مجله علمی - پژوهشی
دوره 11، شماره 2، تابستان 1395

ارائه روش نوین محاسبه تراز سطح آب در مدل‌های غیرهیدرواستاتیک با قابلیت کاربرد در جریان‌های سطح آزاد و جریان در محیط متخلخل

ناصر شکری[1]، مسعود منتظری نمین[2*]، جواد فرهودی[3]

1- دانشجوی دکتری سازه های آبی گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران
2- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران
3- استاد، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشگاه تهران

[*] **mnamin@ut.ac.ir**

چکیده - یکی از مشکلات اساسی در توسعه مدل‌های غیرهیدرواستاتیک، چگونگی تعریف شرط مرزی سطح آزاد آب است. در برخی از مدل‌ها، موقعیت سطح آب با استفاده از روش‌های پرهزینه‌ای مانند VOF و MAC تعیین می‌شوند. این روش‌ها بر خلاف دقت مناسب، عموماً هزینه محاسباتی بالایی دارند و دارای محدودیت‌های پایداری هستند. گروه دیگری از مدل‌های غیرهیدرواستاتیک موقعیت تراز آب را با استفاده از شرط مرزی سینماتیک سطح آب بدست می‌آورند. این مدل‌ها زمانی کارایی مناسبی دارند که گرادیان سطح آزاد آب ناچیز باشد. عموماً در استفاده از شرط مرزی سینماتیک سطح آزاد، محدوده محاسبات هیدرواستاتیک در میدان محاسباتی به شکلی تعریف می‌گردد که در زمان شبیه‌سازی، تراز سطح آب خارج از این محدوده قرار نگیرد. استفاده از این الگوریتم، در شرایطی که گرادیان تراز سطح آب زیاد باشد، باعث می‌شود که بخش زیادی از میدان جریان بصورت هیدوراستاتیک حل شود. این مسأله در محاسبات تراز سطح آب زیرزمینی نیز بصورت مشخص وجود دارد. در تحقیق حاضر برای مرتفع نمودن این مسأله، با فرض وجود صرفاً یک تراز آب در راستای قائم، مرز محدوده محاسبات هیدرودینامیک و هیدرواستاتیک در هر گام مکانی Δx بصورت مجزا و مستقل تعریف می‌شود. لذا در هرگام زمانی، تعداد سلول‌ها در هر ستون شبکه محاسباتی متناسب با تراز سطح آب بصورت مجزا محاسبه شده و به روز می‌شود. با اعمال این تغییرات، محاسبه تراز سطح آب و میدان جریان بصورت قابل توجهی بهبود یافته است. در واقع این روش حدفاصل استفاده از روش VOF و روش شرط مرزی سینماتیک سطح آزاد آب می‌باشد، به‌گونه‌ای که دقت آن از روش شرط مرزی سینماتیک مرسوم بیشتر و حجم محاسبات و محدودیت پایداری آن از روش VOF کمتر می‌باشد.

در این مقاله یک مدل غیرهیدرواستاتیک دو بعدی در قائم برای شبیه‌سازی هم‌زمان جریان با سطح آزاد و جریان در محیط متخلخل ارائه شده است. معادلات حاکم بر مدل، شکل توسعه یافته معادلات ناویر استوکس می‌باشد که در محیط سیال و محیط متخلخل به صورت یکسان بکار برده می‌شود. این معادلات با استفاده از روش حجم محدود و در مختصات کارتزین گسسته‌سازی شده و به کمک روش تحمیل فشار در دو مرحله حل شده‌اند. مدل توسعه داده شده، با درگیر کردن معادله سینماتیک سطح آزاد آب و شکل توسعه یافته معادلات ناویر استوکس، میدان فشار را بصورت کامل حل می‌نماید. به منظور مدل‌سازی آشفتگی، مدل استاندارد $k-\varepsilon$ بکار گرفته شده است. در آزمون اندرکنش موج و موج‌شکن، مدل حاضر با گام زمانی 6 برابر بزرگتر از گام زمانی مدل VOF نیز پایدار بوده و به لحاظ زمان اجرا، به میزان 480 درصد بهینه‌تر از این روش می‌باشد.

کلیدواژگان: مدل دوبعدی قائم، روش احجام محدود، مدل غیرهیدرواستاتیک، شرط سینماتیک سطح آزاد آب، محیط متخلخل.

1- مقدمه

امروزه مدل‌های عددی به طور وسیعی برای مدل‌سازی جریان در محیط‌های آبی مورد استفاده قرار می‌گیرند. می‌توان مدل‌های عددی موجود برای شبیه‌سازی جریان‌های غیرماندگار با سطح آزاد را از دیدگاه چگونگی ملحوظ کردن فشار، به دو دسته هیدرواستاتیک و غیرهیدرواستاتیک تقسیم کرد. مدل‌های هیدرواستاتیک، بر این فرضیه استوارند که مؤلفه شتاب در جهت قائم نسبت به سایر مؤلفه‌های فشار در معادلات حاکم کوچک و قابل صرف‌نظر کردن است. در این مدل‌ها سطح آزاد آب به راحتی از معادله پیوستگی در ستون آب و بر حسب سرعت‌های افقی محاسبه می‌شود. معادله اندازه حرکت در جهت قائم با رابطه فشار هیدرواستاتیک جایگزین می‌شود و دیگر نیازی به حل عددی این معادله نیست. اگرچه این فرض برای شبیه‌سازی جریان در شرایطی که مقیاس حرکت در جهت افق بسیار بیشتر از مقیاس حرکت در جهت قائم است، کاربرد دارد، اما برای مدل‌سازی جریان در مواردی که نسبت مقیاس شتاب قائم به شتاب افقی قابل اغماض نیست، لازم است که جزء هیدرودینامیک فشار مدنظر قرار گیرد. از جمله این شرایط می‌توان به امواج با دوره تناوب کوتاه، تغییر ناگهانی در توپوگرافی بستر، تغییر ناگهانی در شیب بستر و جریان عبوری از سازه‌ها اشاره نمود (Namin and Falconer, 2001).

در سال‌های اخیر تلاش زیادی برای توسعه مدل‌های غیرهیدرواستاتیک به منظور مدل‌سازی جریان‌های با سطح آزاد صورت گرفته است. یکی از مشکلات اساسی در توسعه مدل‌های غیرهیدوراستاتیک چگونگی تعریف شرط مرزی فوقانی (تراز سطح آب) است. در برخی از این مدل‌ها، موقعیت سطح آب با استفاده از روش‌های پرهزینه‌ای مانند VOF[1] و MAC[2] تعیین می‌شوند. این روش‌ها بر خلاف دقت مناسب، عموماً هزینه محاسباتی بالایی دارند و دارای محدودیت‌های پایداری هستند. از سوی دیگر این محاسبات در شرایط جریان غیرماندگار به مراتب افزایش می‌یابد. روش دیگری که گروهی از مدل‌های غیرهیدرواستاتیک برای حل معادلات حاکم بکار می‌برند، آن است که طبق پیشنهاد Casulli and Stelling (1998) فشار را به دو مؤلفه هیدرواستاتیک و غیرهیدرواستاتیک تقسیم می‌کنند (Mahadevan and Street, 1996). در این روش ابتدا یک میدان سرعت میانی که معادله پیوستگی متوسط‌گیری شده در عمق را ارضا کند، محاسبه می‌شود. سپس میدان سرعت با استفاده از میدان فشار غیرهیدرواستاتیک اصلاح شده تا معادله پیوستگی ارضا شود به این مدل‌ها، مدل‌های شبه‌هیدرواستاتیک نیز اطلاق می‌شود، زیرا موقعیت تراز سطح آب در هر گام زمانی، بدون در نظر گرفتن مؤلفه غیرهیدرواستاتیک فشار در آن گام زمانی محاسبه می‌شود. گروه دیگری از مدل‌های غیرهیدرواستاتیک میدان فشار را به صورت کامل حل می‌کنند و موقعیت تراز آب را با استفاده از شرط مرزی سینماتیک سطح آب بدست می‌آورند. در روش مورد نظر، با جفت کردن[3] معادلات حاکم بر جریان و شرط مرزی سینماتیک سطح آب، رقوم سطح آب در هر گام زمانی با هزینه محاسباتی کمی به همراه میدان سرعت و فشار استخراج می‌گردد. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل‌های توسعه داده شده توسط Namin and Falconer (2001)، Motamedi (2009)، Ahmadi et al. (2007) و چگینی (1391) اشاره نمود.

یکی دیگر از نکات دارای اهمیت در حل عددی مسایل مبتنی بر عدم فرض فشار هیدرواستاتیک، نحوه حل سرعت و فشار است. زیرا مؤلفه‌های سرعت در هر سه معادله اندازه‌حرکت و پیوستگی وجود دارد، اما مؤلفه فشار فقط در معادلات اندازه‌حرکت ظاهر می‌شود و معادله پیوستگی فاقد آن می‌باشد. از آنجا که میدان فشار معمولاً از قبل معلوم نیست، باید آن را به عنوان قسمتی از محاسبات استخراج کرد. در این راستا راه‌کارهای مختلفی از جمله روش‌های اصلاح فشار مانند تراکم‌پذیری مصنوعی، سیمپل[4] و روش گام کسری[5] پیشنهاد شده است (Chorin, 1967; Patankar, 1980) که معادلات حاکم در این تحقیق با بهره‌گیری از روش گام کسری حل

1. Volume Of Fluid
2. Marker And Cell
3. Couple
4. SIMPLE (Semi Implicit Method For Pressure Linked Equation)
5. Fractional Step Method/Projection

گردیده است.

در این مقاله یک مدل غیرهیدرواستاتیک دو بعدی در قائم برای شبیه‌سازی هم‌زمان جریان با سطح آزاد و جریان در محیط متخلخل ارائه شده است. معادلات حاکم بر مدل، شکل توسعه یافته معادلات ناویر استوکس می‌باشد که در محیط سیال و محیط متخلخل بصورت یکسان بکار برده می‌شود. این معادلات با استفاده از روش حجم محدود و در مختصات کارتزین گسسته‌سازی شده و به کمک روش تحمیل فشار در دو مرحله حل شده‌اند. مدل توسعه داده شده، با حل هم‌زمان معادله سینماتیک سطح آزاد آب و شکل توسعه یافته معادلات ناویر استوکس، میدان فشار را بصورت کامل حل می‌نماید. به منظور مدل‌سازی آشفتگی، مدل استاندارد $k-\varepsilon$ بکار گرفته شده است. در مدل توسعه یافته برای مدل‌سازی سطح آزاد آب، در هر ستون ارتفاع سلول‌های لایه آخر متغیر و متناسب با تراز سطح آب در نظر گرفته شده است.

2- معادلات حاکم

اصول بقا، قوانین اساسی حرکت را تشکیل می‌دهند. قوانین اساسی بقا در سیالات به وسیله معادلات ناویراستوکس بیان می‌شوند که قابلیت شبیه‌سازی تمام جزئیات حرکت سیال را دارند. از آنجا که برای حل دقیق معادلات مذکور امید کمی وجود داشته و دارد، این معادلات، نخستین بار به پیشنهاد اسبرن رینولدز، روی مقیاس زمانی، متوسط‌گیری شدند که در مقایسه با مقیاس زمانی حرکت آشفته بزرگتر است (Rodi, 1984).

برای کاربرد معادلات ناویراستوکس در محیط متخلخل روش‌های متفاوتی بکار گرفته می‌شود. در ادامه رابطه واحدی که در این تحقیق برای کاربرد در محدوده سیال و محیط متخلخل بکار برده می‌شود، معرفی می‌گردد. پارامتر تخلخل در این معادله دخیل خواهد بود و با تعیین مقادیر مختلف برای این پارامتر، امکان شبیه‌سازی محیط‌های با تخلخل متفاوت فراهم می‌گردد. بدیهی است شکل این معادله باید به گونه‌ای باشد که با فرض تخلخل واحد، معادلات به سمت معادلات حاکم بر محیط سیال میل کند.

اصول حرکت سیال در محیط متخلخل مبتنی بر قواعد اولیه‌ای است که توسط دارسی در قرن نوزدهم بیان شد و بعد از آن تحقیقات گسترده‌ای در راستای بهبود این رابطه صورت گرفت (Akbari and Namin, 2013). بنابر قانون دارسی، افت فشار بصورت خطی با مقدار سرعت متوسط در محیط متخلخل و یا همان سرعت دارسی مرتبط می‌باشد. این رابطه برای سیال لزج با سرعت کم استخراج شده (جریان آب زیرزمینی) و برای محدوده اعداد رینولدز کمتر از یک کاربرد دارد. رابطه خطی بین افت فشار و سرعت جریان حتی برای اعداد رینولدز کم نیز نقض می‌شود. در صورت وقوع آشفتگی جریان در محیط متخلخل، دقت این رابطه بکلی از بین می‌رود. محققان زیادی تلاش کرده‌اند تا به توسعه رابطه دارسی پرداخته و محدوده اعتبار این رابطه را افزایش دهند. در این راستا می‌توان به دوپویت[1]، فورچهیمر[2]، برینکمن[3]، سالیت وکراس[4] و ونجنت[5] اشاره نمود. هر کدام از این محققان تلاش کرده‌اند تا با اضافه کردن جمله‌ای به معادله دارسی محدوده اعتبار این رابطه را افزایش دهند. در ادبیات فنی استفاده از مدل ونجنت بصورت گسترده مشاهده می‌گردد (Akbari and Namin, 2013).

Van Gent (1995) مدلی را بر اساس معادلات ناویراستوکس برای محاسبه اندرکنش موج و سازه متخلخل ارائه کرد. در مدل ونجنت با این فرض که نوسانات جمله انتقال در محیط متخلخل درشت دانه مستهلک می‌شود، از اعمال ضریب جرم افزوده به جملات انتقال صرف‌نظر شده است. شکل دو بعدی در قائم معادلات ناویراستوکس توسعه یافته به شرح روابط (1) تا (6) می‌باشد:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad (1)$$

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} =\frac{\partial}{\partial x}\left(\upsilon_t\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\upsilon_t\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\alpha u-\beta u\sqrt{u^2+w^2} \quad (2)$$

1. Dupuit
2. Forchheimer (1901)
3. Brinkman (1947)
4. Sollit and Cross (1972)
5. Van Gent (1995)

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\upsilon_t\frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\upsilon_t\frac{\partial w}{\partial z}\right) - \alpha w - \beta w\sqrt{u^2 + w^2} - g \qquad (3)$$

$$\alpha = \frac{\mathrm{b}\upsilon(1-n_\mathrm{v})^2}{\mathrm{D_{50}}^2 {n_\mathrm{v}}^3} \qquad (4)$$

$$\beta = \frac{\mathrm{a}(1-n_\mathrm{v})}{\mathrm{D_{50}} {n_\mathrm{v}}^3} \qquad (5)$$

$$\mathrm{C_r} = 1 + (1-n_\mathrm{v})\frac{\mathrm{C_m}}{n_\mathrm{v}} \qquad (6)$$

جملات سوم و چهارم در سمت راست روابط (2) و (3)، جملات مربوط به مقاومت محیط متخلخل بوده و به ترتیب به جمله خطی (جمله دارسی) و جمله غیرخطی (جمله فورچهایمر) معروف می‌باشند. در این روابط u و w مؤلفه‌های سرعت در راستای x و z، C_r ضریب اینرسی، n_v تخلخل خاک، ρ چگالی سیال، P فشار، υ لزجت سینماتیکی سیال، υ_t لزجت گردابه‌ای جریان، α و β ضریب خطی و غیرخطی محیط متخلخل، g شتاب ثقل، a و b ضرایب تجربی، $\mathrm{D_{50}}$ قطر متوسط ذرات محیط متخلخل و $\mathrm{C_m}$ ضریب جرم اضافی می‌باشد.

لازم به ذکر است که با جایگذاری $n_\mathrm{v} = 1$ در ضرایب مربوط به محیط متخلخل (α، β، C_r) مقادیر نیروهای ناشی از محیط متخلخل صفر شده که به مفهوم عدم اعمال نیرو از محیط متخلخل و یا به عبارتی شرایط سیال آزاد است. در این شکل از معادلات، محدوده وسیعی از جریان در محیط متخلخل شامل جریان آرام، جریان انتقالی تا جریان‌های کاملاً آشفته قابل شبیه‌سازی می‌باشند. بنابراین معادلات فوق به‌عنوان معادلات حاکم در تحقیق حاضر در هر دو محیط سیال و محیط متخلخل مورد استفاده قرار گرفته است.

3- مدل آشفتگی

در مدل توسعه یافته، برای مدل‌سازی آشفتگی از مدل استاندارد $k-\varepsilon$ استفاده شده است معادلات مدل $k-\varepsilon$ بصورت روابط (7) تا (10) بیان می‌شوند (Rodi, 1984):

$$\mathrm{v_t} = \mathrm{c}_\mu \frac{\mathrm{k}^2}{\varepsilon} \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{U}_j\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x_j}} = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x_j}}\left[\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial \mathrm{k}}{\partial \mathrm{x_j}}\right] + P_r - \varepsilon \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{U}_j\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{x_j}} = \frac{\partial}{\partial \mathrm{x_j}}\left[\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{x_j}}\right] + \frac{\varepsilon}{\mathrm{k}}(\mathrm{c}_{1\varepsilon}P_r - \mathrm{c}_{2\varepsilon}\varepsilon) \qquad (9)$$

$$P_r = \nu_t\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right] \qquad (10)$$

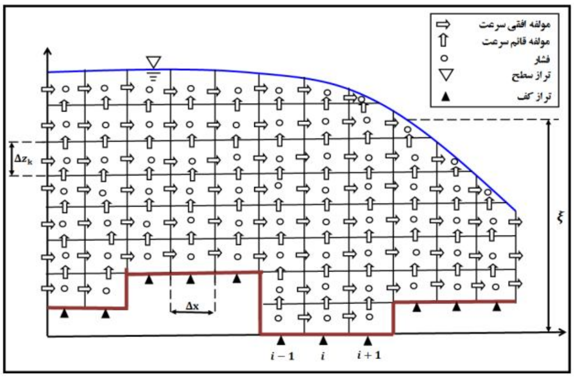
در معادلات فوق k انرژی جنبشی آشفتگی، ε نرخ استهلاک c_μ،σ_t،σ_k،σ_ε،$\mathrm{c}_{1\varepsilon}$،$\mathrm{c}_{2\varepsilon}$ و $\mathrm{c}_{3\varepsilon}$ ضرایب ثابت معادلات هستند. مقادیر این ضرایب در مرجع Rodi (1984) آورده شده است.

4- روش حل عددی

4-1- شبکه بندی

در حل عددی معادلات ناویراستوکس وجود مشتقات مرتبه اول مشکل ساز بوده و باعث ایجاد خطا می‌شود (Patankar, 1980). در این راستا از شبکه جابجا شده[1] استفاده می‌گردد. در این شبکه موقعیت کمیت‌های برداری و اسکالر متفاوت تعریف می‌گردد. بدین منظور حجم کنترل کمیت‌های اسکالر یکسان و برای هر کدام از کمیت‌های برداری سرعت (U, W)، حجم کنترل متفاوت مطابق شکل 1 استفاده می‌شود. مختصات در نظر گرفته شده، در راستای افق مختصات کارتزین و در راستای قائم مختصات *Z-Level* خواهد بود. از خصوصیات این شبکه ثابت بودن ابعاد همه سلول‌های آن به‌جز سلول‌های لایه آخر در زمان می باشد.

در شبکه مورد نظر در جهت افق N سلول با طول مساوی Δx در نظر گرفته می‌شود، ولی در جهت قائم تعداد سلول‌ها در هر ستون و در هر گام زمانی متناسب با تراز سطح آب متغیر می‌باشد.



شکل 1 شبکه‌بندی میدان حل و موقعیت پارامترهای مختلف جریان

1. Staggered Grid

در هر ستون ارتفاع همه سلول‌ها به‌جز سلول‌های لایه آخر برابر Δz بوده و ارتفاع سلول لایه آخر متناسب با تراز سطح آب در نظر گرفته شده است.

2-4- رویکرد عددی

در مدل‌های هیدرواستاتیک معادله پیوستگی شامل ترم فشار و یا تراز آب می‌باشد، لذا به راحتی و با استفاده از تکنیک *ADI* می‌توان به محاسبه میدان فشار و تراز سطح آب پرداخت (Namin, 2003). در مدل‌های غیر هیدرواستاتیک، مؤلفه فشار فقط در معادله اندازه حرکت ظاهر می‌شود، ولی معادله پیوستگی دارای ترم فشار نیست. لذا نحوه درگیر کردن سرعت و فشار، در مسایل مبتنی بر عدم فرض فشار هیدرواستاتیک، از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. از آنجا که در این مدل‌ها میدان فشار معمولاً از قبل معلوم نیست، باید آن را به عنوان قسمتی از محاسبات استخراج کرد. در این راستا راه‌کارهای مختلفی نظیر روش‌های مبتنی بر خانواده سیمپل[1]، روش تراکم پذیری مصنوعی[2] و روش تحمیل فشار (روش گام کسری)[3] پیشنهاد شده است (Namin, 2003).

در روش تراکم‌پذیری مصنوعی تغییرات چگالی نسبت به زمان در معادله پیوستگی با حاصل ضرب ضریب تراکم پذیری مصنوعی و تغییرات فشار نسبت به زمان جایگذاری می‌شود. در روش سیمپل پس از حدس مقادیر اولیه‌ای برای میدان سرعت و فشار، معادله‌ای موسوم به معادله تصحیح فشار استفاده می‌گردد. در این روش با پیشرفت مراحل تکرار مقادیر حدسی اولیه به تدریج بهبود یافته و فرایند تکرار تا همگرایی میدان سرعت و فشار ادامه می‌یابد. اگر چه روش سیمپل بطور وسیعی برای شبیه‌سازی جریان‌های بدون سطح آزاد آب مورد استفاده قرار گرفته است، اما تاکنون پیشرفت اندکی برای بکارگیری روش فوق در مسایل واقعی جریان غیرماندگار با سطح آزاد حاصل شده است. روش سیمپل و تراکم پذیری مصنوعی، نیازمند انجام مراحل تکرار در روند حل و رسیدن به جواب می‌باشند.

1. SIMPLE Method
2. Artificial Compressibility Method
3. Projection /Fractional Step Method

در روش پروجکشن که توسط چورین معرفی شد، محاسبات میدان‌های سرعت و فشار تفکیک می‌شود و در نتیجه حجم محاسبات کاهش می‌یابد (Namin, 2003). این الگوریتم شامل دو گام اصلی است. در گام اول، با استفاده از شکل ناقص معادلات اندازه حرکت، یک میدان سرعت میانی محاسبه می‌گردد. به عبارت دیگر مؤلفه فشار از معادلات اندازه حرکت حذف شده و با جابجایی و پخش مؤلفه‌های افقی و قائم سرعت، میدان سرعت میانی بدست می‌آید. این سرعت‌ها در واقع مربوط به اثر ترم‌های جابجایی، پخش و تنش دیواره بوده که اثر ترم فشار هم می‌بایست اضافه گردد. میدان سرعت بدست آمده معادله پیوستگی را ارضا نمی‌کند.

در گام دوم، میدان سرعت میانی غیرپیوسته (دیورژانس غیر صفر) تصحیح و بر روی میدان سرعتی با دیورژانس صفر تصویر می شود. به عبارتی با حل هم‌زمان معادلات پیوستگی و اندازه حرکت (بدون در نظر گرفتن ترم‌های جابجایی و پخش)، دستگاه معادلات سه قطری بلوکی حاصل می‌گردد. به این مرحله، مرحله پروجکشن اطلاق می‌گردد و روش‌هایی که از این رویکرد استفاده می‌نمایند، روش‌های پروجکشن نامیده می‌شوند. دستگاه معادلات بلوکی سه قطری را می‌توان به راحتی بصورت ضمنی و با استفاده از روش‌های مستقیم حل کرد. نظر به کمتر بودن حجم محاسبات روش پروجکشن، عدم نیاز به انجام فرایند تکرار در روند حل و امکان کاربرد در جریان‌های با سطح آزاد، در این تحقیق از این روش در حل معادلات مومنتم و پیوستگی استفاده خواهد شد. برای حل معادلات جریان بر اساس روش پروجکشن، از الگوریتم حذف سرعت‌ها استفاده خواهد شد.

3-4- الگوریتم حل قسمت انتقالی معادلات مومنتم

در مدل‌سازی هیدرودینامیک دو بعدی و سه بعدی، کمیت‌های اسکالری نظیر چگالی و یا پارامترهای آشفتگی، بصورت هم‌زمان با مدل اصلی هیدرودینامیک قابل حل نمی‌باشند. در صورت عدم استفاده از روش مناسب با ظاهر شدن مقادیر منفی این کمیت‌ها، امکان عدم پایداری در مدل هیدرودینامیک بوجود می‌آورد. لذا حل معادلات

انتقال این کمیت‌ها باید با دقت بیشتری انجام شود. از آنجا که رفتار فیزیکی پدیده‌های جابجایی و پخش متفاوت می‌باشد، روش عددی مناسب برای یکی، الزاماً برای دیگری مناسب نیست. لذا بهتر است این دو پدیده بصورت مستقل بررسی و متناسب با فیزیک آنها روش عددی جداگانه ارائه شود. بدین منظور در این تحقیق از روش تفکیک زمانی[1] یاننکو[2] استفاده میگردد. در روش تفکیک زمانی تاثیر عامل‌های جابجایی و پخش بصورت جداگانه اعمال می‌گردد (افتخاری، 1387).

در حل معادله جابجایی، استفاده از روش‌های گسسته سازی مرتبه اول، به‌دلیل تعدیل بیش از حد در شیب تند تغییرات پارامتر مورد نظر، خطای قابل ملاحظه‌ای را در نتایج به همراه دارد. از طرفی استفاده از روش‌های گسسته‌سازی با مرتبه بالا، بعضاً ایجاد نوسانات شدید در نتایج خروجی را در پی خواهد داشت. در این راستا بر اساس نتایج تجربیات و تحقیقات گذشته از جمله Namin (2003)، روش فروم برای حل جملات جابجایی معادلات مومنتم و آشفتگی انتخاب و مورد استفاده قرار گرفته است (ریاحی و همکاران، 1385). این روش از دقت مرتبه دوم برخودار بوده و بادسو[3] می‌باشد. همچنین عملکرد آن به روش *QUICKEST*، که دارای دقت مرتبه سوم می‌باشد، بسیار نزدیک بوده، در حالی که نسبت به آن از هزینه محاسباتی کمتری برخوردار است.

در روش حجم محدود، برای حل جملات انتقال معادله مومنتم لازم است شار[4] عبوری از مرزها محاسبه گردد. لذا محاسبه شار ناشی از پخش در هر گام زمانی و در کلیه مرزها ضروری است. نظر به اینکه مقدار غلظت در سلول‌های مجاور یک مرز در طول یک گام زمانی ثابت نمی‌ماند، نحوه محاسبه شار ناشی از پخش[5] بر دقت روش عددی تأثیرگذار خواهد بود.

در این تحقیق با توجه به مسائل مطرح شده، در خصوص حل جملات انتقال، جملات جابجایی با روش صریح فروم و جملات پخش با روش نیمه‌ضمنی کرانک‌نیکسون

1. Time Splitting
2. Yanneko (1971)
3. Upwind
4. Flux
5. Diffusion Flux

گسسته‌سازی شده است. بنابراین در زمان و مکان از دقت مرتبه دوم استفاده شده و محدودیت عدد کورانت نیز می‌بایست رعایت گردد.

4-4- روش گام کسری

این روش در دو گام اصلی به شرح زیر اعمال شده است. در گام اول، معادلات اندازه حرکت بدون در نظر گرفتن جمله فشار حل می‌شوند. این گام شامل دو مرحله جابجایی و پخش است. در مرحله اول (جابجایی)، سرعت‌ها با استفاده از میدان سرعت معلوم (u^n و w^n) از گام زمانی قبل منتقل شده و مقادیر میانی u^* و w^* بدست می‌آیند.

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{u^*-u^n}{\Delta t}=-\left[\frac{\partial(u^2)}{\partial x}+\frac{\partial(uw)}{\partial z}\right]^n \qquad (11)$$

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{w^*-w^n}{\Delta t}=-\left[\frac{\partial(wu)}{\partial x}+\frac{\partial(w^2)}{\partial z}\right]^n \qquad (12)$$

همان‌طور که ذکر شد در توسعه مدل حاضر از روش فروم[6] که روشی صریح[7]، بادسو[8] و با درجه دقت مرتبه دوم است است برای حل معادلات جابجایی (11) و (12) استفاده شده است. جزئیات محاسباتی و الگوریتم روش فروم در مرجع Namin (2003) آمده است. پس از حل معادلات جابجایی، در مرحله دوم جملات پخش معادلات اندازه-حرکت حل می‌شوند و مقادیر میانی u^{**} و w^{**} بدست می‌آیند.

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{u^{**}-u^*}{\Delta t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t\frac{\partial u^{**}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t\frac{\partial u^{**}}{\partial z}\right) \qquad (13)$$

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{w^{**}-w^*}{\Delta t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t\frac{\partial w^{**}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t\frac{\partial w^{**}}{\partial z}\right) \qquad (14)$$

در تحقیق حاضر، حل معادلات پخش (13) و (14) با بهره‌گیری از روش نیمه ضمنی کرانک نیکلسون صورت پذیرفته است. لازم به ذکر است که مقادیر سرعت‌های میانی بدست آمده در این مرحله، ضرورتاً معادله پیوستگی را ارضا نمی‌کنند.

در گام دوم لازم است تا با بکارگیری توام معادله پیوستگی و معادله حرکت، در غیاب جملات جابجایی و پخش،

6. Fromm
7. Explicit
8. Upwind

نسبت به محاسبه مقادیر فشار اقدام گردد. چگونگی انجام این مرحله از محاسبات به این طریق است که در ابتدا رابطه بین مشتقات سرعت، فشار و جملات خطی و غیرخطی محیط متخلخل به شکل روابط (16) و (17) بازنویسی شده (معادله حرکت بدون جملات جابجایی و پخش) و بهمراه معادله پیوستگی (15) بصورت هم‌زمان حل می‌شود.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{n+1} + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^{n+1} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{u^{n+1} - u^{**}}{\Delta t} + \frac{1}{\rho^n}\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n+1} = -\alpha\, u^{n+1} - \beta u^{n+1}|U^{**}| \tag{16}$$

$$\frac{C_r}{n_v}\frac{w^{n+1} - w^{**}}{\Delta t} + \frac{1}{\rho^n}\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^{n+1} = -\alpha\, w^{n+1} - \beta w^{n+1}|U^{**}| - g \tag{17}$$

با گسسته‌سازی معادلات (16) و(17) می‌توان مؤلفه‌های سرعت در جهت‌های x و z را بر اساس مقادیر سرعت‌های میانی و فشارهای مرحله جدید بصورت روابط (18) و (19) بدست آورد.

$$u^{n+1}_{i+\frac{1}{2},k} = ru^1_{i+\frac{1}{2},k} P^{n+1}_{i,k} + ru^2_{i+\frac{1}{2},k} P^{n+1}_{i+1,k} + ru^3_{i+\frac{1}{2},k} \tag{18}$$

$$w^{n+1}_{i,k+\frac{1}{2}} = rw^1_{i,k+\frac{1}{2}} P^{n+1}_{i,k} + rw^2_{i,k+\frac{1}{2}} P^{n+1}_{i,k+1} + rw^3_{i,k+\frac{1}{2}} \tag{19}$$

در روابط فوق ضرایب ru و rw برابر است با:

$$ru^1_{i+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{1}{\rho^n_{i+\frac{1}{2}}}\right)\frac{1}{\Delta x}\frac{1}{\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t} + \alpha + \beta\left|U^n_{i+\frac{1}{2},k}\right|\right)} \tag{20}$$

$$ru^2_{i+\frac{1}{2},k} = -\left(\frac{1}{\rho^n_{i+\frac{1}{2}}}\right)\frac{1}{\Delta x}\frac{1}{\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t} + \alpha + \beta\left|U^n_{i+\frac{1}{2},k}\right|\right)} \tag{21}$$

$$ru^3_{i+\frac{1}{2},k} = \left(\frac{C_r}{n_v\Delta t}\right)\frac{1}{\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t} + \alpha + \beta\left|U^n_{i+\frac{1}{2},k}\right|\right)} u^n_{i+\frac{1}{2},k} \tag{22}$$

$$rw^1_{i,k+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{\rho^n_{k+\frac{1}{2}}}\right)\frac{1}{\Delta z_{k+\frac{1}{2}}}\frac{1}{\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t} + \alpha + \beta\left|U^n_{i,k+\frac{1}{2}}\right|\right)} \tag{23}$$

$$rw^2_{i,k+\frac{1}{2}} = -\left(\frac{1}{\rho^n_{k+\frac{1}{2}}}\right)\frac{1}{\Delta z_{k+\frac{1}{2}}}\frac{1}{\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t} + \alpha + \beta\left|U^n_{i,k+\frac{1}{2}}\right|\right)} \tag{24}$$

$$rw^3_{i,k+\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t}\right) w^n_{i,k+\frac{1}{2}} - g\right]\frac{1}{\left(\frac{C_r}{n_v\Delta t} + \alpha + \beta\left|U^n_{i,k+\frac{1}{2}}\right|\right)} \tag{25}$$

بطور مشابه، مقادیر $u^{n+1}_{i-\frac{1}{2},k}$ و $w^{n+1}_{i,k-\frac{1}{2}}$ بر حسب مقادیر فشار و سرعت‌های میانی به همراه ضرایب مربوطه قابل محاسبه می‌باشند. سرانجام با گسسته‌سازی مکانی معادله پیوستگی به صورت رابطه (26) می‌توان نوشت:

$$\frac{u^{n+1}_{i+\frac{1}{2},k} - u^{n+1}_{i-\frac{1}{2},k}}{\Delta x} + \frac{w^{n+1}_{i,k+\frac{1}{2}} - w^{n+1}_{i,k-\frac{1}{2}}}{\Delta z_k} = 0 \tag{26}$$

حال با جایگذاری سرعت‌های گام زمان جدید در این رابطه معادله پواسن فشار (27) تشکیل می‌گردد:

$$a_k P^{n+1}_{i-1,k} + b_{k-1} P^{n+1}_{i,k-1} + b_k P^{n+1}_{i,k} + b_{k+1} P^{n+1}_{i,k+1} + c_k P^{n+1}_{i+1,k} = d_k \tag{27}$$

مقادیر ضرایب ثابت رابطه فوق به شرح روابط (28) تا (33) می‌باشد:

$$a_k = -\left(ru^1_{i-\frac{1}{2},k}\frac{1}{\Delta x}\right) \tag{28}$$

$$b_{k-1} = -\left(rw^1_{i,k-\frac{1}{2}}\frac{1}{\Delta z_k}\right) \tag{29}$$

$$b_k = -\left(a_{k,i} + b_{i,k-1} + b_{i,k+1} + c_{k,i}\right) \tag{30}$$

$$b_{k+1} = \left(rw^2_{i,k+\frac{1}{2}}\frac{1}{\Delta z_k}\right) \tag{31}$$

$$c_k = \left(ru^2_{i+\frac{1}{2},k}\frac{1}{\Delta x}\right) \tag{32}$$

$$d_k = \left(-\frac{1}{\Delta x} ru^3_{i+\frac{1}{2},k} + \frac{1}{\Delta x} ru^3_{i-\frac{1}{2},k} - \frac{1}{\Delta z_k} rw^3_{i,k+\frac{1}{2}} + \frac{1}{\Delta z_k} rw^3_{i,k-\frac{1}{2}}\right) \tag{33}$$

4-5- شرایط مرزی

شرایط مرزی در کناره‌های میدان جریان، بطور کلی به سه دسته جدار صلب، مرز باز با سرعت معلوم و مرز با فشار معلوم تقسیم می‌گردد. حالات اشاره شده می‌تواند در هر یک از چهار وجه شبکه حل بصورت جزئی (بخشی از طول مرز) و یا کلی در نظر گرفته شود. به منظور اعمال اثر هر یک از شرایط مرزی فوق بر دامنه حل معادلات، کافی

است تا مقدار ضرایب موجود در معادلات متناسب با شرایط مورد نظر بدست آید. در اینصورت می‌توان روابط زیر را نوشت:

شرط مرزی سرعت معلوم (U_{known})

$$ru^1 = 0. \;,\; ru^2 = 0. \;,\; ru^3 = U_{known}$$

شرط مرزی دیواره جامد

$$ru^1 = 0. \;,\; ru^2 = 0. \;,\; ru^3 = 0.$$

شرط مرزی بستر صلب

$$rw^1 = 0. \;,\; rw^2 = 0. \;,\; rw^3 = 0.$$

شرط مرزی فشار معلوم (P_{known})

$$\begin{cases} a_k = b_{k-1} = b_{k+1} = c_k = 0. \\ b_k = 1. \\ d_k = P_{known} \end{cases}$$

6-4- محاسبه تراز سطح آب

در مدل حاضر برای محاسبه رقوم سطح آب، از شرط مرزی سینماتیک سطح آب استفاده شده است. شرط مرزی سینماتیک در بستر نفوذ ناپذیر بصورت رابطه (34) اعمال می‌گردد:

$$n_v \frac{\partial h}{\partial t} + u_h \frac{\partial h}{\partial x} = w_h \qquad (34)$$

در رابطه فوق h تراز کف می‌باشد. به همین ترتیب شرط مرزی سینماتیک سطح آزاد بصورت معادله (35) بیان می‌شود.

$$n_v \frac{\partial \xi}{\partial t} + u_\xi \frac{\partial \xi}{\partial x} = w_\xi \qquad (35)$$

که در آن ξ تراز سطح آب نسبت به سطح مبنا می‌باشد. با انتگرال‌گیری از معادله پیوستگی (1) در عمق و بکارگیری اصل لایبنیتز به همراه شرط سینماتیک (34) و (35) معادله (36) برای سطح آزاد آب حاصل می‌گردد.

$$n_v \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (ud)}{\partial x} = w \qquad (36)$$

در رابطه فوق n_v تخلخل خاک و d ارتفاع سلول لایه آخر می‌باشد ($d = \xi_i - (nz_i - 1) * dz$). لازم به ذکر است همان‌طور که در ادامه تشریح خواهد شد، در این تحقیق سطح مبنا در کف بستر در نظر گرفته شده است و در این رابطه ξ_i تراز سطح آب نسبت به سطح مبنا و nz_i تعداد سلول‌های ستون i ام می‌باشد.

عموماً در استفاده از شرط مرزی سینماتیک سطح آزاد، محدوده محاسبات هیدرواستاتیک در کل محدوده محاسباتی به شکلی تعریف می‌گردد که در زمان شبیه‌سازی، تراز سطح آب خارج از این محدوده قرار نگیرد. استفاده از این الگوریتم، در شرایطی که گرادیان تراز سطح آب زیاد باشد، باعث می‌شود که بخش زیادی از میدان جریان بصورت هیدوراستاتیک حل گردد. این مسأله در محاسبات تراز سطح آب زیرزمینی نیز بصورت مشخص وجود دارد. در تحقیق حاضر برای مرتفع نمودن این مسأله، مرز محدوده محاسبات هیدرودینامیک و هیدرواستاتیک در هر گام مکانی Δx بصورت مجزا و مستقل تعریف می‌گردد. لذا در هرگام زمانی، تعداد سلول‌ها در هر ستون شبکه محاسباتی متناسب با تراز سطح آب بصورت مجزا محاسبه و در نظر گرفته می‌شود. محاسبات بر حسب فشار کل انجام گرفته و سطح مبنا در محل اولین سلول در بستر در نظر گرفته شده است. با اعمال این تغییرات محاسبه تراز سطح آب و میدان جریان بصورت قابل توجهی، بخصوص در محاسبات آب زیرزمینی بهبود یافته است. در واقع این روش، حدفاصل استفاده از روش VOF و روش شرط مرزی سینماتیک می‌باشد، به‌گونه‌ای که دقت آن از روش شرط مرزی سینماتیک مرسوم بیشتر و حجم محاسبات و محدودیت پایداری آن از روش VOF کمتر می‌باشد. لازم به ذکر است در هر گام زمانی تعداد سلول‌ها در هر ستون متناسب با تراز سطح آب به روز می‌گردد. همچنین روش بکار گرفته شده در این تحقیق با فرض وجود صرفا یک تراز سطح آب در راستای قائم توسعه داده شده و لذا در بکارگیری از آن، لازم است این محدودیت در نظر گرفته شود.

همان‌طور که گفته شد در سلول سطحی از فرض توزیع هیدرواستاتیک فشار برای بدست آوردن فشار سلول‌های لایه آخر استفاده می‌گردد. به دلیل متغیر بودن ارتفاع سلول‌های لایه آخر، نمی‌توان از معادله پیوستگی (1) به عنوان معادله حاکم بر این سلول‌ها استفاده نمود. لذا با بهره‌گیری از معادله پیوستگی در ستون i ام (رابطه33) می‌توان رابطه (37) را نوشت:

$$n_e \frac{\xi_i^{n+1} - \xi_i^n}{\Delta t} + \frac{u^{n+1}_{i+\frac{1}{2},nk_i} d^n_{i+\frac{1}{2}} - u^{n+1}_{i-\frac{1}{2},nk_i} d^n_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} = w^{n+1}_{i,nk_i-\frac{1}{2}} \qquad (37)$$

که در آن nk_i تعداد لایه ستون i ام و d ارتفاع سلول لایه آخر می‌باشد. با فرض فشار هیدرواستاتیک برای لایه آخر می‌توان رابطه (38) را نوشت:

$$\xi_i^{n+1} = \frac{P_{i,nk_i}^{n+1}}{g\rho_{i,nk_i}^{n}} \tag{38}$$

حال با جایگذاری سرعت‌های گام زمانی جدید در این رابطه، معادله پواسن فشار برای سلول‌های لایه آخر تشکیل می‌گردد که ضرایب آن به شرح روابط (39) تا (44) می‌باشد:

$$a_{nk_i} = \left(-ru^1_{i-\frac{1}{2},nk_i}\frac{d^n_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x}\right) \tag{39}$$

$$b_{i,nk_i-1} = -\left(rw^1_{i,nk_i-\frac{1}{2}}\right) \tag{40}$$

$$b_{i,nk_i} == \frac{n_e}{\Delta t g\rho^n_{i,nk_i}} - \left(a_{nk_i} + b_{i,nk_i-1} + c_{nk_i}\right) \tag{41}$$

$$b_{i,nk_i+1} = 0 \tag{42}$$

$$c_{nk_i} = \left(ru^2_{i+\frac{1}{2},nk_i}\frac{d^n_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta x}\right) \tag{43}$$

$$d_{nk_i} = n_e\frac{\xi_i^n}{\Delta t} - ru^3_{i+\frac{1}{2},nk_i}\frac{d^n_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + ru^3_{i-\frac{1}{2},nk_i}\frac{d^n_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} + rw^3_{i,nk_i-\frac{1}{2}} \tag{44}$$

4-7- حل دستگاه معادلات

دستگاه معادلات جبری خطی حاصل از منفصل‌سازی معادلات دیفرانسیل، به یکی از دو روش مستقیم یا غیر مستقیم (تکراری) قابل حل خواهند بود. در روش تکرار مجهولات پس از همگرایی تکرارهای نسبتاً زیاد و صرف هزینه محاسباتی بالا بدست می‌آیند. در روش مستقیم مجهولات به روش مستقیم و بدون هیچ‌گونه حدس اولیه و فرایند تکرار بدست می‌آیند.

در این تحقیق پس از بدست آوردن معادله پواسن فشار برای همه سلول‌های فضای حل، دستگاه معادلات فشار تشکیل داده شده و با حل این دستگاه به روش مستقیم میدان فشار در گام زمانی جدید محاسبه می‌شود. در صورت نبود تدابیر مناسب در روش مستقیم، فرایند حل دستگاه معادلات مستلزم معکوس کردن ماتریس‌های با ابعاد بزرگ خواهد بود که عموماً دارای هزینه محاسباتی بالایی است. در مدل حاضر برای سهولت حل دستگاه معادلات از خاصیت بلوکی بودن ماتریس مجهولات استفاده شده است. بدین منظور، رابطه (30) برای سلول‌های ستون i ام نوشته می‌شود. در نتیجه برای هر ستون، دستگاه معادلات زیر تشکیل می‌گردد:

$$\bar{\bar{A}}_i\bar{P}_{i-1}^{n+1} + \bar{\bar{B}}_i\bar{P}_i^{n+1} + \bar{\bar{C}}_i\bar{P}_{i+1}^{n+1} = \bar{D}_i \tag{45}$$

که در آن $\bar{\bar{A}}_i$، $\bar{\bar{B}}_i$ و $\bar{\bar{C}}_i$ ماتریس‌های دوبعدی ضرایب می‌باشند، $\bar{P}_i^{n+1}$ بردار مجهولات فشار ستون i ام بوده و بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\bar{P}_i^{n+1} = \left[P_{i,1}^{n+1}, P_{i,2}^{n+1}, P_{i,3}^{n+1}, \ldots, P_{i,nk}^{n+1}\right] \tag{46}$$

پس از نوشتن معادله (45) برای همه ستون‌ها، ماتریس بلوکی سه‌قطری بصورت زیر تشکیل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \bar{\bar{B}}_1 & \bar{\bar{C}}_1 & & & & & \\ \bar{\bar{A}}_2 & \bar{\bar{B}}_2 & \bar{\bar{C}}_2 & & & & \\ & \cdots & \cdots & \cdots & & & \\ & & \bar{\bar{A}}_i & \bar{\bar{B}}_i & \bar{\bar{C}}_i & & \\ & & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & & & & \bar{\bar{A}}_{nk} & \bar{\bar{B}}_{nk} & \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{X}_1\\ \bar{X}_2\\ \\ \bar{X}_i\\ \\ \bar{X}_{nk}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\bar{D}_1\\ \bar{D}_2\\ \\ \bar{D}_i\\ \\ \bar{D}_{nk}\end{bmatrix} \tag{47}$$

که در آن $\bar{X}_i = \bar{P}_i^{n+1}$ بردار مجهولات است. به منظور حل این دستگاه معادلات از شیوه‌ای مشابه الگوریتم جاروب دوطرفه[1] (الگوریتم توماس[2]) استفاده شده است.

5- ارزیابی مدل

بدیهی است برای ارزیابی میزان دقت و صحت[3] مدل‌های عددی می‌بایست از حل تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی معتبر بهره گرفت. به عبارتی دیگر با مقایسه نتایج حل تحلیلی با حل عددی، میزان تاثیر فرضیات مدل‌سازی در دقت نتایج، قابل تحلیل و ارزیابی خواهد بود. این در حالی است که با شبیه‌سازی شرایط آزمایشگاهی و مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج واقعی، صحت مدل عددی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

از آنجایی که در پژوهش حاضر از فرضیات نوینی برای ارائه روشی کارا در محاسبه تراز سطح آب در مدل‌های غیرهیدرواستاتیک با قابلیت کاربرد در جریان‌های سطح آزاد و جریان در محیط متخلخل استفاده گردیده و مدل

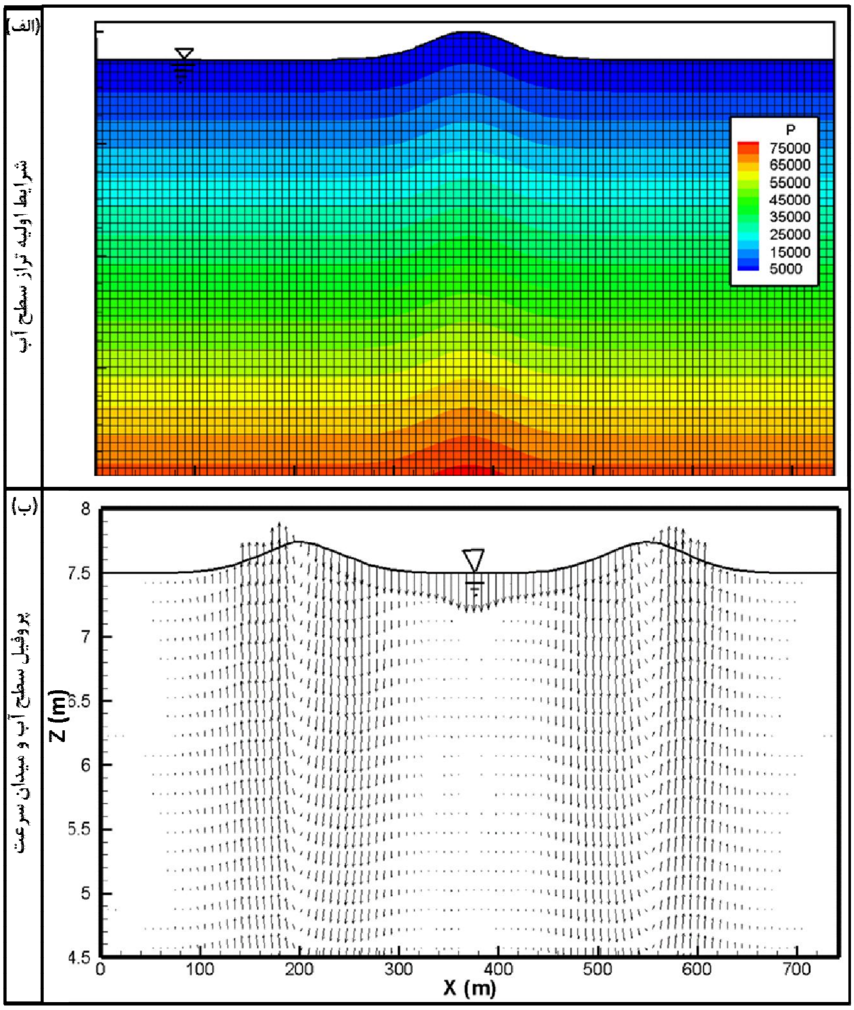
1. Double Sweep Algorithm
2. Thomas Algorithm
3. Precision & Accuracy

توسعه یافته مبتنی بر این شرایط می‌باشد، لزوم صحت-سنجی نتایج این مدل بسیار حائز اهمیت بوده و می‌تواند میزان کارایی واقعی مدل و قابلیت آن در شبیه‌سازی پدیده‌های فیزیکی را پدیدار سازد. لذا پس از تهیه مدل عددی، برای اطمینان از عملکرد صحیح مدل و بررسی دقت و صحت نتایج حاصل از آن، مدل به کمک آزمون‌های مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. از جمله این آزمون‌ها آزمون انتشار موج در مخزن، آزمون اندرکنش موج و موج شکن و آزمون نشت است.

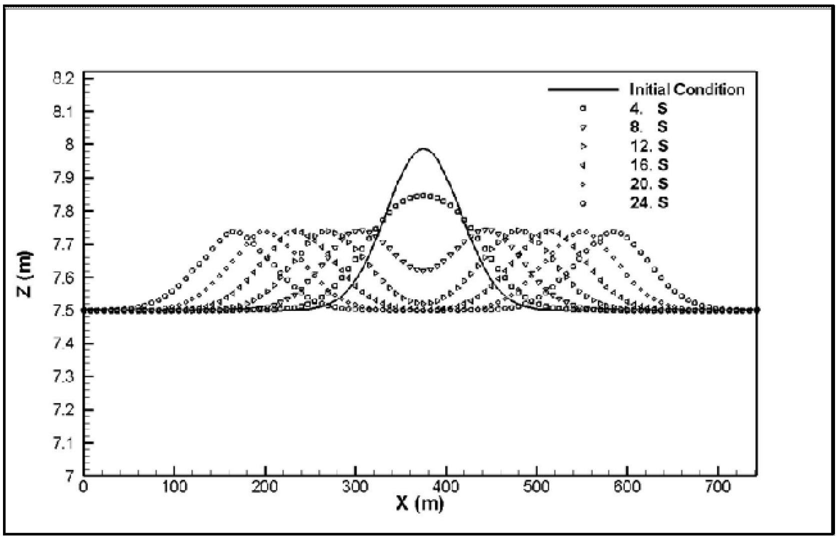
5-1- آزمون انتشار موج کوتاه در مخزن

در این آزمون یک موج با دامنه کوتاه، در یک مخزن به عمق 7/5 متر و طول 742/5 متر منتشر می‌شود. شرایط اولیه موج مطابق شکل 2 می‌باشد.

در شکل 3 تراز سطح آب بعد از چند گام زمانی مختلف ارائه گردیده است. برای ارزیابی توانایی مدل عددی در شبیه‌سازی انتشار موج کوتاه، سرعت انتشار موج به روش عددی و تحلیلی محاسبه و مقایسه گردیده است. در این مدل سرعت انتشار موج به روش تحلیلی برابر 8/71 متر بر ثانیه محاسبه می‌گردد. سرعت انتشار موج در نتایج مدل عددی حاضر برابر 9 متر بر ثانیه می‌باشد. مقدار خطای مدل عددی در محاسبه سرعت موج برابر 3/3 درصد می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل توانایی بسیار خوبی در پیش‌بینی انتشار موج کوتاه دارد.



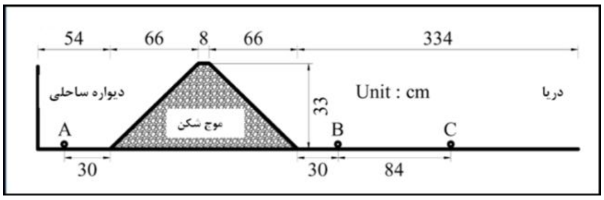
شکل 2 شرایط اولیه و نتایج بعد از 20 ثانیه



شکل 3 تغییرات پروفیل تراز موج در چند گام زمانی

5-2- آزمون اندرکنش موج و موج شکن

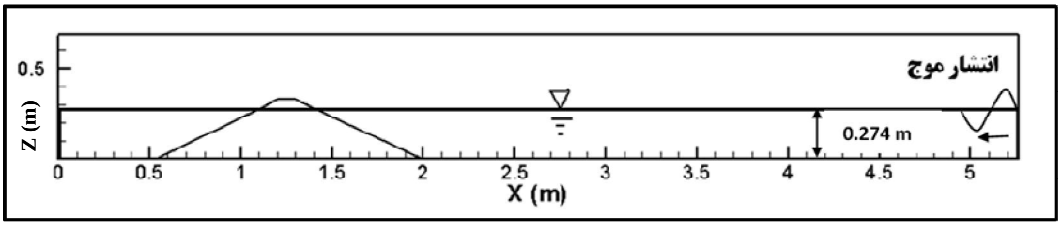
برای مطالعه فعل و انفعال امواج ساحلی دریا، موج‌شکن سنگی و ناحیه ساحلی، کار آزمایشگاهی ایده‌الی توسط Ebrahimi et al. (2007) در دانشگاه کاردیف صورت گرفته است. این آزمایش‌ها توسط محققان مختلفی از جمله Liang et al. (2007)، Kong et al. (2010)، Yuan et al. (2012)، و Yuan et al. (2011) برای صحت‌سنجی مدل عددی مورد استفاده قرار گرفته است. برای ارزیابی صحت نتایج مدل حاضر از نتایج تحقیق فوق الذکر استفاده شده است. در این راستا، این آزمون توسط روش VOF و روش حاضر مدل‌سازی گردیده است. همان‌طور که در شکل 4 نشان داده شده است موج‌شکن شنی ذوزنقه‌ای در حوضچه‌ای با شیب صفر و به طول 5/28 متر و در موقعیت نشان داده شده در شکل احداث گردیده است. هدف از آزمایش، بررسی فعل و انفعال ناحیه ساحلی و ناحیه دریایی در دو سمت موج‌شکن ذوزنقه‌ای می‌باشد. مصالح تشکیل دهنده موج‌شکن، غیرچسبنده و دارای قطر متوسط 1 میلی‌متر می‌باشد. آزمایش‌های انجام گرفته در آزمایشگاه مکانیک خاک دانشگاه کاردیف نشان می‌دهد که هدایت هیدرولیکی و تخلخل مصالح مورد نظر به ترتیب 0/1 سانتی‌متر بر ثانیه و 0/3 است. در آزمایشگاه با تغییر سینوسی تراز آب در سمت راست میدان جریان، موج ایجاد شده است.



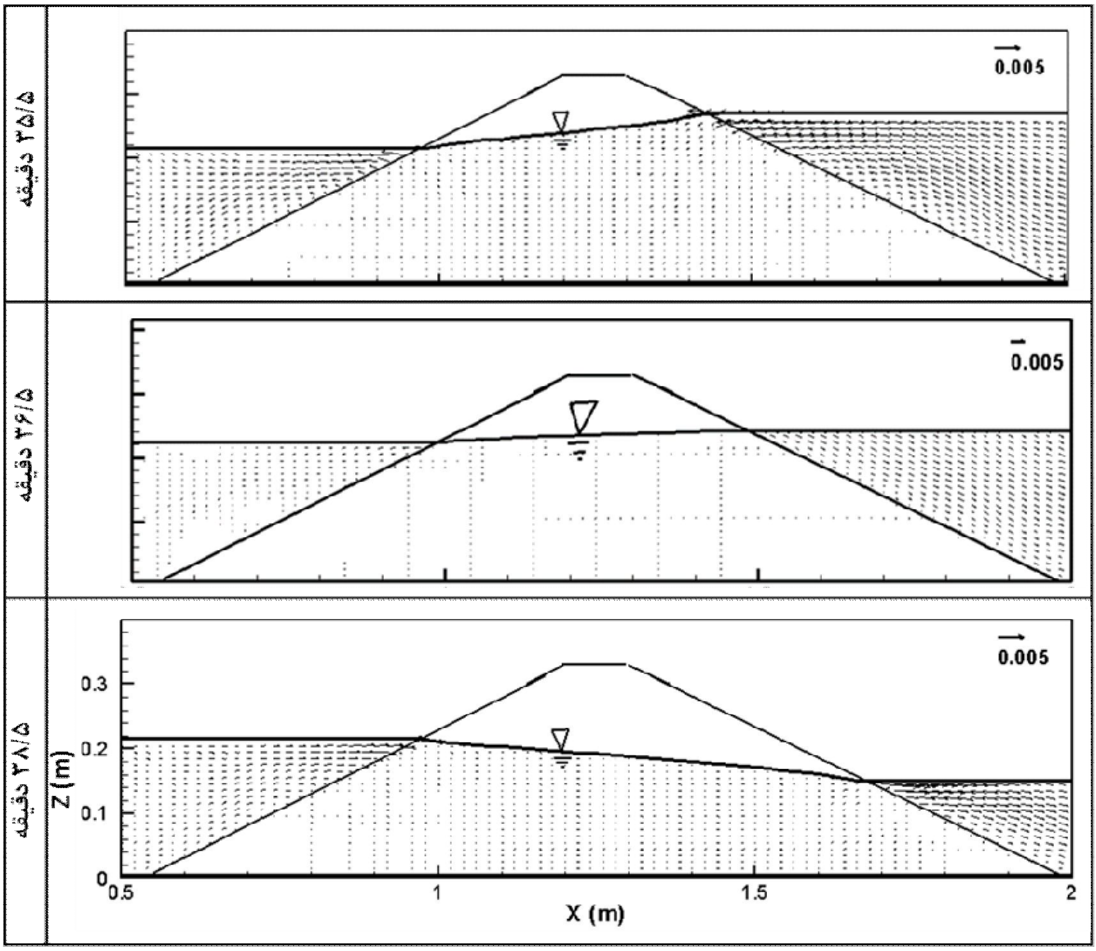
شکل 4 پروفیل و ابعاد مدل آزمایشگاهی ابراهیمی و همکاران (2007)

متوسط تراز آب و دامنه موج به ترتیب برابر 214 و 60 میلی‌متر و همچنین دوره تناوب موج برابر 355 ثانیه در نظر گرفته شده است. در سمت چپ دامنه محاسباتی شرط مرزی دیوار جامد در نظر گرفته شده است. مشابه آزمایشات صورت گرفته، شبیه‌سازی عددی با حداکثر تراز آب و برابر 274 میلی‌متر شروع گردیده است. در شکل 5 میدان محاسباتی و شرایط اولیه مدل عددی قابل مشاهده می‌باشد. مقادیر عرض سلول در راستای افق برابر 0/02 متر، ارتفاع سلول در راستای قائم 0/01 متر و گام زمانی محاسبات 0/025 ثانیه در نظر گرفته شده است.

تغییرات تراز آب و میدان سرعت در زمان‌های 35/5، 36/5 و 38/5 دقیقه از ابتدای شبیه‌سازی عددی در شکل 6 آمده است. در این شکل میدان سرعت در سمت دریا، درون موج‌شکن و در سمت ساحل و همچنین تغییرات تراز آب نشان داده شده است. تغییرات تراز آب در دو سمت موج‌شکن در آزمایشگاه و در مدل عددی ثبت شده است. در شکل 4 این نقاط با A و B مشخص شده است.



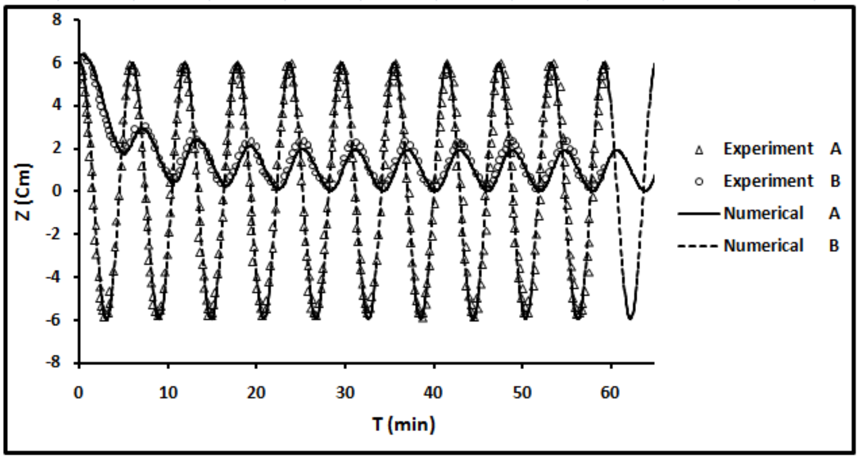
شکل 5 میدان محاسباتی و شرایط اولیه مدل عددی



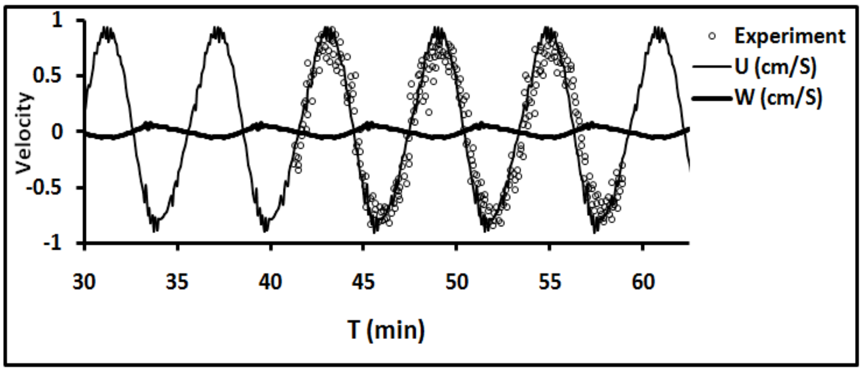
شکل 6 تراز آب و میدان سرعت در زمان 35/5، 36/5 و 38/5 دقیقه از ابتدای شبیه‌سازی عددی

در شکل 7 تغییرات تراز آب در این دو نقطه نسبت به زمان نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج آزمایشگاهی و عددی به خوبی با یکدیگر همخوانی دارد. نوسان تراز آب در سمت ساحل بعد از دو دوره تناوب موج پریودیک شده و دامنه موج در این ناحیه بسیار کمتر از سمت دریا می‌باشد. برای بررسی بیشتر نتایج مدل عددی، تغییرات سرعت در نقطه C شکل 4 در مدل عددی ثبت و با مقادیر آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته است. در شکل 8 تغییرات توزیع سرعت نسبت به زمان در این نقطه ارائه شده است که تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

لازم به ذکر است با شبکه محاسباتی فوق و گام زمانی 0/025 ثانیه، زمان اجرای مدل حاضر به میزان 80 درصد کمتر از روش VOF می‌باشد. این در حالی است که مدل حاضر با گام زمانی 6 برابر بزرگتر (0/15 ثانیه) نیز پایدار بوده و لذا روش پیشنهادی به لحاظ زمان اجرا، 480 درصد بهینه تر از روش VOF می‌باشد.



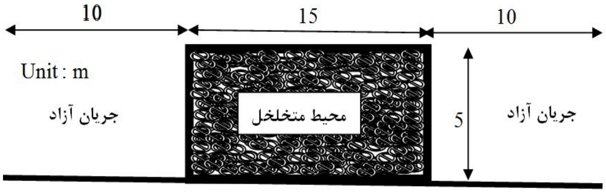
شکل 7 تغییرات زمانی تراز آب در نقاط A و B و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی



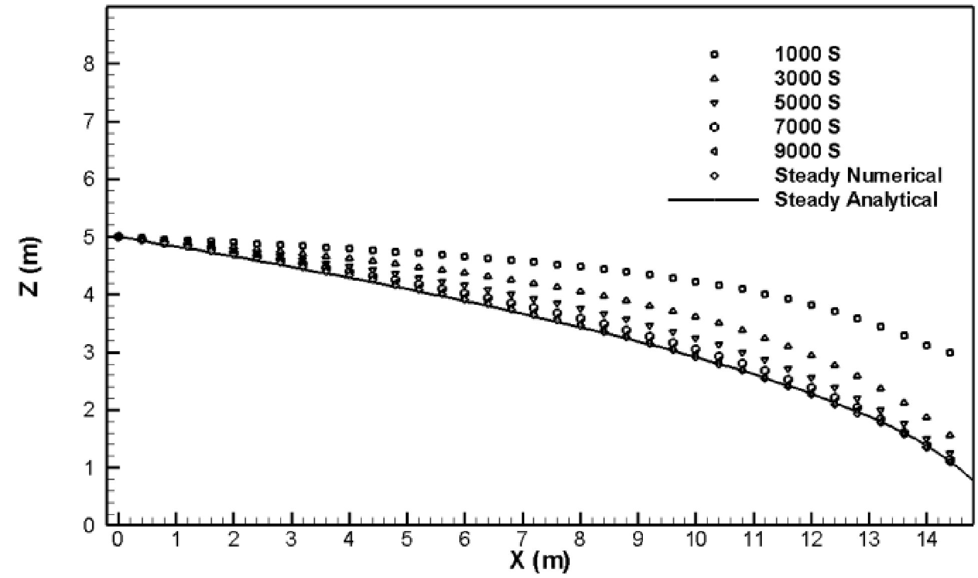
شکل 8 تغییرات زمانی مؤلفه‌های سرعت در نقطه C و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی

3-5- آزمون نشت

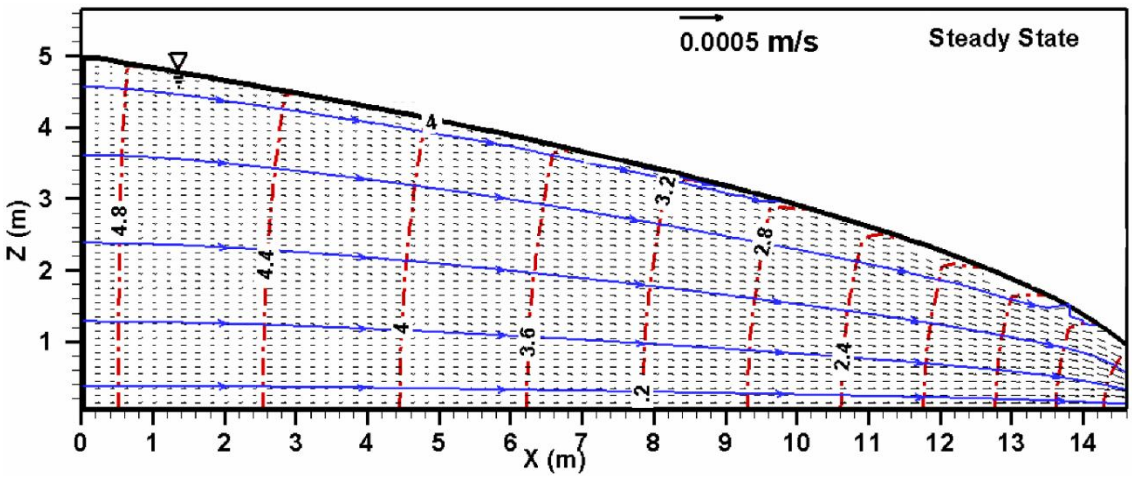
در این آزمون نتایج مدل عددی با حل تحلیلی جریان عبوری از ستون قائم خاک مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این آزمون توسط Spanoudaki et al. (2009), در توسعه مدل سه بعدی هم‌زمان جریان سطحی و محیط متخلخل بکار برده شده است. در این راستا جریان نشت در یک بدنه خاکی به ارتفاع 5 متر و طول 15 متر مورد بررسی قرار گرفته است. هدایت هیدرولیکی مصالح محیط متخلخل 0/0005 متر بر ثانیه و تخلخل برابر 0/2 می‌باشد. در مدل عددی، جریان به فاصله 10 متر در بالادست و پایین‌دست بدنه خاکی نیز شبیه‌سازی شده است. فضای محاسباتی و ابعاد میدان جریان در شکل 9 نشان داده شده است. در سمت چپ میدان محاسباتی، شرط مرزی تراز آب معلوم برابر 5 متر لحاظ شده است. در سمت راست، تراز آب در گام اول زمانی شبیه‌سازی برابر 4/5 متر بوده و بصورت ناگهانی به 0/5 متر تقلیل یافته و در ادامه محاسبات ثابت می‌باشد. محاسبات تا دائمی شدن میدان جریان ادامه یافته است. در شکل 10 نتایج عددی و تحلیلی خط نشت در بدنه خاکی ارائه شده است که تطابق مناسبی را نشان می‌دهد. در شکل 11 تغییرات تراز آب و میدان سرعت در حالت جریان دائمی نشان داده شده است. در شکل‌های 12 و 13 نیز میدان سرعت و تراز آب در کل میدان جریان محیط متخلخل و جریان آزاد ارائه شده است.



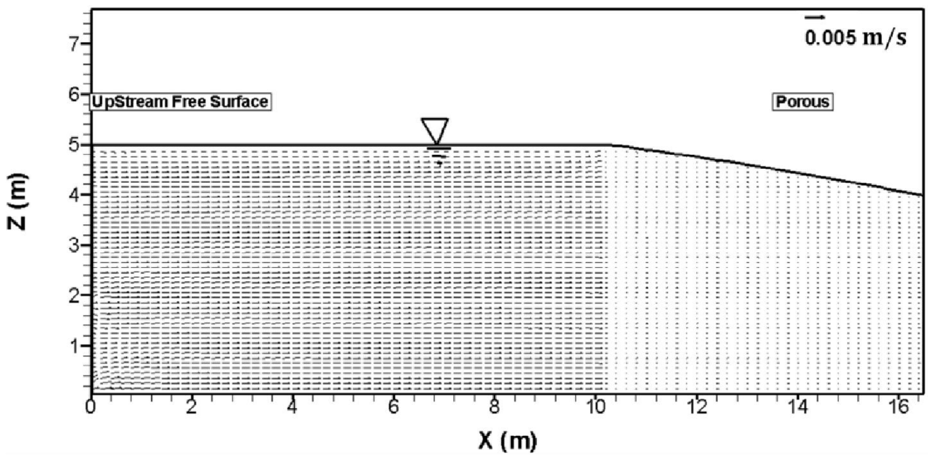
شکل 9 ابعاد محیط متخلخل و محدوده جریان آزاد در آزمون نشت



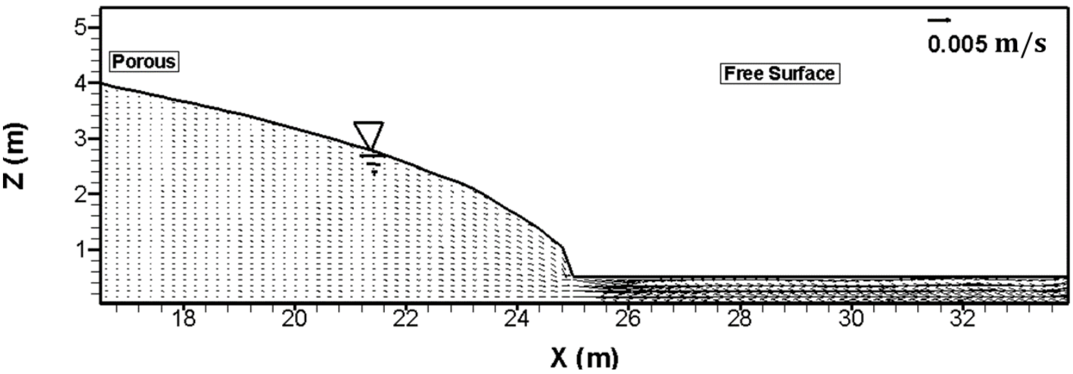
شکل 10 نتایج حل عددی و تحلیلی آزمون نشت از بدنه خاکی



شکل 11 خط تراز پیزومتریک، بردارهای سرعت، خطوط پتانسیل و جریان در شرایط جریان ماندگار



شکل 12 تراز سطح آب و بردارهای سرعت در محیط متخلخل و جریان آزاد بالادست



شکل 13 تراز سطح آب و بردارهای سرعت در محیط متخلخل و جریان آزاد پایین‌دست

6- نتیجه‌گیری

برای شبیه‌سازی هم‌زمان جریان با سطح آزاد و جریان در محیط متخلخل یک مدل غیرهیدرواستاتیک دو بعدی در قائم ارائه گردیده است. شکل توسعه یافته معادلات ناویر استوکس، به عنوان معادلات حاکم بر مدل، در محیط سیال و محیط متخلخل بصورت یکسان بکار برده شده است. معادلات با استفاده از روش حجم محدود و در مختصات کارتزین گسسته‌سازی شده و به کمک روش تحمیل فشار در دو مرحله حل شده‌اند. مدل توسعه داده شده، با حل هم‌زمان معادله سینماتیک سطح آزاد آب و شکل توسعه یافته معادلات ناویر استوکس، میدان فشار را بصورت کامل حل می‌نماید. در تحقیق حاضر، با فرض وجود صرفاً یک تراز آب در راستای قائم، روشی کارآ، مفید و ساده برای محاسبه سطح آزاد آب پیشنهاد گردیده است. در این راستا در هرگام زمانی، تعداد سلول‌ها در هر ستون شبکه محاسباتی متناسب با تراز سطح آب بصورت مجزا محاسبه و به روز می‌گردد. در آزمون انتشار موج کوتاه در مخزن، مقدار خطای مدل عددی در محاسبه سرعت موج برابر 3/3 درصد می‌باشد. مقادیر تراز سطح آزاد آب و سرعت حاصل از مدل عددی حاضر همخوانی بسیار خوبی با داده‌های آزمایشگاهی دارد. در این آزمون با شبکه محاسباتی و گام زمانی یکسان، زمان اجرای مدل به میزان 80 درصد کمتر از روش VOF می‌باشد. این در حالی است که مدل با گام زمانی 6 برابر بزرگتر نیز پایدار بوده و لذا روش پیشنهادی به لحاظ زمان اجرا، 480 درصد بهینه تر از روش VOF می‌باشد. در آزمون نشت، نتایج عددی و تحلیلی خط نشت در بدنه خاکی تطابق مناسبی را نشان می‌دهد که حاکی از کارایی مدل در تعیین موقعیت سطح آزاد در محیط متخلخل می‌باشد.

7- تشکر و قدردانی

برای ارزیابی کارایی مدل حاضر، نتایج حل عددی، با نتایج مدل عددی VOF، توسعه یافته توسط ایروانی و نمین، مورد مقایسه قرار گرفته است. بدین‌وسیله صمیمانه از همکاری سرکار خانم مهندس نیکتا ایروانی (دانشجوی دکتری سازه‌های دریایی دانشگاه تهران) و همچنین از زحمات ارزنده‌ی آقای مهندس ابراهیم جفعری (دانشجوی دکتری سازه‌های هیدرولیکی دانشگاه تهران) کمال تشکر و قدردانی بعمل می‌آید.

8- فهرست علایم

ضرایب تجربی	a و b
ماتریس ضرایب دستگاه معادلات	$\bar{\bar{A}}_i$ ، $\bar{\bar{B}}_i$ و $\bar{\bar{C}}_i$
ضریب جرم اضافی	C_m
ضریب اینرسی	C_r
ضرایب ثابت معادلات آشفتگی	c_μ،σ_t،σ_k،σ_ε،$c_{1\varepsilon}$،$c_{2\varepsilon}$و$c_{3\varepsilon}$
قطر متوسط ذرات محیط متخلخل	D_{50}
شتاب ثقل	g
انرژی جنبشی آشفتگی	k
تعداد سلول‌های ستون i ام	nz_i
تخلخل خاک	n_v
فشار	P
بردار مجهولات فشار	$\bar{P}_i^{n+1}$
مؤلفه‌های سرعت در راستای x و z	u و w
مقادیر سرعت در گام زمانی n	u^n و w^n

مقادیر میانی سرعت	u^* ،w^* ،u^{**} و w^{**}
ضریب خطی و غیرخطی محیط متخلخل	α و β
گام زمانی و مکانی محاسبات	Δx ،Δz و Δt
نرخ استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی	ε
تراز سطح آب نسبت به سطح مبنا	ξ_i
لزجت سیال	υ
لزجت گردابه‌ای جریان	υ_t
چگالی سیال	ρ

9- منابع

افتخاری، م. (1387). شبیه‌سازی عددی دوبعدی توزیع حرارت و شوری در مخازن سدها، رساله دکتری مهندسی عمران، گرایش هیدرولیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس.

چگینی، ف. (1391). "توسعه مدل سه‌بعدی هیدرودینامیک با ویژگی کاربرد در دریای خزر"، رساله دکتری مهندسی عمران، گرایش آب، دانشکده فنی، دانشگاه تهران.

ریاحی، م. خالقی، ح. منتظری نمین و م. حسن زاده، ع. (1385). "شبیه‌سازی عددی شکست امواج در مقابل دیواره ساحلی با استفاده از روش پروجکشن"، مجله تحقیقات منابع آب ایران، دوره 2، شماره 1، ص.ص. 61-71.

Ahmadi, A., P. Badiei, and M.M. Namin, (2007). "An implicit two-dimensional non-hydrostatic model for free-surface flows". International Journal for Numerical Methods in Fluids, 54(9): pp. 1055-1074.

Akbari, H. and M.M. Namin, (2013). "Moving particle method for modeling wave interaction with porous structures". Coastal Engineering, 74: pp. 59-73.

Casulli, V. and G.S. Stelling, (1998). "Numerical simulation of 3D quasi-hydrostatic, free-surface flows". Journal of Hydraulic Engineering, 124(7): pp. 678-686.

Chorin, A.J., (1967). "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems". Journal of Computational Physics, 2(1): pp. 12-26.

Ebrahimi, K., R.A. Falconer, and B. Lin, (2007). "Flow and solute fluxes in integrated wetland and coastal systems". Environmental Modelling and Software, 22(9): pp. 1337-1348.

Kong, J. Xein, P. Song and Z. Li, L., (2010). "A new model for coupling surface and subsurface water flows: With an application to a lagoon". Journal of Hydrology, 390(1): pp. 116-120.

Liang, D., R.A. Falconer, and B. Lin, (2007). "Coupling surface and subsurface flows in a depth averaged flood wave model". Journal of Hydrology, 337(1): pp. 147-158.

Mahadevan, A., J. Oliger, and R. Street, (1996). "A nonhydrostatic mesoscale ocean model. Part II: Numerical implementation". Journal of Physical Oceanography, 26(9): pp. 1881-1900.

Namin, M. and K. Motamedi, (2009). "A non-hydrostatic free surface 2D vertical model using discrete singular convolution (DSC) method". Iranian Journal of Science and Technology Transaction B: Engineering, 33(1): pp. 95-108.

Namin, M., (2003). "A fully three-dimensional non-hydrostatic free surface flow model for hydro-environmental predictions", Ph.D. Thesis, Cardiff University, School of Engineering.

Namin, M., B. Lin, and R. Falconer, (2001). "An implicit numerical algorithm for solving non-hydrostatic free-surface flow problems". International Journal for Numerical Methods in Fluids, 35(3): pp. 341-356.

Patankar, S., (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*, CRC Press.

Rodi, W., (1984). *Turbulence models and their application in hydraulics: a state of the art review.* International Association for Hydraulic Research, The Netherlands.

Spanoudaki, K., A.I. Stamou, and A. Nanou-Giannarou, (2009). "Development and verification of a 3-D integrated surface water–groundwater model". Journal of Hydrology, 375(3): p. 41

Van Gent, (1995). M.R.A., "Wave interaction with permeable coastal structures". Ph.D. Thesis, Delft University of Technology.

Yuan, B. Yuan, D. Sun, J. Tao, J. (2012). "A finite volume model for coupling surface and subsurface flows". Procedia Engineering, 31: pp. 62-67.

Yuan, L., Xin, J. Kong, L. Li, and D. Lockington (2011). "A coupled model for simulating surface water and groundwater interactions in coastal wetlands", Hydrological Processes, 25: pp. 3533-3546.