

اعمال خصوصیات جریانهای آشفته در روش MPS چند فازی

سمینا شیرازپور^۱، مرتضی کلاهدوزان^{۲*}

۱- کارشناس ارشد، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲- استادیار دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

* تهران، صندوق پستی ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵

mklhdzan@aut.ac.ir

چکیده- محاسبات مربوط به جریان با حل معادله‌های مومتم و پیوستگی انجام می‌شود. یکی از روشهای حل این معادله‌ها در مسائل با سطح آزاد متحرک به دلیل شرایط پیچیده و امکان برخورد سطوح آزاد با یکدیگر روش MPS چند فازی است. این روش یک روش لاگرانژی است که ابری از ذرات جایگزین شبکه محاسباتی میشوند و در حالت چند فازی معادله‌های حاکم بر چند فاز گاز، مایع و جامد به صورت همزمان حل می‌شوند. در این مقاله اثر اعمال آشفتگی با مدل صفر معادله‌های در روش MPS مطالعه شده است. نتایج حاصل از این تحقیق حاکی از افزایش پایداری روش و بهبود برآورد سطح آزاد در مسأله شکست سد در مقایسه با حالت غیرلزج و با لزجت گردابهای ثابت است. همچنین ارتقای مدل بوسیله اعمال مدل‌های آشفتگی در مدل چند فازی نشان‌دهنده عدم تأثیر نوع تابع کرنل مورد استفاده در حل معادلات مومتم و پیوستگی بر روی پایداری روش میباشد.

کلیدواژگان: هیدرودینامیک، لاگرانژی، آشفتگی، طول اختلاط پراتل، MPS، سطح آزاد.

۱- مقدمه

در نظر می‌گیرند و عملیات حل از جمله انتگرال‌گیری و تخصیص متغیرها و به‌طور کلی منقطع‌سازی بر روی حجم محدود انجام میشود و پارامترها بر روی مرکز یا مرز این حجمها تخصیص داده میشوند. Ashgriz and Poo (1991) مدل تک‌فازی حجم محدود را در محیطهای هیدرودینامیکی توسعه دادند که این مدل توسط Van der Meer et al. (1992) گسترش داده شده و به مدل SKYLLA تبدیل شد. همچنین این روش توسط Wei & Kirby (1995) با دقت مرتبه چهارم زمان و مکان در مورد معادلات بوزینسک توسعه یافته (Nwogu, 1993) به کار

با توجه به نیاز اجتناب‌ناپذیر تخمین سطح آزاد جریان در مسائل صنعتی و مهندسی، رشد روشهای عددی در مسائل هیدرودینامیک جهت تخمین سطح آزاد به‌صورت قابل توجهی در حال گسترش است. از این‌رو در سال‌های اخیر در این زمینه تحقیقات زیادی انجام شده است و روش‌های مختلفی برای تعیین سطح آزاد بکار گرفته شده است. در زمینه مدل‌های اولری میتوان به روشهای حجم محدود تک فاز و دو فاز اشاره کرد. در روش حجم محدود، محدوده مورد نظر را به‌صورت حجمهایی مجزا

شکست موج (Gotoh and Sakai (1999) و Koshizuka et al. (1998) به کار برده شده است. همچنین Gotoh and Sakai (2006) مدل چند فاز MPS را برای مدل‌سازی مسائل گاز- مایع، مایع- جامد، انتقال رسوب و اجسام شناور ارائه کردند. (Atai-Ashtiani and Farhadi (2006) پایداری روش MPS را با معرفی اثر توابع کرنل افزایش دادند، (Shibata and Koshizuka (2007) مدل سه بعدی شبیه‌سازی اندرکنش سیال با جسم شناور را ارائه کردند. فیاض (۱۳۸۶) با افزودن چند متغیر مانند کشش سطحی به مدل MPS چند فازی پایداری و دقت مدل را افزایش داد. (Khayyer and Gotoh (2010) مدل لاپلاسین مرتبه بالاتری را جهت افزایش پایداری و ارتقاء محاسبات فشار در مدل MPS پیشنهاد کردند.

با این وجود تاکنون محققان از این روش در جریان‌های غیر لزج استفاده نموده و اثر در نظر گرفتن مدل‌های آشفته‌گی را در روش MPS چند فازی بررسی نکرده‌اند و کلیه مدل‌های ارائه شده، تنها قادر به برآورد سطوح آزاد سیال غیرلزج هستند. در این تحقیق روش MPS به صورت مدل دو فازی (گاز و سیال) برای برآورد سطح آزاد سیال لزج توسعه داده شده که اثر آشفته‌گی توسط مدل آشفته‌گی صفر معادله‌های طول اختلاط پراختل مطالعه شده است. در مدل MPS چند فازی کلاهدوزان و فیاض (۱۳۸۷) که برای تخمین سطح آزاد سیال ارائه شده، تنها اثر آشفته‌گی با لزجت ثابت در نظر گرفته شده است.

از آنجا که (Atai-Ashtiani and Farhadi (2006) کرنل را در پایداری روش MPS مؤثر دانسته و نوع تابع کرنل را در توانایی روش در مدل‌سازی جریان‌های سیال غیرلزج (بدون اثر آشفته‌گی) عامل مهمی برشمرده‌اند، در اینجا نیز اثر مدل‌های آشفته‌گی در روش MPS در تاثیر نوع تابع کرنل در پایداری روش مطالعه شده است. به این ترتیب که تأثیر انواع توابع کرنل در مدل MPS سیال غیرلزج با مدل MPS سیال لزج با اعمال اثر آشفته‌گی یک‌بار با لزجت ثابت و بار دیگر با مدل آشفته‌گی طول

گرفته شده است. اما به دلیل عدم انعطاف‌پذیری کافی روش‌های اولری در حل مسائل با تغییر شکل زیاد، شرایط مرزی متحرک و هندسه پیچیده، در سال‌های اخیر تمایل زیادی به روش‌های بدون شبکه به عنوان جایگزین روش‌های پایه شبکه‌بندی بوجود آمده است که میتوان به روش‌های لاگرانژی^۱ SPH و^۲ MPS اشاره کرد. روش SPH توسط Lucy (1977) ابداع و بوسیله (Monaghan (1992) برای مسائل اخترشناسی توسعه داده شد. (Monaghan (1992) با گسترش روش SPH، فرم کلی آن را برای جریان‌های تراکم‌پذیر ارائه کرد (Ata and Soulaïmani, 2004). (Batra and Zhang, Roubtsova and Kahawita, 2006 (Atai-Ashtiani and Fang et al., 2008, 2007) و Shobeiry 2008

یکی دیگر از روش‌های لاگرانژی روش MPS است. این روش در اصل فرم اصلاح شده روش ذرات است، که توسط (Koshizuka and Oka (1996) پیشنهاد شد. در روش MPS ابری از ذرات برای نشان دادن پیوستگی جایگزین شبکه‌ها میشوند و حرکت هر ذره با اثر ذرات کناری و با استفاده از تقریب تابع وزن کرنل به دست می‌آید. عملگرهای لاپلاسین، گرادیان و دیورژانس برای تاثیر ذرات متحرک بر یکدیگر تغییر میکنند. روش حل معادلات در این مدل به صورت ضمنی بوده که جهت افزایش سرعت همگرایی با روش پروجکشن^۳ ترکیب شده است، از این رو سرعت حل قابل قبولتری نسبت به مدل‌های مشابه تخمین سطح آزاد جریان دارد (Koshizuka and Oka, 1996).

این روش توانایی مدل کردن سطح آزاد جریان غیرلزج تراکم ناپذیر و آنالیز مسائل با اندرکنش‌های پیوسته سازه و سیال با تغییر شکل زیاد را دارد. روش MPS در مسائل شکست ستون آب (Koshizuka and Oka (1996)

1. Smoothedparticle Hydrodynamic
2. Moving-Particle Semi-Implicit
3. Projection

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \nabla \cdot (\Delta t \nabla p) \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\Delta t^2} = \nabla^2 p \quad (2)$$

که در آن p مجموع فشار دینامیکی و استاتیکی، ρ چگالی سیال و t متغیر زمان است. معادلات (۱) در حالت متوسط گیری شده زمانی برای در نظر گرفتن واکنش هر ذره با ذره مجاور خود بازنویسی شده است و از این رو تغییرات اساسی در منقطع سازی معادلات بوجود آمده است. شکل منقطع شده دو بعدی در صفحه قائم معادلات (۱) به صورت معادلات (۳) و (۴) می باشد (کلاهدوزان و فیاض، ۱۳۸۷ و Suzuki et al., 2007):

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = -\frac{d}{\rho n_0} \sum \frac{p_j - p_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \times (x_j - x_i) \cdot w(|r_{ij}|) + \frac{v_{e,i} 2d}{\lambda n_0} \cdot \sum [(u_j - u_i) w(|r_{ij}|)] \quad (3)$$

$$\frac{\Delta w}{\Delta t} = -\frac{d}{\rho n_0} \sum \frac{p_j - p_i}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \cdot (y_j - y_i) \times w(|r_{ij}|) + \frac{v_{e,i} 2d}{\lambda n_0} \cdot \sum [(w_j - w_i) w(|r_{ij}|)] - g \cdot \Delta t \quad (4)$$

که در آن $U_{e,i} =$ لزجت گردابه های مربوط به ذره i ، n_0 چگالی استاندارد و $r_{i,j}$ فاصله بین دو ذره i و j است. در این صورت شکل منقطع شده معادله پواسون فشار عبارت است از:

$$\frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{i \neq j} (p_j - p_i) w(|r_{ij}|) = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i - n_0}{n_0} \quad (5)$$

که مقدار p_i به صورت زیر از معادله اخیر نتیجه می شود:

$$p_i = \frac{\lambda n_0}{2d \sum_{i \neq j} w(|r_{ij}|)} \left[\frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{i \neq j} p_i w(|r_{ij}|) + \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i - n_0}{n_0} \right] \quad (6)$$

در این معادلات چگالی ذره های در مختصات \bar{r}_i که ذره i در آنجا قرار گرفته است، به صورت زیر تعریف می شود:

$$n_i = \sum_{i \neq j} w(|r_j - r_i|) \quad (7)$$

$$\bar{r}_i = x \bar{i} + y \bar{j}$$

و مقدار n_0 عبارت است از:

اختلاط پرانتل مقایسه شده است.

برای نمایش توانایی مدل در برآورد سطح آزاد جریان غیر قابل تراکم لزج از مثال شکست سد استفاده شده است و مقایسه نتایج حاصل از روش MPS چند فازی در حالات سیال غیرلزج، سیال با لزجت گردابه های ثابت و مدل آشفته گی طول اختلاط پرانتل ارائه شده است.

۲- معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم در مدل توسعه داده شده معادلات ناویر استوکس به صورت زیر است (Li and Lam, 1964):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = & -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = & -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = & -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} + gh \right) + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

u, v, w مقادیر سرعت به ترتیب در جهات x, y, z ، U لزجت سینماتیکی و p فشار (مجموع دینامیکی و استاتیکی) است.

در روش MPS بر خلاف روشهای اولری فشار به صورت دو ترم مجزای استاتیکی و دینامیکی در نظر گرفته نمیشود، زیرا در این روش سطح آزاد جریان به طور خودکار با محاسبات برای تکتک ذرات به دست می آید. از این رو میتوان ترم فشار را به صورت متغیر مستقل شامل مقادیر فشار استاتیکی و دینامیکی به صورت کلی در نظر گرفت و با افزودن معادله پواسون فشار، مقدار آن را برای تمامی ذرات محاسبه کرد. معادله پواسون فشار به کار رفته در این تحقیق به صورت زیر است (Koshizuka and Oka, 1996):

بیان میشود (Kolahdoozan, 1999):

$$L_m = k_z \sqrt{1 - \frac{z}{H}} \quad (14)$$

که در آن H عمق آب می‌باشد. با جایگزینی روابط فوق داریم:

$$v = k u_* z \left(1 - \frac{z}{H}\right) \quad (15)$$

در معادله‌های فوق فضا به صورت دوبعدی قائم فرض شد، اما اگر فضای سه‌بعدی مورد نظر باشد، میتوان با در نظرگیری پارامترهای بعد سوم و افزودن معادله سوم ناویراستوکس مدل را به صورت سه بعدی تحلیل نمود.

۳- روش حل

برای حل معادله‌های حاکم از روش MPS استفاده شده است. این روش، روشی نیمه ضمنی است که در آن

معادله‌ها بر اساس سطوح زمانی t و $t+1$ نوشته میشوند.

علاوه بر این، روش پروجکشن نیز برای افزایش سرعت همگرایی حل به کار گرفته شده است که حل ترمهای

انتقال و انتشار ناویراستوکس را از پواسون فشار جدا می‌کند. بنابراین حل معادلات ناویراستوکس به دو گام

زمانی کاملاً مجزا تفکیک میشود. در گام اول معادلات در

حضور ترمهای لزجت و ثقل حل شده و در گام دوم در

حضور سایر ترمهای معادلات ناویراستوکس شامل

گرادیان فشار، نیروی برخورد بین ذرات دو فاز، نیروی

کشش سطحی (در محیط‌های با کشش سطحی بالا) و

غیره جوابهای به‌دست آمده از گام اول اصلاح می‌شوند.

بر اساس روش پروجکشن معادلات ناویراستوکس در

اولین گام زمانی عبارت است از (Koshizuka and Oka, 1996):

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = \nu \nabla^2 \bar{u} + g \quad (16)$$

لزجت گردابه‌های (ν) بر اساس سرعت (u) و موقعیت

ذره (z) در حالت صفر معادله‌های با توجه به معادله (۱۵)

به‌دست می‌آید.

$$n_0 = \int_V w(r) dV \quad (8)$$

و طبق تعریف ضریب λ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda = \frac{\int_V w(r) r^2 dv}{\int_V w(r) dv} \quad (9)$$

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r}{r_e}\right)^2 + 8\left(\frac{r}{r_e}\right)^3 - 3\left(\frac{r}{r_e}\right)^4 & 0 \leq r \leq r_e \\ 0 & r_e \leq r \end{cases} \quad (10)$$

که در آن r_e شعاع مؤثر ذره، $w(r)$ تابع کرنل یا تابع وزنی، n_i چگالی ذره و n_0 چگالی استاندارد است.

U لزجت گردابه‌های سیال است که بر اساس تئوری صفر

معادله‌های طول اختلاط پرانتل تعیین شده است. تئوری

طول اختلاط پرانتل در جریان داخل خورها و سواحل

دارای کاربرد وسیعی است و به صورت رابطه (۱۱) بیان

میشود (Violeau and Issa, 2006):

$$v = L_m^2 \cdot J \quad (11)$$

که L_m طول اختلاط و J در حالت کلی به صورت زیر

تعریف میشود (Violeau and Issa, 2006):

$$J = \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

معادله فوق بسته به گرادیانهای سرعت موجود در جریان میباشد.

اگر فرض شود که توزیع سرعت لگاریتمی است

(Kolahdoozan, 1999):

$$u = \frac{u_*}{k} \log_e z + c \quad (13)$$

c ثابت انتگرالگیری که در اینجا برابر صفر در نظر گرفته

شده است، u_* سرعت برشی، k ثابت فون کارمن و z

فاصله تا بستر است.

برای توزیع سرعت لگاریتمی طول اختلاط به صورت زیر

تصحیح ذکر شده ناشی از انحراف چگالی ذره را به سرعتها و موقعیتهای جدید ذره در مرحله دوم روش پروجکشن اعمال کرد. این تصحیح با حل معادلات ناویراستوکس در حضور سایر جمله‌های آن اعمال می‌شود. اصلیتین عامل باقیمانده از معادله ناویراستوکس، عامل گرادیان فشار میباشد. معادله مرحله دوم روش پروجکشن در زیر نمایش داده شده است.

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\nabla p + \bar{\delta}_{st} + \frac{\sigma k \delta_{st}}{\rho} \bar{n} \quad (20)$$

که در آن σ ضریب کشش سطحی، k منحنی سطح، \bar{n} بردار یکه سطح در جهت قائم بر سطح و δ_{st} تابع دلتا می‌باشد ($\delta_{st} = 1$ برای ذرات سطحی و $\delta_{st} = 0$ برای دیگر ذرات). در سمت راست رابطه (۲۰)، ترم دوم معرف نیروی برخورد بین ذرات دو فاز مختلف است و ترم سوم معرف کشش سطحی است.

با حل ضمنی معادله (۲۰) مقادیر سرعتها به دست می‌آید و از آنجا میتوان موقعیت ذرات را نیز اصلاح نمود تا معادلات بقای جرم و مومتم ارضاء شود.

$$\bar{u}^{t+1} = \Delta \bar{u} + \bar{u}^* \quad (21)$$

$\bar{r}^{t+1} = \Delta \bar{r} \cdot dt + \bar{r}^*$
بطور خلاصه می‌توان الگوریتم حل را به سه قسمت عمده تقسیم کرد:

- ۱) مرحله اول پروجکشن و اصلاح موقعیتهای
- ۲) حل معادله پواسون فشار و به دست آوردن فشارها.
- ۳) مرحله دوم پروجکشن و اصلاح موقعیتهای و سرعتها (اعمال مقادیر فشار).

۴- ارزیابی مدل

متغیرهای پایهای چون فاصله اولیه بین ذرات (dr)، گام زمانی (dt) و شعاع مؤثر (r_e) در هر مسأله‌ای مقدار بهینه خاص خود را با توجه به شرایط مسأله و عدد کورانت دارا میباشند. شرط کورانت با توجه به این مقادیر و شرایط اولیه مسأله به صورت رابطه (۲۲) تعریف شده است (کلاهدوزان و فیاض، ۱۳۸۷):

پس از حل صریح معادلات با به دست آوردن تغییرات سرعت $\nabla \bar{u}$ ، میتوان تصحیح لازم را بر روی اجزا سرعت و موقعیتهای برای تمام ذرات اعمال کرد.

$$\bar{u}^* = \Delta \bar{u}^* + \bar{u}^t \quad (17)$$

$$\bar{r}^* = \Delta \bar{r}^* + \bar{r}^t$$

که در آن \bar{r}^t, \bar{u}^t به ترتیب سرعت و مکان ذره در زمان t ، \bar{r}^*, \bar{u}^* به ترتیب سرعت و مکان ذره در زمان $t + \frac{1}{2}$ می باشد.

با داشتن مقادیر جدید سرعتها و موقعیتهای ذرات پس از حل معادله پواسون فشار به صورت ضمنی و به دست آوردن مقادیر جدید فشار برای تمامی ذرات، گام دوم پروجکشن جهت حل ارائه میشود. مقادیر جدید فشار از معادله پواسون فشار و به صورت ضمنی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$p_i^{t+1} = \frac{\lambda n_0}{2d \sum_{i \neq j} w(|r_{ij}|)} \left[\frac{2d}{\lambda n_0} \sum_{i \neq j} p_j^t w(|r_{ij}|) + \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^{t+1} - n_0}{n_0} \right] \quad (18)$$

که در آن اندیسههای t و $t+1$ معرف سطوح زمانی فعلی و بعدی است. در معادله اخیر که از معادله (۲) به دست آمده است، اولین ترم سمت راست معادله معرف فشار متوسط‌گیری شده وزنی از سطح زمانی فعلی است و ترم دوم سمت راست معادله معرف انحراف چگالی ذره از مقدار اولیه آن در سطح زمانی جدید است که تصحیح موقعیت زمانی ذرات منجر به این اختلاف چگالی شده است.

بنابراین با تصحیح چگالی به صورت اثری بر فشار، معادلات پیوستگی ارضاء خواهند شد، زیرا پواسون فشار محصولی از پیوستگی و مومتم میباشد. مقدار مجازی این تصحیح عبارت است از:

$$t_i + \Delta t = t_0 \Rightarrow \Delta t = t_0 - t_i \quad (19)$$

پس در نهایت با داشتن مقادیر سرعت و موقعیت در سطح زمانی $t + \frac{1}{2}$ یا t و همچنین مقادیر فشار میتوان

سطح آزاد مسأله شکست سد با مدل‌های سیال غیرلزج و سیال با لزجت گردابه‌های ثابت، سطح آزاد آب بسیار نامنظم است و ذرات آب در فضای بالای سطح پراکنده شده‌اند. ولی در مدل سیال لزج براساس مدل آشفستگی طول اختلاط، سطح آزاد هموارتر و مشابه مدل آزمایشگاهی است. بنابراین مقایسه نتایج مدل‌های عددی حاضر با نتایج تجربی از یک سو و با مدل غیرلزج و مدل با لزجت گردابه‌های ثابت از سوی دیگر بهبود برآورد سطح آزاد با اعمال تئوری طول اختلاط پرانتل را نشان می‌دهد. علاوه بر این مقایسه‌های براساس تعداد ذرات موجود سطح آزاد سیال که دارای فشار اتمسفر هستند در زمانهای مختلف بین سه مدل سیال غیرلزج، سیال با لزجت گردابه‌های ثابت و مدل طول اختلاط صورت گرفته است. اساس این مقایسه بر این مبنا است که هر چه تعداد ذرات سطح آزاد در این سه مدل در زمانهای مشابه کمتر باشد، سطح آزاد در آن مدل هموارتر مدل شده است و آن مدل دارای دقت بیشتری در مدل‌سازی سطح آزاد است (شکل ۳).

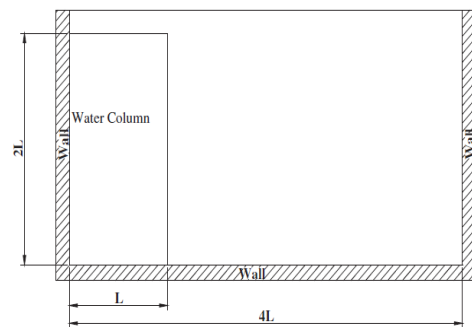
همچنین مقایسه‌های نیز بر مبنای درصد خطای نسبی برآورد سطح آزاد در زمان ۰/۶ ثانیه پس از شکست سد، بین سه مدل نسبت به مدل آزمایشگاهی انجام شده است که نتایج نشان‌دهنده کاهش درصد خطای نسبی در تخمین سطح آزاد سیال لزج با اعمال مدل آشفستگی طول اختلاط است (جدول ۱).

جدول ۱ درصد خطای نسبی برآورد سطح آزاد مدل شکست سد

فاصله از ابتدای حوضچه (m)	غیر لزج	ثابت	پرانتل
۰/۰۸	۵/۲۲	۳/۷۷	۲/۹
۰/۲	۴/۰۹	۲/۰۵	۲/۰۴
۰/۳۲	۷/۳۲	۴/۲۲	۴/۲
۰/۴۴	۵/۵۵	۴/۱۷	۲/۲۲
۰/۵۶	۷/۴۳	۸/۵۷	۰
۰/۶۸	۲۵/۵۴	۱۹/۳۸	۲/۴۶

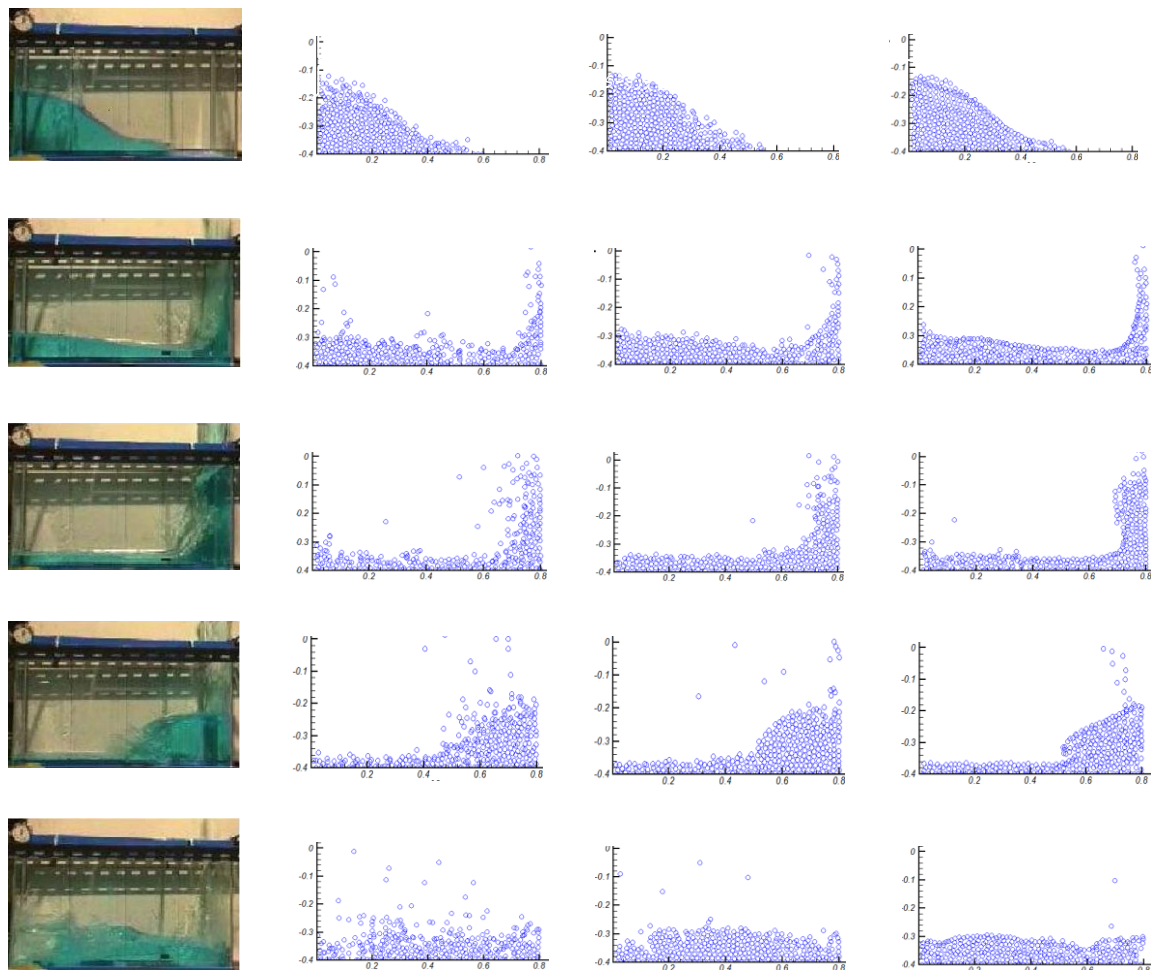
$$C_r = \frac{dt|u|}{dr} \leq 0.2 \quad (22)$$

براساس آنالیز حساسیت، بر روی تعداد ذرات سطح آزاد جریان برای مقادیر مختلف گام‌های زمانی، قطر یا فاصله ذرات و شعاع موثر در مسأله شکست سد و در نهایت با مقایسه پروفیل‌های عددی و تجربی و نیز طبیعت سطح آزاد جریان، مقادیر $r = 1.6L'$ انتخاب شده است (L' فاصله اولیه بین ذرات). با در نظر گرفتن این مقادیر مسأله شکست سد که هندسه آن در شکل ۱ آورده شده با مدل غیر لزج، لزجت گردابه‌ای ثابت و مدل آشفستگی طول اختلاط پرانتل با روش MPS دو فازی مدل‌سازی شده است.



شکل ۱ هندسه مسأله شکست سد

در مسأله شکست سد ستون آبی به ارتفاع $2L$ و عرض L در حوضچه‌ای به طول $4L$ در نظر گرفته شده است. پس از مدل‌سازی مسأله شکست سد، نتایج تعیین سطح آزاد با نتایج آزمایشگاهی در شکل ۲ مقایسه شده‌اند. در این شکل دسته اول (از سمت چپ) نتایج آزمایشگاهی Koshizuka and Oka (1996)، دسته دوم نتایج مدل عددی سیال بدون لزجت، دسته سوم سیال لزج با لزجت گردابه‌های ثابت و دسته چهارم مدل آشفستگی طول اختلاط پرانتل می‌باشد. لازم به ذکر است که نتایج مدل آزمایشگاهی مسأله شکست سد تنها تا زمان ۱ ثانیه موجود بوده است (Suzuki et al., 2007). همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده، در مدل‌سازی



الف- طول اختلاط ب- سیال با لزجت گردابه‌های ثابت ج- سیال غیرلزج د- نتایج آزمایشگاهی Koshizuka, 1996

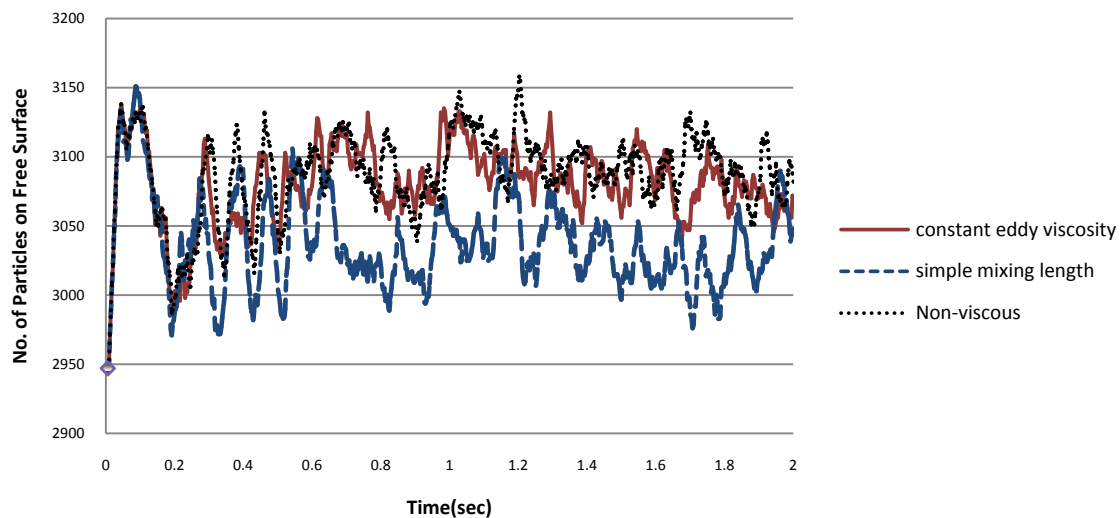
شکل ۲ مقایسه نتایج مدل در مقاطع زمانی به ترتیب ۰/۲، ۰/۴، ۰/۶، ۰/۸ و ۱ ثانیه پس از ریختن ستون آب

گردابه‌های ثابت و مدل غیرلزج است. به دلیل عدم وجود نتایج آزمایشگاهی بعد از ۱ ثانیه یعنی بعد از برخورد آب به دیواره سمت چپ برای بررسی صحت نتایج مدل عددی، نتایج این مدل عددی با نتایج مدل عددی Idelsohn et al. (2003) در شکل ۴ مقایسه شده است. Idelsohn و همکاران مسأله شکست سد را با استفاده از روش لاگرانژی اجزای محدود بدون شبکه‌بندی (MFEM) تا زمان ۳/۷ ثانیه شبیه‌سازی کرده‌اند. مقایسه این روش چه به صورت شماتیک، چه براساس تعداد ذرات سطح آزاد آب و چه به صورت کمی بر مبنای درصد خطای نسبی با مدل‌های سیال غیرلزج و با لزجت

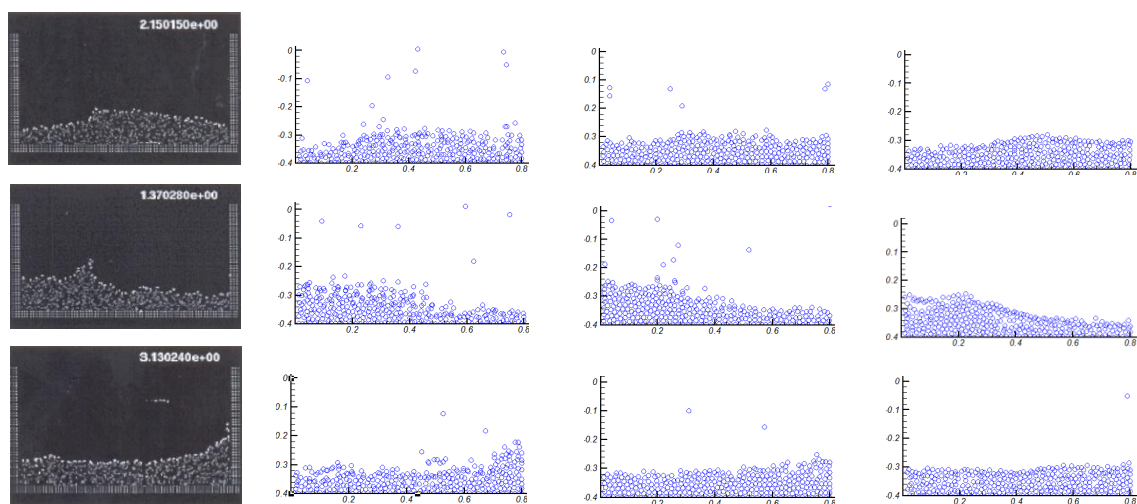
در نمودار شکل ۳ محور افقی معرف زمان و محور قائم معرف تعداد ذراتی است که در سطح آزاد قرار می‌گیرند و فشار آزاد را تجربه می‌کنند، به عبارت دیگر دارای فشار اتمسفر هستند. همان طور که در نمودار مشاهده می‌شود تعداد ذراتی که دارای فشار اتمسفرند در مدل آشفستگی طول اختلاط نسبت به مدل‌های با لزجت گردابه‌های ثابت و مدل غیرلزج بسیار کمتر می‌باشد. این امر نشان‌دهنده آن است که سطح آزاد در مدل طول اختلاط هموارتر مدل شده است و این مدل دارای دقت بیشتری در مدل‌سازی سطح آزاد سیال با در نظر گرفتن اثر خصوصیات جریان آشفته در مقایسه با مدل با لزجت

سیال دقت بیشتری نسبت به مدل‌های مشابه دارد. از آنجا که تحقیق‌های قبلی حاکی از آن است که عامل تابع کرنل در پایداری روش MPS مؤثر بوده و نوع تابع کرنل را در توانایی روش در مدل‌سازی جریان‌های بدون اثر آشفتگی عامل مهمی بر شمرده‌اند (Atai-Ashtiani and Farhadi, 2006).

گردابه‌های ثابت بهبود برآورد سطح آزاد با در نظرگیری آشفتگی براساس تئوری طول اختلاط پرانتل را نشان می‌دهد. این افزایش دقت به این دلیل است که لزجت گردابه‌های هر ذره سیال لزج در هر گام زمانی بر اساس موقعیت و سرعت ذره در آن گام زمانی تعیین و در معادله مومنتم وارد میشود. در نتیجه سطح هموارتر مدل می‌شود. از طرفی به دلیل محاسبه اندرکنش جریان هوا و



شکل ۳ مقایسه نتایج مدل سیال غیرلزج با سیال با لزجت گردابه‌های ثابت و طول اختلاط براساس تعداد ذرات سطح آزاد در زمان‌های مختلف



الف- طول اختلاط ب- سیال با لزجت ثابت ج- سیال بدون لزجت د- مدل عددی MFEM

شکل ۴ مقایسه نتایج مدل در مقاطع زمانی به ترتیب ۱/۳۷، ۲/۱۵ و ۳/۱۳ ثانیه پس از ریختن ستون آب

در اینجا نیز اثر مدل‌های آشفستگی در روش MPS بر روی نوع تابع کرنل در پایداری روش، مطالعه شده است. در این مطالعه ۶ تابع کرنل ذکر شده در مطالعات قبلی که در جدول ۲ آمده است، در روش MPS دو فازی به مدل‌های سیال غیرلزج، سیال با لزجت گردابه‌ای ثابت و مدل آشفستگی طول اختلاط پراتل اعمال شده و مسأله شکست سد مدل‌سازی شده است. در حالت عدم اعمال آشفستگی همان‌گونه که در مقاله Atai-Ashtiani and Farhadi (2006) آمده است به جز تابع کرنل KF6، مدل‌سازی مسأله شکست سد با سایر توابع منجر به ناپایداری شده و با مدل آزمایشگاهی تطابق ندارد. در صورتی که نتایج

حاصل از مدل‌سازی حاکی از آن است که روش MPS دو فازی با مدل آشفستگی تئوری طول اختلاط پراتل با کلیه توابع کرنل پایدار بوده و قادر به مدل‌سازی مسأله شکست سد تا زمان بیش از ۴ ثانیه است (جدول ۳). بنابراین با اعمال مدل آشفستگی طول اختلاط، نقش تابع کرنل به عنوان یک عامل مؤثر در پایداری روش MPS براساس زمان مدل‌سازی مسأله شکست سد از بین می‌رود. به عبارتی با اعمال آشفستگی، روش MPS دو فازی با هر نوع تابع کرنل قادر به مدل‌سازی شکست سد می‌باشد و مدل‌سازی سطح آزاد دارای تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی است.

جدول ۲ توابع کرنل

مرجع	فرمول تابع کرنل	تابع
Belyschko et al. (1996)	$w(r) = \begin{cases} e^{-(r/ar_e)^2} & 0 \leq r \leq r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases}$	KF1
Violeau et al. (2007)	$w(r) = \frac{96}{1199} \pi \begin{cases} \left(\frac{5-r}{2-r_e}\right)^4 - 5\left(\frac{3-r}{2-r_e}\right)^4 + 10\left(\frac{1-r}{2-r_e}\right)^4 & 0 \leq r \leq \frac{r_e}{2} \\ \left(\frac{5-r}{2-r_e}\right)^4 - 5\left(\frac{3-r}{2-r_e}\right)^4 & \frac{r_e}{2} \leq r \leq \frac{3}{2}r_e \\ \left(\frac{5-r}{2-r_e}\right)^4 & \frac{3}{2}r_e \leq r \leq \frac{5}{2}r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases}$	KF2
Belyschko et al. (1996)	$w(r) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{r}{r_e}\right)^2 + 8\left(\frac{r}{r_e}\right)^3 - 3\left(\frac{r}{r_e}\right)^4 & 0 \leq r \leq r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases}$	KF3
Kpshizuka and Oka (1996)	$w(r) = \begin{cases} -2\left(\frac{r}{r_e}\right)^2 + 2 & 0 \leq r \leq \frac{r_e}{2} \\ \left(2\frac{r}{r_e} - 2\right)^2 & \frac{r_e}{2} \leq r < r_e \\ 0 & r_e \leq r \end{cases}$	KF4
Oak Institute	$w(r) = \begin{cases} \frac{r}{r_e} - 1 & 0 \leq r < r_e \\ r_e & r_e \leq r \\ 0 & r_e \leq r \end{cases}$	KF5
Shao and Lo (2003)	$w(r) = \begin{cases} \frac{40}{7\pi r_e^2} \left(1 - 6\left(\frac{r}{r_e}\right)^2 + 6\left(\frac{r}{r_e}\right)^3\right) & 0 \leq r \leq \frac{r_e}{2} \\ \frac{40}{7\pi r_e^2} \left(2 - 2\frac{r}{r_e}\right)^3 & \frac{r_e}{2} < r < r_e \\ 0 & r_e < r \end{cases}$	KF6

جدول ۳ مدت زمان مدل سازی شکست سد به ثانیه

تایم کرنل	غیر لزج	ثابت	پرانتل
KF1	۱	۱/۴	>۴
KF2	۰/۹۶	>۴	>۴
KF3	۱/۴	>۴	>۴
KF4	۰/۹۵	۲/۶	>۴
KF5	۰/۸	۰/۹۵	>۴
KF6	>۴	>۴	>۴

۶- فهرست علائم

c	ضریب درگ لاگرانژی
d	بعد فضا، در شرایط سه بعدی برابر است با ۳
g	شتاب جاذبه
h	عمق جریان
$i, j = 1, 2, 3$	زیرنویس معرف جهت‌های x, y و z
k	ثابت فون کارمن
\bar{n}	بردار یکه سطح در جهت قائم بر سطح
n_0	چگالی استاندارد
n_i	چگالی ذره
p	فشار کل
r_e	شعاع مؤثر
\bar{r}_i	موقعیت ذره
t	زمان
u, v, w	مؤلفه سرعت به ترتیب در جهت‌های x, y و z
\bar{u}	بردار سرعت
u_*	سرعت برشی
$w(\bar{r})$	تایم کرنل
δ_{st}	تایم دلتای کروئکر
μ	لزجت سیال
ν	لزجت سینماتیک
ν_i	لزجت گردابه‌ای
ρ	جرم مخصوص سیال
σ, τ	تنش‌های قائم و برشی
∇	گرادیان
∇^2	لاپلاسین
*	بالا نویس معرف نیم گام زمانی

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق اثر اعمال آشفتگی بر پایداری روش MPS دوفازی در تخمین سطح آزاد جریان بررسی شد. برای بررسی دقت مدل توسعه داده شده از یک مثال شکست سد استفاده شده است. مقایسه نتایج مدل آشفتگی تئوری صفر معادله‌های طول اختلاط پرائتل با مدل عددی با لزجت گردابه‌ای ثابت، سیال غیرلزج و مدل تجربی مسأله شکست سد، دلالت بر افزایش پایداری و دقت این روش در مدل‌سازی سطوح آزاد پیچیده جریانهای آشفته در حالت دو بعدی دارد.

در نظر گرفتن آشفتگی براساس طول اختلاط و محاسبه لزجت گردابه‌ای ذره در هر گام زمانی براساس سرعت و موقعیت ذره در آن گام زمانی باعث افزایش پایداری و دقت روش MPS دوفازی در مدل‌سازی سطوح آزاد پیچیده میشود. از طرفی با اعمال آشفتگی نقش تایم کرنل به عنوان یک عامل مؤثر در پایداری روش MPS براساس زمان مدل‌سازی مسأله شکست سد از بین رفته و مدل با تعیین لزجت گردابه‌ای ذره در هر گام زمانی براساس مدل آشفتگی طول اختلاط با هر یک از توابع کرنل قادر به مدل‌سازی مسأله شکست سد تا زمان بیشتر از ۴ ثانیه می‌باشد. بنابراین پیش‌بینی میشود با این مدل جریانهای آشفته و پیچیده‌ای را مانند جریان روی سرریزهای مختلف که در اندرکنش با هوا می‌باشد، می‌توان مدل‌سازی کرد.

۷- منابع

- فیاض، م. (۱۳۸۶). "مدل‌سازی عددی اندرکنش امواج با سازه‌های ساحلی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- کلاهدوزان، م. و فیاض، م. (۱۳۸۷). "مدل‌سازی عددی سطح آزاد جریان به روش MPS"، هشتمین کنفرانس بین‌المللی

- Koshizuka, S. Nobe, A. and Oka, Y. (1998). "Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 26, pp. 751-769.
- Lucy, L.B. (1977). "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *Astron. J.* 82(12), pp. 1013-1024.
- Monaghan, J.J. (1992). "Smoothed particle hydrodynamics", *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30, pp. 543-574.
- Nwogu, O. (1993). "Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation", *J. Waterway Port, Coastal, Ocean Eng.*, 119(6), pp. 618-638.
- Roubtsova, V. and Kahawita, R. (2006). "The SPH technique applied to free surface flows", *Computers & Fluids*, 35, pp. 1359-1371.
- Shibata, K. and Koshizuka, S. (2007). "Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method", *Ocean Engineering*, 34, pp. 585-593.
- Suzuki, Y. Koshizuka, S. and Oka, Y. (2007). "Hamiltonian moving-particle semi-implicit (HMPS) method for incompressible fluid flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, pp. 2876-2894.
- Van der Meer, J.W. Petit, H.A.H. Van den Bosch, P. Klopman, G. and Broekens, R.D. (1992). "Numerical simulation of wave motion on and in coastal structures", *Proc. ICCE 92, Venice*.
- Violeau, D. and Issa, R. (2006). "Numerical modeling of complex turbulent free-surface flows with the SPH method: and overview", *International Journal for Numerical Method in Fluid*, 53, pp. 277-304.
- Li, W. and Lam, S. (1964). "*Principles of Fluid Mechanics*", ADDISON-WESLEY Publishing company.
- Wei, G. and Kirby, J.T. (1995). "Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations", *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, ASCE 121 (5), pp. 251-261.
- Wang, X.Y. Yeo, K.S. Chew, C.S. and Khoo, B.C. (2008). "A SVD-GFD scheme for computing 3D incompressible viscous fluid flows", *Computer and Fluids*, 37, pp. 733-746.
- مهندسی عمران، شیراز.
- Ashgriz B., N. and Poo, J.Y. (1991). "Flux line-segment model for advection and interface reconstruction", *Journal of Computational Physics*, 93, pp. 449-468.
- Ata, R. and Soulaïmani, A. (2004). "A stabilized SPH method for inviscid shallow water flows", *International Journal For Numerical Methods in Fluids*, 47, pp. 139-159.
- Atai-Ashtiani, B. and Farhadi, L. (2006). "A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows", *Fluid Dynamics Research*, 38, pp. 241-256.
- Ataie-Ashtiani, B. and Shobeiry, G., (2008). "Numerical simulation of landslide impulsive waves by modified smooth particle hydrodynamics", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 56 (2), pp. 209-232
- Batra, R.c. and Zhang, G.M. (2007). "Modified smoothed particle hydrodynamics (MSPH) basis function for meshless methods and their application to asymmetric taylor impact test", *Journal of Computational Physics*, 227(3), pp. 1962-1981.
- Fang, J. Parriaux, A. Rentschler, M. and Ancey, C. (2008). "Improved SPH methods for simulating free surface flows of viscous fluid", *Applied Numerical Mathematics*, 50, pp. 251-271.
- Gotoh, H. and Sakai, T. (2006). "Key issues in the particle method for computation of wave breaking", *Coastal Engineering*, 53, pp. 171-179.
- Idelsohn, S.R. Onate, E. Calvo, N. and Del Pin, F. (2003). "The meshless finite element method", *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 58(6), pp. 893-912.
- Khayyer A. and Gotoh, H. (2009). "Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure", *Coastal Engineering*, 56, pp. 419-440.
- Kolahdoozan, M. (1999). "Numerical modelling of geomorphological processes in estuarine waters", PhD thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Bradford, Bradford, UK.
- Koshizuka, S. and Oka Y. (1996). "Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", *Nucl. Eng. Sci.*; 123, 421-434.