌های بزرگ موجود در ناحیه لگاریتمی بر نوسان‌های نزدیک جداره و ارتباط آن با اعداد رینولدز، منجر به ارائه یک مدل احتمالاتی برای سیگنال‌های سرعت نزدیک به جداره شده است. این مدل طیف انرژی مناسبی برای سیگنال‌های کنارجداره ارائه می‌دهد و بر پایه سرعت‌های فیلتر شده ناحیه لگاریتمی استوار است.

Shamloo (2011) و همکاران، مدل جداره دولایه‌ای مبتنی بر روش ارائه شده توسط Balaras (1996) را در یک کانال دارای جریان سطح آزاد، برای جریان گذرنده از روی مانع هیدرولیکی، مدل‌سازی کردند. معادله حاکم بر جریان لایه جداره بر اساس مدل Balaras (1996) توسط معادلات لایه مرزی تقریب زده می‌شود. در این روش اولین نقطه از جداره در ناحیه لگاریتمی واقع شده ( $y^+ > 60$ ) و اثر نواحی حل نشده (لایه buffer و ویسکوز)

2. Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE)

1. Hill

Smagorinsky همراه با مستهلک کننده Van-Driest، مدل دینامیک، مدل WALE<sup>3</sup>، و مدل انرژی جنبشی. علاوه بر این قابلیت محاسبه جریان‌های آشفته با روش‌های متوسط‌گیری زمانی به کمک مدل  $k-\varepsilon$  نیز در مدل وجود دارد. رویکردهای مختلف مدل‌سازی یا حل جریان کنارجداره که تولید کننده شرایط مرزی برای LES می‌باشد نیز در مدل وجود دارد که می‌توان به مدل Werner-Wengle اشاره کرد. همچنین شرط مرزی متناوب<sup>4</sup> برای ورودی و خروجی جریان کانال اعمال شده است و یک تابع تولید کننده سرعت تصادفی با شدتی متناسب با  $0.01$  سرعت متوسط حجمی در ورودی تعریف شده تا شرایط آشفته‌گی ورودی برای جریان غیر دائمی را برآورده سازد. ایده اصلی این شرط مرزی ورودی برای تولید آشفته‌گی از مدل پیشنهادی (Pamiès 2009) گرفته شده است و ساده‌سازی‌هایی برای مقیاس‌های طولی و زمانی و سرعت در آن اعمال شده است.

### ۳- مدل‌های کنارجداره و مشخصات محاسباتی

معادله متوسط زمانی ناویر-استوکس مستقل از زمان در ناحیه نزدیک جداره را می‌توان با رابطه (۵) نشان داد که در آن  $\mu_t$  لزجت آشفته‌گی مؤثر در محدوده وابسته به فاصله نقطه از جداره است.

$$\rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(\mu_t \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (5)$$

در رابطه (۵)  $(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y})$  ترم جابجایی است که با توجه به اثر ناچیز آن در محدوده بسیار نزدیک به جداره، می‌توان از تأثیر آن صرف‌نظر کرد؛ بنابراین معادلات ناویر-استوکس با اعمال فرضیه‌هایی ساده‌کننده در کنارجداره حل می‌شوند. با صرف‌نظر کردن از ترم جابجایی می‌توان معادله (۵) را کاهش داد و با

هیدرواستاتیک در بالاترین لایه شبکه محاسباتی به صورت معادله (۳) در نظر گرفته شده است (Hejazi, 2004)

$$p_{(z=\eta-\delta z/2)}^{n+1} = \rho_r g \eta^{n+1} + p_a + (\rho - \rho_r) g \cdot \delta z / 2 \quad (3)$$

در این رابطه  $p_a$  فشار هوا،  $\rho_r$  چگالی سیال خالص،  $\rho$  چگالی سیال در صورت وجود مواد محلول،  $p$  ترم فشار میانه بالاترین لایه شبکه محاسباتی و  $\eta$  پارامتر مربوط به سطح آزاد است. در نهایت با انتگرال‌گیری از معادله پیوستگی در عمق با در نظر گرفتن شرایط سینماتیک در سطح و بستر جریان، با معادله (۴) به محاسبه سطح آزاد جریان پرداخته می‌شود.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{Z_b}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{Z_b}^{\eta} v dz = 0 \quad (4)$$

در این معادله  $u$  سرعت در محور طولی کانال  $(x)$  و  $v$  سرعت در عرض کانال  $(y)$  را نشان می‌دهد و  $Z_b$  معرف تراز بستر کانال است که در شرایط بستر ثابت از ترم دوم در معادله (۴) صرف‌نظر می‌شود. در کد توسعه داده شده، فرم بقایی معادلات LES در دو راستا استفاده شده و ترم‌های انتقال به با دقت مرتبه چهار و ترم‌های پخش با روش کرانک-نیکلسون گسسته شده‌اند. سایر ترم‌های موجود نیز با روش‌هایی با دقت مرتبه دو مکانی و زمانی گسسته شده‌اند. مدل در شرایطی که جریان در راستای طولی کانال دارای اهمیت است و بخش اصلی انرژی آشفته‌گی در صفحات قائم موازی مسیر طولی تولید و مستهلک می‌شود، قابلیت تبدیل شدن به مدل دوبعدی را دارد. اساس این مدل در حالت سه‌بعدی بر روش ADI<sup>1</sup> و در نهایت منتهی به روش LOD<sup>2</sup> است که به نحو مناسبی می‌تواند برای شبیه‌سازی‌های دوبعدی و سه‌بعدی به کار رود. نتایج سه‌بعدی این روش در دست انتشار است. مدل‌های مختلف زیر شبکه که قابلیت قرارگیری در کنار این مدل عددی را دارند عبارتند از مدل استاندارد

3. Wall Adopted  
4. Periodic Boundary Condition

1. Alternating Direction Implicit  
2. Locally one Dimensional

صورت زیر توسط Breuer و همکاران (۲۰۰۷) ارائه شده است که در آن،  $\alpha = y_m/\Delta y$  ضخامت نسبی زیرلایه لزج و  $a$  ثابت تناسب است:

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_0 & y \leq y_m = \alpha \Delta y \\ a\mu_0 & y > y_m = \alpha \Delta y \end{cases} \quad (7)$$

در صورتی که  $y_m \geq \Delta y$  یعنی  $\alpha \geq 1$  باشد، سلول کنارجداره به طور کامل در زیرلایه لزج قرار می‌گیرد که در این حالت  $\alpha$  برابر با ۱ در نظر گرفته می‌شود. تعریف لزجت مصنوعی در لایه خارجی در صورت کوچک بودن ارتفاع اولین سلول، یعنی  $\alpha \geq 0.3$  نقش مهمی را ایفا نمی‌کند؛ بنابراین بر اساس نظریه WW، یک تعریف مناسب از نسبت ضخامت زیرلایه لزج مهمتر از تعریف مناسب برای لزجت مصنوعی در لایه خارجی است. مدل‌های جداره ارتقا یافته، از  $\alpha$  به عنوان یک پارامتر مهم یاد کرده‌اند. برای لایه‌های مرزی بدون اختلاف فشار، ضخامت زیرلایه لزج کمیت ثابت و مشخصی است، اما به طور کلی و یا با در نظر گرفتن اختلاف فشار، این ضخامت می‌تواند متغیر باشد که نشانگر اهمیت ضریب  $\alpha$  در این شرایط است. برای محاسبه  $\alpha$  رابطه (۸) ارائه شده است (Breuer et al., 2007):

$$\alpha^{nw} = \frac{y_m^+}{\Delta y^+} = \frac{y_m^+ \mu_0}{\rho \Delta y u_\tau} = \left( \frac{2}{1-B+(1+B)/\beta} \right)^{1/(1+B)} \quad (8)$$

که  $\beta = \frac{1}{7}$ ،  $B = \frac{1}{7}$ ،  $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$  و  $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  از رابطه (۹) محاسبه می‌شود (Breuer et al., 2007):

$$\beta = \frac{A^{2/(1-B)} \mu_0}{2\rho \Delta y |u_p|} = \frac{(y_m^+)^2 \mu_0}{2\rho \Delta y |u_p|} \quad (9)$$

که در رابطه (۹)  $A = 8.3$  است.

با توجه به رابطه (۵) با قرار دادن مقدار ثابت  $a = 12$  تنش برشی را می‌توان به شکل رابطه (۱۰) نشان داد که در نتیجه مدل جداره ESWW بدست می‌آید.

$$\tau_w = \frac{a}{1+2(a-1)\alpha - (a-1)\alpha^2} \left( \frac{2\mu_0 u_p}{\Delta y} \right) - \frac{1+3(a-1)\alpha^2 - 2(a-1)\alpha^3}{1+2(a-1)\alpha - (a-1)\alpha^2} \left( p_x \frac{\Delta y}{3} \right) \quad (10)$$

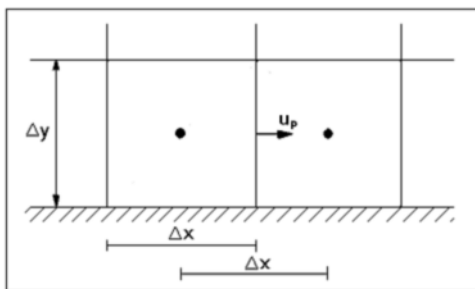
انتگرال‌گیری در جهت ارتفاع به رابطه (۶) رسید که این رابطه نشان‌دهنده ارتباط بین تنش برشی  $\tau_w$  و سرعت  $u$  است و پیوستگی پروفیل کنارجداره را نشان می‌دهد.

$$u(y) = \frac{\tau_w}{\mu_0} y + \frac{p_x}{\mu_0} \frac{y^2}{2} \longrightarrow \tau_w = \frac{2\mu_0 u_p}{\Delta y} - p_x \frac{\Delta y}{3} \quad (6)$$

در این رابطه،  $u_p$  سرعت در مرکز سلول کنارجداره،  $\Delta y$  ارتفاع اولین سلول کنارجداره و  $\mu_0$  و  $p_x$  به ترتیب لزجت مولکولی و اختلاف فشار در جهت طولی است (Werner, 1993).

رابطه (۴) برای جریانی با عدد رینولدز کم در محدوده جریان آرام می‌باشد و در حالتی که اولین سلول در زیرلایه لزج قرار گرفته باشد ( $\Delta y^+ \leq 5$ ) صحیح است، در صورتی که در حالت کلی با جریان آشفته روبرو هستیم. برای تعیین بردار تنش برشی جداره، نیاز به تعیین مقدار و جهت تنش برشی می‌باشد. در تعیین تنش برشی جداره با استفاده از نظریه Shumann (1975) فرض شده است که جهت تنش برشی جداره و سرعت مماسی هم‌سو هستند. در مدل جداره ارتقا یافته WW، پروفیل سرعت کنارجداره به دو قسمت زیر لایه لزج و لایه خارجی تقسیم شده و از لایه میانی<sup>۱</sup> صرف‌نظر می‌شود. به علت نادیده گرفتن لایه میانی در این فرض، ضخامت زیرلایه لزج باید دوباره تعیین شود. در مدل‌های ارتقا یافته WW، فصل مشترک دو قانون جداره برای این منظور، با ضخامت  $y_m$  مشخص شده است. لزجت مصنوعی برای استفاده در روابط مدل معمولاً در نواحی ذکر شده متفاوت است. مقدار این متغیر در محدوده کوچکتر از  $y_m$  برابر با لزجت مولکولی  $\mu_0$  و در محدوده بزرگتر از  $y_m$  برابر با  $\mu_t$  در نظر گرفته می‌شود. انواع مختلفی از مدل‌ها با توجه به اهمیت لزجت مصنوعی در لایه خارجی و ضخامت زیر لایه لزج  $y_m$ ، به منظور توصیف دقیق فیزیک جریان، توسط Breuer و همکاران (۲۰۰۷) بیان شده‌اند. یک تعریف مناسب از زیرلایه لزج مطابق با رابطه (۷) به

همان‌طور که در شکل ۱ مشخص شده است، سرعت  $u_p$  در وجه سلول مجاور جداره و در حد فاصل کمیت‌های اسکالر که در شکل با نقاط توپر در اولین گره محاسباتی نشان داده شده‌اند، قرار گرفته است. از سرعت  $u_p$  برای محاسبه اختلاف فشار طولی، در یک سلول با ارتفاع  $\Delta y$  در مدل‌های کنارجداره استفاده شده است.



شکل ۱ فواصل و مشخصات سلول و نقاط محاسباتی کنارجداره و بکارگیری آن در مدل‌های جداره

مدل‌سازی عددی کانال آزمایشگاهی مورد مطالعه در کد عددی موجود، با شبکه‌بندی  $50 \times 300$  در جهات طولی و عمقی صورت گرفته است. به این ترتیب، اولین گره محاسباتی شبکه در محدوده مقیاس جداره قرار می‌گیرد. در حل معادلات از گام زمانی معادل  $0.001$  ثانیه استفاده شده است.

#### ۴- نتایج

به منظور ارزیابی مدل‌های جداره ارتقا یافته WW در مدل محاسباتی LES از مطالعه آزمایشگاهی (1987) Nezu و Nakagawa استفاده شده است. در این تحقیق، میدان جریان عبوری بر روی یک پله در کانال باز با استفاده از دستگاه لیزر داپلر دوبعدی<sup>۱</sup> - که توانایی اندازه‌گیری پارامترهای جریان در نواحی چرخشی را نیز دارا می‌باشد - استفاده شده است. در این مطالعه آزمایشگاهی، اندازه‌گیری‌ها تا حدود ۲ سانتی‌متری از سطح آب انجام

با حذف مقدار اختلاف فشار در جهت طولی  $p_x$  در مدل فوق، مدل جداره SWW حاصل می‌شود.

با مشخص شدن تنش برشی می‌توان مقدار سرعت در هر نقطه داخل سلول کنارجداره را مشخص کرد. رابطه (۱۱) برای تعیین توزیع سرعت در عمق ارائه شده است (Breuer et al., 2007):

$$u(y) = \begin{cases} \frac{\tau_w}{\mu_0} y + \frac{p_x y^2}{\mu_0^2}, & y \leq y_m \\ \frac{1}{a} \left( \frac{\tau_w}{\mu_0} y + \frac{p_x y^2}{\mu_0^2} \right) + \frac{a-1}{a} \left( \frac{\tau_w}{\mu_0} y_m + \frac{p_x y_m^2}{\mu_0^2} \right), & y > y_m \end{cases} \quad (11)$$

همان‌طور که در رابطه (۸) مشاهده می‌شود مقدار  $\alpha$  تحت تأثیر  $\beta$  می‌باشد. به همین دلیل برای مقادیر بزرگ  $\beta$  می‌توان مقدار  $\alpha$  را تعمیم داد که در این صورت رابطه (۱۲) برای محاسبه  $\alpha$  به روش دیگری ارائه شده است (Breuer et al., 2007):

$$\alpha^{wwl}(\beta) = \begin{cases} \alpha^{ww}(\beta) & 0 < \beta \leq 0.1 \\ -0.7(\beta - 0.55)^2 + 0.35 & 0.1 < \beta \leq 0.55 \\ 3.25(\beta - 0.55)^2 + 0.35 & 0.55 < \beta \leq 1 \end{cases} \quad (12)$$

در صورتی که برای محاسبه  $\alpha$  از رابطه (۱۲) استفاده شود به مدل‌های کنارجداره ESWWI و SWWI حاصل می‌شوند. خلاصه روابط ذکر شده برای مدل‌های ارتقا یافته در جدول ۱ ارائه شده است.

برای بکار گرفتن مدل‌های جداره ذکر شده، از فواصل و مشخصات نشان داده شده در شکل ۱ استفاده شده است.

جدول ۱ روابط مدل‌های جداره ارتقا یافته (Breuer 2007)

مدل جداره	رابطه $\tau_w$	گرادیان فشار طولی	رابطه $\alpha$
SWW (Simplified WW)	(۶)	$p_x = 0$	(۸)
SWWI (Simplified WW Improved)	(۱۰)	$p_x = 0$	(۸)
ESWW (Extended Simplified WW)	(۶)	$p_x \neq 0$	(۸)

1. 2D Laser Doppler

که مدل Smagorinsky از تابع مستهلک کننده در کنار جداره استفاده کرده است، اما در مدل Dynamic هیچ مستهلک کننده‌ای بکار نرفته است.

شکل ۴ خطوط جریان تشکیل شده به همراه ناحیه چرخشی و نقطه بازگشتی حاصل از محاسبات عددی برای مدل جداره SWW را نشان می‌دهد که البته این شکل بر مبنای متوسط‌گیری زمانی و مکانی در فضای بی‌بعد شده با ارتفاع پله ترسیم شده است.

جدول ۳ محل نقطه بازگشتی برای هر مدل جداره به همراه مدل زیرشبکه Smagorinsky را نشان می‌دهد. به طور کلی اعمال مدل‌های جداره ارتقا یافته در کد محاسباتی موجب استحصال نتایج دقیقی از محل نقطه بازگشتی شده است. مدل SWW با خطای ۰/۸۸ درصد نسبت به موقعیت متوسط آزمایشگاهی نقطه بازگشتی، نزدیکترین برآورد را ارائه داده است، در حالی که در شرایط بدون استفاده از مدل‌های کنار جداره (No Slip)، طول ناحیه چرخشی با خطایی در حدود ۵/۳۰ درصد، کمتر از مقدار آزمایشگاهی محاسبه شده است. لازم به ذکر است در مدل‌های ESWW و ESWWI که در آنها گرادیان فشار در جهت طولی وارد شده است، به نسبت مدل‌های بدون ترم گرادیان فشار خطای بیشتری ظاهر شده است. به نظر می‌رسد فرض اختلاف فشار اعمالی در مدل ممکن است در این خطا مؤثر باشد. به عبارت دیگر با توجه به نبود گرادیان فشار طولی قابل توجه در مسأله مورد مطالعه حاضر، ممکن است در شرایطی که با مدل‌های دارای ترم فشار تطابق بیشتری دارد (جریان عبوری از موانع هیدرولیکی) نتایج نسبت به مدل‌های بدون ترم فشار بهتر شود. تغییرات حاصل از مدل‌های مختلف در پروفیل سرعت متوسط‌اندک است. تفاوت این مدل‌ها را می‌توان در شکل ۵ که تغییرات بی‌بعد شده در محدوده مرز جداره تا اولین گره محاسباتی را نشان می‌دهد، مشاهده کرد.

شده است. همچنین به علت بزرگ بودن نسبت عمق آب در کانال به ارتفاع پله ( $d/Hs \sim 5$ ) اثر کف بر سطح آزاد قابل صرف نظر کردن می‌باشد.

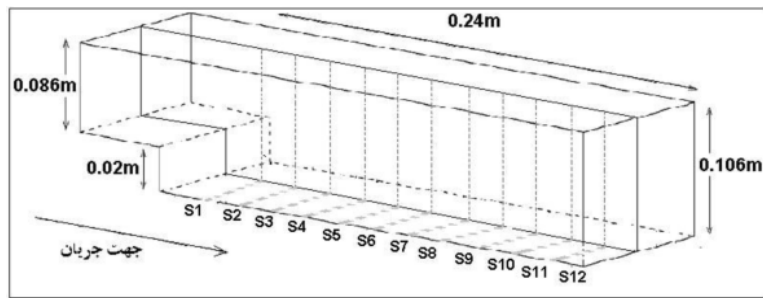
مشخصات هندسی محدوده شبیه‌سازی شده در شکل ۲ و مشخصات هیدرولیکی جریان در جدول ۲ نشان داده شده است. در این جدول حداکثر سرعت ورودی،  $U_{max}$  متوسط سرعت پایین دست،  $Hs$  ارتفاع پله و  $Re$  و  $Fr$  به ترتیب عدد رینولدز و عدد فرود جریان مبتنی بر عمق آب در پایین دست می‌باشند. در مدل آزمایشگاهی از عدد فرود کم و رینولدز نسبتاً بالا استفاده شده است، به گونه‌ای که سطح آزاد آب دچار آشفتگی نمی‌شود.

جدول ۲ مشخصات مدل آزمایشگاهی مورد مطالعه

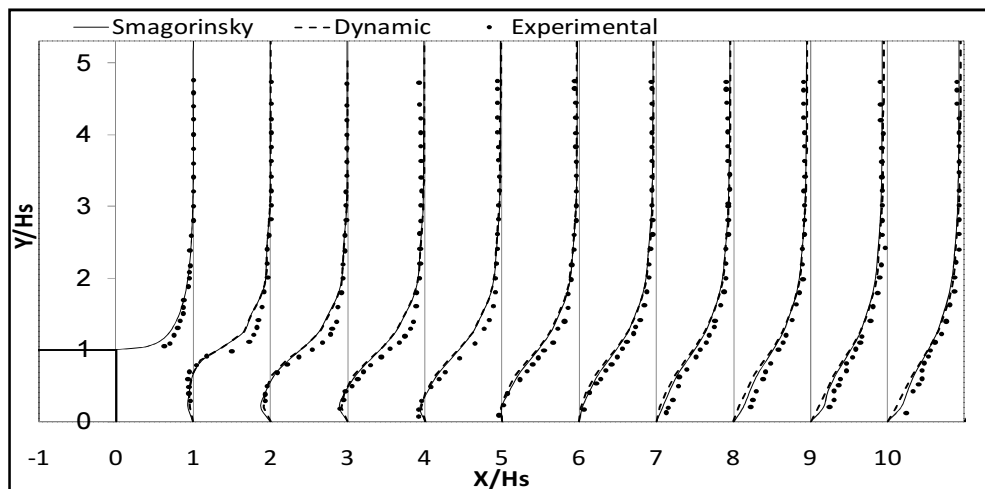
$U_{max}$	$U_{m2}$	$Hs$	$d$	$Re$	$Fr$
۰/۲۹۲	۰/۲۲۱	۰/۰۲	۰/۱۰۶	۲۳۴۰۰	۰/۲۲

شکل ۳ پروفیل سرعت افق بی‌بعد شده (با سرعت حداکثر ورودی مدل آزمایشگاهی) در طول کانال برای مدل جداره ارتقا یافته و مدل‌های زیرشبکه Smagorinsky و Dynamic را نشان می‌دهد. در این شکل به دلیل نزدیکی نتایج برای مدل‌های جداره، تنها مدل جداره SWW نشان داده شده است. بر اساس این نتایج مدل‌های جداره ارتقا یافته WW بکار رفته در این تحقیق، تطابق خوبی را با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهند. همان‌طور که انتظار می‌رود، در تمامی حالت‌ها، سرعت در کف صفر بوده و گرادیان آن به سمت سطح جریان کم می‌شود.

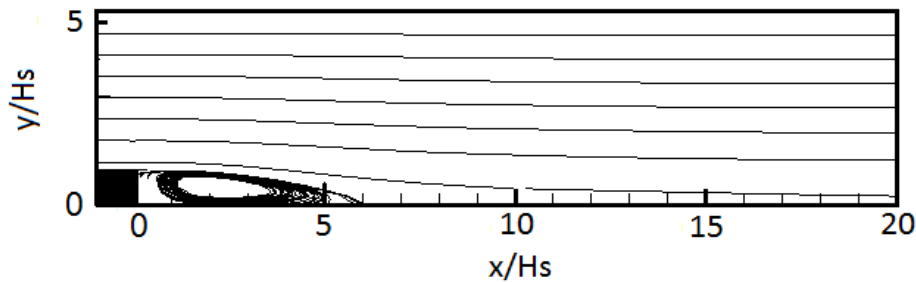
به‌طور کلی سرعت‌های افقی میانگین‌گیری شده محاسباتی با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی را با اطلاعات آزمایشگاهی مرجع نشان می‌دهد، به جز مقاطع ۱ تا ۳ که علت احتمالی این اختلاف، وجود جریانهای ثانویه در کانال می‌باشد. در مقاطعی که ناحیه چرخشی را شامل می‌شوند، حداکثر انحراف از مقادیر آزمایشگاهی تا حدود ۸٪ نیز دیده شده است. برای مدل‌های زیرشبکه بکار رفته تقریباً نتایج نزدیکی حاصل شده است و لازم بذکر است



شکل ۲ مشخصات هندسی کانال در محدوده شبیه‌سازی شده (Nakagawa and Nezu(1987)



شکل ۳ پروفیل سرعت افقی بی‌بعد در جهت طول کانال



شکل ۴ خطوط جریان حاصل از محاسبات عددی با مدل جداره SWW

چنانچه قبلاً بیان شد مدل‌های چهارگانه با توجه به در بر داشتن مفهوم فیزیکی جریان نزدیک به جداره، در نواحی بدون گرادیان فشار در جهت طولی کانال بسیار نزدیک عمل کرده‌اند، اما در محدوده نقطه بازگشت جریان، بنا بر شکل ۵ اختلاف نتایج به خوبی مشهود است. با توجه به تغییر مقدار تنش جداره در این محدوده، گرادیان فشار طولی نیز در محاسبات مؤثر واقع شده و نتایج ارائه شده

جدول ۳ مقایسه مدل‌های کنارجداره در مورد محل نقطه

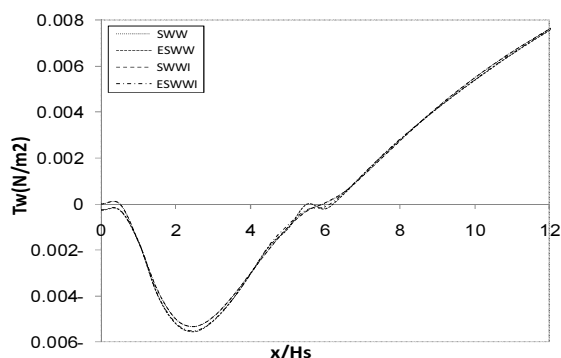
بازگشت جریان در صفحه میانی کانال

مدل	نقطه بازگشتی ( $X_R$ ) (cm)	نقطه بازگشتی ( $X_R/H_s$ )	درصد خطا (%)
آزمایشگاهی	۱۰/۴۰	۵/۲۰	-----
SWW	۱۰/۴۹	۵/۲۴	۰/۸۸
ESWW	۱۰/۵۳	۵/۲۶	۱/۲۶
SWWI	۱۰/۴۹	۵/۲۴	۰/۸۰
ESWWI	۱۰/۵۲	۵/۲۶	۱/۱۶
No slip	۹/۸۴	۴/۹۲	۵/۳۹



توسط مدل‌های مختلف تغییر می‌کند.

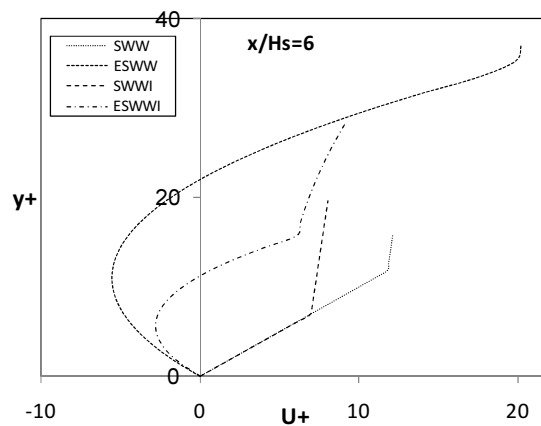
حداکثر تنش برشی در مدل‌های مختلف‌اندکی اختلاف دارد. همچنین تفاوت نتایج برای مدل‌های مختلف، در ناحیه جدایی و ناحیه بازگشتی نیز مشاهده می‌شود. همان‌طور که ذکر شد در مدل‌های ESWW و ESWWI، محاسبه تنش برشی تنها تحت تأثیر مقدار سرعت نبوده و به اختلاف فشار در جهت طولی نیز مرتبط است.



شکل ۷ مقایسه نتایج مدل‌های کنارجداره مختلف در محاسبه تنش برشی جداره

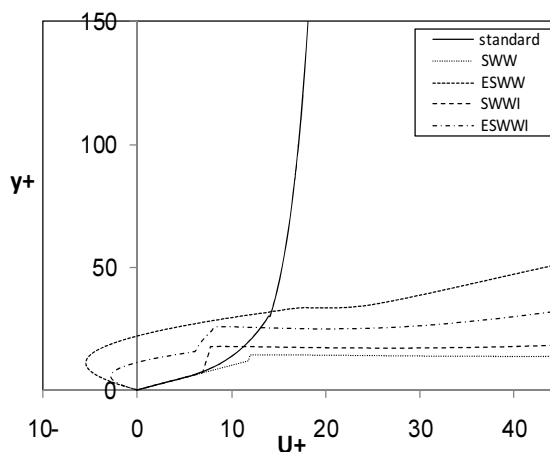
محدوده تقریبی بازگشت جریان به کف از روی پروفیل طولی تنش برشی محاسباتی (یعنی در جایی که تنش برشی به صفر می‌رسد) قابل تشخیص است. همچنین با توجه به تغییر علامت تنش برشی، به خوبی محدوده جریان چرخشی قابل مشاهده است.

همچنین پروفیل سرعت برشی در طول کانال (بی‌بعد شده با ارتفاع پله) در شکل ۸ نشان داده شده است. با توجه به ارتباط سرعت برشی و تنش برشی، تغییرات مشاهده شده متناسب با تغییرات تنش برشی می‌باشد که البته در محدوده جریان چرخشی علامت سرعت برشی مثبت است. در نزدیکی جریان‌های جدا شده و ناحیه بازگشتی، به دلیل کم شدن سرعت در این ناحیه، ضخامت زیرلایه لزج افزایش می‌یابد که در نتیجه ضخامت نسبی زیرلایه لزج،  $\alpha$  نیز افزایش می‌یابد. این مقادیر برای مدل‌های مختلف جداره در شکل ۹ قابل مشاهده است. برای تمامی مدل‌ها در ناحیه بازگشتی یعنی در طولی حدود  $x/Hs=6$  این مقدار بیشتر از  $0/3$  است.



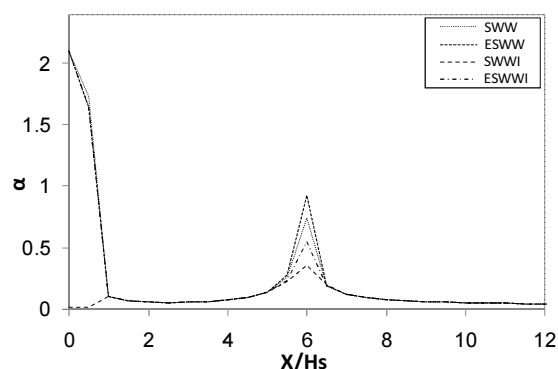
شکل ۵ تغییرات سرعت بی‌بعد شده در محدوده مرز جداره تا اولین گره محاسباتی

در ناحیه نزدیک نقطه بازگشتی می‌توان پیچیدگی جریان را مشاهده کرد که در این ناحیه پروفیل سرعت از قانون استاندارد پیروی نمی‌کند. این مقایسه برای مقطع ۶ در شکل ۶ مشخص شده که سرعت بی‌بعد شده در مقابل ارتفاع بی‌بعد شده رسم شده است.

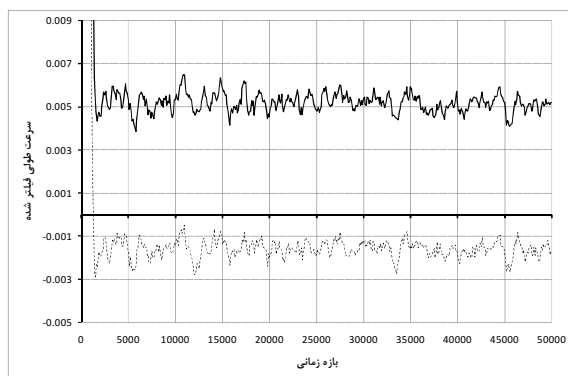


شکل ۶ مقایسه سرعت‌های محاسبه شده توسط مدل‌های کنارجداره با قانون استاندارد جداره در مقطع  $x/Hs=6$

بر اساس رابطه (۸)، تنش برشی بستر کانال برای صفحه قائم میانی در طول کانال محاسبه شده و همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود در ناحیه جریان چرخشی،



شکل ۹ نمودار تغییر ضخامت نسبی زیرلایه لزج برای مدل‌های مختلف در طول کانال



شکل ۱۰ سری زمانی سرعت طولی در محدوده محل بازگشت جریان در دو سلول مجاور

همچنین با توجه به جابجایی و پخش آشفتگی، گسترش آشفتگی در پایین‌دست تا سطح جریان کانال نیز با گذشت زمان دیده می‌شود.

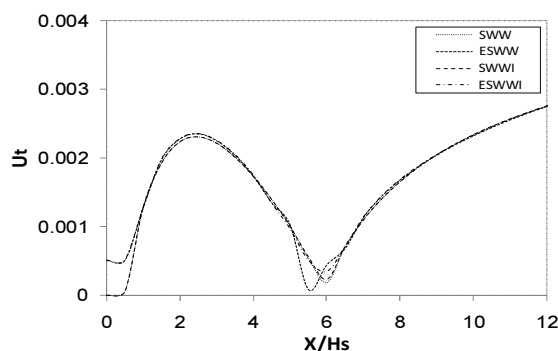
### ۵- نتیجه‌گیری

به منظور بررسی نحوه عملکرد مدل‌های کنارجداره، کاهش حجم محاسبات و بهبود شرایط شبیه‌سازی در روش گردابه‌های بزرگ جریان، مجموعه مدل‌های کنارجداره WW که از ساده‌سازی معادلات ناویر-استوکس فیلترگیری شده مکانی استخراج شده‌اند، بکار رفته‌اند.

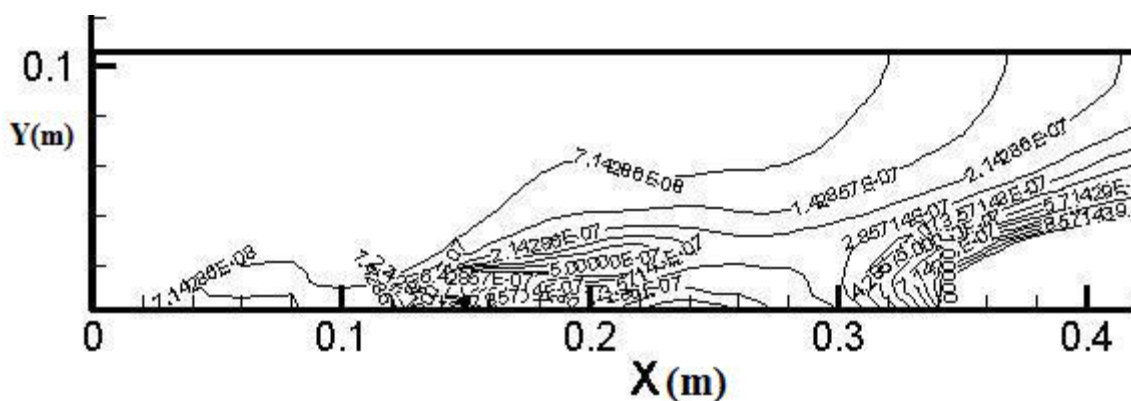
به منظور بررسی دقیق‌تر نتایج مدل محاسباتی در زمینه نحوه عملکرد در محل نقطه بازگشت جریان، سری زمانی سرعت طولی در محدوده تقریبی این نقطه مطابق شکل ۱۰ ارائه شده است. در این شکل نوسانات سرعت با متوسط‌گیری زمانی در حدود یک‌صد گام زمانی برای دو سلول مجاور در نقطه بازگشت ترسیم شده است. سرعت‌های منفی نشانگر سلول قبل از نقطه بازگشت و سرعت‌های مثبت نشانگر سرعت در سلول بعد از نقطه بازگشت می‌باشد.

با توجه به ناچیز بودن سرعت در محدوده نزدیک جداره مشاهده نوسانات از مرتبه  $0/001$  متر بر ثانیه امری قابل پیش‌بینی است. علاوه بر نوسانات زمانی سرعت در این نقاط مقدار متوسط سرعت‌ها نیز دارای تغییرات زمانی است که این خود گویای برقراری جریان ناپایا در پایین‌دست پله است.

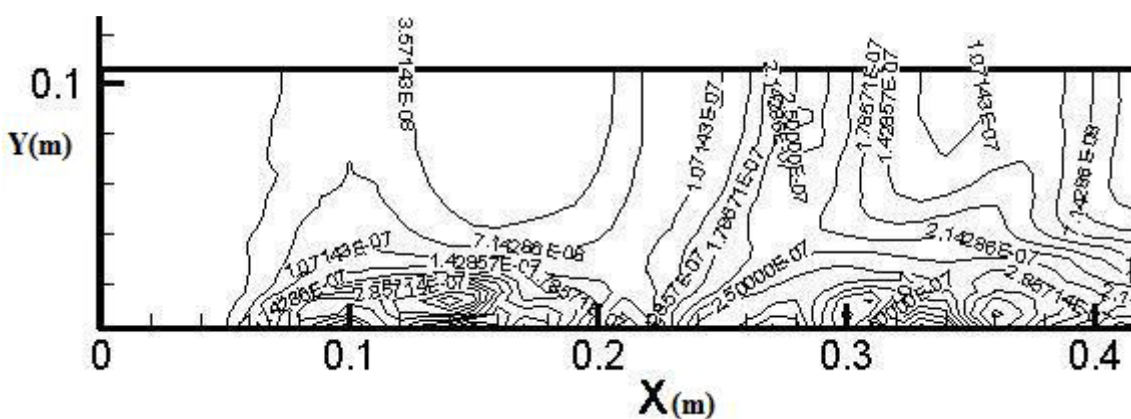
با توجه به اهمیت عملکرد مدل‌های کنارجداره در کنار مدل‌های LES در شکل‌های ۱۱- الف و ۱۱- ب به ترتیب منحنی‌های هم‌تراز انرژی جنبشی آشفتگی برای صفحات قائم در دو زمان ۲۵ و ۴۵ ثانیه ترسیم شده است. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود میزان انرژی جنبشی آشفتگی در محدوده نزدیک به جداره و همچنین در محل وجود لایه برشی جریان عبوری از پله دارای مقادیر بزرگتری است.



شکل ۸ تغییرات سرعت برشی در طول کانال محاسبه شده با مدل‌های کنارجداره مختلف



الف- زمان ۲۵ ثانیه



ب- زمان ۴۵ ثانیه

شکل ۱۱ منحنی‌های هم‌تراز انرژی جنبشی آشفتگی ( $m^2/s^2$ ) در زمان‌های مختلف

ناچیز است، اما اختلاف قابل توجه حاصل از مدل‌های مختلف جداره را می‌توان در محاسبه تنش برشی کف، سرعت برشی کف و ضخامت نسبی زیرلایه لزج مخصوصاً در محدوده جریان بازگشتی، مشاهده کرد. به عنوان مثال در نزدیکی ناحیه بازگشتی جریان، که اختلاف فشار در جهت طولی بیشتر است، تفاوت بین مدل‌های مختلف جداره به خوبی نمایان شده است. همچنین اثر پیچیدگی جریان را می‌توان در عدم تبعیت از قانون جداره مشاهده کرد. در نقاطی که ضخامت نسبی زیرلایه لزج کم باشد تفاوت رفتار مدل‌های جداره استفاده شده ناچیز است. همچنین نحوه محاسبه ضخامت نسبی زیرلایه لزج، بر مقادیر سرعت برشی و تنش برشی کف تأثیرگذار بوده و تفاوت‌هایی را مخصوصاً در ناحیه بازگشتی جریان نشان می‌دهد.

در این مطالعه، مدل‌های ارتقا یافته WW برای محاسبه میدان جریان عبوری از یک پله پایین رونده که از نظر هیدرولیکی دارای جریان جدا شده و برگشتی است در یک کد عددی توسعه داده شده LES با دو مدل زیرشبکه Smagorinsky و Dynamic بکار برده شده‌اند. نتایج بدست آمده با داده‌های آزمایشگاهی Nakagawa در سال ۱۹۸۷ مقایسه شده‌اند. انطباق رضایت‌بخشی در اکثر مقاطع در نتایج حاصل برای سرعت میانگین جریان با بکارگیری مدل‌های جداره ارتقا یافته WW حاصل شده است. بهبود نتایج را می‌توان در مقایسه نقطه بازگشتی محاسبه شده بدون کاربرد مدل‌های کنار جداره مشاهده کرد، به نحوی که متوسط خطای محاسبه نقطه بازگشتی برای مدل‌های کنار جداره حدود ۱/۰ در صد و بدون استفاده از مدل‌ها حدود ۵/۰ در صد است. اختلاف بین نتایج مدل‌های مختلف استفاده شده در این تحقیق برای سرعت میانگین

Hejazi K., (2004). "3D Modeling of Flow and Turbulence in Stratified Coastal Zones", PhD Thesis: Cardiff University.

Marusic, I., Mathis, R. and Hutchins, N., (2010). "High Reynolds number effects in wall turbulence", Int. J. Heat and Fluid Flow, 31[3], pp. 418-428.

Monfort, D., Benhamadouche, S. and Sagaut, P., (2009). "Meshless approach for wall treatment in Large-Eddy Simulation" Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, 199, pp. 881-889.

Nakagawa, H. and Nezu, I., (1987). "Experimental investigation on turbulent structure of backward facing step flow in an open channel", J. Hydr. Res., Delf, the Netherland 25(1), pp. 67-88.

Pamiès, M., Weiss, P. E., Garnier, E., Deck, S. and Sagaut, P., (2009). "Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows", Phys. Fluids, 21(4), pp. 103-118

Piomelli, U., Ferziger, J., Moin, P. and Kim, J., (1989). "New approximate boundary condition for large eddy simulations of wall-bounded flow", Phys. Fluids, 1(6), pp. 1061-106.

Reynolds, WC, (1990), "The potential and limitation of direct and large-eddy simulations", In J. L. Lamely (Ed.), Turbulence at Crossroads, Springer-Verlag, p. 313.

Schumann, U., (1975). "Subgrid-scale model for finite-difference simulations of turbulent flows in plane channels", Journal Comput. Phys., 18, pp. 376-404.

Shamloo, H., Bozorgian, H. and TavakoliZadeh, M., (2011) "Implementation and evaluation of near wall models along with LES", Canadian Society of Civil Engineers, 20th Canadian Hydrotechnical Conference. Ottawa, Ontario. June 14-17

Stoesser, T., Fröhlich, J. and Rodi, W., (2003). "Identification of coherent flow structures in open-channel flow over rough bed using large eddy simulation", Proc. 30<sup>th</sup> IAHR Cong., Thessaloniki, Greece.

Werner, H. and Wengle, H., (1993). "Large eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a plane channel", Eighth symposium on turbulent shear flows, Berlin, pp. 155-168.

## ۶- فهرست علائم

$H_s$	ارتفاع پله در مدل آزمایشگاهی
$n$	متغیر معرف گام زمانی
$P$	فشار
$p_x$	گرادیان فشار در جهت طولی
$u$	سرعت افقی
$u_p$	سرعت متوسط مکانی مجاور جداره
$u_\tau$	سرعت برشی کف
$v$	سرعت عمودی
$X_R$	فاصله نقطه بازگشتی از مبدأ
$\Delta y$	ارتفاع شبکه کنار جداره
$Z_b$	تراز بستر کانال
$\tau_{ij}$	تنش مقیاس زیرشبکه
$\tau_w$	تنش برشی کف
$\alpha$	ضخامت نسبی زیرلایه لزج
$\vartheta$	لزجت سینماتیک
$\rho$	جرم مخصوص سیال
$\mu_0$	لزجت مولکولی
$\mu_t$	لزجت آشفتگی مؤثر
$\eta$	تراز سطح آب

## ۷- منابع

- Balaras, E., Benocci, C. and Piomelli, U., (1996). "Two layer approximate boundary conditions for large\_eddy simulations", AIAA J. 34, pp. 1111-1119
- Breuer, M., Kniazev, B., and Abel, M., (2007). "Development of wall models for LES of separated flows using statistical evaluations", Computers and Fluids, 36, pp. 817-837.
- Chen, Z.L., Hickel, S., Devesa, A., Berland, J. and Adams, N.A., (2012). "Wall modeling for implicit large-eddy simulation and immersed-interface methods", Theoretical and Computational Fluid Dynamics (accepted).
- Deardorff, J.W., (1970). "A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers", Journal of Fluid Mechanic, 41, pp. 453-480.
- Efrose, A., (2006). "Large eddy simulation of channel flow using wall functions", MSC Thesis; Chalmers Uni.