


# Numerical Investigation of Velocity Distribution and Flow Characteristics Over Modified Steps of Stepped Spillway

Amir Ghaderi<sup>1\*</sup>, Saeed Abbasi<sup>2</sup>

1- PhD in Water and Hydraulic Structures, Faculty of Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

2- Associate Professor, Faculty of Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

\* [amir\\_ghaderi@znu.ac.ir](mailto:amir_ghaderi@znu.ac.ir)

Received: 4 June 2022, Accepted: 3 October 2022  J. Hydraul. Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

## Abstract

**Introduction:** Stepped spillways are a common structure for energy dissipation by creating frictional resistance to flow through the steps. Based on the studies and depending on flow conditions, the flow over a stepped spillway is usually categorized into three regimes: nappe, transition, and skimming. The stepped spillway is often designed for skimming flows. There were different studies investigating various aspects of stepped spillways, but what is important in this type of spillway is increasing the effectiveness of steps in the rate of energy dissipation. This can be done by a new type of step structure (i.e., inclination angles on steps or using a sill on the edge of a step and cases like that) or geometric alteration and change of steps called labyrinth stepped spillways. Therefore, it is scientifically beneficial to modify the shape of the step of the stepped spillway to increase its collision and roll to achieve energy dissipation. The present study deals with the design of step modification by creating cubic elements on the steps in different arrangements and different hydraulic conditions. This has been considered to improve the performance of stepped spillways by increasing the energy dissipation. For this purpose, using FLOW-3D software, the influence of geometric appendage elements on the steps on the velocity distribution, pressure, the turbulent kinetic energy (TKE), and finally the flow resistance and the energy dissipation on modified spillways was investigated and compared with the flat stepped spillway.

**Methodology:** The physical model for verifying the numerical results was carried out in a rectangular flume with a length of 12 m, a width of 1.2 m, and a height of 0.8 m. The experiments were conducted on a stepped spillway with a slope of  $26.60^\circ$  and consisted of 10 steps with step length ( $l$ ) and height ( $h$ ) of 0.06 and 0.12 m, respectively. Stepped spillway models in numerical study include flat models and models with cubic elements placed on the steps in four arrangements of two side, zigzag, center, and hybrid AE elements and two heights of elements  $h/2$  and  $h/4$  ( $h$  step height). The commercially available CFD program FLOW-3D was used for the numerical simulations. The RNG  $k-\varepsilon$  turbulence model was employed for the turbulence calculations. To obtain mesh-independent results, three different mesh sizes were used, and the grid convergence index (GCI) methodology was employed to select the appropriate mesh. As a result, the mesh consisting of a containing block with a cell size of 1.3 cm and a nested block of 0.95 cm was selected. In the fluid domain, the boundary conditions were set according to the experimental conditions. In the upstream of the domain, a discharge flow rate ( $Q$ ) definition was set. The downstream section was treated as an outflow ( $O$ ) boundary condition. The bottom and the sides behave as rigid walls ( $W$ ). For the upper boundary, the atmospheric pressure boundary, and at the inner boundary conditions, symmetry ( $S$ ) was used.

**Results and Discussion:** The results showed that the appendage elements on the steps cause some fluctuations on the flow surface and increase the intensity of the current collision

by deviating the flow from its parallel path. The result is reduced velocity by about 10%, an increase of 54% in TKE, and an increase of 11.6% in energy dissipation on modified models compared to the flat stepped model. There was no negative pressure on the horizontal plane of the steps, and the maximum pressure occurred in the middle of the steps and inclined to the end of the steps. The appendage elements reduce the negative pressure areas on the vertical surface of the steps and reduce the risk of cavitation. The hybrid element model performs best in other arrangements, and reducing the height of the elements improves their behavior.

**Conclusion:** According to the obtained results, it can be concluded that the appendage elements on the steps improved the hydraulic performance of stepped spillways by increasing the roughness of the steps, increasing energy dissipation, reducing the flow velocity over the spillway and reducing the risk of cavitation by reducing the negative pressure in the vertical plane of the steps. The use of cube-shaped elements on the steps and in the hybrid arrangement is suggested.

**Keywords:** Modified stepped spillway, Velocity distribution, Pressure contour, Turbulent kinetic energy, Energy dissipation, Numerical model.



© 2023 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.  
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)

(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

# بررسی عددی توزیع سرعت و الگوی جریان عبوری از پله‌های اصلاح شده سرریز پلکانی

امیر قادری<sup>۱\*</sup>، سعید عباسی<sup>۲</sup>

۱- دکتری آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران.  
۲- دانشیار، مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران.

\* [amir\\_ghadery@znu.ac.ir](mailto:amir_ghadery@znu.ac.ir)

دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۱۴، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۱۱، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

**چکیده:** سرریزهای پلکانی از طریق ایجاد سطح مقاومتی و زبری پله‌ها در برابر جریان عبوری از خود، باعث استهلاک انرژی می‌شوند. در این تحقیق طرح اصلاح پله‌ها از طریق ایجاد المان‌های مکعبی شکل بر روی پله در آرایش‌های مختلف و شرایط هیدرولیکی متفاوت به منظور بهبود کارایی سرریزهای پلکانی از طریق افزایش میزان استهلاک انرژی در نظر گرفته شده است. بدین منظور و با استفاده از نرم‌افزار FLOW-3D، تاثیر المان‌های روی پله بر روی چگونگی توزیع سرعت، فشار، میزان انرژی جنبشی آشفتگی و در نهایت میزان استهلاک انرژی جریان روی سرریزهای اصلاح شده بررسی و با سرریز پلکانی ساده مقایسه شده است. نتایج عددی نشان داد که ایجاد المان‌های روی پله، باعث برخی نوسان‌ها روی سطح جریان و افزایش شدت برخورد جریان از طریق انحراف تیغه‌های جریان از مسیر موازی خود می‌شوند. ایجاد المان‌های روی پله، باعث کاهش سرعت تا حدود ۱۰ درصد، افزایش انرژی جنبشی آشفتگی تا ۵۴ درصد و افزایش ۶/۴۲ درصدی استهلاک انرژی در مدل‌های اصلاح شده نسبت به مدل پلکانی ساده شد. روی وجه افقی پله‌ها فشار منفی وجود نداشت و فشار بیشینه در اواسط پله و متمایل به انتهای پله روی می‌دهد. وجود المان‌ها بر روی پله، باعث کوچک‌تر شدن ناحیه‌های فشار منفی در وجه قائم سرریز پلکانی می‌شوند و خطر ایجاد پدیده کاویتاسیون را کاهش می‌دهند. مدل المان‌های ترکیبی در بین آرایش‌ها بهترین کارایی را داشته و کاهش ارتفاع المان‌ها باعث بهبود رفتار آن‌ها می‌شوند.

**کلیدواژه‌گان:** سرریز پلکانی اصلاح شده، توزیع سرعت، کانتور فشار، انرژی جنبشی متلاطم، استهلاک انرژی، مدل عددی.

## ۱- مقدمه

Felder and Chanson (2011) به بررسی آزمایشگاهی مشخصه‌های جریان روی سرریز پلکانی با ارتفاع پله‌های غیریکنواخت پرداختند. آنان با ایجاد پنج هندسه متفاوت برای سرریزی با شیب (1V:2H) استهلاک انرژی جریان را در شکل‌های مختلف مقایسه کردند. نتایج آنان نشان داد که نرخ استهلاک انرژی برای دو حالت پله‌های یکنواخت و غیریکنواخت اختلاف ناچیزی دارد. همچنین مشاهده‌ها نشان می‌داد که شکل پله‌های غیریکنواخت ممکن است سبب ناپایداری جریان در دبی‌های پایین شود.

Felder and Chanson (2013) به بررسی آزمایشگاهی میزان استهلاک انرژی و نقطه آغاز هوادهی جریان عبوری از سرریزهای استخری برای سدهای خاکی پرداختند. آنان

سرریزهای پلکانی یا شوت یکی از جمله انواع سرریزهای انتقال آب هستند که از چند پله از نزدیکی تاج سرریز آغاز شده و تا پاشنه پایین دست سرریز ادامه دارند. پله‌ها بر روی سرریز پلکانی، نقش مهمی در بهبود کارایی و افزایش استهلاک انرژی جریان از طریق ایجاد زبری روی شوت ایفا می‌کنند. در گذشته بررسی‌های زیادی در زمینه سرریزهای پلکانی توسط پژوهشگرانی چون Rajaratnam (1990)، Chanson and Rice and Kadavy (1996)، Toombes (2002)، Gonzalez and Chanson (2000) و Chanson (2004) پیرامون تشخیص رژیم جریان و استهلاک انرژی روی سرریزهای پلکانی انجام شده است.

حدود ۴ برابر افزایش می‌یابد.

Ghaderi et al. (2020) تأثیر ایجاد شکل کنگره‌ای پله‌ها بر میزان استهلاک انرژی جریان عبوری از سرریز پلکانی را با کمک نرم‌افزار FLOW-3D بررسی کردند. نتایج بررسی آنان نشان داد که اصلاح شکل هندسی پله‌ها باعث بهبود کارایی سرریز پلکانی در افزایش میزان استهلاک انرژی جریان شده و سرریزهای پلکانی-کنگه‌ای انرژی باقی‌مانده کمتری نسبت به سرریزهای پلکانی ساده دارند.

Akhgar and Roushangar (2020) تأثیر المان‌های گوه‌ای شکل را بر ضریب زبری و استهلاک انرژی جریان عبوری از سرریز پلکانی را بررسی کردند. نتایج بررسی آنان نشان داد که افزودن المان‌های گوه‌ای روی پله ضریب زبری را افزایش داده و موجب افزایش استهلاک انرژی جریان می‌شود.

Ghaderi et al. (2021) تأثیر ایجاد لبه در دو حالت ممتد و برش خورده را در آرایش‌های مختلف روی پله و کارایی سرریز پلکانی ارزیابی کردند. نتایج بررسی نشان داد که وجود لبه در پله باعث نوسان‌هایی در سطح جریان عبوری از روی پله‌ها شده و با ایجاد برش در لبه‌ها میزان استهلاک انرژی به‌طور میانگین ۵/۸ درصد افزایش می‌یابد. ایجاد لبه بر پله‌ها تأثیری روی نقطه آغاز هوادهی جریان ندارد.

با توجه به نتایج پژوهشگران یاد شده می‌توان بیان کرد که پله‌ها و فرم هندسی آن‌ها بر روی ویژگی‌های جریان عبوری از سرریزهای پلکانی تأثیرگذار است. در این تحقیق برای بهبود کارایی هیدرولیکی سرریزهای پلکانی و افزایش میزان استهلاک انرژی جریان بر روی المان‌های مکعبی شکل ساده‌ای با چیدمان و ارتفاع مختلف ایجاد شده و تأثیر این هر یک از این حالت‌ها بر چگونگی توزیع سرعت و فشار، میزان انرژی جنبشی آشفته و در نهایت میزان انرژی باقی‌مانده و استهلاک انرژی جریان بر روی سرریز پلکانی در شرایط هیدرولیکی مختلف جریان و با استفاده از نرم‌افزار FLOW-3D مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. این بررسی به شرح زیر سازماندهی شده است: بخش دوم به تشریحی از مدل‌های آزمایشگاهی و عددی و چگونگی مدل‌سازی هیدرودینامیکی می‌پردازد.

مشاهده کردند که ایجاد لبه بر روی پله‌ها باعث برخی ناپایداری‌ها در سطح جریان عبوری از سرریز پلکانی می‌شود. همچنین سرریز پلکانی ساده استهلاک انرژی بیشتری نسبت به سرریزهای استخری دارد، از این رو ایجاد لبه بر روی پله‌ها، باعث افزایش استهلاک انرژی جریان نمی‌شود.

Felder and Chanson (2015) آزمایش‌هایی را برای به دست آوردن یک معیار طراحی برای تعیین اثرگذاری‌های هوادهی سطح آزاد و انرژی باقی‌مانده برای سرریزهای پلکانی با شیب‌های معمول سدهای خاکی بین شیب‌های ۸/۹ تا ۲۶/۶ درجه، انجام دادند. در نهایت رابطه‌هایی برای برآورد میزان انرژی باقی‌مانده در سرریزهای پلکانی ساده پیشنهاد کردند.

Zhang (2017) نیمرخ سطح آزاد، هوادهی و استهلاک انرژی جریان عبوری از سرریز پلکانی با پله‌های مثلثی شیب‌دار و چمفر در شیب شوت ۴۵ درجه را بررسی قرار کرد. نتایج بررسی نشان داد که استهلاک انرژی در هر دو نوع پله بالای ۵۰ درصد می‌باشد. همچنین با افزایش دبی، نقطه آغاز هوادهی به پایین‌دست کشیده می‌شود، با این حال در پله‌های چمفر نقطه آغاز هوادهی سریع‌تر از سرریزهای پلکانی ساده رخ می‌دهد.

Ghaderi and Abbasi (2019) به بررسی عددی تأثیر تغییر و اصلاح شکل هندسی پله‌ها به شکل کنگره‌ای از دوزنقه، مثلثی و مستطیلی در میزان استهلاک انرژی جریان عبوری پرداختند. نتایج بررسی‌شان نشان داد که ایجاد شکل کنگره‌ای پله‌ها باعث تداخل جریان عبوری از روی پله‌ها شده و میزان استهلاک انرژی جریان ۱۷ درصد نسبت به شکل ساده پله‌ها افزایش می‌یابد. همچنین در بین شکل‌های کنگره‌ای، شکل دوزنقه‌ای کارایی بهتری نسبت به شکل‌های مثلثی و مستطیلی دارد.

Roushangar and Akhgar (2019) تأثیر ایجاد حفره در پله‌های سرریز پلکانی بر میزان استهلاک انرژی جریان پرداختند. نتایج بررسی‌شان نشان داد، ایجاد حفره روی پله موجب کاهش سرعت تا حدود ۸۲ درصد و کاهش ارتفاع آب در پایین‌دست سرریز تا حدود ۳۳ درصد می‌شود و میزان استهلاک انرژی روی سرریز پلکانی تا

که امکان مشاهده جریان عبوری از سرریز پلکانی را فراهم می‌کند. برای تامین دبی مورد نیاز از یک پمپ با بیشینه دبی ۵۴ لیتر بر ثانیه استفاده شد. اندازه‌گیری دبی جریان ورودی آبراهه توسط دبی‌سنج فراصوتی با دقت ۰/۰۱ لیتر بر ثانیه که بر روی لوله ورودی جریان به فلوم نصب شده بود، اندازه‌گیری شد. عمق جریان آب توسط عمق‌سنج برداشت عمق‌ها در فاصله‌ی ۲ متری از بالادست سرریز پلکانی و بعد از پرش هیدرولیکی در پایین‌دست سرریز پلکانی انجام شد. از یک سرریز لبه‌پهن به طول و ارتفاع به ترتیب ۱ متر و ۰/۶ متر و هم عرض آبراهه برای کنترل دبی استفاده شد (Ghaderi and Abbasi, 2021a).

در این آزمایش‌ها، از یک مدل سرریز پلکانی با شیب تندآب ۲۶/۶ درجه و متشکل از ۱۰ پله با ارتفاع و طول به ترتیب ۰/۰۶ و ۰/۱۲ متر برای ۷ دبی در محدوده ۲۵ تا

در بخش سوم نتایج اصلی از اهداف تحقیق ارائه می‌شود و در زمینه کارایی هر یک از مدل‌ها بحث‌هایی انجام می‌شود. در نهایت جمع‌بندی کلی از نتایج تحقیق در بخش چهارم ارائه شده است.

## ۲- مواد و روش

### ۲-۱- مدل آزمایشگاهی

در این تحقیق، صحت‌سنجی نرم‌افزار با مدل سرریز پلکانی ساده و ابعاد آبراهه آزمایشگاهی شبیه‌سازی شده، از کار آزمایشگاهی انجام شده توسط Ghaderi and Abbasi (2021a) واقع در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه مراغه انجام شده است. فلوم آزمایشگاهی با مقطع مستطیلی به طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۱۲، ۱/۲ و ۰/۸ متر می‌باشد. کف آبراهه فلزی و دیواره‌هایی از جنس پلکسی‌گلس شفاف به ضخامت ۱ سانتی‌متر ساخته شده

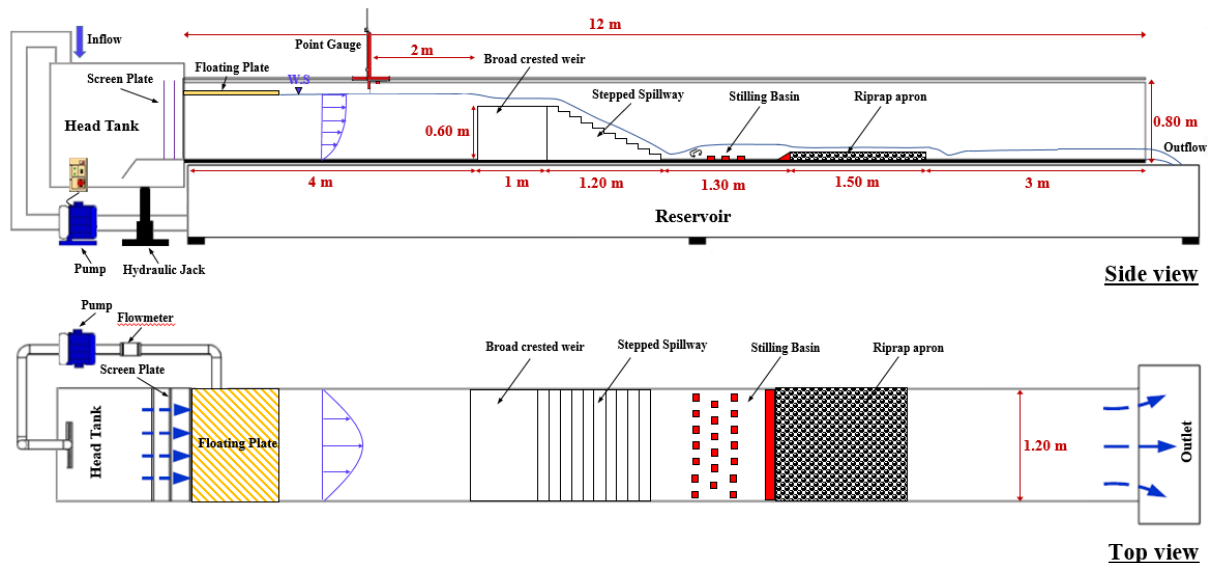


Fig. 1 Schematic view of the cross-section and general view of the laboratory flume (Ghaderi and Abbasi, 2021a)

شکل ۱ نمای کلی از مقطع و پلان فلوم آزمایشگاهی در پژوهش (Ghaderi and Abbasi, 2021a)

## ۲-۲- مدل عددی

در این پژوهش برای شبیه‌سازی عددی ویژگی‌های جریان، شامل الگوی جریان، توزیع سرعت، توزیع فشار و شدت آشفتگی جریان عبوری از مدل‌های سرریز پلکانی از فناوری دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۱</sup> و نرم‌افزار FLOW-3D و در محدوده دبی ۲۵ الی ۷۵ لیتر بر ثانیه استفاده شده است. مدل‌های سرریز پلکانی شامل مدل سرریز ساده و مدل‌های همراه با المان‌های مکعبی شکل قرار گرفته شده بر روی پله‌ها در چهار آرایش المان‌های دوطرفه<sup>۲</sup>، زیگزاگی<sup>۳</sup>، وسط<sup>۴</sup> و ترکیبی<sup>۵</sup> و دو ارتفاع المان  $h/4$  و  $h/2$  (شکل ۲).

۵۴ لیتر بر ثانیه مورد آزمایش شد. در پایین‌دست سرریز پلکانی، یک حوضچه آرامش تیپ III براساس معیارهای طراحی USBR و برای جریان ورودی با عدد فرود ۸ طراحی شد. از این رو حوضچه آرامش دارای ۱/۳ متر طول، ۱/۲ متر عرض و با سه ردیف بلوک‌های غیرممتد مکعبی شکل از جنس چوب به ارتفاع ۰/۰۴۵ متر انجام شد. برای جلوگیری از فرسایش در پایین‌دست حوضچه آرامش و ایجاد پرش در درون حوضچه آرامش از یک فضای سنگریزه‌ای به طول ۱/۵ متر طول و عرض ۱/۲ متر و با ضخامت ۰/۰۸ متر پر شده از ذرات با قطر میانگین  $d_{50}$  برابر ۰/۰۲۵ متر در نظر گرفته شد ( Ghaderi and Abbasi, 2021b).

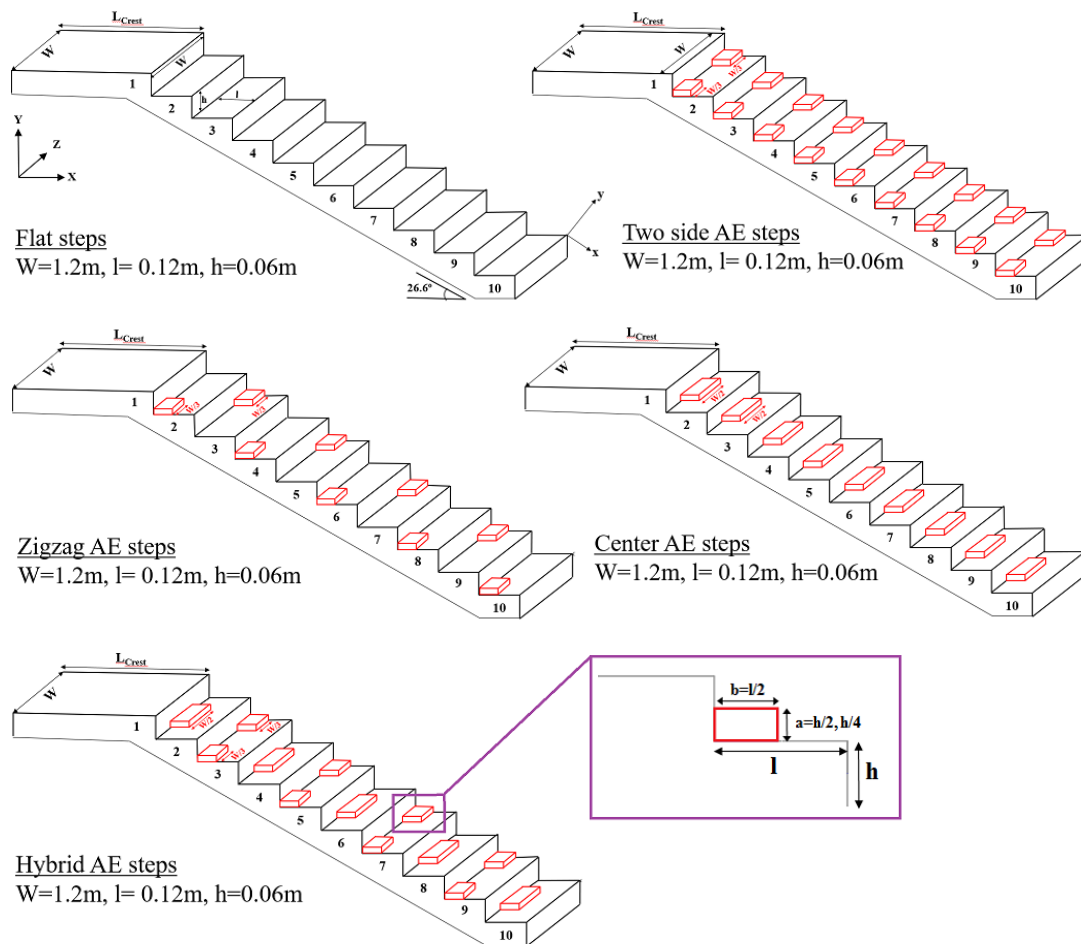


Fig. 2 Staged spillway models and the arrangement of cubic elements on the steps

شکل ۲ مدل‌های سرریز پلکانی و نحوه چیدمان المان‌های مکعبی بر روی پله‌ها

- 1 Computational Fluid Dynamics
- 2 Two Side AE
- 3 Zigzag AE
- 4 Center AE
- 5 Hybrid AE

در به کارگیری این معادله‌های میزان ضریب‌های ثابت صورت جدول (۱) منظور شده است.

جدول ۱ ثابت‌های مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  (RNG) ارائه شده توسط Yakhot et al. (1992)

Table 1  $k-\varepsilon$ (RNG) turbulence model constants presented by Yakhot et al. (1992)

$C_\mu$	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.085	1.42	1.68	0.720	0.719

### ۲-۳- شبکه‌بندی و اعمال شرایط مرزی دامنه

#### حل

برای مدل‌های سرریز پلکانی مورد بررسی این تحقیق، با شبیه‌سازی مدل در سه حالت مختلف با اندازه‌ی مش‌های متفاوت و مقایسه افزایش دقت نتایج آن‌ها از روی داده‌های آزمایشگاهی در نهایت مش‌بندی بهینه برای مدل یاد شده انتخاب شد. ارزیابی تحلیل حساسیت مش، با استفاده از روش شاخص همگرایی ( $GCI^2$ ) انجام گرفت. این روش که یک روش توصیه شده برای ارزیابی خطای گسسته‌سازی است، توسط (Roache 1994) پیشنهاد شد و با استفاده از روش درون‌یابی ریچاردسون توسعه یافته است. از این روش محققان زیادی برای استقلال نتایج عددی نسبت به سایز مش چون (Bayon et al. 2018) و (Ghaderi and Abbasi 2021a) استفاده شده است. از سه اندازه مش مختلف با نسبت پالایش (r) ۱/۳۷ برای انجام روش شاخص همگرایی استفاده شد. نسبت پالایش از نسبت اندازه مش بزرگ‌تر به اندازه مش کوچک‌تر به دست می‌آید ( $r = G_{coarse}/G_{fine}$ ). میزان عدد توصیه شده برای نسبت پالایش بنابر توصیه (Celik et al. 2008)، ۱/۳ می‌باشد که نتایج قابل قبولی می‌توان گرفت. جدول (۲) ویژگی‌های سه اندازه از مش انتخاب شده برای ارزیابی حساسیت مش را نشان می‌دهد.

دو فراسنجه هیدرولیکی دبی جریان و عمق آب در بالادست پلکانی در شش نقطه عرضی مختلف آبراه به دست آمده از نتایج خروجی نرم‌افزار برای ارزیابی دقت شبکه محاسباتی استفاده شد. شاخص ظاهری همگرایی (p) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

### ۲-۲- معادلات حاکم بر جریان و مدل آشفتگی

نرم‌افزار FLOW-3D برای تحلیل سه‌بعدی جریان در حالت تراکم‌ناپذیر، معادله‌های ناویر-استوکس رینولدزی را با استفاده از روش حجم سیال<sup>۱</sup> بر روی یک میدان شبکه بندی شده حل می‌کند. این معادله‌های در دستگاه مختصات کارتزین (x، y، z) به صورت رابطه‌های (۱) تا (۴) می‌باشند (Ghaderi and Abbasi, 2022).

$$V_f \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v A_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w A_z)}{\partial z} =$$

$$R_{SOR} + R_{DIF}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_f} (u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z}) =$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x} + G_x + f_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_f} (u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z}) =$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial y} + G_y + f_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_f} (u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z}) =$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial z} + G_z + f_z$$

در این رابطه‌ها ( $u, v, w$ ) مؤلفه‌های سرعت، ( $A_x, A_y, A_z$ ) کسری از مساحت مرتبط با جریان، ( $G_x, G_y, G_z$ ) شتاب جرمی و ( $f_x, f_y, f_z$ ) شتاب گرانشی در جهت‌های ( $x, y, z$ )،  $\rho$  چگالی سیال،  $R_{SOR}$  منبع جرم،  $R_{SOR}$  ترم پخش آشفتگی،  $V_f$  کسری از حجم مرتبط با جریان و  $P'$  فشار است. برای حل آشفتگی میدان جریان در این تحقیق از مدل آشفتگی ( $k-\varepsilon$  (RNG) به کار گرفته شده که در شبیه‌سازی آشفتگی جریان از معادله‌های زیر استفاده می‌کند (Flow Science Inc., 2016):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$

$$+ P_k - \rho \varepsilon$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]$$

$$+ C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

جدول ۲ مشخصات سه اندازه مش در نظر گرفته شده برای تحلیل حساسیت مش

Table 2 Characteristics of the meshes tested in the convergence analysis

Cells Type	Cells count	Large size cell (cm)	Small size cell (cm)	Model
Coarse	1425876	2.2	1.65	1
Medium	2518228	1.65	1.25	2
Fine	3972156	1.30	0.95	3

نتیجه شبکه‌بندی ناحیه حل متشکل از یک مش بلوک با اندازه مش ۱/۳ سانتی‌متر و یک مش بلوک در درون مش بلوک بزرگتر با اندازه مش ۰/۹۵ به عنوان مش بهینه انتخاب شد (شکل ۳).

شرایط مرزی اعمال شده در نرم‌افزار در شکل (۴) نشان داده شده است. برای ورودی جریان از شرط مرزی دبی مشخص (Volume flow rate) و برای مرز پایین دست به منظور تأثیرناپذیری جریان در شبکه‌ی حل از شرایط خروجی جریان (Outflow)، از استفاده شد. برای مرز  $Z_{max}$  شرط مرزی Specified Pressure همراه با Fluid fraction=0 اعمال شد. این نوع شرط مرزی شرایط بیرون شبکه‌ی حل را به دقت همانند شرایط سطح آزاد یا فشار اتمسفر در نظر می‌گیرد. برای دیواره‌ها و کف آبراهه شرط مرزی Wall تعریف شده که همانند یک دیوار مجازی بدون اصطکاک عمل می‌کند. مرز بین مش بلاک‌ها و دیواره‌ها شرط تقارن (Symmetry) در نظر گرفته شد.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- صحت‌سنجی مدل عددی

برای صحت‌سنجی مدل عددی، از طریق مقایسه نیمرخ سطح جریان عبوری از روی سرریز لبه‌پهن بالادست سرریز پلکانی در سه دبی ۳۵، ۴۵ و ۵۵ لیتر بر ثانیه و نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز پلکانی در دبی ۵۵ لیتر بر ثانیه به دست آمده از نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزار FLOW-3D با نتایج اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه صورت گرفت.

$$p = \ln \frac{(f_3 - f_2)}{(f_2 - f_1)} / \ln(r) \quad (7)$$

در این رابطه  $f_1$ ،  $f_2$ ،  $f_3$  پارامترهای هیدرولیکی به دست آمده از شبیه‌سازی عددی هستند ( $f_1$  مربوط به مش کوچک است) و  $r$  نسبت پالایش است. شاخص همگرایی شبکه کوچک به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$GCI_{fine} = \frac{1.25|\varepsilon|}{r^p - 1} \quad (8)$$

در اینجا  $\varepsilon = (f_2 - f_1)/f_1$  خطای نسبی است،  $f_2$  و  $f_3$  به ترتیب میزان فراسنجه‌های هیدرولیکی مدنظر برای شبکه‌بندی میانگین و کوچک هستند. شاخص‌های بدون بعد  $GCI_{12}$  و  $GCI_{23}$  را می‌توان محاسبه کرد:

$$GCI_{12} = \frac{1.25 \left| \frac{f_2 - f_1}{f_1} \right|}{r^p - 1} \quad (9)$$

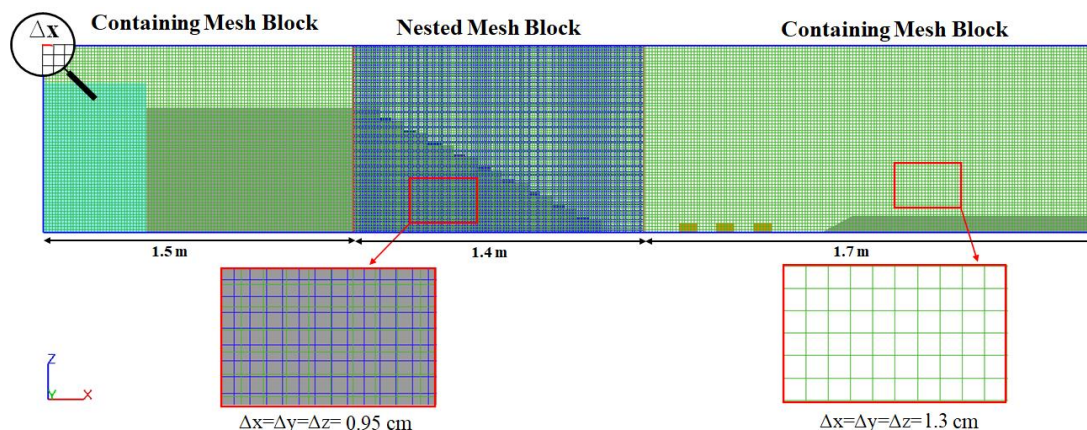
سپس استقلال شبکه به دست می‌آید. شاخص همگرایی فراسنجه‌های شبکه به دست آمده از طریق معادله‌های (۷) تا (۹) برای هر سه سایز مش در جدول (۳) نشان داده شده است. از آنجا که مقادیر  $GCI$  برای شبکه کوچک‌تر ( $GCI_{12}$ ) در مقایسه با شبکه درشت ( $GCI_{23}$ ) کمتر است، می‌توان استنباط کرد که استقلال شبکه تا حدودی به دست آمده است و هیچ اصلاح دیگری در اندازه شبکه‌بندی دامنه حل نیازی نیست. مقادیر محاسبه شده ( $GCI_{23}/r^p GCI_{12}$ ) نزدیک به ۱ نشان می‌دهد که نتایج عددی به دست آمده در محدوده همگرایی هستند. در

جدول ۳ محاسبات شاخص GCI

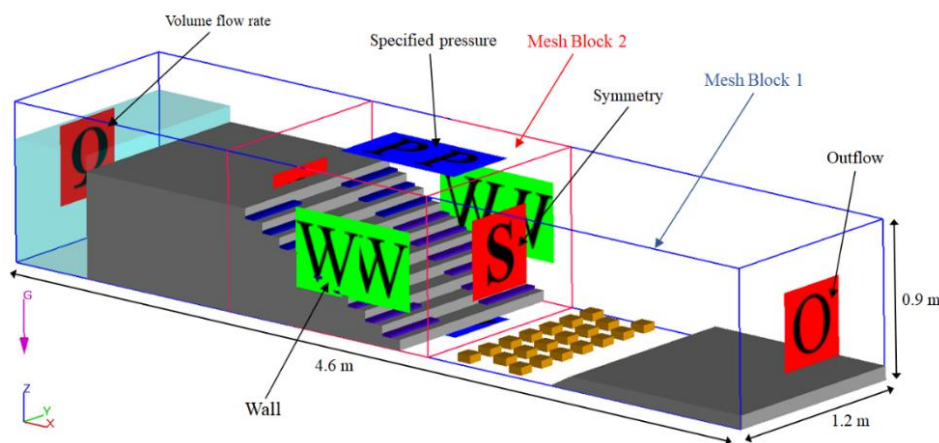
Table 3 GCI calculation

Hydraulic Parameters	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$p$	$GCI_{23}$	$GCI_{12}$	$GCI_{23}/r^p GCI_{12}$
Q (L/s)	50.18	50.14	50.50	2.64	0.017	0.007	1.007
Flow Depth (m)	0.705	0.968	0.680	3.08	0.020	0.008	1.010





**Fig. 3** Sketch of mesh setup  
 شکل ۳ نمایی کلی از شبکه بندی دامنه حل



**Fig. 4** Boundary conditions on the numerical domain  
 شکل ۴ شرایط مرزی در دامنه حل

در این رابطه‌ها  $X_{exp}$ : میزان داده‌های آزمایشگاهی،  $X_{num}$ : میزان داده‌های عددی و  $n$  تعداد داده‌ها می‌باشد. عمق‌های برداشت بصورت برداشت‌های طولی و عرضی در راستای آبراهه انجام شده و میانگین آن‌ها به‌عنوان عمق نهایی انتخاب شده است. شکل (۵) و (۶) به ترتیب میزان عمق‌های جریان روی سرریز لبه‌پهن و سرریز پلکانی به دست آمده از نتایج عددی و آزمایشگاهی را نشان می‌دهد.

**جدول ۴** مقادیر خطای نتایج عددی و آزمایشگاهی نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز لبه‌پهن

**Table 4** Error values of numerical and laboratory results of the free- surface profile

Test No.	Q (Lit/s)	RMSE ( $y_{crest}/L_{crest}$ )	MAPE ( $y_{crest}/L_{crest}$ - %)
1	35	0.0029	2.12
2	45	0.0081	2.61
3	55	0.0048	2.34

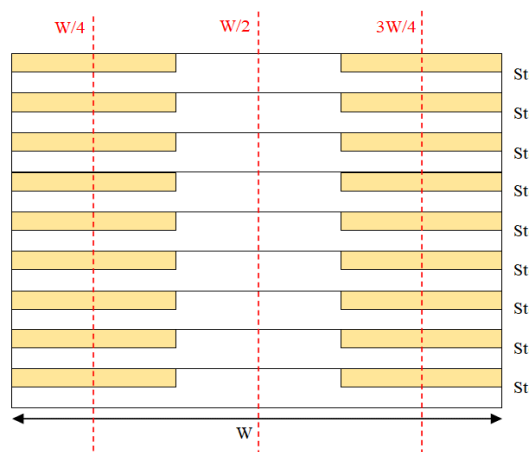
صحت‌سنجی از طریق مقایسه نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز لبه‌پهن بالادست سرریز پلکانی و نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز پلکانی توسط پژوهشگران دیگری مانند Nóbrega et al., Ashoor and Riaz (2019) و Morovati and Eghbalzadeh (2018) و (2020) شده است. از دو شاخص برای تعیین درصد میانگین خطای مطلق<sup>۱</sup> (MAPE (%)) و خطای جذر میانگین مربعات<sup>۲</sup> (RMSE) برای هر دبی استفاده شد و در جدول (۴) و (۵) ارائه شد. در رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) چگونگی محاسبه خطاها ارائه شده است.

$$100 \times \frac{1}{n} \sum_1^n \left| \frac{X_{exp} - X_{num}}{X_{exp}} \right| \quad \text{MAPE (\%)} \quad (10)$$

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (X_{exp} - X_{num})^2} \quad \text{RMSE (cm)} \quad (11)$$

1 Mean Absolute Percentage Error  
 2 Root Mean Square Error

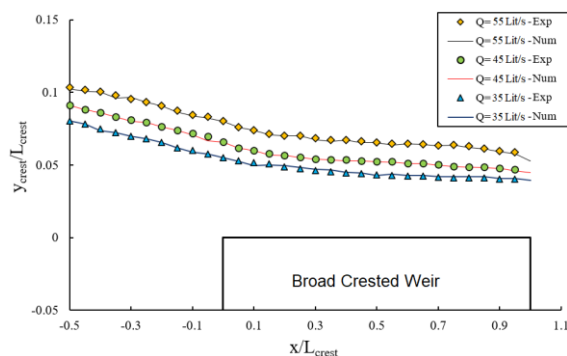
هیدرولیکی جریان، شامل سرعت، فشار و شدت آشفتگی جریان عبوری از مدل‌های سرریز پلکانی از سه خطوط عرضی سرریز پلکانی:  $W/2$ ،  $W/4$  (مرکز عرضی سرریز) و  $3W/4$  استفاده گردید (شکل ۷).



**Fig. 7** Location plan for investigating the hydraulic characteristics of the flow on stepped spillway models  
شکل ۷ طرح مکان بررسی ویژگی‌های هیدرولیکی جریان بر روی مدل‌های سرریز پلکانی

شکل (۸) میزان سرعت جریان عبوری از روی مدل‌های سرریز پلکانی همراه با مانع بر روی پله‌ها را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که خطوط جریان عبوری از سرریز پلکانی ساده در هر سه خطوط عرضی انتخابی، تا حدودی موازی ناحیه چرخشی روی پله‌ها می‌باشد. با این حال وجود المان‌های روی پله، باعث ایجاد ناپایداری‌ها و نوسان‌هایی بر روی سطح جریان عبوری از مدل‌ها می‌شود. همچنین با قرار گرفتن المان‌ها بر روی پله‌ها، ناحیه چرخشی محل گردابه‌ها بر روی پله، به دو ناحیه چرخشی تقسیم می‌شود: یک ناحیه بر روی المان‌ها و یک ناحیه بر روی پله. وجود المان‌های روی پله، باعث کاهش بیشینه سرعت جریان عبوری از روی پله‌ها می‌شود. در واقع قرار گرفتن المان‌های مکعبی بر روی پله‌ها با افزایش زبری پله و ایجاد اصطکاک باعث کاهش انرژی جنبشی و سرعت جریان می‌شود. در بین مدل‌ها، مدل المان‌های ترکیبی، بیشتر تأثیر را بر روی کاهش سرعت جریان عبوری از روی پله‌های سرریز دارد.

با دقت در شکل (۹) می‌توان گفت که روند توزیع سرعت در لبه پله‌ها برای همه‌ی مدل‌های سرریز یکسان بوده و با فاصله گرفتن از کف پله‌ها، روندی افزایشی داشته و با نزدیک شدن به سطح جریان، روند کاهشی را دارد. به طور



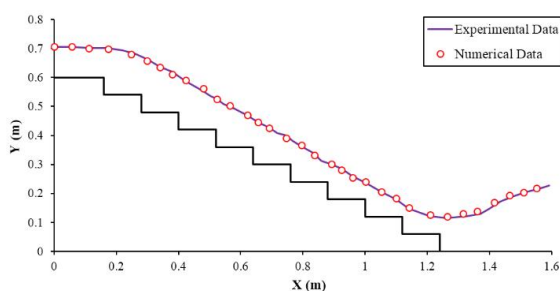
**Fig. 5** Comparison of numerical and laboratory results of Free-surface profiles above a broad-crested weir

شکل ۵ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز لبه‌پهن بالادست سرریز پلکانی

جدول ۵ مقادیر خطای نتایج عددی و آزمایشگاهی نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز پلکانی

**Table 5** Error values of numerical and laboratory results

Test No.	Q (Lit/s)	RMSE (Y-m)	MAPE (Y-%)
1	55	0.021	1.4



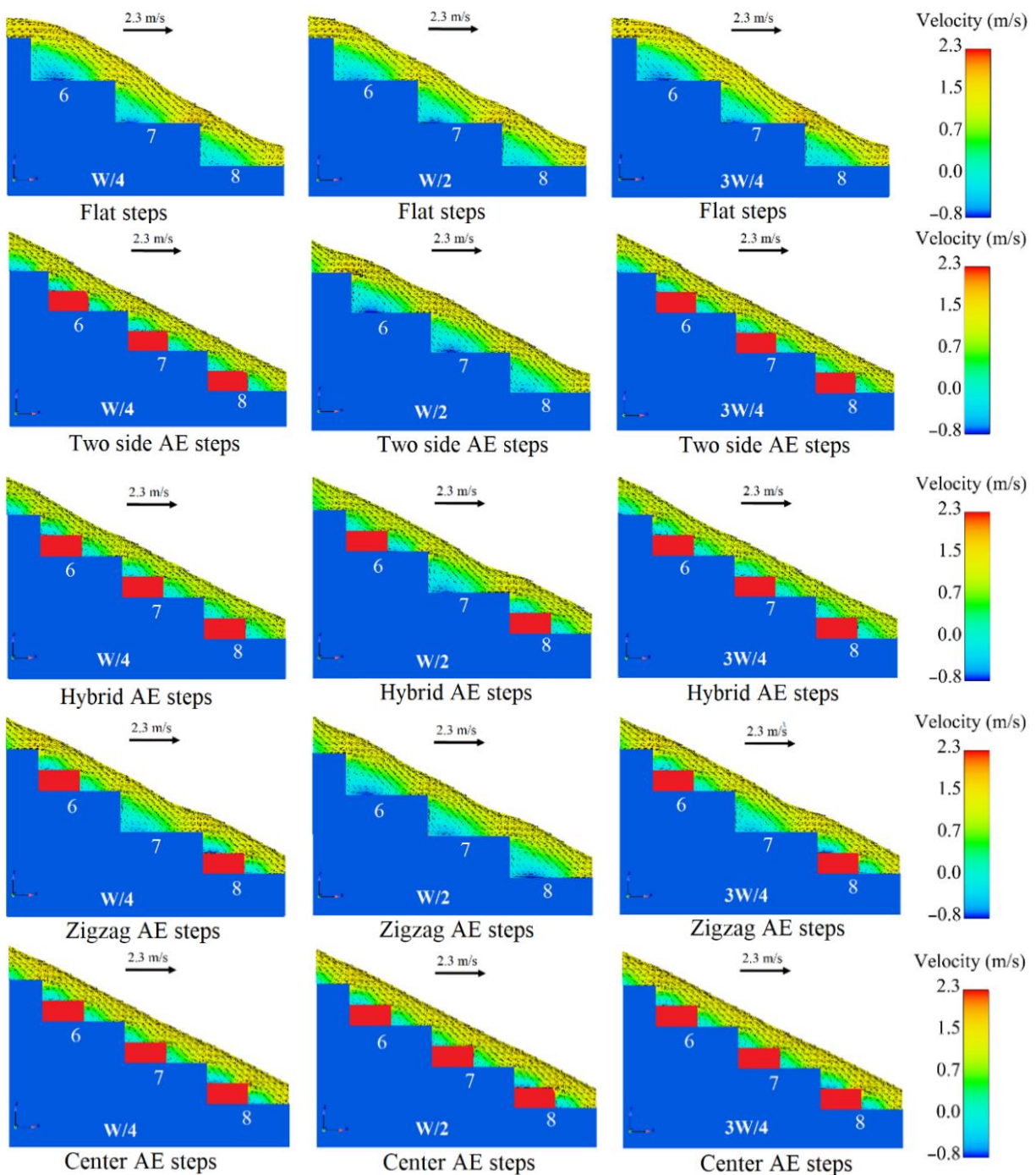
**Fig. 6** Comparison of numerical and laboratory results of the free surface

شکل ۶ مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز پلکانی

با توجه به میزان خطای به دست آمده از نتایج، مشاهده می‌شود که میانگین خطای MAPE و RMSE به دست آمده برای نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز لبه‌پهن به ترتیب ۲/۶۱ درصد و ۰/۰۰۸۱ بوده و برای نیمرخ سطح جریان عبوری از سرریز پلکانی به ترتیب ۱/۴ درصد و ۰/۰۲۱ متر می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت، همخوانی خوبی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی برقرار است.

### ۳-۲- تأثیر المان‌های روی پله بر سرعت و فشار جریان عبوری از سرریز پلکانی

در این پژوهش برای شبیه‌سازی عددی ویژگی‌های



**Fig. 8** Velocity vectors passing over stepped spillway models with elements on the steps

شکل ۸ بردارهای سرعت جریان عبوری از مدل‌های سرریز پلکانی همراه با المان روی پله

می‌شود که کاهش ارتفاع المان‌ها باعث برخورد هر چه بیشتر جت جریان عبوری از پله‌های سرریز پلکانی شده و باعث کاهش بیشتر سرعت جریان عبوری از روی پله‌ها می‌شود. به طوری که میزان‌های سرعت با کاهش ارتفاع المان‌ها از  $h/2$  به  $h/4$  (ارتفاع پله)، به طور میانگین  $3/3$  درصد کاهش می‌یابد.

میانگین، مدل المان‌های ترکیبی باعث کاهش نزدیک به ۱۰ درصدی و مدل المان‌های وسط باعث کاهش حدود  $3/5$  درصدی میزان‌های سرعت بر روی پله‌های سرریز پلکانی می‌شوند. شکل‌های (۱۰) و (۱۱) تأثیر ارتفاع المان‌های روی پله بر روی میزان سرعت جریان عبوری از روی مدل‌های سرریز پلکانی را در آرایش‌های مختلف نشان می‌دهند. مشاهده

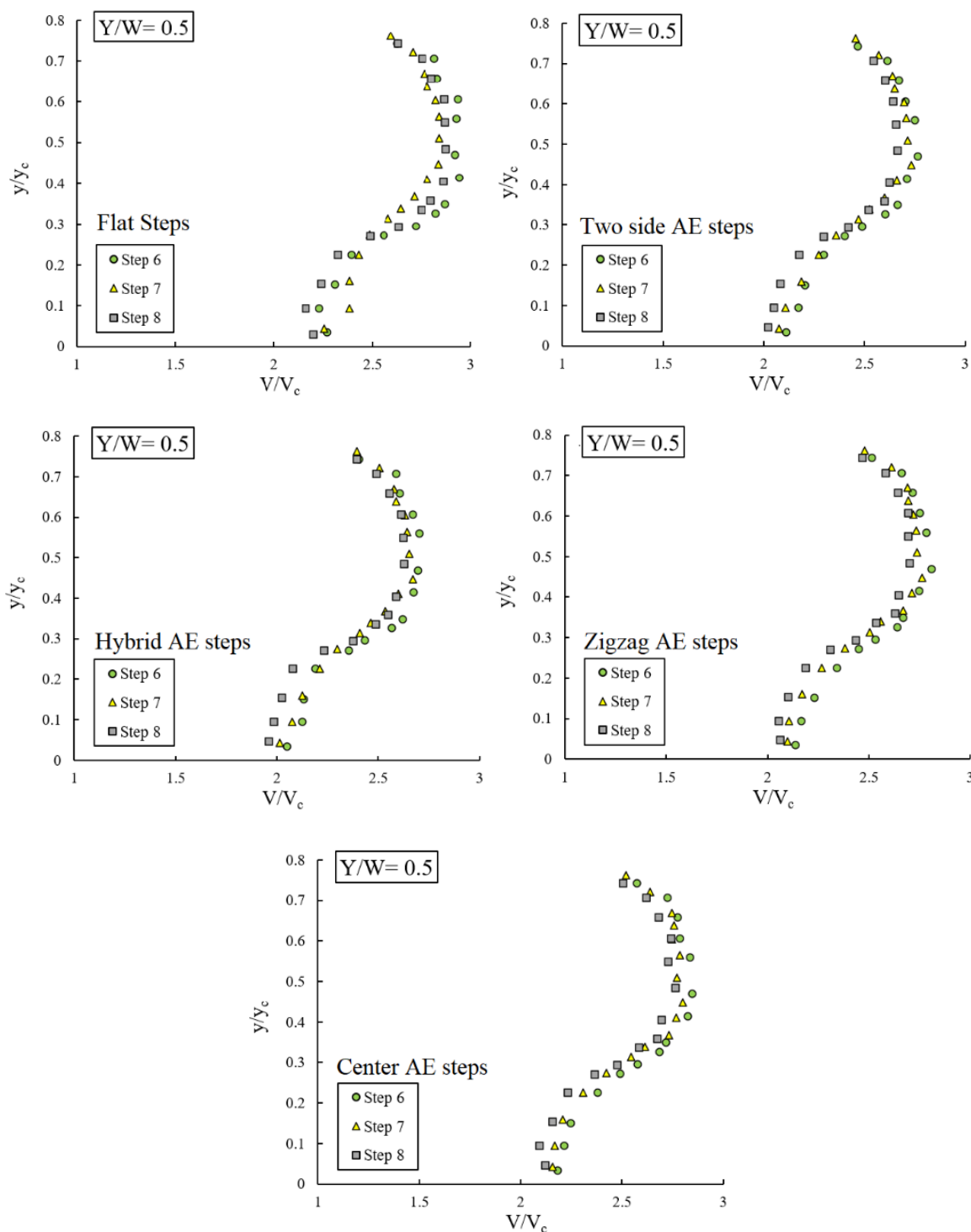


Fig. 9 Velocity profile distributions for different models with elements on the steps

شکل ۹ میزان‌های سرعت در لبه پله‌های مدل سرریز پلکانی همراه با المان روی پله

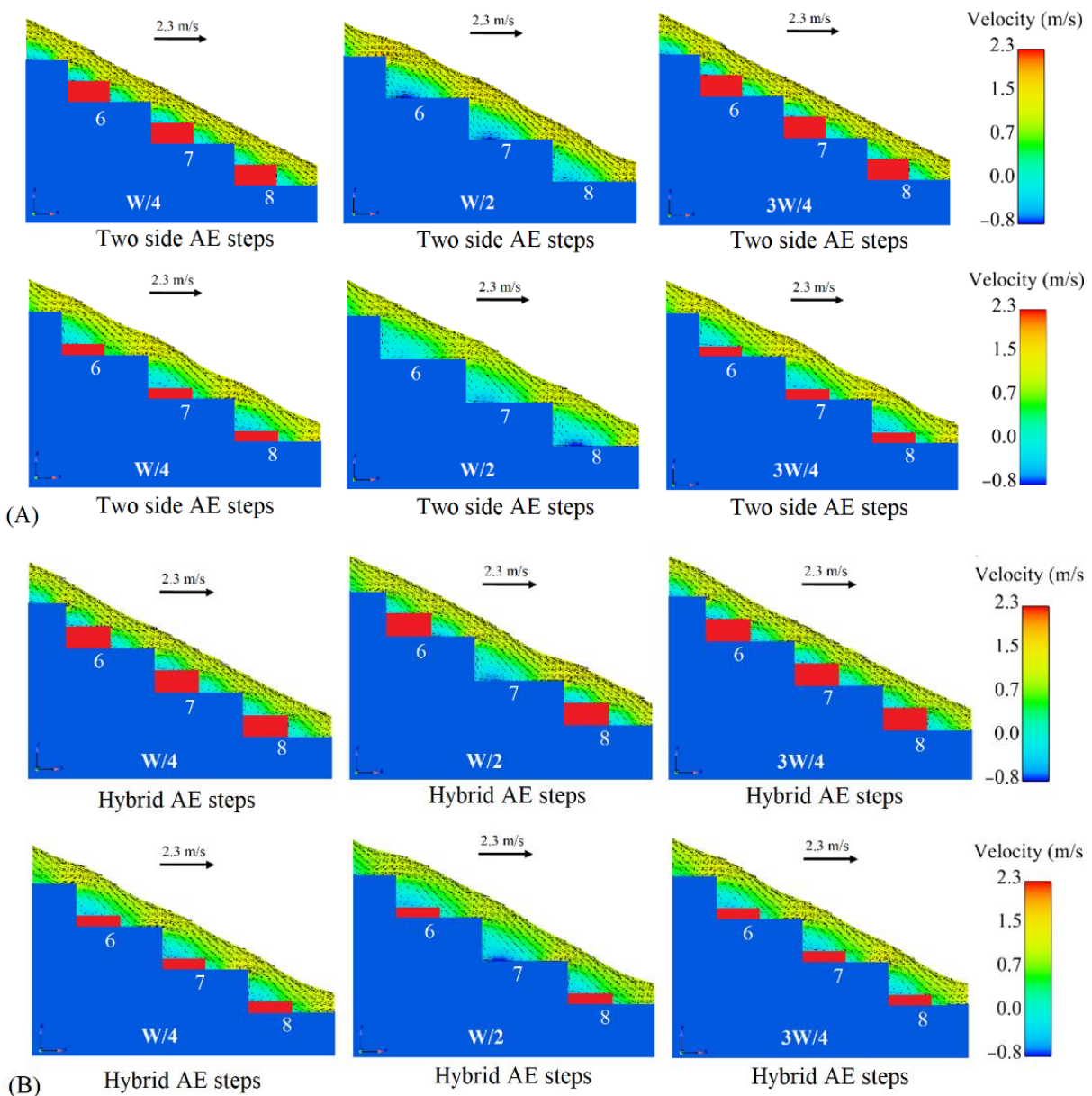
لبه پله رخ می‌دهد. بر روی وجه افقی پله‌ها در همه‌ی مدل‌ها، فشار منفی وجود ندارد. وجود المان‌ها بر روی پله باعث کاهش بیشینه فشار بر روی وجه افقی پله‌ها می‌شوند. نکته قابل توجه اینکه، فشارهای منفی را می‌توان در وجه قائم سرریز پلکانی ساده مشاهده کرد. بیشینه

شکل (۱۲) کانتور فشار را برای آرایش مختلف از المان‌های روی پله نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در وجه افقی پله، میزان فشار روی پله‌های سرریز پلکانی ساده بزرگتر از زمانی است که از المان بر روی پله استفاده می‌شود. همچنین فشار بیشینه در وسط پله و متمایل به

محل‌هایی که المان وجود دارد فشار منفی می‌باشد. مشاهده می‌شود که تا حدودی فشار منفی بر روی هیچ‌کدام از وجه‌های افقی مدل‌های سرریز پلکانی وجود ندارد. بیشینه میزان فشار در تمامی مدل‌ها، تقریباً در دو سوم طول پله رخ می‌دهد. همچنین با مقایسه میزان‌های فشار در وجه قائم مدل‌ها می‌توان دریافت که فشارهای منفی در قسمت‌های بالایی وجه قائم پله‌های سرریز وجود دارد. از آنجا که کاویتاسیون در ناحیه‌هایی با فشار منفی

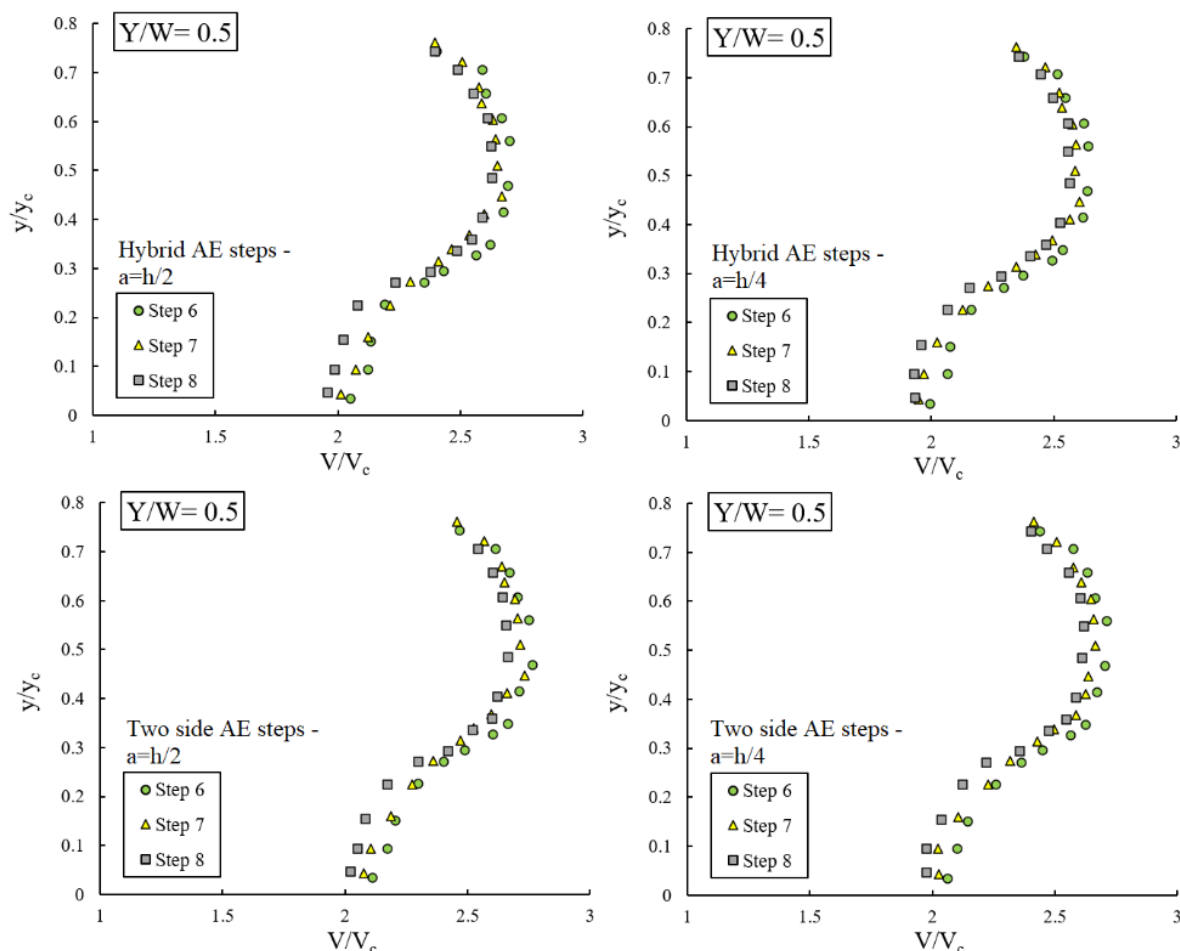
میزان منفی در قسمت‌های بالایی وجه قائم آن رخ می‌دهد. نکته مثبت این است که وجود المان‌ها بر روی پله، باعث کوچک‌تر شدن ناحیه‌های فشار منفی در وجه قائم آن می‌شود.

در شکل (۱۳) محل نقاط برداشت فشار در وجه‌های افقی و قائم مدل‌های سرریز پلکانی نشان داده شده است. همچنین در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) میزان‌های فشار در وجه‌های افقی و قائم مدل‌های سرریز ارائه شده است.



**Fig. 10** Velocity vectors passing over stepped spillway models with different height of elements on the steps (A)  $A=h/2$ , (B)  $B=h/4$

شکل ۱۰ بردارهای سرعت جریان عبوری از مدل‌های سرریز پلکانی همراه با المان روی پله در ارتفاع مختلف  $B=h/4$  (B)،  $A=h/2$  (A)



**Fig. 11** Velocity profile distributions for different models with different height of elements on the steps

شکل ۱۱ میزان‌های سرعت در لبه پله‌های مدل سرریز پلکانی همراه با المان روی پله در ارتفاع مختلف

فشار در وجه قائم مدل‌ها می‌توان دریافت که فشارهای منفی در قسمت‌های بالایی وجه قائم پله‌های سرریز وجود دارد. از آنجا که کاویتاسیون در ناحیه‌هایی با فشار منفی رخ می‌دهد، لذا با ایجاد المان‌های روی پله، می‌توان ناحیه های فشار منفی را به ناحیه های کوچک‌تر تقسیم کرد و خطر ایجاد پدیده کاویتاسیون را کاهش داد. با دقت در شکل (۱۶) مشاهده می‌شود که کاهش ارتفاع المان‌ها باعث کاهش جزئی در میزان‌های فشار در وجه‌های قائم و افقی پله‌ها می‌شود.

### ۳-۳- تأثیر المان‌های روی پله بر انرژی جنبشی

#### آشفته و استهلاك انرژی

انرژی جنبشی آشفته یا آشفته<sup>۱</sup> به دلیل میانگین اختلاف سرعت در سرریزها ایجاد می‌شود و یک شاخص

رخ می‌دهد، لذا با ایجاد المان‌های روی پله، می‌توان ناحیه‌های فشار منفی را به ناحیه های کوچک‌تر تقسیم کرد و خطر ایجاد پدیده کاویتاسیون را کاهش داد. با دقت در شکل (۱۶) مشاهده می‌شود که کاهش ارتفاع المان‌ها باعث کاهش جزئی در میزان‌های فشار در وجه‌های قائم و افقی پله‌ها می‌شود.

در شکل (۱۳) محل نقاط برداشت فشار در وجه‌های افقی و قائم مدل‌های سرریز پلکانی نشان داده شده است. همچنین در شکل‌های (۱۴) و (۱۵) میزان‌های فشار در وجه‌های افقی و قائم مدل‌های سرریز ارائه شده است. در محل‌هایی که المان وجود دارد فشار صفر می‌باشد. مشاهده می‌شود که تا حدودی فشار منفی بر روی هیچ‌کدام از وجه‌های افقی مدل‌های سرریز پلکانی وجود ندارد. بیشینه میزان فشار در تمامی مدل‌ها، تقریباً در دو سوم طول پله رخ می‌دهد. همچنین با مقایسه میزان‌های

1 Turbulent kinetic energy

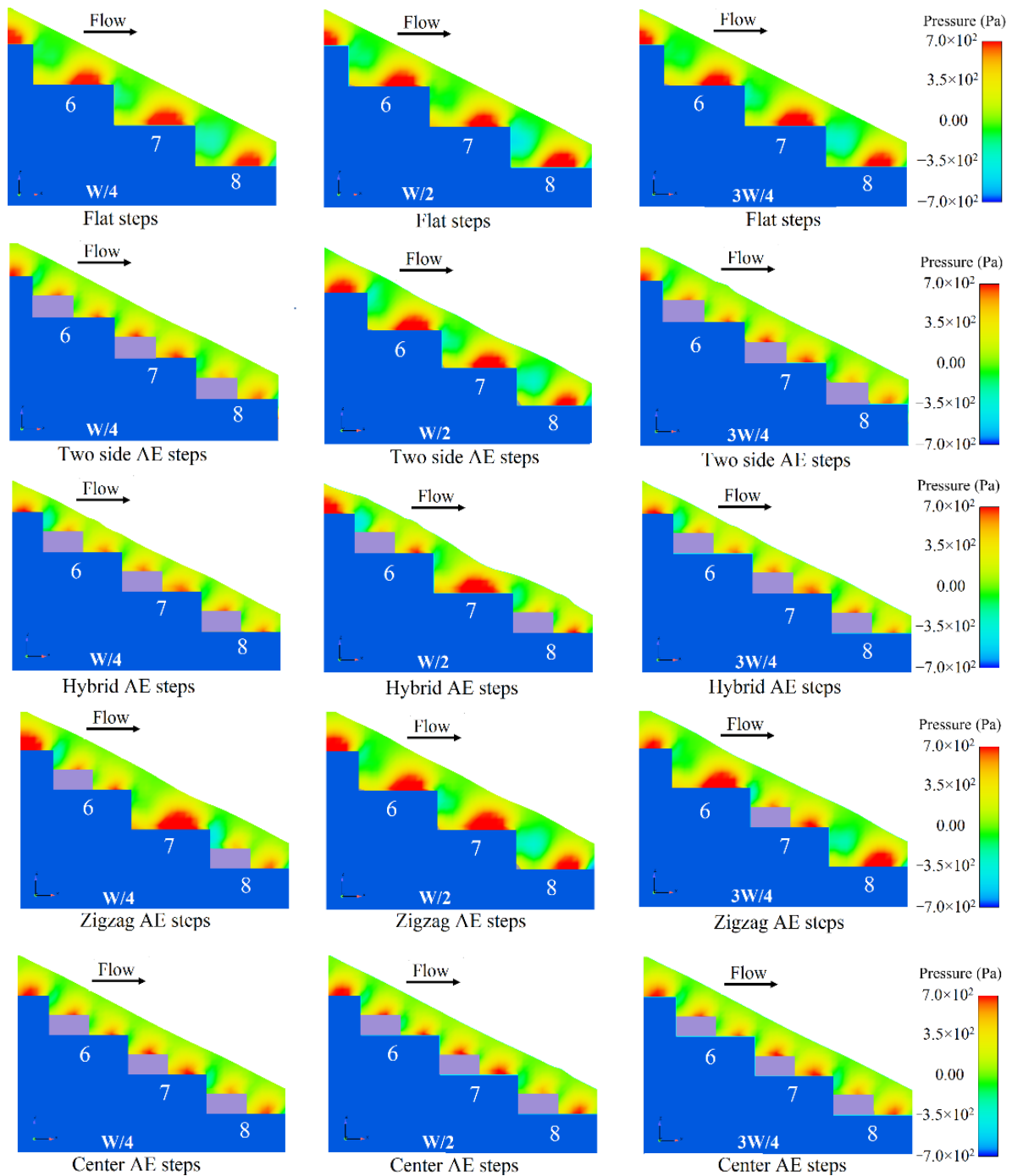


Fig. 12 Pressure contours for different elements on the steps

شکل ۱۲ تغییرات فشار جریان عبوری از مدل‌های سرریز پلکانی همراه با المان روی پله

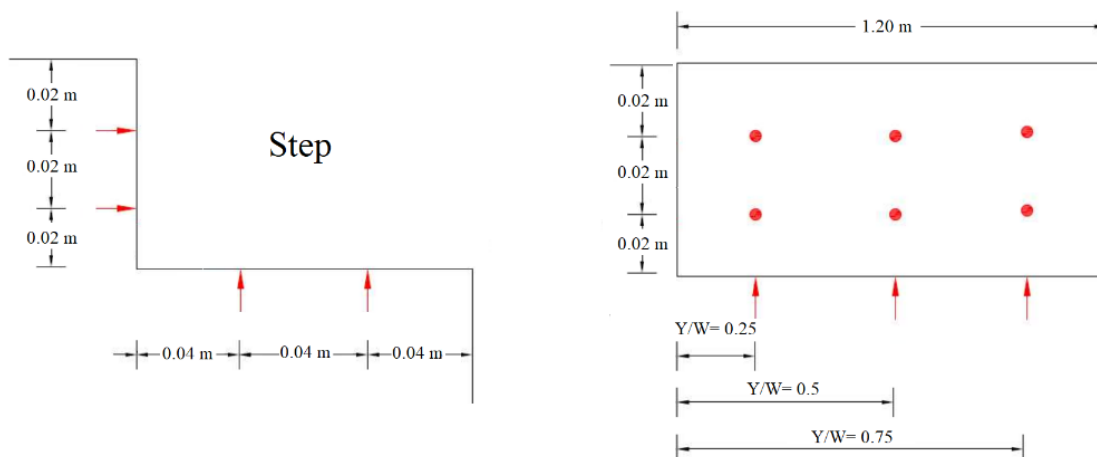
$$u_{rms} = \sqrt{1/n(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2)} \quad (12)$$

سپس می‌توان میزان TKE را از طریق رابطه (۱۷) زیر بدست آورد:

$$TKE = 1/2(u_{rms}^2 + v_{rms}^2 + w_{rms}^2) \quad (13)$$

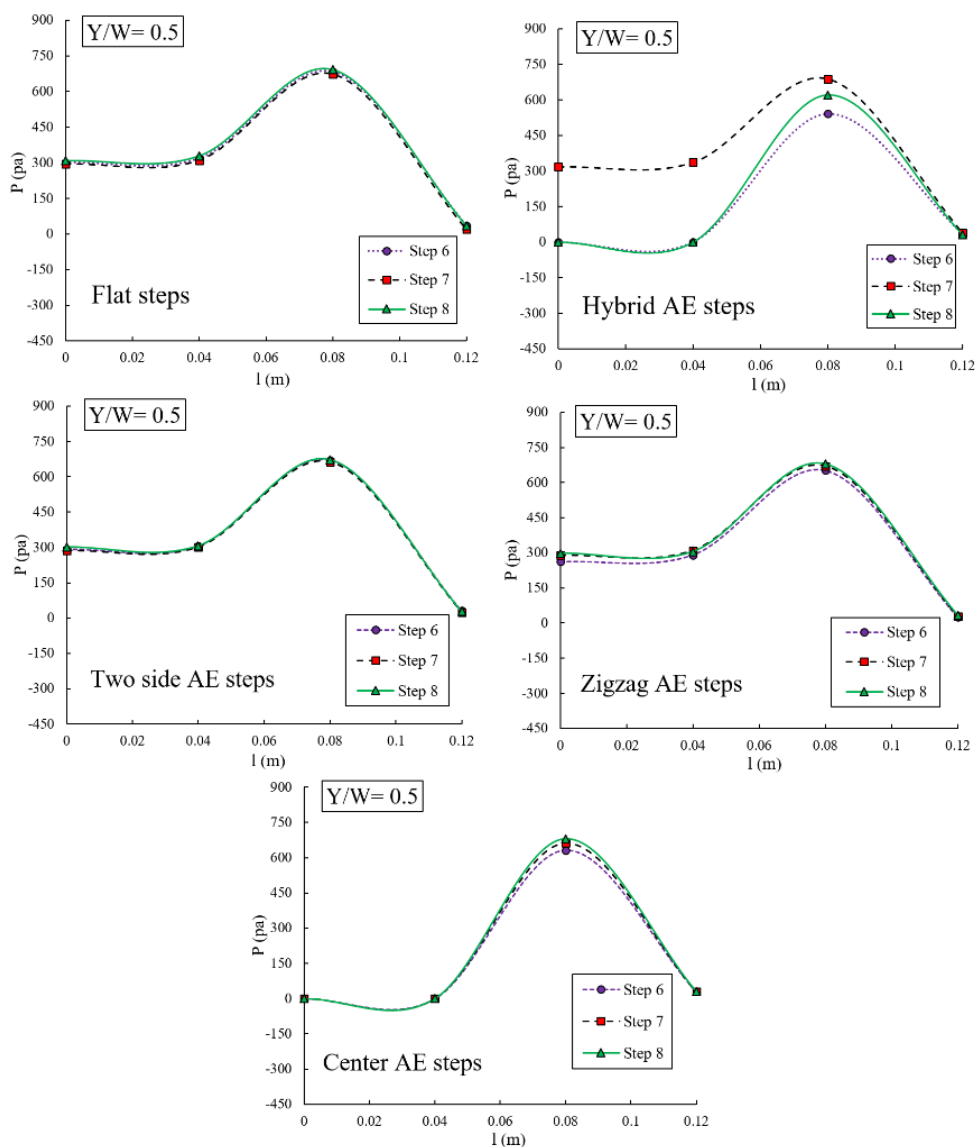
به طور معمول روند تغییر میزان‌های TKE برای همه‌ی

مهم برای در نظر گرفتن هدر رفت انرژی بین دو ناحیه جریان بر روی سرریز پلکانی می‌باشد. انرژی جنبشی آشغسته با اندازه‌گیری میانگین مربعات نوسان‌های سرعت مشخص می‌شود (Felder and Chanson, 2014). با در نظر گرفتن میزان سرعت در جهت جریان  $(u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)$ ، میزان‌های میانگین مربعات سرعت،  $u_{rms}$ ، به صورت زیر به‌دست می‌آید:



**Fig. 13** Pressure points on horizontal and vertical planes of stepped spillway model

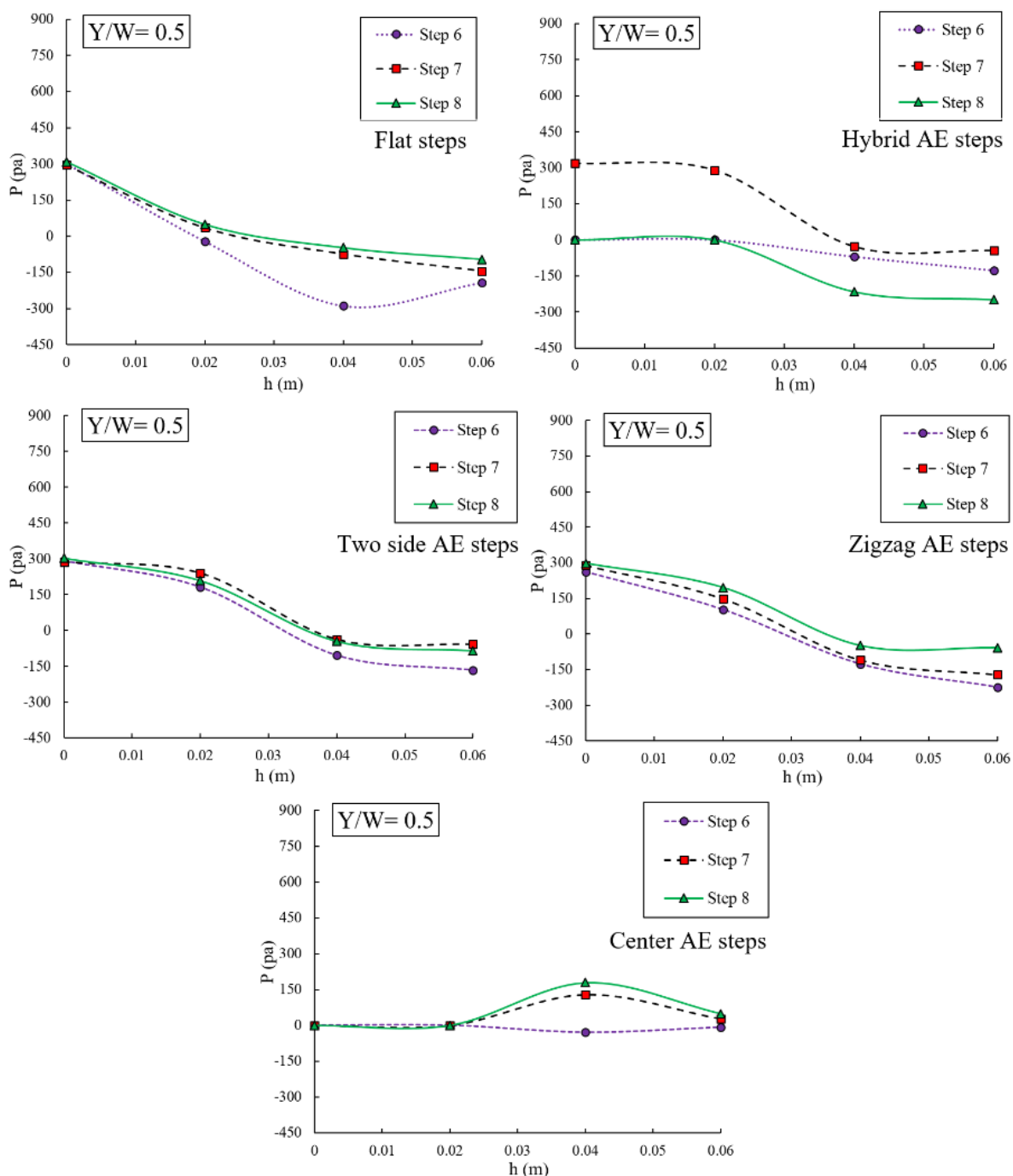
شکل ۱۳ نقطه‌های برداشت فشار در صفحات افقی و قائم پله‌های مدل سرریز پلکانی



**Fig. 14** Pressure values in the horizontal plan with elements on the steps

شکل ۱۴ میزان‌های فشار در وجه افقی پله‌های مدل سرریز پلکانی همراه با المان‌های روی پله





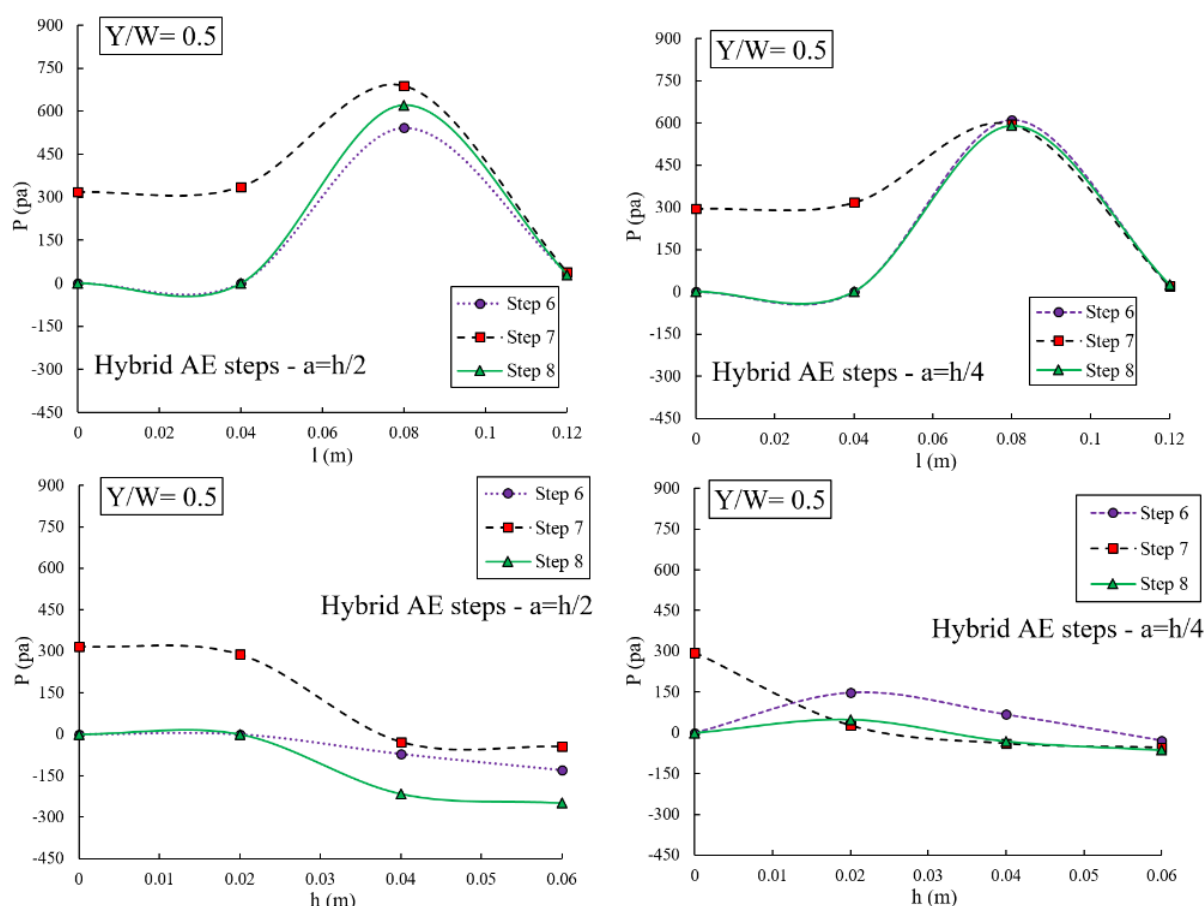
**Fig. 15** Pressure values in the vertical plan with elements on the steps  
**شکل ۱۵** میزان‌های فشار در وجه قائم پله‌های مدل سرریز پلکانی همراه با المان‌های روی پله

خود در راستای طولی سرریز پلکانی به جهت‌های مختلف شده و با ایجاد زبری بیشتر باعث افزایش شدت انرژی جنبشی آشفته نسبت به سرریز پلکانی ساده شود. همچنین بنا به نتایج بررسی‌های *Bombardelli et al.* (2011) میزان‌های *TKE* در امتداد طولی همه‌ی مدل‌ها، افزایش می‌یابد. با مقایسه بین مدل‌ها، می‌توان بیان کرد که شدت تلاطم بر روی مدل همراه با المان‌های ترکیبی

دبی‌ها بر روی مدل سرریز پلکانی یکسان می‌باشد. شکل (۱۷) تغییر میزان‌های انرژی جنبشی آشفته بر روی مدل‌های سرریز پلکانی همراه با المان‌های روی پله را برای دبی ۶۰ لیتر بر ثانیه نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که ایجاد المان بر روی پله‌های سرریز پلکانی، باعث برخورد هر چه بیشتر جت‌ها و تیغه‌های جریان عبوری از روی پله‌ها شده از طریق انحراف خطوط جریان از حالت موازی

قابل توجه اینکه، بیشترین میزان  $TKE$  در دبی‌های کم، رخ می‌دهد. به بیان دیگر میزان اختلاف میزان  $TKE$  بین مدل سرریز پلکانی ساده و مدل‌های همراه با المان بر روی پله، در دبی‌های کم، رخ می‌دهد. در نمودارها مشخص است که مدل المان‌های ترکیبی بیشترین میزان  $TKE$  را در بین مدل‌های دیگر دارد. ایجاد المان‌های روی پله بطور میانگین باعث افزایش ۵۴ درصدی در میزان‌های  $TKE$  بر روی مدل سرریز پلکانی می‌شود. همچنین هر چقدر جریان به پایین‌دست سرریز پلکانی انتقال یابد (از پله ۷ به پله ۳) میزان‌های انرژی جنبشی آشفته افزایش می‌یابد.

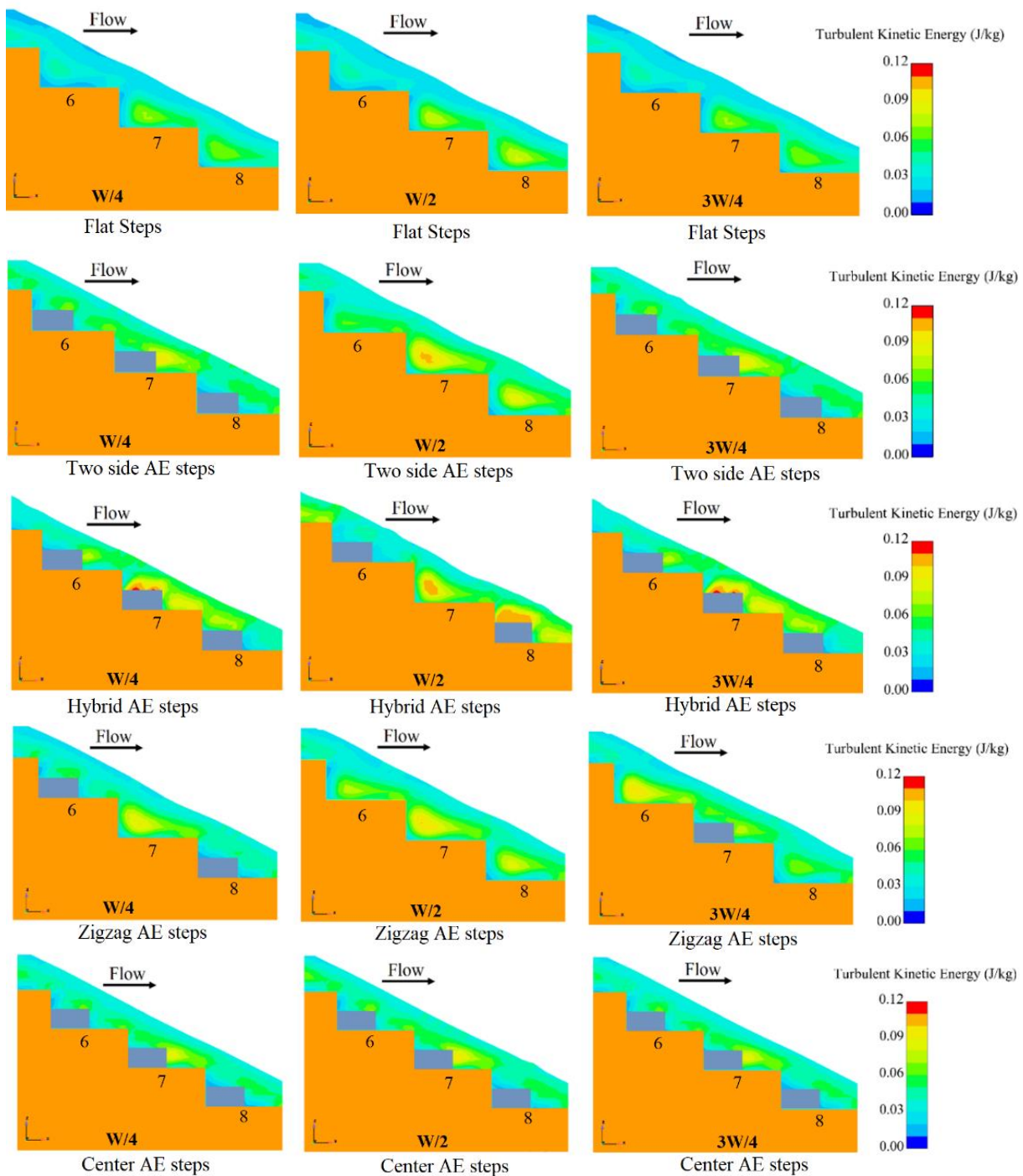
شدت بیشتری نسبت به سایر آرایش المان‌ها دارد. هر چقدر این ناحیه‌های روی سرریز پلکانی بیشتر باشد، انتظار هدررفت انرژی بیشتری را از مدل‌های سرریز پلکانی خواهیم داشت. شکل (۱۸)، میزان‌های میانگین انرژی جنبشی آشفته را بر روی پله‌های مدل‌های سرریز پلکانی ساده و مدل‌های سرریز همراه با المان‌های مکعبی را در دو دبی ۴۵ و ۶۵ لیتر بر ثانیه نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که روند نمودار برای هر دو دبی تا حدودی یکسان است. همچنین با افزایش دبی، میزان‌های  $TKE$ ، افزایش می‌یابد. اما نکته



**Fig. 16** Pressure values in the horizontal and vertical plan of different height of elements on the steps  
 شکل ۱۶ میزان‌های فشار در وجه افقی و قائم پله‌های مدل سرریز پلکانی همراه با المان در ارتفاع مختلف

میزان  $TKE$  می‌شود. در بین مدل‌ها، مدل المان‌های ترکیبی همراه با ارتفاع  $h/4$ ، بهترین مدل از لحاظ کارایی در میزان انرژی جنبشی آشفته را از خود نشان داد.

شکل (۱۹)، میزان‌های میانگین انرژی جنبشی آشفته به ازای دو ارتفاع مختلف از المان‌های الحاقی بر روی پله‌های سرریز پلکانی را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که کاهش ارتفاع المان‌ها، بطور میانگین باعث افزایش ۱۱ درصدی بر



**Fig. 17** Turbulent kinetic energy (TKE) (J/kg) values over stepped spillway models with elements on the steps

شکل ۱۷ میزان‌های انرژی جنبشی آشفته بر روی مدل سرریز پلکانی همراه با المان‌های روی پله

$$H_{res} = y \cos^2 \theta + \frac{V_1^2}{2 \times g} \quad (14)$$

$$H_{max} = P + 1.5 y_c \quad (15)$$

در این رابطه‌ها  $V_1$ ،  $\theta$ ،  $y$ ،  $y_c$ ،  $P$  و  $g$  به ترتیب سرعت جریان در پنجه سرریز، شیب شوت سرریز پلکانی، عمق جریان،

استهلاک انرژی نسبی  $(\Delta H/H_{max})$  و میزان انرژی باقی‌مانده  $(H_{res})$  در لبه‌ی پله‌ی آخر همه‌ی مدل‌های سرریز پلکانی محاسبه شد. برای محاسبه میزان‌های انرژی باقی‌مانده و بیشینه ارتفاع آب بالادست  $(H_{max})$  از رابطه‌های زیر استفاده شد.

سرریزهای پلکانی همراه با مانع، مدل المان‌های ترکیبی، به علت ایجاد تداخل بیشتر در جریان و انحراف بیشتر جت‌ها از مسیر موازی خود بر روی سرریز پلکانی، بیشترین کارایی و مدل المان‌های وسط کمترین کارایی را در میزان استهلاک انرژی دارند. به طور میانگین قرارگیری المان‌های مکعبی بر روی پله باعث افزایش ۴/۲۴ درصدی در میزان استهلاک انرژی نسبت به سرریز پلکانی ساده می‌شود. میزان میانگین انرژی باقی‌مانده نسبی برای سرریز پلکانی ساده برابر  $H_{res}/y_c = ۳/۵۲$  می‌باشد. این در حالی است که میانگین این میزان برای سرریزهای پلکانی همراه با مانع ترکیبی برابر  $H_{res}/y_c = ۳/۱۴$  می‌باشد.

عمق بحرانی، ارتفاع سرریز و شتاب گرانش زمین می‌باشند. میزان افت انرژی ( $\Delta H$ ) به صورت  $\Delta H = H_{max} - H_{res}$  بیان می‌شود. تغییرات استهلاک انرژی و انرژی باقی‌مانده برای مدل‌های سرریز پلکانی همراه با المان‌های روی پله در شکل (۲۰) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که ایجاد المان‌های مکعبی بر روی پله‌ها باعث افزایش استهلاک انرژی و کاهش انرژی باقی‌مانده در پایین‌دست سرریز می‌شود. با افزایش دبی جریان، میزان استهلاک انرژی در همه‌ی مدل‌ها کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، کمترین انرژی باقی‌مانده بر روی سرریزهای پلکانی در رژیم جریان غیرریزشی رخ می‌دهد. در بین

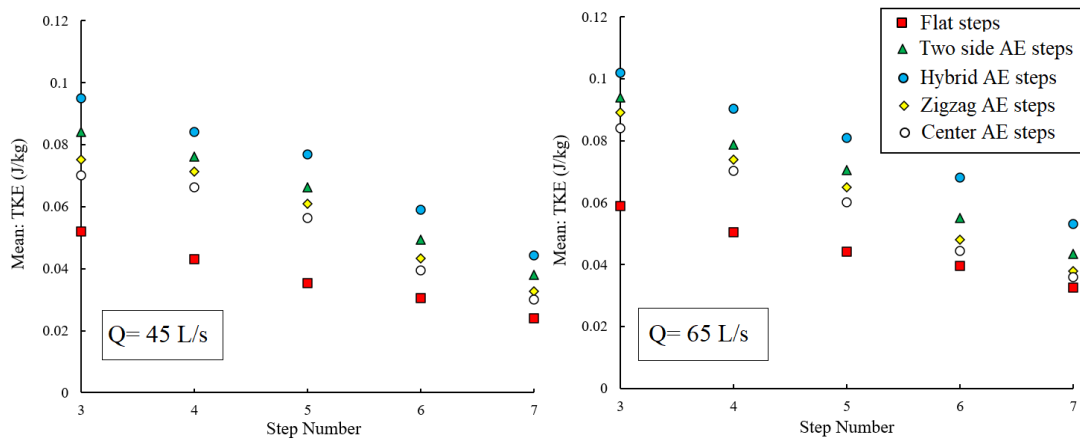


Fig. 18 The mean TKE (J/kg) values stepped spillway models with elements on the steps  
 شکل ۱۸ میزان‌های میانگین انرژی جنبشی آشفته بر روی پله‌های سرریز پلکانی همراه با مانع

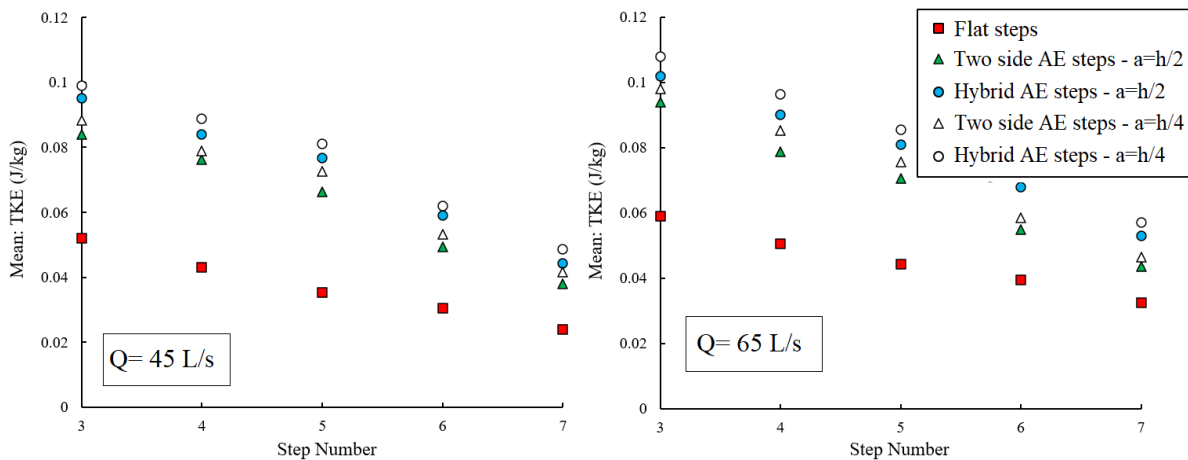
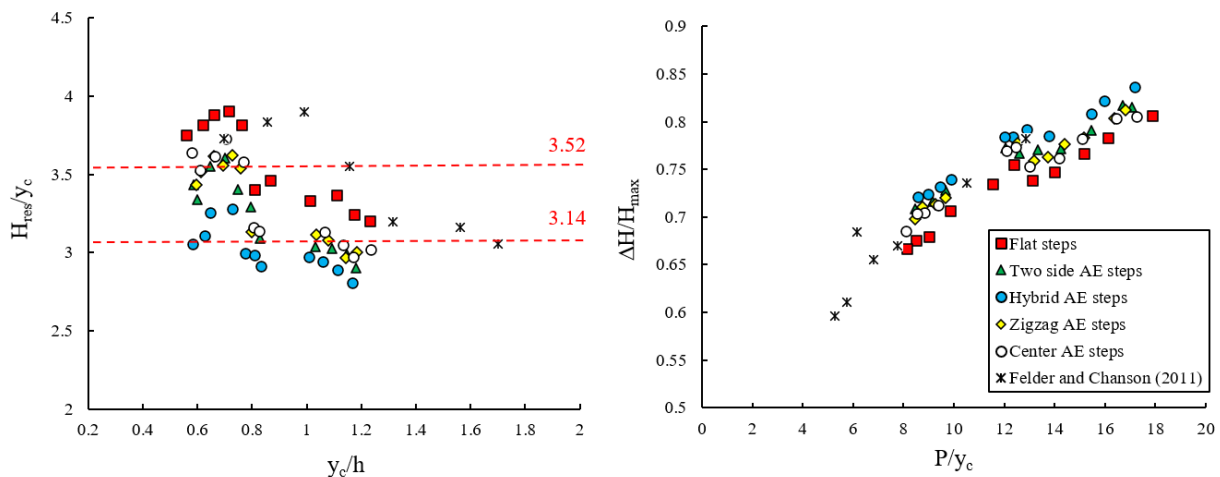


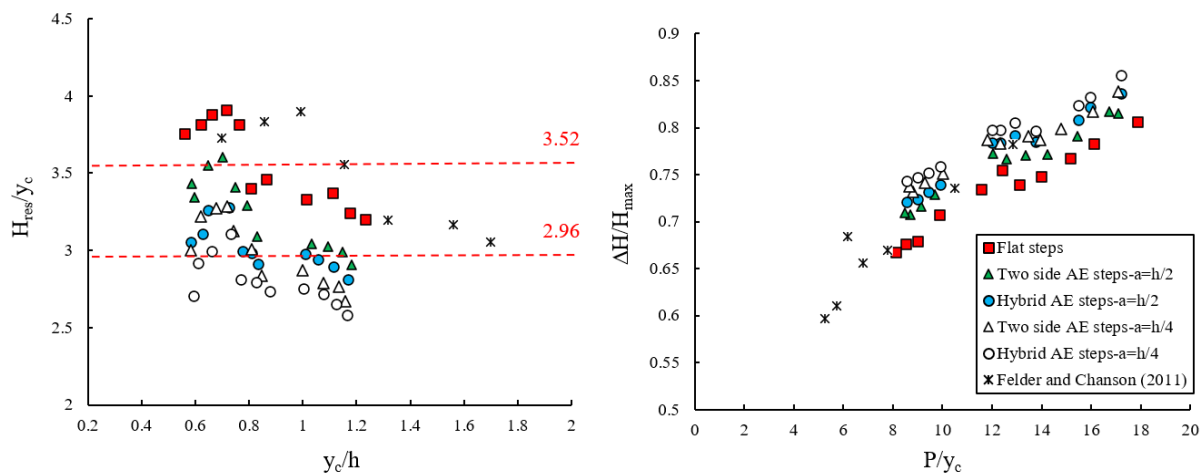
Fig. 19 The mean TKE (J/kg) values stepped spillway models with different height of elements on the steps  
 شکل ۱۹ میزان‌های میانگین انرژی جنبشی آشفته با ارتفاع المان‌های مختلف



**Fig. 20** Variation in energy dissipation and residual energy for stepped spillway models with elements on the steps  
 شکل ۲۰ تغییرات استهلاک انرژی و انرژی باقی مانده برای سرریز پلکانی ساده و سرریزهای پلکانی همراه با المان‌های مکعبی

میزان‌های انرژی باقی مانده به میزان ۴/۸ درصد می‌شود. میزان میانگین انرژی باقی مانده نسبی برای سرریز پلکانی ساده برابر  $H_{res}/y_c = 3/52$  می‌باشد. این در حالی است که میانگین این میزان برای سرریزهای پلکانی همراه با مانع ترکیبی با ارتفاع  $h/4$  برابر  $H_{res}/y_c = 2/96$  می‌باشد.

در شکل (۲۱) تغییرات میزان استهلاک انرژی و میزان‌های انرژی باقی مانده نسبی مدل‌های سرریز پلکانی با ارتفاع المان‌های مختلف نشان داده شده است. در شرایط جریان یکسان، کاهش ارتفاع المان‌ها، باعث افزایش میزان استهلاک انرژی به میزان ۲/۱۸ درصد و کاهش



**Fig. 21** Variation in energy dissipation and residual energy values for different height of elements on the steps  
 شکل ۲۱ تغییرات استهلاک انرژی و انرژی باقی مانده مدل‌های همراه با مانع در ارتفاع مختلف

شامل توزیع سرعت و فشار بر روی پله‌های اصلاح شده، میزان شدت انرژی جنبشی آشفته و در نهایت میزان استهلاک انرژی جریان در مدل‌های سرریز پلکانی اصلاح شده و مقایسه آن با مدل سرریز پلکانی ساده می‌باشد. اهم نتایج تحقیق به شرح زیر می‌باشد:  
 ۱- برخی تفاوت‌هایی در الگوی جریان و نوسان‌هایی در سطح جریان در مدل‌های پلکانی همراه با المان‌های روی

#### ۴- نتیجه‌گیری

یکی از موضوع‌های مهم در طراحی سدها، استهلاک انرژی جریان عبوری از سرریز آن‌ها می‌باشد. از جمله فراسنجه‌های تاثیرگذار بر استهلاک انرژی در سرریزهای پلکانی، شکل هندسی پله‌ها می‌باشد. در این تحقیق تاثیر به کارگیری المان‌های مکعبی شکل ساده بر روی پله به منظور اصلاح شکل هندسی پله‌ها انجام شد. بررسی‌ها

میزان استهلاک انرژی نسبت به سرریز پلکانی ساده می‌شود.

۵- میزان‌های انرژی باقی‌مانده بی‌بعد شده برای مدل المان‌های ترکیبی (Hybrid AE steps) دارای کمترین میزان نسبت به دیگر مدل‌های سرریز می‌باشد. میزان میانگین انرژی باقی‌مانده نسبی برای سرریز پلکانی ساده برابر  $H_{res}/y_c = 3/52$  می‌باشد. این میزان برای سرریزهای پلکانی همراه با مانع ترکیبی برابر  $H_{res}/y_c = 2/96$  می‌باشد. بنابراین با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که برای بهبود کارایی هیدرولیکی سرریزهای پلکانی با افزایش میزان استهلاک انرژی از طریق افزایش زبری پله‌ها، کاهش سرعت جریان عبوری از سرریز و کاهش خطر کاویتاسیون از طریق کاهش فشار منفی در وجه قائم پله‌ها می‌توان از المان‌های مکعبی شکل ساده در آرایش ترکیبی (مدل برتر) بر روی پله‌ها استفاده کرد.

#### ۵- فهرست نشانه‌ها

Q	دبی (l/s)
P'	فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
u	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )
G	شتاب جرمی ( $\text{ms}^{-1}$ )
f	شتاب لزجت ( $\text{ms}^{-1}$ )
y	عمق جریان (m)
$y_c$	عمق بحرانی (m)
$H_{max}$	بیشینه ارتفاع آب بالادست سرریز (m)
$H_{res}$	انرژی باقی‌مانده (m)
$H\Delta$	افت انرژی (m)
P	ارتفاع سرریز (m)
h	طول پله (m)
l	ارتفاع پله (m)
a	ارتفاع المان (m)
b	طول المان (m)
W	عرض سرریز (m)
$L_{crest}$	طول سرریز لبه پهن (m)
$\theta$	زاویه شوت ( $^\circ$ )
r	نسبت پالایش
p	شاخص ظاهری همگرایی
$\varepsilon$	خطای نسبی
$\rho$	چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )

پله نسبت به مدل سرریز پلکانی ساده مشاهده شد. در مدل‌های سرریز پلکانی همراه با المان‌های روی پله، ناحیه گردابه‌های چرخشی در میان پله‌ها به دو ناحیه تقسیم می‌شود.

۲- به طور میانگین وجود المان‌های رو پله باعث کاهش ۱۰ درصدی سرعت جریان عبوری از روی پله‌ها می‌شوند. در بین مدل‌ها، مدل المان‌های ترکیبی، بیشتر تاثیر را بر روی کاهش سرعت جریان عبوری از روی پله‌های سرریز دارد.

۳- با بررسی تغییرات فشار بر روی وجه‌های افقی و قائم پله‌ها مشاهده شد که در وجه افقی پله، میزان فشار روی پله‌های سرریز پلکانی ساده بزرگ‌تر از زمانی است که المان‌ها بر روی پله قرار می‌گیرند. فشار بیشینه در اواسط پله و متمایل به سمت انتهای پله روی می‌دهد. بر روی وجه افقی پله‌ها در همه‌ی مدل‌ها، فشار منفی مشاهده نشد. وجود المان‌ها بر روی پله باعث کمتر شدن بیشینه فشار بر روی وجه افقی پله‌ها می‌شوند. وجود المان‌ها بر روی پله، باعث کوچک‌تر شدن ناحیه‌های فشار منفی در وجه قائم سرریز پلکانی ساده می‌شوند و خطر ایجاد پدیده کاویتاسیون را کاهش می‌دهد. کاهش ارتفاع المان‌ها باعث کاهش جزیی در میزان فشار در وجه‌های قائم و افقی پله‌ها می‌شود.

۴- روند تغییرات میزان‌های  $TKE$  برای تمامی دبی‌ها بر روی مدل سرریز پلکانی یکسان مشاهده شد. ایجاد المان بر روی پله‌های سرریز پلکانی، باعث برخورد هر چه بیشتر جت‌های جریان عبوری از روی پله‌ها شده و این امر باعث افزایش میزان انرژی جنبشی آشفته نسبت به سرریز پلکانی ساده می‌شود. ایجاد المان‌های روی پله به طور میانگین باعث افزایش ۵۴ درصدی در میزان  $TKE$  بر روی مدل سرریز پلکانی می‌شود. کاهش ارتفاع المان‌های روی پله، باعث افزایش میزان  $TKE$  می‌شود.

۵- ایجاد مانع بر روی پله‌ها باعث افزایش استهلاک انرژی می‌شود. در بین سرریزهای پلکانی همراه با مانع، مدل المان‌های ترکیبی، به علت ایجاد بیشتر تداخل در جریان و انحراف بیشتر جت‌ها از مسیر موازی خود بر روی سرریز پلکانی، بیشترین کارایی و مدل المان‌های وسط کمترین کارایی را در میزان استهلاک انرژی دارند. به طور میانگین مدل المان‌های ترکیبی باعث افزایش ۶/۴۲ درصدی در

Felder, S. and Chanson, H. (2011). Energy Dissipation down a Stepped Spillway with NonUniform Step Heights. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 137(11), 1543- 1548.

Felder, S. and Chanson, H. (2013). Aeration, flow instabilities, and residual energy on pooled stepped spillways of embankment dams. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 139(10), 880-887.

Felder, S. Chanson, H. (2014). Effects of Step Pool Porosity upon Flow Aeration and Energy Dissipation on Pooled Stepped Spillways. *J. Hydraul. Eng.*, 140, 04014002, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000858](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000858)

Felder, S. and Chanson, H. (2015). Simple design criterion for residual energy on embankment dam stepped spillways, *Journal of Hydraulic Engineering*, 142(4), 04015062, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001107](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001107)

Flow Science Inc. (2016). *FLOW-3D V 11.2 User's Manual*; Flow Science: Santa Fe, NM, USA.

Ghaderi, A. and Abbasi, S. (2019). Numerical investigation of labyrinth stepped spillways' performance on energy dissipation of skimming flow. *Journal of Hydraulics*, 14(3), 1-16. (In Persian)

Ghaderi, A., Abbasi, S., Abraham, J. and Azamathulla, H.M. (2020). Efficiency of trapezoidal labyrinth shaped stepped spillways. *Flow Measurement and Instrumentation*, 72, 101711, <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101711>.

Ghaderi, A., Abbasi, S. and Di Francesco, S. (2021). Numerical Study on the Hydraulic Properties of Flow over Different Pooled Stepped Spillways. *Water*, 13(5), 710, <https://doi.org/10.3390/w13050710>.

Ghaderi, A. and Abbasi, S. (2021a). Experimental and Numerical Study of the Effects of Geometric Appendence Elements on Energy Dissipation over Stepped Spillway, *Water*, 13(7), 957, <https://doi.org/10.3390/w13070957>.

Ghaderi, A. and Abbasi, S. (2021b). Experimental Study of Energy Dissipation over Stepped Spillway with Appendence Elements on the Steps. *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, 15(3), 494-509. (In Persian)

Ghaderi, A. and Abbasi, S. (2022). The Effects of Modifying the Geometric Shapes of Steps in

لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )  $\mu$

شاخص همگرایی GCI

درصد خطای میانگین مطلق (%) MAPE

خطای جذر میانگین مربعات RMSE

## ۶- تقدیر و تشکر

این پژوهش، در بخش صحت‌سنجی داده‌های عددی از آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه مراغه برای انجام آزمایش‌ها استفاده شده است. بدین وسیله پژوهشگران تحقیق و نویسندگان مقاله از آقای دکتر رسول دانشفراز استاد گروه عمران دانشگاه مراغه مراتب قدردانی خود را اعلام دارند.

## ۷- منابع‌ها

Ashoor, A. and Riazi, A. (2019). Stepped spillways and energy dissipation: A non-uniform step length approach. *Applied Sciences*, 9(23), 5071, <https://doi.org/10.3390/app9235071>.

Bayon, A., Toro, J.P., Bombardelli, F.A., Matos, J. and López-Jiménez, P.A. (2018). Influence of VOF technique, turbulence model and discretization scheme on the numerical simulation of the non-aerated, skimming flow in stepped spillways. *J. Hydro-Environ. Res*, 19, 137–149.

Bombardelli, F.A., Inês Meireles, I. and Matos, J. (2011). Laboratory measurements and multi-block numerical simulations of the mean flow and turbulence in the non-aerated skimming flow region of steep stepped spillways. *Environ. Fluid Mech*, 11, 263–288.

Celik, I.B., Ghia, U., Roache, P.J. and Freitas, C.J. (2008). Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, 130, 078001, <https://doi.org/10.1115/1.2960953>.

Chanson, H. and Toombes, L. (2002). Air–water flows down stepped chutes: turbulence and flow structure observations. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(11), 1737-1761.

Chanson, H. (2000). *Hydraulic of Roman Aqueducts: steep Chutes, Cascades and drop shafts*, *American journal of Archaeology*, 104(1), 47-72.

Gonzalez, C.A. and Chanson, H. (2004). Scale Effects in Moderate Slope Stepped Spillways Experimental Studies in Air-Water Flows, 8th National Conference on Hydraulics in Water Engineering, Australia. 560.

Journal of Hydraulic Engineering. ASCE, 122(6), 292-297.

Roache, P.J. (1994). Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies, *J. Fluids Eng.*, 116(3), 405–413.

Roushangar, K. and Akhgar, S. (2019). Numerical and experimental Study of the influence of Wedge Elements on Roughness and Energy dissipation over stepped spillway. *Iranian Journal of Irrigation & Drainage*, 13(1), 78-88. (In Persian)

Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B. and Speziale, C.G. (1992). Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Phys. Fluids A Fluid Dyn.*, 4, 1510–1520.

Stepped Spillway on Hydraulic Parameters and Energy Dissipation. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 53(5), 1035-1055. (In Persian)

Morovati, K. and Eghbalzadeh, A. (2018). Study of inception point, void fraction and pressure over pooled stepped spillways using Flow-3D. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 28(4), 982-998

Nóbrega, J.D., Matos, J., Schulz, H.E., and Canelas, R.B. (2020). Smooth and stepped spillway modeling using the SPH method. *Water*, 14(9), 3103, <https://doi.org/10.3390/w14193103>.

Rajaratnam, N. (1990). Skimming Flow in Stepped Spillways. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116, 587–591.

Rice, C.E. and Kadavy, K.C. (1996). Model study of roller compacted concrete stepped spillway.