

توسعه روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS) به منظور شبیه‌سازی جریان‌های دانه‌ای

احسان جعفری ندوشن^{۱*}، احمد شکیبایی نیا^۲، خسرو حسینی^۳

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، واحد بیجار، دانشگاه آزاد اسلامی، بیجار، ایران

۲- بخش مهندسی عمران، ژئوفیزیک و معدن، دانشگاه پلی تکنیک مونترال، مونترال، کانادا

۳- دانشیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

*e.jafari@iaubijar.ac.ir

چکیده - حرکت سریع رسوبات، می‌تواند منجر به جریان‌های بسیار مخرب و گذرا در محیط‌های رودخانه‌ای و ساحلی ناشی شود که بسیاری از مسائل ژئومورفولوژی و مهندسی با آن مواجه می‌شوند. شکست سد بر بستر فرسایش‌پذیر، زمین لغزش زیر دریا، ریزش دیواره رودخانه‌ها و خروج رسوبات از مخازن تنها چند نمونه از این مسائل هستند. پیش‌بینی دقیق پیچیدگی‌ها در سیستم آب-رسوب (یک سیستم جریان دانه‌ای متراکم چند فاز) هنوز یک چالش عمده برای مدل‌های مبتنی بر شبکه است. با توجه به توانایی روش‌های لاگرانژی بدون شبکه در مدل‌سازی تغییر شکل‌های بزرگ و ناپیوستگی‌ها، روش‌های لاگرانژی بدون شبکه می‌توانند یک فرصت منحصر به فرد برای مقابله با چنین پیچیدگی فراهم کنند. هدف از این تحقیق توسعه مدل لاگرانژی نیمه‌ضمنی ذرات متحرک با تراکم ضعیف (WC-MPS) برای شبیه‌سازی انتقال سریع رسوبات غیر چسبیده است. مواد دانه‌ای به صورت یک سیال غیر نیوتنی و ویسکو پلاستیک در نظر گرفته شده است. برای پیش‌بینی رفتار غیر نیوتنی فاز دانه‌ای، از مدل رئولوژیکی هرشل بالکی استفاده گردیده است که با استفاده از مدل نمایی توسعه داده شده است. روش MPS با برخی نوسانات غیرفیزیکی فشار همراه است. چنین نوساناتی (هر چند کوچک) می‌توانند سبب ایجاد برخی ارتعاشات غیرفیزیکی شده و آستانه تسلیم جریان‌های دانه‌ای را تحت تأثیر قرار دهند. استفاده از فشار دینامیکی به جای فشار استاتیکی می‌تواند به تثبیت نوسانات فشار نیز کمک نماید. در برخی از مطالعات اخیر در مورد روش‌های MPS و SPH استفاده از فشار هیدرواستاتیک برای مواردی که شتاب قائم ناچیز باشد، پیشنهاد شده است. در مواردی که شتاب عمودی غیر قابل اغماض است، فشار هیدرواستاتیک کاربردی نمی‌باشد. لذا در این پژوهش، با بکارگیری فشار ترمودینامیکی هموار شده، به جای فشار هیدرواستاتیکی، به توسعه و بهبود این مدل در شبیه‌سازی جریان‌های دانه‌ای پرداخته شده است. در این مقاله، فروپاشی توده رسوب خشک و همچنین شکست سد بر روی بستر فرسایش‌پذیر با استفاده از مدل لاگرانژی بدون شبکه MPS مدل‌سازی گردیده است و با نتایج مدل آزمایشگاهی مقایسه شده است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که فرایندهای مرتبط با رسوب به خوبی توسط روش‌های لاگرانژی قابل مدل‌سازی بوده و نتایج عددی با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی تطابق بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

کلید واژگان: روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS)، مدل چند فاز، مدل هرشل بالکی نمایی، جریان دانه‌ای.

از روابط تجربی و یا نیمه تجربی صورت می‌گرفت
(Meyer-Peter and Müller, 1948). اثبات شده است که

۱- مقدمه
به طور سنتی مدل‌سازی عددی انتقال رسوب با استفاده

نمودند. مدل‌سازی آنها روی شیب یکنواخت غیرقابل نفوذ، شیب یکنواخت نفوذپذیر و یک دیواره عمودی با پله‌های کوچک صورت گرفت و نتایج مطلوبی به دست آمد.

Gotoh and Sakai (1999) یک مدل چند فازی MPS را برای شبیه‌سازی مسائل با فازهای مایع و گاز یا مایع و جامد انتقال رسوب و اجسام شناور توسعه دادند.

Ataei-Ashtiani and Farhadi (2006) توابع کرنل مختلف را مقایسه نموده و رابطه‌ای برای افزایش پایداری مدل MPS ارائه دادند. Shibataa and. Koshizuka (2007) مدل MPS سه بعدی را برای شبیه‌سازی برخورد موج به عرشه کشتی و پیش‌بینی فشار ناشی از برخورد به کار بردند (Shibataa and. Koshizuka, 2007).

Khayyer and Gotoh (2009) روی بخش مومنتم مدل کار کردند و رابطه جدیدی برای تغییرات فشار پیشنهاد دادند. آنها همچنین برای غلبه بر نوسانات فشار، تراکم-پذیری کم را برای مدل قائل شدند.

Khayyer and Gotoh (2010) مدل مرتبه بالاتری برای پایدارسازی و ارتقای محاسبات فشار در مدل MPS معرفی کردند. Kondo and Koshizuka, (2011) به منظور غلبه بر نوسانات فشار، رابطه جدیدی برای جمله منبع در معادله پواسون فشار پیشنهاد کردند. Shakibaenia and Jin (2010) روش MPS با تراکم ضعیف¹ (WCMP) را برای مدل‌سازی مایعات تراکم‌ناپذیر پیشنهاد کردند. در این روش، سیال با تراکم‌پذیری کم در نظر گرفته می‌شود و به جای حل معادله پواسن به صورت ضمنی، معادله حالت به صورت صریح حل می‌گردد. آنها نشان دادند که این روش نه تنها نوسانات مصنوعی در روش MPS را بهبود می‌دهد، بلکه کمی کارایی مدل در مقایسه با MPS استاندارد (کاملاً تراکم‌پذیر) را افزایش می‌دهد.

Shakibaenia and Jin (2010b) تراکم‌پذیری کم برای مدل MPS قائل شده و در مرزها استراتژی جایگزینی ذرات را پیشنهاد نمودند. Shakibaenia and Jin (2011a) و Shakibaenia and Jin (2012) شبیه‌سازی شکست سد روی بستر متحرک با استفاده از مدل دوفازی MPS با تراکم ضعیف را ارائه نمودند.

مدل‌های دو فاز، که در آن فاز رسوبی به صورت یک فاز جداگانه رفتار می‌کند، برای مدل‌سازی عددی انتقال رسوب مؤثر می‌باشند. روش‌های عددی یا مبتنی بر شبکه (اویلری) می‌باشند (مانند مدل FEM یا FVM) که سیال و رسوب را به صورت پیوسته توصیف می‌کنند (McTigue 1998)، یا لاگرانژی هستند (مانند روش المان گسسته، DEM) که مواد را به صورت گسسته در نظر می‌گیرند (Calantoni et al., 2004). دسته اول با وجود موفقیت‌های مختلف، در جریان‌های سطح آزاد با هندسه پیچیده، و تغییر شکل‌های بزرگ بعضاً با مشکلاتی روبرو هستند. همچنین برخی روش‌های اویلری، در شبیه‌سازی جریان، با پخش یا نوسانات غیر فیزیکی ناشی از جمله جابجایی در معادلات ناویر-استوکس همراه می‌باشند، در حالی که، روش‌های گسسته برای تجزیه و تحلیل عمیق جریان دانه‌ای بسیار مفید می‌باشند و از لحاظ محاسباتی نسبت به طول شبیه‌سازی و تعداد ذرات حساس می‌باشند، به طوری که برای مسائل با مقیاس بزرگ نسبتاً مناسب نیستند. برای حل معضلات فوق، روش‌های بدون شبکه در مدل‌سازی و حل مسائل شامل سطح آزاد و جریان‌های تک‌فاز و چندفازی توسعه پیدا کرده‌اند. هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) و روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS) دو نوع از معروف‌ترین این روش‌ها می‌باشند (Gingold and Monaghan, 1977; Koshizuka and Oka, 1996). روش MPS کاملاً لاگرانژی بوده که به سیال، به دید مجموعه‌ای از ذرات می‌نگرد. مدل‌های برهم‌کنش ذرات برای عملگرهای دیفرانسیلی همچون گرادینان، دیورژانس و لاپلاسیان تعریف شده و معادلات حاکم به معادلات برهم‌کنش ذرات متحرک تبدیل می‌گردند. این روش ابتدا در مدل‌سازی سیالات تحت فشار به کار برده شده است. Koshizuka and Oka (1996) فروپاشی ستون آب را توسط روش MPS مدل‌سازی نمودند و تطابق قابل قبولی بین داده‌های آزمایشگاهی و نتایج عددی به دست آوردند. از آن زمان به بعد، بسیاری از محققان از روش MPS برای حل مسائل مختلف استفاده کردند.

Koshizuka et al. (1998) شبیه‌سازی شکست موج روی شیب را انجام دادند. Gotoh and Sakai (1999) شکست امواج روی هندسه‌های مختلف بستر دریا را شبیه‌سازی

1. Weakly Compressible MPS

۳- مدل رفتاری فروپاشی توده دانه‌ای

در معادله حرکت، ترم لزجت دینامیکی هر یک از ذرات باید مشخص شود. در بسیاری از مسائل، فاز سیال آب است که لزجت شناخته شده و ثابت (مستقل از زمان و تنش) دارد. با این حال، تعیین لزجت فاز جامد به سادگی امکان‌پذیر نمی‌باشد. می‌توان فرض کرد رفتار فاز رسوب همانند یک سیال نیوتنی است. این فرض نیوتنی ساده قادر نیست به درستی رفتار حرکتی دانه‌ها را شبیه‌سازی کند. حرکت دانه‌ها می‌تواند همانند یک سیال غیر نیوتنی باشد. مدل نمودن رسوبات به صورت سیال ویسکوپلاستیک، فرضی دور از رفتار واقعی این مواد نیست، زیرا این مواد در تنش‌های زیر تنش تسلیم دارای رفتار یک جسم صلب و بدون تغییر و برای تنش‌های بالاتر از تنش تسلیم، دارای رفتار سیال لزوج می‌باشند. مدل‌های پلاستیک بینگهام، و در شکل پیچیده‌تر، مدل هرشل بالکی می‌توانند رفتار سیالات لزوج را توصیف کنند. برای مصالح، لزجت مؤثر توسط یک مدل رئولوژیکی که بستگی به مواد مورد مطالعه دارد، تعیین می‌گردد. مدل رئولوژیکی این مطالعه مدل تعمیم یافته ویسکو-پلاستیک هرشل-بالکی و بینگهام پلاستیک است که به طور گسترده‌ای برای مدل‌سازی رفتار حرکتی توده دانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین مدل H-B برای رفتار غیرخطی پس از تسلیم تانسور تنش محاسبه می‌شود. لزجت مؤثر H-B توسط رابطه (۲) بیان می‌شود (Papanastasiou, 1987):

$$\tau = 2\mu_{eff}E \rightarrow \mu_{eff} = \begin{cases} \frac{\tau_y}{2\|E\|} + \mu_0 (2\|E\|)^{N-1} & \|\tau\| > \tau_y \\ \infty & \|\tau\| < \tau_y \end{cases} \quad (2)$$

که در آن:

$$E = (\nabla u + (\nabla u)^T) ; \quad \|E\| = \sqrt{II_E} = \sqrt{\frac{I}{2} E : E} ; \\ \|\tau\| = \sqrt{II_\tau} = \sqrt{\frac{I}{2} \tau : \tau} ; \quad \tau_y = c \cos \phi + p_{mech} \sin \phi \quad (3)$$

در روابط فوق τ تانسور تنش، E نرخ تانسور تغییر شکل و $\|E\|$ و $\|\tau\|$ مقادیر نرخ کرنش و تانسور تنش می‌باشند. همچنین μ_0 و N به ترتیب شاخص‌های پایداری و رفتار

(Jafari Nodoushan et al. 2015) به توسعه این روش در مرزهای باز پرداختند و نوسانات غیر فیزیکی فشار در مرز ورودی و سطح آزاد را کاهش دادند. هدف از این پژوهش توسعه و ارزیابی یک روش مبتنی بر ذره، بر اساس فرمولاسیون WC-MPS، برای مدل‌سازی جریان‌های مصالح درشت دانه در محیط آبی و شرایط خشک است. مدل چند فازی مورد نظر، قادر به اداره کردن ناپیوستگی لزجت و چگالی است و در آن فاز جامد (رسوب) به عنوان یک سیال غیر نیوتنی معرفی شده است. برای پیش‌بینی رفتار غیر نیوتنی فاز رسوب، از مدل رئولوژیکی هرشل بالکی استفاده گردید است که با استفاده از مدل توانی توسعه داده شده است. در این پژوهش، یک الگوریتم جدید برای محاسبه لزجت مؤثر، فشار مؤثر، و دیورژانس تنش برشی ارائه شده است. این مدل برای فروپاشی دامنه خاکریز با مصالح دانه‌ای خشک و شکست سد بر بستر فرسایش‌پذیر تجزیه و تحلیل شده است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال شامل بقای جرم و اندازه حرکت در فرم لاگرانژی برای جریان با تراکم ضعیف به شرح رابطه (۱) می‌باشند (Shakibaeinia and Jin, 2010):

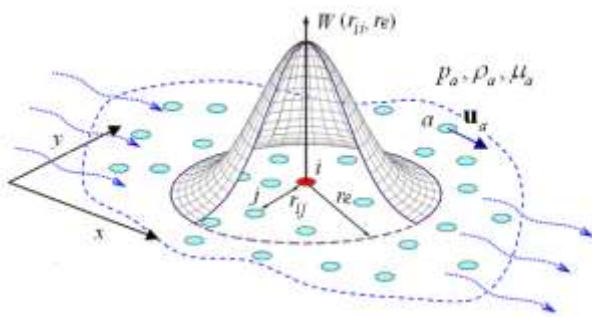
$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot u = 0 & \text{الف- بقای جرم} \\ \rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + f & \text{ب- بقای مومنتم} \\ P = f(\rho) & \text{ج- معادله حالت} \\ \frac{Dr}{Dt} = u & \text{د- حرکت} \end{cases} \quad (1)$$

در روابط (۱)، u بردار سرعت، t زمان، ρ چگالی سیال، P فشار و g شتاب ثقل می‌باشد. r بردار موقعیت و τ تانسور تنش برشی است. باید توجه داشت که در قالب لاگرانژی، هیچ ترم شتاب جابجایی در معادله بقای جرم و مومنتم وجود ندارد و حرکت ذرات به سادگی با رابطه $Dr/Dt = u$ محاسبه می‌شود. برای محاسبه فشار از معادله حالت استفاده می‌شود که در آن میدان فشار از میدان چگالی بدست می‌آید (Shakibaeinia and Jin., 2010).

شده و سپس با روش‌های اویلری و یا لاگرانژی حل می‌گردند. در روش‌های لاگرانژی بر خلاف روش اویلری، بجای شبکه‌بندی میدان حل و منقطع سازی معادلات روی گره‌ها، میدان حل به تعدادی ذره تقسیم شده و معادلات منقطع شده روی این ذرات حل می‌شوند. در حقیقت معادلات حاکم با استفاده از اپراتورهای مختلف به معادلات اندرکنش ذرات تبدیل می‌شوند. در این میان، ذراتی که به ذره مورد بررسی نزدیک‌تر باشند، اثر بیشتری روی آن ذره خواهند گذاشت. به گونه‌ای که می‌توان از اثر ذرات نسبتاً دورتر در مقایسه با ذرات نزدیک‌تر صرف‌نظر کرد و اندرکنش بین ذرات را به قلمرو مشخصی به نام شعاع تأثیر محدود نمود. اثر هر یک از ذرات بر ذره مورد محاسبه با تابعی وزنی سنجیده می‌شود. وزن‌دهی ذرات همسایه موجود در شعاع تأثیر یک ذره خاص، توسط تابع کرنل انجام می‌گیرد. شکل ۱ موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه را نشان می‌دهد. تابع کرنل برای درونیایی کمیت‌های فیزیکی در اطراف هر ذره استفاده می‌شود.

پارامتر بدون بعد چگالی عددی ذرات برای نشان دادن تراکم ذرات در اطراف یک ذره خاص (پارامتر n)، به صورت رابطه (۶) تعریف شده است (Shakibaenia and Jin, 2011a)

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} W(r_{ij}, r_e) \quad (6)$$



شکل ۱ موقعیت ذره مورد نظر در میدان حل و اندرکنش با ذرات همسایه (Shakibaenia and Jin., 2010b).

با فرض اینکه جرم تمام ذرات یکسان و برابر m است، چگالی ذرات با رابطه (۷) محاسبه می‌شود (Shakibaenia and Jin, 2011a)

جریان (تابع خصوصیتی از قبیل اندازه دانه و چگالی) هستند. مقادیر μ_0 و N معمولاً در آزمایشگاه تعیین می‌شوند. Π ثابت دوم تانسور و τ_y تنش تسلیم است که از معیار مور کلمب برای رسوب غیر چسبنده بدست می‌آید. در این رابطه، P_{mech} فشار مکانیکی (تنش بین ذرات رسوب)، ϕ زاویه اصطکاک داخلی و C چسبندگی می‌باشد. $N=1$ رفتارهای خطی پس از تسلیم را نمایش می‌دهد (مانند مدل B-P)، و $N < 1$ برای محاسبه رفتار ماده پس از تسلیم می‌باشد.

شکل ایده‌آل مدل‌های H-B/B-P (معادله ۲) به صورت توابعی گسسته ارائه شده‌اند که در این توابع، زمانی که نرخ برش به سمت صفر میل می‌کند، نرخ کرنش نیز به صفر نزدیک می‌شود، ($\|E\| \rightarrow 0; \|\tau\| \rightarrow 0$). برای اجتناب از تعیین نواحی تسلیم ($\|\tau\| > \tau_y$) و غیر تسلیم ($\|\tau\| \leq \tau_y$) در جریان، از معادلات با شکل‌های پیوسته منظم استفاده می‌شود. ساده ترین قانون، مدل دو ویسکوز است که در آن مقدار ثابت حداکثر برای لزجت مؤثر در نظر گرفته می‌شود (Papanastasiou, 1987).

$$\mu_{eff} = \begin{cases} \frac{\tau_y}{2\|E\|} + \mu_0(2\|E\|)^{N-1} & \|\tau\| > \tau_y \\ \mu_{max} & \|\tau\| < \tau_y \end{cases} \quad (4)$$

در این مطالعه یک قانون نمایی بسیار معروف، پیشنهاد شده توسط Zhua et al. (2005) استفاده شده است که با رابطه (۵) بیان می‌شود:

$$\mu_{eff} = \frac{\tau_y(1 - \exp(-m\|E\|))}{2\|E\|} + \mu_0(\|E\|)^{N-1} \quad (5)$$

که در آن پارامتر m رشد نمایی تنش را کنترل می‌کند. این معادله برای هر دو ناحیه تسلیم و غیر تسلیم معتبر است. برای تنش‌های زیر تنش تسلیم، که $\|E\|$ به صفر نزدیک می‌شود، لزجت مؤثر منظم B-P ($\beta=1$) به یک مقدار بیشینه $\mu_{max} = \mu_0 + m\tau_y$ می‌رسد. بر خلاف قانون دو ویسکوز، این لزجت حداکثر تابعی از تنش تسلیم (و تنش قائم) است.

۴- روش MPS

از آنجا که معادلات حاکم بر جریان در شکل کلی خود دارای حل تحلیلی نمی‌باشند، لذا این معادلات منقطع

واریانس با راه حل تحلیلی است. این پارامتر به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2011a).

$$\lambda = \frac{\int_v W(r, r_e) r^2 dv}{\int_v W(r, r_e) dv} \approx \frac{\sum_{j \neq i} r_{ij}^2 W(r_{ij}, r_e)}{\sum_{j \neq i} W(r_{ij}, r_e)} \approx \langle r_{ij}^2 \rangle \quad (12)$$

۴-۲- محاسبه فشار

در روش WC-MPS، سیستم به عنوان یک سیستم با تراکم پذیری کم در نظر گرفته شده و با استفاده از معادله حالت، فشار هر ذره محاسبه می‌شود. در این مطالعه، از معادله حالت تایت استفاده شده است که از این معادله برای جریان آب با فشار بالا استفاده می‌شود و به صورت رابطه (۱۳) بیان می‌گردد.

$$p_i = \frac{\rho c_0^2}{\gamma} \left[\left(\frac{\langle \rho \rangle_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] = \frac{\rho c_0^2}{\gamma} \left[\left(\frac{n^*}{n_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (13)$$

که در آن معمولاً $\gamma = 7$ ، k مدول حجمی مایع، c_0 سرعت مصنوعی صوت و n^* چگالی عددی ذره در مرحله پیش‌بینی می‌باشد.

از آنجا که استفاده از سرعت صوت واقعی برای سیال، منتج به گام زمانی بسیار کوچک می‌گردد، معمولاً از سرعت صوت مصنوعی با مقداری کوچکتر استفاده می‌شود. برای حفظ تغییرات چگالی مایع $(\Delta\rho/\rho)$ کمتر از ۱٪ چگالی مرجع، سرعت صوت باید بیش از ۱۰ برابر حداکثر سرعت سیال $(u|_{\max})$ باشد (Dalrymple and Rogers, 2006). از آنجا که از روش صریح استفاده شده است، شرایط پایداری (شرایط CFL) باید ارضا شود. شرایط CFL مطابق رابطه (۱۴) داده شده است (Courant et al. 1967).

$$\Delta t \leq \frac{C \Delta l}{c_0 + |U|_{\max}} \quad (14)$$

که در آن، Δl فاصله ذرات (اندازه ذرات) و $0 < C \leq 1$ عدد کورانت است.

۵- شرایط مرزی

۵-۱- سطح آزاد

در روش MPS برای ردیابی سطح آزاد از چگالی ذرات

$$\langle \rho \rangle_i = \frac{\sum_{ij} m_i W(r_{ij}, r_e)}{\int_v W(r_{ij}, r_e) dv} = \frac{m}{\int_v W(r_{ij}, r_e) dv} \langle n \rangle_i = \frac{\rho \langle n \rangle_i}{n_0} \quad (7)$$

در این رابطه، n_0 متوسط چگالی عددی اولیه ذرات، (-) اپراتور تقریب کرنل و مخرج کسر انتگرال از تابع کرنل در منطقه تعامل است. تابع کرنل که در این مطالعه استفاده شده، تابع چند جمله‌ای ناهمگون در مرتبه سوم می‌باشد که توسط (Shakibaeinia and Jin, 2011a) پیشنهاد شده است.

$$W(r_{ij}, r_e) = \begin{cases} (1 - r_{ij}/r_e)^3 & 0 \leq (r_{ij}/r_e) < 1 \\ 0 & (r_{ij}/r_e) \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

۴-۱- اپراتورهای روش MPS

همان‌طور که در معادلات حاکم دیده می‌شود، جملات اپراتورهای گرادیان و لاپلاسین در این معادلات وجود دارد که برای گسسته‌سازی لازم است به صورت لاگرانژی تعریف گردند. اپراتور گرادیان، میانگین وزنی بردارهای گرادیان بین ذره مورد نظر i و ذرات همسایه آن است که در روش MPS استاندارد به صورت رابطه (۹) بیان می‌گردد (Shakibaeinia and Jin, 2011a):

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{\phi_i - \phi_j}{r_{ij}} \frac{r_j - r_i}{r_{ij}} W(r_{ij}, r_e) \right] \quad (9)$$

به طور مشابه، فرمول دیورژانس بردار u برای ذره i به صورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2011a):

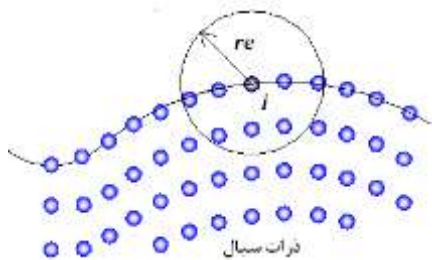
$$\langle \nabla \cdot u \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{u_i - u_j}{r_{ij}} \cdot \frac{r_j - r_i}{r_{ij}} W(r_{ij}, r_e) \right] \quad (10)$$

که در آن d بعد فضای حل، n^0 مقدار متوسط چگالی عددی ذرات اولیه و r بردار موقعیت می‌باشد. فرمول لاپلاس به وسیله متوسط وزنی مقادیر فیزیکی توزیع شده از ذره i به ذرات مجاور خود محاسبه می‌شود. بر این اساس، اپراتور لاپلاسین به صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌گردد (Shakibaeinia and Jin, 2011):

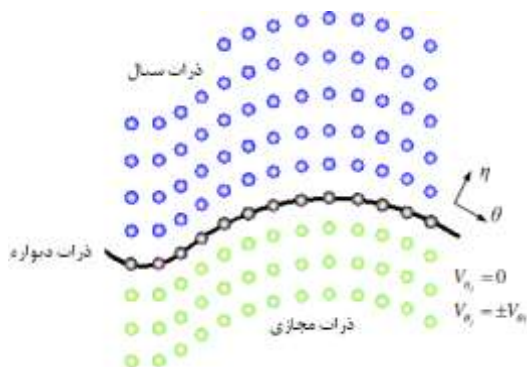
$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{i \neq j} [(\phi_i - \phi_j) W(r_{ij}, r_e)] \quad (11)$$

که در آن λ پارامتر معرف برای حفظ تساوی افزایش

ذره i با رابطه (۱۶) محاسبه می‌گردد (Zhua et al., 2005).



شکل ۲ ذرات روی سطح آزاد



شکل ۳ ذرات روی مرز جامد و ذرات مجازی

$$\mu = \begin{cases} \frac{\tau_y^{(i)}(1 - \exp(-m \|E_i'\|))}{2 \|E_i'\|} + \mu_0 (\|E_i'\|)^{N-1} & i \hat{\Omega}^s \\ \mu_f & i \hat{\Omega}^f \end{cases} \quad (16)$$

تقریب MPS تانسور نرخ کرنش برای مسائل دو بعدی با رابطه (۱۷) بیان می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2010):

$$E_i = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{n_0} \begin{bmatrix} 2 \sum_{j^i} \left(\frac{u_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) & \sum_{j^i} \left(\frac{u_{ij} y_{ij} + v_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) \\ \sum_{j^i} \left(\frac{u_{ij} y_{ij} + v_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) & 2 \sum_{j^i} \left(\frac{v_{ij} y_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) \end{bmatrix} \quad (17)$$

که در آن $W_{ij} = W(r_{ij}, r_e)$ است که برای محاسبه تنش برشی بحرانی τ_y ، تنش قائم (فشار مکانیکی) بین ذرات مورد نیاز است. با در نظر گرفتن $\xi = -\left(\frac{2}{D}\right)\eta$ تنش قائم (برای رسوب خشک) برابر با فشار ترمودینامیک خواهد

استفاده می‌شود. از آنجا که هیچ ذره‌ای در فضای بیرون از سطح آزاد وجود ندارد، چگالی ذرات در سطح آزاد به شدت کاهش می‌یابد. ذره‌ای به عنوان ذره سطح آزاد شناخته می‌شود که چگالی آن تا حدی از چگالی استاندارد ذرات کمتر باشد (مطابق شکل ۲). مقدار این حد، با توجه به مسأله مورد نظر، ممکن است از ۸۰٪ تا ۹۹٪ انتخاب شود و با رابطه (۱۵) نشان داده می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2011a):

$$\langle n^* \rangle_i \leq n^0 \beta \quad (15)$$

در این صورت فشار این ذره روی سطح آزاد در هر گام زمانی برابر صفر قرار داده خواهد شد. در روش MPS نیاز به اعمال شرط اضافه دیگری برای سطح آزاد نیست.

۵-۲- مرز جامد

در مواردی مانند دیواره‌ها یا کف کانال که با مرز جامد غیر قابل نفوذ روبرو است، از این شرط مرزی استفاده می‌شود. در مجاورت مرزهای جامد، چگالی ذرات کاهش می‌یابد که این امر می‌تواند سبب ایجاد اختلال در محاسبات گردد. از این رو تعدادی ذرات مجازی در خارج از مرزها مستقر می‌شوند تا از این کاهش ناخواسته در چگالی جلوگیری شود. این روش اولین بار توسط کوشیزوکا و همکاران (۱۹۹۵) به کار گرفته شد. مرزهای جامد به صورت چند ردیف ذرات مجازی خارج از میدان جریان در نظر گرفته می‌شوند که با فواصلی برابر شعاع اولیه ذرات در کنار هم چیده شده‌اند تا چگالی ذرات دیواره نسبت به چگالی ذرات سیال ثابت بماند (شکل ۳). ضخامت لایه ذرات مجازی به شعاع تأثیر انتخاب شده در تابع کرنل بستگی دارد (Koshizuka, et al., 1995).

۶- روش MPS برای مدل‌سازی رفتار دینامیکی

رسوبات دانه‌ای

۶-۱- لزجت مؤثر

برای محاسبه دیورژانس تانسور تنش برشی $\nabla \cdot \tau$ لزجت مؤثر برای هر ذره مورد نیاز است. لزجت مؤثر ذرات فاز دانه‌ای توسط مدل‌سازی تعریف می‌شود، در حالی که برای ذرات فاز سیال مقداری ثابت است. لزجت مؤثر برای

آنها) یک مقدار بینابین بین لزجت مؤثر هر کدام می‌باشد. میانگین هارمونیک برای این ویسکوزیته تعامل به صورت $\frac{2\mu_i\mu_j}{\mu_i+\mu_j}$ توصیه می‌شود (Shakibaeniai and Jin, 2011).

با جایگزینی این لزجت تعامل در تمام ترم‌ها از جمله گرادیان، لزجت مؤثر محدود خواهد شد (زمانی $\nabla\mu_{ij}=0$) و دیورژانس تانسور تنش برشی برای ذرات i برابر است با (Shakibaeniai and Jin, 2011b):

$$\langle \nabla \cdot \tau \rangle_i = \langle \mu_{ij} \nabla^2 u_i \rangle = \frac{4D}{\lambda n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{\mu_i \mu_j}{\mu_i + \mu_j} (u_j - u_i) W(r_{ij}, r_e) \right) \quad (22)$$

یک روش جایگزین برای محاسبه تقریبی تانسور تنش برشی برای MPS به صورت رابطه (۲۳) بیان می‌شود (Shakibaeniai and Jin, 2011b):

$$\left\{ \begin{aligned} \langle \nabla \cdot \tau \rangle_{ix} &= \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{(\tau_{xx})_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} + \frac{(\tau_{xy})_{ij} y_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) \\ \langle \nabla \cdot \tau \rangle_{iy} &= \frac{D}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{(\tau_{xy})_{ij} x_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} + \frac{(\tau_{yy})_{ij} y_{ij}}{r_{ij}^2} W_{ij} \right) \end{aligned} \right. \quad (23)$$

با این وجود، این روش به دلیل اینکه دو بار از تقریب MPS استفاده می‌کند (یکی برای محاسبه تانسور تنش و یکی برای محاسبه دیورژانس آن) تغییرات شدید در لزجت و میدان سرعت ایجاد می‌کند و توصیه نمی‌شود. در روش WC-MPS فشار هر ذره در معادله حالت به طور مستقیم به چگالی آن ذره بستگی دارد $(P_i = \alpha \rho_i)$ و اختلاف چگالی بین ذرات منجر به اختلاف فشار بین آنها می‌شود. با استفاده از رابطه (۲۴) و جایگزینی مقدار فشار از معادله حالت در عبارت گرادیان فشار $(-\nabla P / \rho)$ رابطه (۲۵) برای تقریب MPS از عبارت گرادیان فشار در معادله مومنتم بدست می‌آید، که به رابطه چگالی دو ذره که در حال تعامل با هم هستند، بستگی دارد (Shakibaeniai and Jin, 2011b).

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{P_j - P_i}{r_{ij}} e_{ij} W(r_{ij}, r_e) \right) \quad (24)$$

$$\frac{1}{\rho_i} \langle \nabla P \rangle_i = \frac{d}{n_0} \sum_{j \neq i} \left(\frac{(\rho_i / \rho_j) \alpha_j - \alpha_i}{r_{ij}} e_{ij} W(r_{ij}, r_e) \right) \quad (25)$$

عبارت ρ_j / ρ_i برای تعامل ذرات یک فاز برابر یک است. برای

بود، $p = p'$ از آنجایی که روش MPS با برخی نوسانات غیرفیزیکی فشار همراه است و چنین نوساناتی (هر چند کوچک) منجر به تولید برخی ارتعاشات غیرفیزیکی شده که می‌تواند آستانه تسلیم و پس از آن را تحت تأثیر قرار دهد. برای اجتناب از این مسأله، برخی محققان در روش‌های PS و SPH، استفاده از فشار هیدرواستاتیک را پیشنهاد نموده‌اند (Manenti et al., 2011) و (Shakibaeniai and Jin, 2011). در مواردی که در جریان دانه‌ای شتاب قائم ناچیز باشد، فشار به صورت رابطه (۱۸) بیان می‌شود (Manenti et al., 2011):

$$p'_i = \rho_b g h_i \quad (18)$$

که در آن ρ_b چگالی بالک و h_i فاصله عمودی ذره i و سطح دانه (یا سطح دانه-مایع برای موارد دو فازی) است که با مکان ذرات با کسر حجمی ذره بزرگتر از ۰/۵ داده می‌شود. h_i با رابطه (۱۹) تعریف می‌شود (Manenti et al., 2011):

$$h_i = \max(y_j) - y_i ; \quad j \in \{ |x_{ij}| < \delta l, \text{ and } \phi_j > 0.5 \} \quad (19)$$

زمانی که شتاب عمودی غیر قابل اغماض است، فشار هیدرواستاتیک کاربردی نمی‌باشد. بنابراین در این مطالعه، فشار ترمودینامیک (فشار محاسبه شده از معادله حالت) مورد استفاده قرار گرفته است. اما برای به حداقل رساندن نوسانات فشار از فشار هموار شده مطابق با رابطه (۲۰) استفاده شده است (Shakibaeniai and Jin, 2011b).

$$p'_i = \langle p \rangle_i = \sum_{ij} p_j W(r_{ij}, r_e) \quad (20)$$

۲-۶- تنش برشی

تانسور تنش برشی در رابطه (۱۷) داده شده است. دیورژانس تانسور تنش برشی برای ذره i می‌تواند به صورت رابطه (۲۱) نوشته شود (Shakibaeniai and Jin, 2011b):

$$(\nabla \cdot \tau) = \mu \nabla^2 u_i + (\nabla u_i + (\nabla u_i)^T) \nabla \mu - (\nabla \cdot u_i) \nabla \mu \quad (21)$$

هنگامی که دو ذره i و j با لزجت مؤثر مختلف μ_i و μ_j در تعامل هستند، لزجت مؤثر تعامل (ضریب اصطکاک بین

حجم) به صورت $(\phi_g) = \phi_0(\phi_p)_i$ (که در آن ϕ_0 کسر حجمی اولیه دانه است که یکسان فرض می‌شود و ϕ_p پارامتری که کسر حجمی ذرات نامیده می‌شود) است.

کسر حجمی بیان‌کننده ارتباط بین چگالی است. در واقع می‌توان یک میدان چگالی پیوسته برای کل دامنه محاسباتی در نظر گرفت، که در آن چگالی ذرات i به صورت $\rho_i = (\phi_g)_i \rho_g + (1 - (\phi_g)_i) \rho_f$ بیان می‌شود. این میدان چگالی همچنین تغییر چگالی شدید در مرز مشترک سیال و دانه‌ها را هموار می‌کند. بنابراین، چگالی دانه‌ها و سیال به طور پیوسته با چگالی حجمی اولیه ذرات و سیال پیرامون آن به صورت رابطه (۲۶) تعریف می‌شود (Shakibaeinia and Jin, 2011a):

$$\rho_i = \begin{cases} \rho_b = \phi_0 \rho_g + (1 - \phi_0) \rho_f & i \in \Omega^g \\ \rho_f & i \in \Omega^f \end{cases} \quad (26)$$

۳-۶- الگوریتم حل

یکپارچه‌سازی زمان با استفاده از یک روش گام جزئی، که در آن هر گام زمانی به دو مرحله پیش‌بینی و اصلاح تقسیم شده است صورت می‌گیرد. بردار سرعت برای ذره i در گام زمان جدید $m+1$ از جمع سرعت محاسبه شده در مرحله پیش‌بینی و مقدار اصلاح شده سرعت به دست می‌آید (Shakibaeinia and Jin, 2010).

$$u_i^{m+1} = u_i^* + u_i' \quad (27)$$

که در آن علامت بالانویس "*" و "'" به ترتیب نشان دهنده متغیرهای پیش‌بینی و اصلاح می‌باشد. نیروی لزجت، نیروهای حجمی و فشار در زمان m به طور صریح برای پیش‌بینی سرعت و نیروی فشار به کار گرفته می‌شود. زمان

$m+1$ برای اصلاح سرعت به کار گرفته شده است

(Jafari Nodoushan, et al., 2015).

$$u_i^* = u_i^m + \frac{\Delta t}{\rho_i} \left(f_i + (\nabla \cdot \tau)_i^m - (1 - \alpha) \nabla p_i^m \right) \quad (28)$$

$$u_i' = -\alpha \frac{\Delta t}{\rho_i} \nabla p_i^{m+1} \quad (29)$$

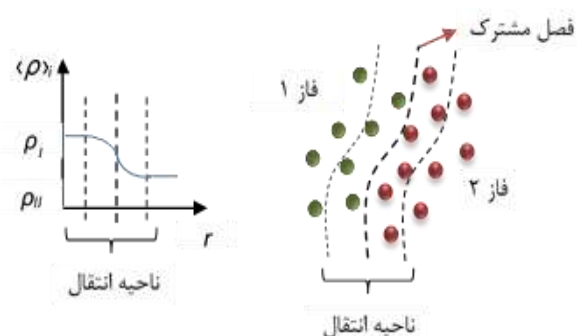
که در آن $\alpha \in \{0,1\}$ یک فاکتور آرام‌سازی (به طور معمول برابر ۰/۵) است. سرعت پیش‌بینی برای پیش‌بینی موقعیت ذرات $r_i^* = u_i^* \Delta t$ و چگالی عددی ذرات n_i^* مورد استفاده قرار می‌گیرد. فشار در زمان $m+1$ با استفاده از

تعامل دو ذره غیر هم فاز این مقدار بسته به اینکه کدامیک از ذرات سنگین‌تر است، می‌تواند کمتر یا بیشتر از یک باشد. همان‌طور که دیده می‌شود، این عبارت در عبارت گرادیان فشار پنهان است و در نتیجه نیروی چندفازی به دلیل اختلاف چگالی به طور خودکار به کار گرفته شده است. برای جلوگیری از ناپیوستگی فشار که در نزدیکی فصل مشترک ظاهر می‌شود (که در آن ناپیوستگی چگالی وجود دارد)، ممکن است متوسط وزنی مقدار چگالی سیال $\langle \rho \rangle$ ، در معادله فشار استفاده شود. در نواحی دورتر از فصل مشترک، مقدار متوسط چگالی با چگالی هر یک از سیالات برابر است. در حالی که در طول یک منطقه انتقالی اطراف فصل مشترک، مقدار متوسط چگالی بین چگالی سیالات تغییر می‌کند (شکل ۴) (Shakibaeinia and Jin, 2011).

دامنه فیزیکی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\Omega = \{\Omega^f \cup \Omega^g\}$$

که Ω^g و Ω^f در اینجا به ترتیب فاز سیال و دانه‌ای می‌باشند که به صورت یک سیستم چندچگالی چند لزوجتی عمل می‌کند و یک دسته منفرد از معادلات جریان برای کل میدان جریان حل می‌شود. در این رویکرد، دامنه حل با ذرات سیال و دانه‌ای یکسان گسسته شده است. به ذرات سیال و دانه‌ها چگالی و لزجت مخصوص خودشان تخصیص داده می‌شود. چگالی ذرات دانه‌ای پیوسته چگالی حجمی می‌باشد که در زمان و مکان مختلف تغییر می‌یابد و لزجت آن از طریق مدل رئولوژیک تعیین می‌گردد.



شکل ۴ طرح ساده از متوسط چگالی برای محاسبه فشار

کسر حجمی دانه (حجم دانه‌های اشغال شده در واحد

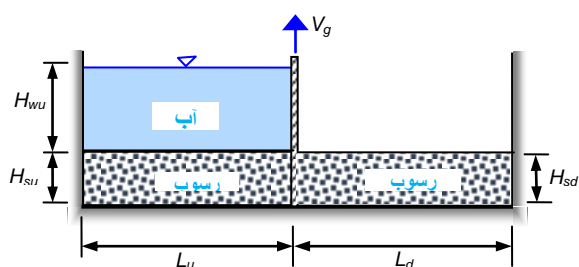
معیار شکست دراکر-پراگر استفاده شده است. قانون نمایی برای $m=50$ و شرایط عدم لغزش برای دیوارها و بستر پیاده‌سازی شده است. طول مشخصه l_0 (طول اولیه ستون)، و زمان مشخصه $T = t/\sqrt{h_0/g}$ برای نرمال سازی نتایج استفاده شده است. به منظور برجسته کردن تغییر شکل جریان دانه‌ای، ابتدا ذرات به صورت چند لایه عمودی با رنگ‌های متفاوت قرار گرفته‌اند.

۷-۱- مدل‌سازی فروپاشی ستون دانه‌ای خشک با

استفاده از مدل توسعه داده شده

همان‌گونه که بیان شد برای بررسی قابلیت‌های مدل ارائه شده، ابتدا مدل ریزش ستونی از ذرات دانه‌ای خشک (تک‌فاز) برای بررسی الگوریتم‌های لزجت مؤثر، فشار مؤثر و دیورژانس تنش به کار گرفته شده است. این مدل‌ها به طور گسترده‌ای در مطالعات تجربی و عددی استفاده شده‌اند و به عنوان یک مبنای، به دلیل هندسه ساده و دارا بودن داده‌های مدل شده و مشاهده شده، نقش گسترده‌ای در مهندسی و ژئوفیزیک دارند (Lajeunesse et al., 2006).

شماتیک مدل که شامل یک مخزن مستطیل شکل با بستر افقی می‌باشد، در شکل ۵ نشان داده شده است. مدل مورد نظر دارای ۹۴۴۵ ذره به قطر ۰/۰۱۱۵ متر می‌باشد. ستون مواد دانه‌ای با استفاده از یک دریچه که به صورت عمودی جابجا می‌شود، جدا شده است. این دریچه باعث ایجاد یک مخزن می‌شود که اجازه انتشار ناگهانی جریان دانه‌ای را فراهم می‌کند. دریچه با سرعت عمودی v_g به سرعت برداشته شده و منجر به آزاد شدن حجم مواد دانه‌ای می‌گردد.



شکل ۵ شماتیک مدل

n_i^* محاسبه می‌شود که پس از آن برای محاسبه اختلاف فشار و سرعت اصلاح شده u' مورد استفاده قرار می‌گیرد. سپس سرعت u_i^{m+1} و موقعیت $r_i^{m+1} = u_i^{m+1} \Delta t$ ذرات به روز می‌شوند. گام زمانی Δt توسط شرایط پایداری CFL بر اساس هر دو مقدار عددی c_0 سرعت صوت و انتشار لزجت محدود می‌شوند و به صورت رابطه (۳۰) بیان می‌شوند (Courant et al., 1967).

$$\Delta t = C_r \cdot \min \left(\frac{\Delta l}{c_0 + |u|_{\max}}, \frac{\rho \Delta l^2}{2D\mu_{\max}} \right) \quad (30)$$

که در آن $C_r \in (0, 1]$ عدد CFL است. الگوریتم بکار گرفته شده در مدل دوفازی آب و رسوب در هر گام زمانی به صورت زیر خلاصه شده است:

۱- مقدار دهی اولیه ذرات $r_i, u_i, p_i, \rho_i, \mu_i$

۲- انتگرال‌گیری زمانی

- تنظیم جدول همسایگی ذرات، B.Cs.

- محاسبه تانسور نرخ کرنش (E)، کسر حجمی (ϕ)، فشار مؤثر p' و تنش تسلیم (τ) با معادله (۳)

- محاسبه لزجت هر ذره، μ_i (برای ذرات با فاز جامد، با معادله ساختاری ۱۶)

- محاسبه نیروهای ناشی از لزجت و فشار

- پیس‌بینی سرعت u^* از معادله (۲۸) با استفاده از نیروی حجمی و ترم لزجت و محاسبه r^* و n^*

- محاسبه فشار با استفاده از معادله (۱۳)

- محاسبه نیروی فشاری جدید و محاسبه سرعت اصلاح شده (۲۹) با استفاده از ترم گرادیان فشار

به روز رسانی سرعت و موقعیت ذرات و اعمال شرایط مرزی فرستادن نتایج ($r_i^{m+1}, u_i^{m+1}, p_i^{m+1}, \phi_i^{m+1}$) به خروجی برای آماده سازی گام زمانی بعدی ($m+1$) تکرار مراحل ۲ برای گام زمان بعدی.

۷- نتایج و بحث

در این بخش، مدل تک‌فاز خشک برای بررسی الگوریتم‌های لزجت مؤثر، فشار مؤثر، و دیورژانس تنش بکار گرفته شده است. مدل دارای شاخص پایداری $\mu_0=1.5 \text{ pa.s}$ و شاخص رفتار جریان $\beta=0.25$ می‌باشد. برای محاسبه تنش تسلیم از فشار مؤثر دینامیک در ترکیب با

تجربی باز تولید می‌کند. چنانچه در مدل‌سازی از فشار استاتیک استفاده شود، به دلیل منظور نمودن شتاب قائم، مدل‌سازی پیشانی موج در مراحل ابتدایی مدل‌سازی با خطا همراه است. بنابراین با بکار بردن فشار مؤثر تنش تسلیم محاسباتی نزدیکتر به واقعیت را نتیجه می‌دهد. در شکل ۷ نحوه فروپاشی ستون رسوب دانه‌ای و تعامل ذرات با یکدیگر با بکارگیری فشارهای استاتیکی و دینامیکی مقایسه گردیده اند که فشار دینامیکی به خوبی توانسته است پدیده را مدل‌سازی نماید.

جدول‌های ۱ و ۲ خلاصه هندسه و خصوصیات مواد برای مدل‌های مختلف استفاده شده در این مطالعه را نشان می‌دهند.

۲-۷- اثر فشار مؤثر

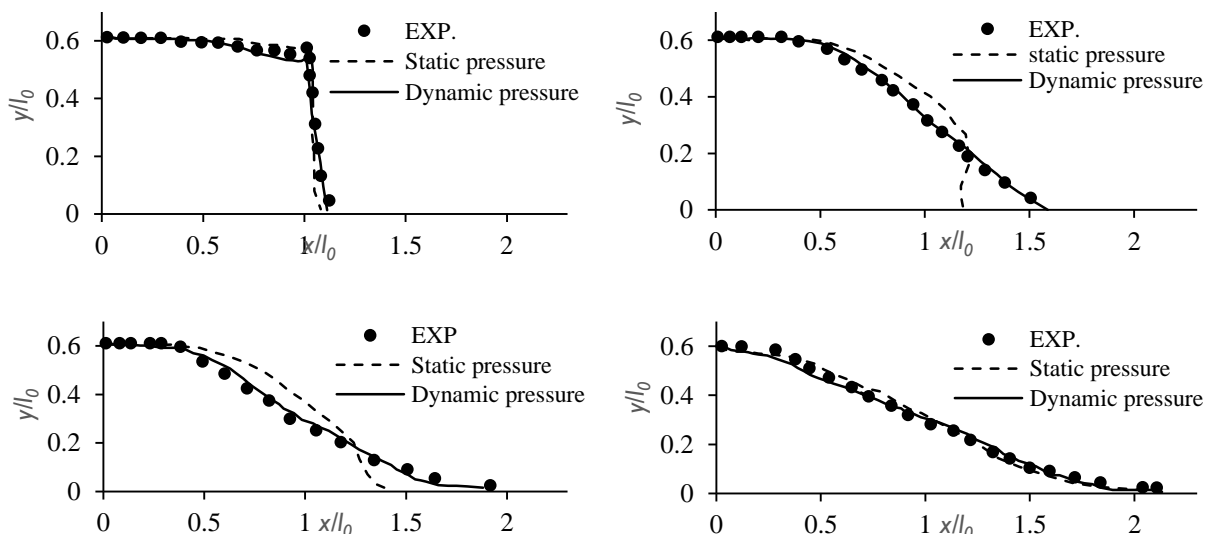
تأثیر روش محاسبه فشار مؤثر بر مشخصات پروفیل سطح جریان دانه‌ای برای مدل تک‌فاز در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، فشار مؤثر که بر اساس فشار دینامیک هموار شده به کار گرفته شده است، به خوبی پروفیل سطح را مطابق با پروفیل

جدول ۱ مشخصات هندسی مدل

آزمایش	نوع مدل	عمق آب مخزن (متر)	عمق رسوب مخزن (متر)	عمق رسوب پایین دست (متر)	طول مخزن (متر)	طول پایین دست (متر)
Lajeunesse et al. (2005)	تک‌فاز	۰	۰/۰۶	۰	۰/۱	۰/۲
Fraccarollo and Capart (2008)	دو فاز	۰/۱	۰/۰۵	۰/۰۵	۱	۱/۵

جدول ۲ خصوصیات مواد رسوبی بستر

آزمایش	نوع ماده	قطر معادل (متر)	چگالی مخصوص (کیلوگرم بر مترمکعب)	زاویه اصطکاک داخلی ذرات (درجه)
Lajeunesse et al. (2005)	شیشه‌ای	۰/۰۱۱۵	۲۵۰۰	۲۲
Fraccarollo and Capart (2008)	پی وی سی	۰/۰۰۳۵	۱۵۴۰	۲۷



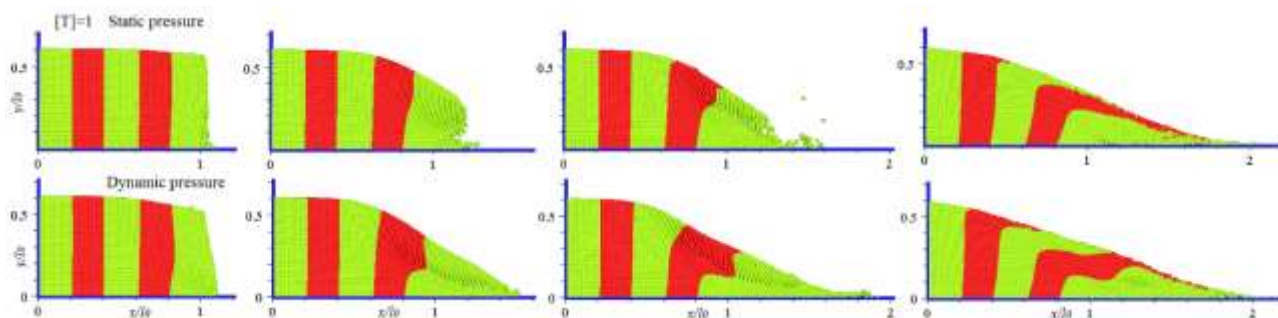
شکل ۶ اثر فشار مؤثر استاتیک و دینامیک در پروفیل سطح فروپاشی جریان دانه‌ای خشک برای آزمایش رسوبات دانه‌ای خشک تک‌فاز

۷-۳- اثر لزجت تعامل

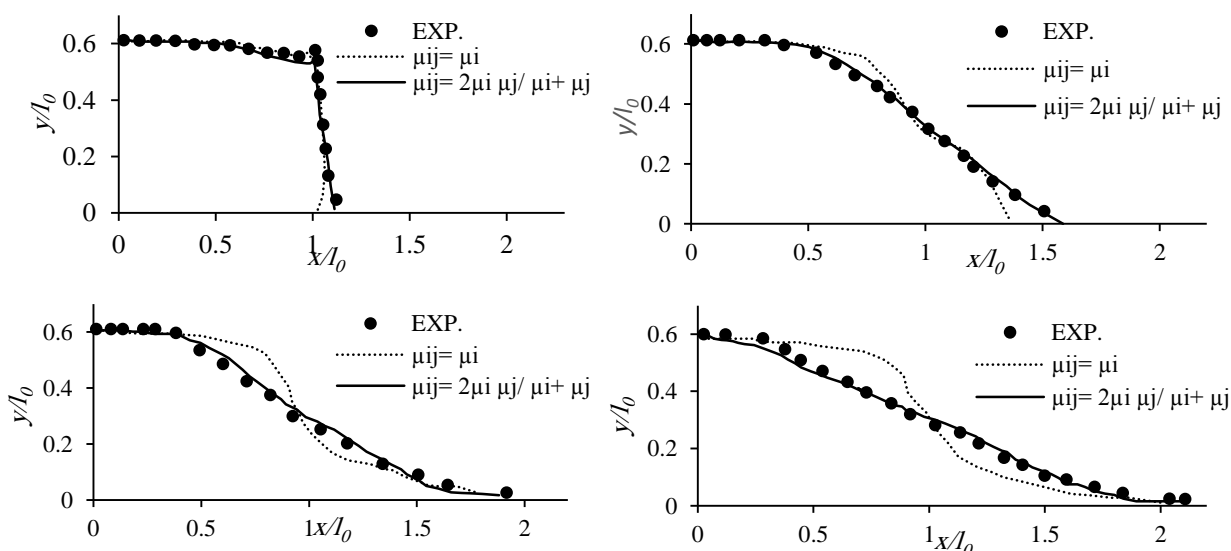
تأثیر روش محاسبه لزجت تعامل μ_{ij} مورد استفاده (برای تقریب دیورژانس تنش برشی) برای پیش‌بینی پروفیل ریزش رسوبات دانه‌ای خشک تک‌فاز در شکل ۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۹ نشان داده شده است، لزجت تعامل محاسبه شده بر اساس مؤثر ذرات مورد نظر ($\mu_{ij}=\mu_i$) دارای دقت کمتری نسبت به لزجت تعامل محاسبه شده بر اساس میانگین هارمونیک ($\mu_{ij}=\mu_{ji}=2\mu_i\mu_j/\mu_i+\mu_j$) می‌باشد که این تفاوت با گذشت زمان نیز افزایش می‌یابد.

۷-۴- تأثیر روش محاسبه دیورژانس تنش

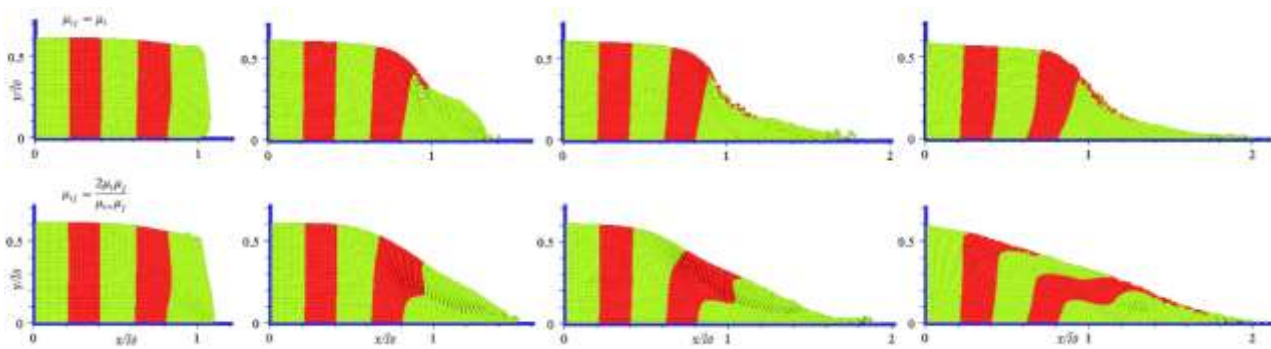
همان‌گونه که قبلاً بیان شد دیورژانس تانسور تنش برشی برای ذره i به دو صورت مستقیم و غیر مستقیم بدست می‌آید. با استفاده از معادله (۲۲)، دیورژانس تنش بطور مستقیم و با استفاده از رابطه (۲۳)، تانسور تنش برشی به طور غیر مستقیم محاسبه می‌شود. روش غیر مستقیم به دلیل اینکه دو بار از تقریب MPS استفاده می‌کند (یکی برای محاسبه تانسور تنش و یکی برای محاسبه دیورژانس آن) تغییرات شدید در لزجت و میدان سرعت ایجاد می‌کند، که توصیه نمی‌شود. در این بخش به مقایسه این دو روش پرداخته شده است (شکل‌های ۱۰ و ۱۱).



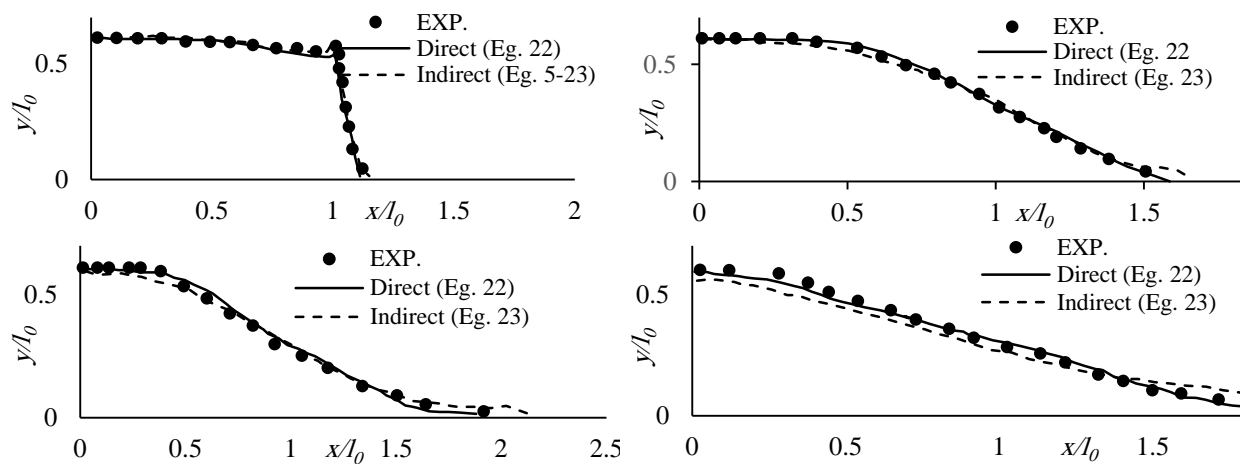
شکل ۷ مقایسه شکل پروفیل سطح آزاد در دو حالت فشار استاتیکی و دینامیکی در زمان‌های متفاوت $[T]$ پارامتر بی‌بعد زمان است) (الف $[T]=1$ ، ب $[T]=2$ ، ج $[T]=3$ و د $[T]=\text{final}$)



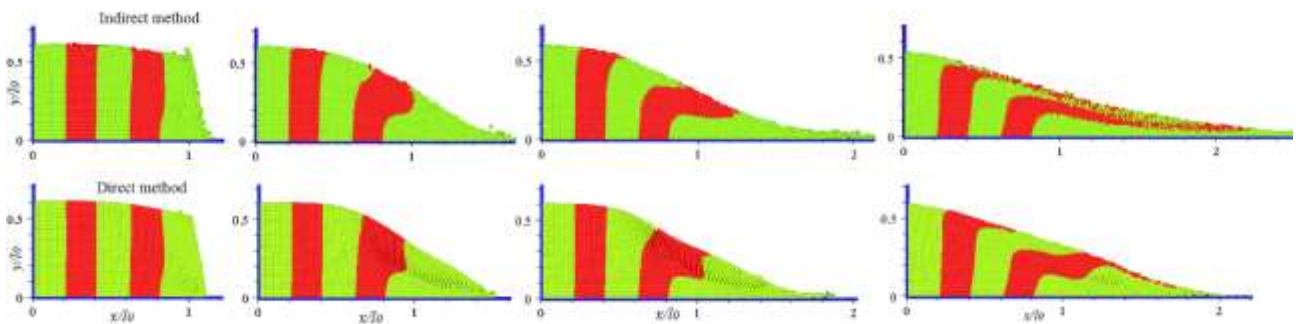
شکل ۸ تأثیر روش محاسبه لزجت تعامل در پروفیل سطح فروپاشی جریان دانه‌ای خشک برای آزمایش رسوبات دانه‌ای خشک تک‌فاز ($[T]$ پارامتر بی‌بعد زمان است) (الف $[T]=1$ ، ب $[T]=2$ ، ج $[T]=3$ و د $[T]=\text{final}$)



شکل ۹ مقایسه اثر لزجت تعامل بر شکل پروفیل سطح آزاد در زمان‌های مختلف



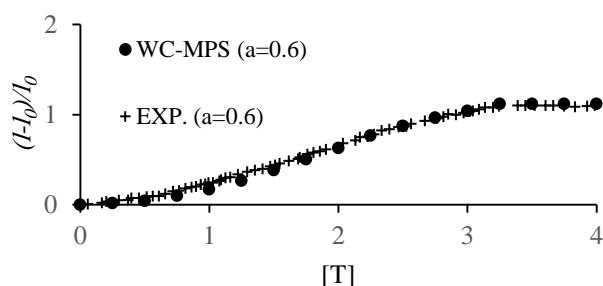
شکل ۱۰ تأثیر روش محاسبه دیورژانس تنش در پروفیل سطح فروپاشی جریان دانه‌های خشک برای آزمایش رسوبات دانه‌های خشک تک‌فاز [T] پارامتری بی‌بعد زمان است (الف) [T]=1، (ب) [T]=2، (ج) [T]=3 و (د) [T]=final



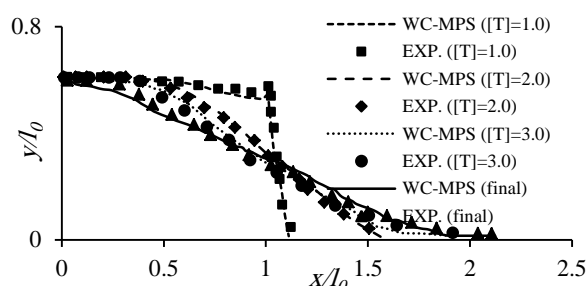
شکل ۱۱ مقایسه تأثیر روش محاسبه دیورژانس تنش بر شکل پروفیل سطح آزاد در زمان‌های مختلف

و آزمایشگاهی است. تکامل شکل نشست جریان دانه‌ای به صورت کمی نیز اندازه‌گیری شده و با استفاده از رسم طول انحراف بی‌بعد (موقعیت پیشانی) جریان دانه‌ای آزمایشگاهی و عددی ارزیابی شده است (شکل ۱۳).

برای صحت‌سنجی نتایج، پروفیل سطح آزاد جریان رسوبات خشک عددی و تجربی (استخراج شده از عکس-های آزمایشگاهی موجود (Lajeunesse et al. (2005)) در شکل ۱۲ برای ۴ زمان بی‌بعد مورد مقایسه قرار گرفته است. مقایسه نتایج حاکی از توافق بالایی بین نتایج عددی



شکل ۱۳ فاصله انحراف روش عددی و تجربی فروپاشی جریان دانه‌ای برای زمان‌های مختلف



شکل ۱۴ پروفیل سطح آزاد مدل WC-MPS و آزمایشگاهی برای جریان دانه‌های خشک

مایع با جریان‌های تک‌فازی متفاوت است. بررسی سرعت و رفتار این جریان‌ها به خاطر وجود ذرات معلق و قابل ته‌نشینی پیچیده بوده و به دلیل کاربرد وسیعشان در صنعت مورد توجه محققان قرار دارد. یکی از دشوارترین مسائل در شبیه‌سازی جریان‌های دوفازی، وجود اختلاف چگالی زیاد بین فازهای موجود می‌باشد. در این قسمت، مدل پیشنهادی برای شبیه‌سازی جریان شکست سد بر بستر فرسایش‌پذیر و بررسی مکانیسم فرایندهای مورفودینامیک اجرا می‌گردد. بدین منظور مدل فیزیکی Fraccarollo and Capart (2008) مورد شبیه‌سازی و تحلیل قرار می‌گیرد. مدل مورد نظر با ذرات به قطر 0.0035 متر با تعداد 8310 ذره مدل‌سازی شده است. در جدول‌های ۱ و ۲ مشخصات هندسی و خصوصیات مواد رسوبی آورده شده است. همان‌گونه که بیان شد در این بخش به منظور بررسی اثر معادله ساختاری در نتایج شبیه‌سازی، مدل شکست سد بر بستر متحرک اجرا شده است. شکل ۱۵ مقایسه نتایج شبیه‌سازی شده با عکس‌های آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۱۵ نشان داده شده، انتقال رسوب تحت تأثیر میدان جریان ناشی از آب مخزن می‌باشد. مشاهده نتایج روند پیشروی سیل در اثر شکست سد حاکی از آن است که در ابتدای شکست، یک موج به شدت غلیظ به سمت پایین‌دست توسعه می‌یابد که سبب افزایش ناگهانی عمق آب می‌شود. انرژی اولیه موج، فرسایش قابل ملاحظه‌ای در ابتدای بستر ایجاد می‌کند. به مرور زمان، موج اولیه ذرات شسته شده بستر را به فاصله‌ای در پایین‌دست انتقال داده است. بنابراین با کاهش انرژی موج و افزایش تغییر شکل بستر، پدیده رسوب‌گذاری ذرات صورت می‌گیرد.

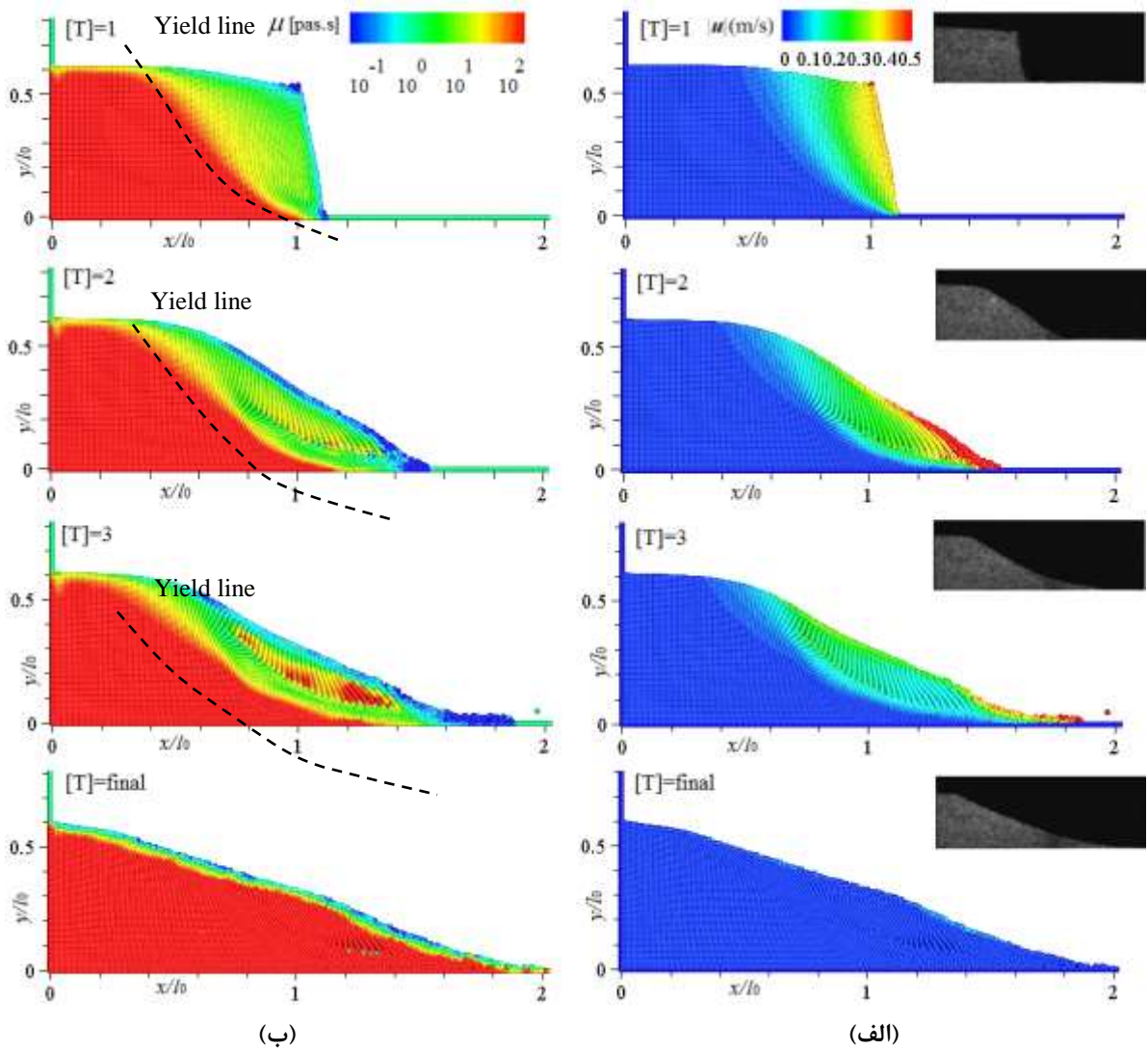
۷-۵- شماتیک جریان

در این بخش با استفاده از مدل نهایی توسعه داده شده به بررسی شماتیک فروپاشی ستون دانه‌ای خشک برای سرعت و لزجت برای زمان‌های مختلف بی‌بعد $[T] = t/\sqrt{h_0/g}$ پرداخته شده است. به منظور بهتر نشان دادن دامنه تغییرات در میدان لزجت (تقریباً سه برابر)، میدان لزجت در مقیاس لگاریتمی ارائه شده است. از شکل ۱۴ می‌توان ناحیه تسلیم (شکست) و غیر تسلیم را با استفاده از ترسیم خط در محل شکست لایه‌های عمودی و یا از طریق میدان سرعت و میدان لزجت بدست آورد (ناحیه شکست یا تسلیم دارای سرعت بالا و لزجت نسبتاً کوچک می‌باشند و بالعکس). همان‌طور که در شکل ۱۴ نشان داده شده است، پس از آزاد شدن، شکست جریان دانه‌ای با ریزش سریع شروع شده و یک ناحیه دوزنقه (محدود به بستر، دیوار، یک خط تسلیم مقعر و یک سطح صاف در بالا) در گوشه پایین سمت چپ شکل می‌گیرد. با گذشت زمان، ناحیه غیر تسلیم رشد پیدا کرده و به سطح نزدیک شده تا جایی که ناحیه تسلیم (شکست) ناپدید شده و پروفیل نهایی شکل می‌گیرد.

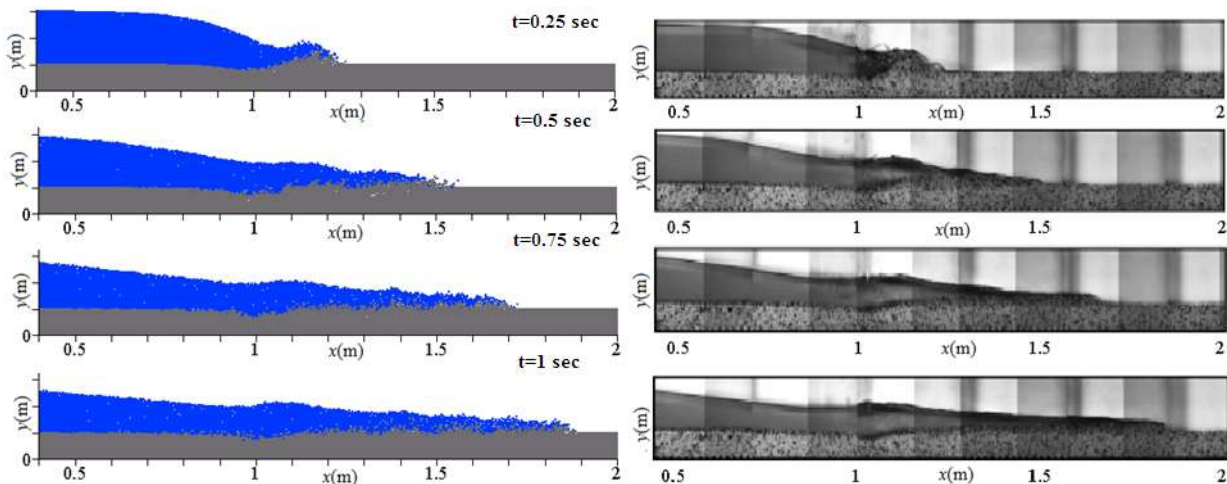
۷-۶- شبیه‌سازی جریان دوفازی آب-رسوب ناشی

از شکست سد

در این بخش مدل توسعه داده شده در بخش قبل برای شبیه‌سازی جریان شکست سد بر بستر فرسایش‌پذیر بکار گرفته شده است. شکست سد روی بستر فرسایش‌پذیر، سبب انتقال رسوب پشت مخزن سد و تغییرات سریع بستر می‌شود. ماهیت و رفتار جریان‌های دوفازی جامد-



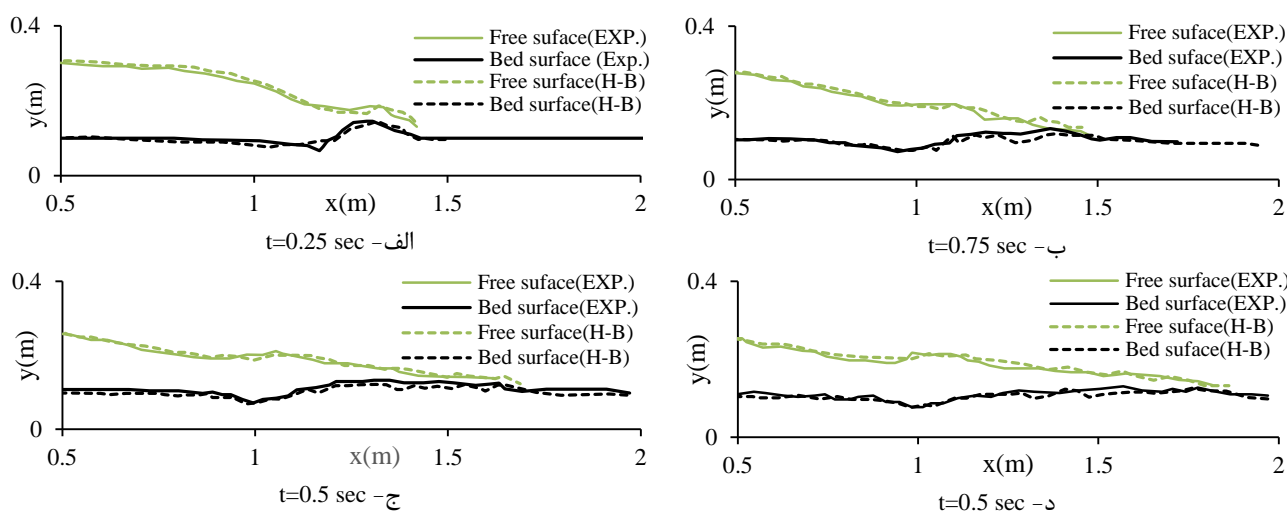
شکل ۱۴ الف- میدان لزجت و ب- سرعت ناشی از فروپاشی جریان دانه‌های خشک



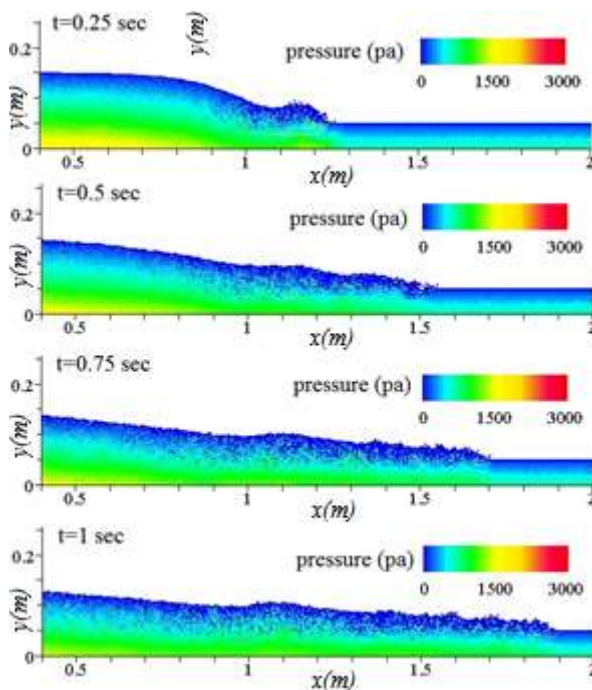
شکل ۱۵ مقایسه ارزیابی پیشروی موج، مورفولوژی بستر و سطح آزاد: آزمایشگاهی و مدل توسعه داده شده هرشل بالکی در زمان‌های مختلف

و مدل توسعه داده شده هرشل بالکی را نشان می‌دهد. همان‌گونه که نتایج نشان می‌دهد، پروفیل سطح آزاد، موقعیت پیشانی موج، آبستتگی بستر و ضخامت ته نشینی رسوب در روش هرشل بالکی توسعه یافته به صورت رضایت‌بخشی توسط مدل بازسازی شده است. شکل ۱۷ میدان فشار ناشی از جریان شکست سد بر بستر فرسایش‌پذیر را نشان می‌دهد.

این موج همچنان که به پایین‌دست منتشر می‌شود، به تدریج فرود می‌آید. موج تشکیل شده ابتدایی به سمت بالادست، در قسمت مخزن نیز سبب کاهش سطح آب می‌گردد. منحنی‌های شکل ۱۶ تلاشی برای کمی‌سازی نتایج سطح بستر و آب در چهار زمان مشخص $t=0.25s$, $t=0.50s$, $t=0.75s$ و $t=1s$ برای هر دو حالت آزمایشگاهی



شکل ۱۶ مقایسه نتایج کمی سطح آزاد و موقعیت سطح رسوب برای دو حالت آزمایشگاهی و مدل توسعه داده شده هرشل بالکی



شکل ۱۷ میدان فشار ناشی از شکست سد بر بستر متحرک

۸- نتیجه‌گیری

همان‌گونه که بیان شد در این پژوهش به توسعه و ارزیابی مدل WC-MPS برای شبیه‌سازی جریان دانه‌ای پرداخته شده است. مدل عددی پیشنهادی بر اساس یک مدل چند فازی است که به موجب آن سیستم دو فاز به صورت یک سیستم پیوسته چند چگالی و چند لزجتی رفتار می‌کند و لزجت مؤثر فاز دانه‌ای مدل با استفاده از مدل رئولوژیک ویسکو پلاستیک تعمیم یافته است. در این پژوهش یک الگوریتم جدید برای محاسبه لزجت مؤثر، فشار مؤثر و دیورژانس تنش برشی ارائه گردید. تأثیر روش محاسبه فشار مؤثر بر مشخصات پروفیل سطح جریان دانه‌ای نیز بررسی گردید. دو روش استاتیک و دینامیک برای محاسبه فشار مؤثر بررسی شده است. نتایج نشان داد که فشار مؤثر که بر اساس فشار دینامیک هموار شده به کار گرفته شده است به خوبی پروفیل سطح را مدل کرده و پروفیل تجربی را به خوبی باز تولید می‌کند. اما فشار استاتیک دارای یک زاویه سقوط بزرگتر، به خصوص در مراحل اولیه است. این مسأله به این دلیل می‌باشد که فشار استاتیک، شتاب عمودی را در نظر نمی‌گیرد (که در مراحل اولیه مهم است). بنابراین فشار مؤثر و تنش تسلیم را بیشتر از واقعیت در نظر می‌گیرد. همچنین تأثیر روش محاسبه لزجت تعامل μ_{ij} مورد استفاده (برای تقریب دیورژانس تنش برشی) برای پیش‌بینی پروفیل جریان دانه‌ای مورد بررسی قرار گرفت. لزجت تعامل محاسبه شده بر اساس لزجت مؤثر ذرات مورد نظر ($\mu_{ij}=\mu_i$) زاویه سقوط را بیشتر از زاویه سقوط تجربی برآورد می‌کند و با گذشت زمان این اختلاف افزایش می‌یابد. لزجت تعامل محاسبه شده بر اساس میانگین هارمونیک ($\mu_{ij}=\mu_{ji}=2\mu_i\mu_j/\mu_i+\mu_j$) با دقت بالایی پروفیل سطح را پیش‌بینی می‌کند. همچنین به مقایسه دو روش برای محاسبه دیورژانس تانسور تنش برشی پرداخته شد. همان‌گونه که نتایج نشان داد روش غیر مستقیم به دلیل اینکه دو بار از تقریب MPS استفاده می‌کند (یکی برای محاسبه تانسور تنش و یکی برای محاسبه دیورژانس آن) تغییرات شدید در لزجت و میدان سرعت ایجاد می‌کند، که توصیه نمی‌شود. در انتها دقت روش عددی توسعه داده شده در این تحقیق،

با مطالعه پدیده انتقال رسوب در جریان‌های غیر ماندگار شکست سد با بستر فرسایش‌پذیر مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن می‌باشد که روش پیشنهادی به خوبی اندرکنش بین جریان، انتقال رسوب و تغییرات مورفولوژیکی بستر ناشی از جاری شدن سیلاب حاصل از شکست سد را لحاظ می‌کنند.

۱۰- فهرست علائم

c_0	سرعت صوت
d	ابعاد فضا
i	ذره هدف
j	ذره همسایه
k	انرژی جنبشی متلاطم
n	چگالی عددی ذرات
n_0	چگالی عددی اولیه ذرات
p	فشار
r	بردار موقعیت ذره
re	شعاع تأثیر
t	زمان
$[T]$	پارامتر بی بعد زمان
u, v	مؤلفه‌های بردار سرعت در جهت‌های x و y
u', u^*	سرعت‌های اصلاح و پیش‌بینی
W	تابع کرنل
Δl	فاصله متوسط ذرات (اندازه ذرات)
ρ	چگالی سیال
η	لزجت دینامیک

۱۱- منابع

- Ataei-Ashtiani, B. and Farhadi, L. (2006). "A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows", Fluid Dynamics Research, Vol. 38, pp. 241-256.
- Courant, R., Friedrichs, K. and Lewy, H. (1967). "On the partial difference equations of mathematical physics", IBM J. Res. Develop. 11(2), pp. 215-234.
- Fraccarollo, L. and Capart, H. (20002). "Riemann wave description of erosional dam-break flows", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 461, pp. 183-228.
- Gingold R.A. and Monaghan J.J. (1977). "Smoothed particle hydrodynamics: theory and

- Engineering, Vol. 123, No. 3, pp. 421-434.
- Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y. (1995). "A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation", *Comput. Fluid Dyn. J.*, 4(1), 29-46.
- Lajeunesse, E., Monnier, J. and Homsy, G. (2005). "Granular slumping on a horizontal surface", *Phys. Fluids*, 17(10), pp. 1-15.
- McTigue, D. F. (1981). "Mixture theory for suspended sediment transport", *Journal of the Hydraulics Division*, 107(6), pp. 659-673.
- Meyer-Peter, E. and Müller, R. (1948). *Formulas for bed-load transport*. IAHR.
- Papanastasiou, T.C. (1987). "Flows of materials with yield", *J. Rheol.* 31- 385-404.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2010). "A weakly compressible MPS method for simulation of open-boundary free-surface flow", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 63, No. 10, pp. 1208-1232.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2011a). "MPS-based mesh-free particle method for modeling open-channel flows", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 137, No. 11, doi:10.1061/(ASCE)HY. pp. 1943-7900.0000394.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2011b). "A mesh-free particle model for simulation of mobile-bed dam break", *Advanced Water Resources*, Vol. 34, pp. 794-807.
- Shakibaeinia, A. and Jin, Y.C. (2012). "MPS mesh-free particle method for multiphase flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 229-232, pp. 13-26.
- Spinewine B. (2005). "Two-layer flow behaviour and the effects of granular dilatancy in dam break induced sheet-flow", PhD thesis, Université de Louvain, Belgium.
- Zhua, H., Kimb, Y.D and De D. Keea. (2005). "Non-Newtonian fluids with a yield stress, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 129, pp. 177-181.
- application to non-spherical stars", *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 181:375-89.
- Gotoh, H. and Sakai, T. (1999). "Lagrangian simulation of breaking wave using particle method", *Coastal Engineering Journal*, Vol. 41, No. 3-4, pp. 303-326.
- Gotoh, H. and Sakai, T. (2006). "Key issues in the particle method for computation of wave breaking", *Coastal Engineering Journal*, Vol. 53, No. 2-3, pp. 171-179.
- Jafari Nodoushan, E. Hosseini, Kh. Shakibaeinia, A. and Mousavi, S.F. (2015). "Meshless particle modelling of free surface flow over spillways", *Journal of Hydroinformatics* 10.2166/hydro.2015.096
- Shibata, K. and Koshizuka, S. (2007). "Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method", *Ocean Engineering*, Vol. 34, pp. 585-593.
- Khayyer, A. and Gotoh, H. (2009). "Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure", *Coastal Engineering Journal*, Vol. 56, pp. 419-440.
- Khayyer, A. and Gotoh, H. A (2010). "Higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method", *Applied Ocean Research*, Vol. 32, pp. 124-131.
- Kondo, M. and Koshizuka, S. (2011). "Improvement of stability in moving particle semi-implicit method", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 65, No. 6, pp. 638-654.
- Koshizuka, S. Nobe, A. and Oka, Y. (1998). "Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method", *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, No. 7, pp. 751-769.
- Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996). "Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", *Nuclear Science and*