

Analysis of Water Surface Profiles in Coarse-Grained Porous Media with Radial Flow Using the Gradually Varied Flow Theory


Jalal Sadeghian ^{1*}, Jalal Bazargan ², Hadi Norouzi ³

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Bu Ali Sina, Hamadan, Iran

2- Associate Professor, Department of Civil Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

3- PhD Candidate of Hydraulic Structures, Department of Civil Engineering, University of Zanjan, Zanjan, Iran.

* j.sadeghian@basu.ac.ir

Received: 12 April 2022, Accepted: 8 June 2022  J. Hydraul. Homepage: www.jhyd.iha.ir

Abstract

Introduction: Non-Darcy flows into two categories: parallel flows (such as gravel dams, gabions, etc.) and radial flows (such as flows near wells drilled in coarse-grained alluvial beds, etc.) are divided. In the first category, streamlines are almost parallel so that there is no curvature or contraction of streamlines in the plan view. This type of flow is found in both pressurized and free-surface modes. Radial non-darcy flow analysis has many applications in the fields of civil engineering, geology, oil, and gas. The equations governing the radial non-darcy flow are solved using numerical methods of finite differences, finite elements and finite volumes. Solving these equations requires boundary conditions and a lot of data and is almost bulky, time consuming and costly. While, gradually varied flow theory, requires much less data and is easier and less expensive. For this reason, in the present study, for the first time, using experimental data recorded in a large-scale (almost real) device, the application of the gradually varied flow theory in radial non-darcy flows with free surface has been investigated. In other words, since the calculation of water surface profiles in a radial rockfill is of great importance. In the present study, using large-scale (almost real) experimental data and the gradually varied flow theory, the water surface profile in radial non-darcy flow with free surface and in steady state has been investigated.

Methodology: In the present study, due to the compatibility of cylindrical coordinates and its adaptation to the physics of problems related to radial flows, a device has been constructed in the laboratory of Bu Ali Sina University in the form of a semi-cylinder with a diameter of 6 meters and a height of 3 meters. The dimensions of this device are made on a large scale and the effects limitations have practically no effect on the testing process. To measure piezometric pressure, piezometric grids have been used. The device has a volume of 14,000 liters and a capacity of materials weighing approximately 40 tons. Four pumps are installed in parallel at the top of the device to generate the required flow. Coarse-grained river materials with a diameter between 2 to 10 cm, a porosity of 40%, a Cu of 2.13, and a Cc of 1.016 have been used. To perform the tests, the model is first filled to a certain height (53, 60, 70, 85, 95, 110, 120, 140, 150, and 160 cm) by pumping operations. The flow rate created in these experiments is in the range of 49.94 to 53.16 L/s.

Results and Discussion: One-dimensional analysis of steady-non-Darcy flow using gradually

varied flow theory and two-dimensional analysis using Parkin equation solution. Most research has been done in parallel flow rockfills. Also, solving the Parkin equation in both parallel and radial flows requires a lot of data such as boundary conditions upstream and downstream, as well as the boundary condition of the water surface profile, and the calculation process is complex and time-consuming. The gradually varied flow theory requires much less data than solving the Parkin equation, and the water surface profile obtained from it is also used as the main boundary condition in solving the Parkin equation. In other words, calculating the water surface profile in a radial rockfill is very important to studying the movement of water. Also, the water surface profile is the main boundary condition in the two-dimensional analysis of steady flow (solving the Parkin equation), and with it, upstream and downstream boundary conditions will be practically available. For this reason, in the present study, using large-scale (almost real) experimental data and the gradually varied flow theory, the water surface profile in the case of radial non-darcy flow has been calculated. To calculate the flow depth at different points (water surface profile) using the gradually varied flow theory, the amount of flow depth at one point and the coefficients m and n must be available. Since the flow depth measurement in the well (downstream of the desired interval) can be measured, in the present study, the calculations started from the downstream (depth of flow in the well).

Conclusion: If the gradually varied flow theory is used to calculate the water surface profile in the case of radial non-darcy flow with a free surface, the mean relative error in the case of pumped heights is 53, 60, 70, 85, 95, 110, 120, 140, 150 and 160 cm are equal to 1.56, 0.96, 0.61, 0.45, 0.28, 0.19, 0.13, 0.16, 0.11 and 0.05 are calculated, respectively. In other words, the average mean relative error (MRE) of calculating the water surface profile for different heights of pumped water is equal to 0.45%. Also, according to the obtained results, the greater the depth of water pumped upstream, the higher accuracy of the gradually varied flow theory.

Keywords: Gradually Varied Flow Theory, One-Dimensional Analysis, Radial Non-Darcy Flow, Steady Flow.



© 2023 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)
(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

تحلیل نیمرخ سطح آب در محیط متخلخل درشت‌دانه با جریان شعاعی با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی

جلال صادقیان^{۱*}، جلال بازرگان^۲، هادی نوروزی^۳

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه بوعلی سینا، همدان.

۲- دانشیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه زنجان.

۳- دانشجوی دکتری مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه زنجان.

*j.sadeghian@basu.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۲۳، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۱۸، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

چکیده: تحلیل یک بعدی جریان ماندگار در حالت غیرداری موازی و شعاعی (همگرا) با استفاده از تئوری جریان‌های متغیر تدریجی و تحلیل دو بعدی آنها با استفاده از حل معادله پارکین صورت می‌گیرد. جهت تحلیل دوبعدی جریان ماندگار، به داده‌های فراوانی مانند شرایط مرزی در بالادست و پایین‌دست و همچنین شرط مرزی پروفیل سطح آب نیاز بوده و روند محاسبات آن پیچیده و زمانبر است. به عبارت دیگر، تئوری جریان‌های متغیر تدریجی نسبت به حل معادله پارکین به داده‌های بسیار کمتری نیاز داشته و پروفیل سطح آب به دست آمده از آن نیز به عنوان اصلی‌ترین شرط مرزی در حل معادله پارکین مورد استفاده قرار می‌گیرد. اکثر پژوهش‌های قبلی جریان غیرداری موازی را بررسی کرده‌اند. درحالی‌که در پژوهش حاضر، برای اولین بار با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در مقیاس تقریباً واقعی (دستگاه آزمایش نیمه استوانه‌ای شکل به قطر ۶ و ارتفاع ۳ متر و ۱۰ حالت مختلف برای عمق آب پمپاژ شده در بالادست) و تئوری جریان‌های متغیر تدریجی و رابطه‌ی نمایی بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان، نیمرخ سطح آب جریان ماندگار در حالت جریان غیرداری شعاعی با سطح آزاد بررسی شده است. نتایج بیانگر آنست که؛ متوسط میانگین خطای نسبی (MRE) ۱۰ داده‌ی ثبت شده در آزمایشگاه برابر با ۰/۴۵ درصد محاسبه شده است.

کلمات کلیدی: جریان غیرداری شعاعی، جریان ماندگار، تحلیل یک بعدی، تئوری جریان‌های متغیر تدریجی.

۱- مقدمه

$$i = \left(\frac{1}{k} \right) V \quad (1)$$

$$i = mV^n \quad (2)$$

$$i = aV + bV^2 \quad (3)$$

در رابطه‌های بالا، k ضریب نفوذپذیری مصالح (m/s)، a و (s/m) و b (مقادیری وابسته به ویژگی‌های محیط متخلخل و سیال بوده و m (s/m) و n ضریب‌هایی هستند که افزون بر ویژگی‌های محیط متخلخل، تابعی از ویژگی‌های جریان نیز هستند.

جریان درون محیط‌های متخلخل درشت‌دانه به دو گروه اصلی جریان‌های موازی (مانند سدهای سنگریزه‌ای، گابیون‌ها و ...) و جریان‌های شعاعی (همگرا) (مانند جریان در نزدیکی چاه‌های حفر شده در بسترهای آبرفتی

جریان آب در محیط‌های متخلخل به دو صورت جریان آرام و لایه‌ای (مصالح ریزدانه مانند خاک رس و سیلت) و جریان نا آرام (مصالح درشت‌دانه مانند شن و قلوه سنگ) شکل می‌گیرد. در مصالح ریزدانه بین گرادیان هیدرولیکی (i) و سرعت جریان (V) رابطه‌ی داری (McWhorter et al., 1977) (رابطه خطی) (رابطه‌ی ۱) و در مصالح درشت‌دانه رابطه‌ی داری کارایی خود را از دست داده (Hansen et al., 1995) و رابطه‌های توانی و دوجمله‌ای (رابطه‌های غیرداری یا غیر خطی) برقرار است (Forchheimer, 1901; Leps, 1973; Stephenson, 1979).

تحلیل یک بعدی با استفاده از روش‌هایی بر مبنای انتگرال‌گیری مستقیم و روش‌های حل عددی انتگرال (روش اویلر^۱، اویلر اصلاح شده، رانگه کوتا^۲) و بر مبنای حل عددی و روش‌های حل تکراری (روش نیوتن رافسون^۳، پاراساد^۴، گام به گام استاندارد^۵ و کلاسیک) قابل بررسی است.

پارکین برای نخستین بار با ترکیب معادله‌ی پیوستگی و رابطه‌ی نمایی (رابطه‌ی ۲)، معادله‌ی جایگزین معادله‌ی لاپلاس برای تحلیل دو بعدی جریان ماندگار عبوری از مصالح سنگریزه‌ای ارائه کرد. برای حل معادله‌ی یاد شده، به شرایط مرزی ماندگ؛ شرط مرزی در بالادست و پایین دست محیط سنگریزه‌ای و همچنین شرط مرزی نیمرخ سطح آب نیاز است. همچنین در تحلیل دو بعدی جریان مقدار ضریب تخلخل (n) نیز ضروری است (Arbhabhirama and Dinoy, 1973; Scheidegger, 1958). به عبارت دیگر، برای تحلیل دو بعدی جریان، به داده‌های زیادی نیاز است. از جمله مهم‌ترین آنها، برآورد شرایط مرزی یاد شده است که با محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب، شرایط یاد شده به نوعی در دسترس خواهند بود.

شایان یادآوری است، با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی، مشخصات جریان مانند سرعت و عمق جریان (نیمرخ سطح آب) در طول محیط سنگریزه‌ای قابل محاسبه است.

(Bary and Hansen, 2002) با استفاده از روش گام به گام استاندارد، به بررسی جریان‌های غیرداریسی اقدام کردند. (Bazargan and Shoaee, 2010) به بررسی جریان ماندگار غیرداریسی با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی پرداختند. (Gudarzi et al., 2020) به بررسی تاثیر نیروی درگ بر روی دقت محاسبه‌های نیمرخ سطح آب عبوری از محیط متخلخل درشت‌دانه با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی پرداختند. (Sadeghian et al., 2014) به بررسی رابطه‌ی دو جمله‌ای و نمایی در محاسبه‌ی تغییرات گرادیان هیدرولیکی بر مبنای سرعت جریان در حالت شعاعی سطح آزاد پرداختند. (Shayannejad and Ebrahimi, 2020) با استفاده از مشتق کسری سرعت جریان نسبت به

درشت‌دانه و ... تقسیم می‌شوند. هر دو نوع جریان به صورت سطح آزاد و تحت فشار می‌باشند.

در جریان‌های غیرداریسی موازی، خطوط جریان به نسبت موازی بوده و هیچ‌گونه انحنا یا فشردگی خطوط جریان در پلان وجود ندارد.

در جریان‌های غیرداریسی شعاعی، خطوط جریان در مسیر حرکت به هم فشرده شده و به جریان‌های همگرا نیز موسوم هستند. فشردگی خطوط جریان در جریان‌های همگرای تحت فشار و سطح آزاد وجود دارد. به عبارت دیگر، در این نوع جریان، به علت همگرایی جداره‌ها، خطوط جریان به هم فشرده شده و این محدودیت جداره در پیرامون مقطع، باعث فشردگی و تغییرات سرعت جریان را به همراه داشته و در پی آن تغییر در رابطه‌ی بین گرادیان هیدرولیکی و سرعت جریان را به دنبال خواهد داشت (Sadeghian, 2013).

جریان در حالت سطح آزاد همگرا به دلیل فشردگی جریان، افت سطح آب کمتری را در مسیر حرکت نسبت به جریان‌های سطح آزاد موازی به همراه دارد. به عبارت دیگر، نرخ تغییرات گرادیان هیدرولیکی در جریان‌های شعاعی سطح آزاد، کمتر از جریان‌های موازی سطح آزاد می‌باشد. در حالی که تغییرات سرعت جریان در حالت شعاعی بسیار بیشتر از حالت موازی است. به همین دلیل، تفاوت رفتاری زیادی در جریان‌های شعاعی با سطح آزاد با دیگر جریان‌های غیرداریسی وجود دارد (Sadeghian, 2013; Pasupuleti et al., 2014).

نمونه‌ای از جریان‌های شعاعی، جریان در نزدیکی چاه‌های حفر شده در بسترهای آبرفتی درشت‌دانه و آبخوان‌ها است. از جمله منابع ذخیره‌ای آب در جهان، آب‌های زیرزمینی است (Jamei et al., 2019). منبع‌های آب شیرین زیرزمینی از طریق حفر چاه‌های عمیق و نیمه عمیق، چشمه‌ها و قنات‌ها قابل استفاده است (Saeedi et al., 2016).

جریان ماندگار در حالت غیرداریسی با استفاده از تحلیل یک بعدی (فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی) و دو بعدی (حل معادله پارکین) بررسی شود.

4 Prasad
5 Standard step method

1 Euler
2 Runge Kutta
3 Newton Raphson

استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی، نیمرخ سطح آب در جریان غیرداری شعاعی با سطح آزاد و در حالت ماندگار بررسی شده است.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده

بررسی و ارزیابی دقیق جریان عبوری از بسترهای آبرفتی درشت‌دانه، مستلزم انجام آزمایش‌ها در شرایط واقعی است. نصب تجهیزات لازم و انجام آزمایش‌ها در مکان‌های طبیعی به دلایل متعدد عملی نیست. در این پژوهش، با توجه به سازگاری مختصات استوانه‌ای و همخوانی آن با فیزیک مسئله‌های مربوط به جریان‌های شعاعی، دستگاهی در آزمایشگاه دانشگاه بوعلی سینا و به شکل نیمه استوانه‌ای به قطر ۶ متر و ارتفاع ۳ متر ساخته شده است (شکل ۱). ابعاد دستگاه یاد شده در مقیاس بزرگ ساخته شده و در عمل اثرات کوچک‌سازی تأثیری در روند آزمایش‌ها ندارد. برای اندازه‌گیری فشار پیزومتریک، از شبکه‌های پیزومتری استفاده شده است. دستگاه یاد شده، حجمی بالغ بر ۱۴۰۰۰ لیتر و گنجایش مصالحی به وزن تقریبی ۴۰ تن را دارد. چهار عدد پمپ به‌طور موازی در قسمت بالای دستگاه برای ایجاد جریان مورد نیاز نصب شده است. از مصالح رودخانه‌ای درشت‌دانه با قطر بین ۲ تا ۱۰ سانتی‌متر، تخلخل ۴۰ درصد، ضریب یکنواختی ۲/۱۳ و ضریب انحنای ۱/۰۱۶ استفاده شده است. برای انجام آزمایش‌ها، در آغاز مدل تا عمق مشخصی (۵۳، ۶۰، ۷۰، ۸۵، ۹۵، ۱۱۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۵۰ و ۱۶۰ سانتی‌متر) توسط عملیات پمپاژ پر شده است. دبی ایجاد شده در این آزمایش‌ها در محدوده ۴۹/۹۴ تا ۵۳/۱۶ لیتر بر ثانیه است. نیمرخ سطح آب برای عمق‌های مختلف در شکل ۲ آورده شده است. شایان یادآوری است، شعاع چاه دستگاه آزمایشگاهی برابر با ۲۵ سانتی‌متر و شیب دستگاه صفر درجه است.

برای استفاده از رابطه‌ی دوجمله‌ای برای محاسبه‌ی تغییرات گرادین هیدرولیکی بر اساس سرعت جریان در حالت شعاعی، مقادیر ضریب‌های a و b جریان موازی نیاز به اصلاح‌هایی دارد (Venkataraman and Rao, 2000). درحالی‌که، ضرایب m و n در رابطه‌ی نمایی، نیاز به

گرادین هیدرولیکی و در شرایط ماندگار، رابطه‌ی بین دبی و پتانسیل هیدرولیکی در جریان شعاعی آبخوان‌های آزاد ارائه کردند. Venkataraman and Rao (2000) رابطه‌ی دوجمله‌ای در جریان‌های همگرای تحت فشار را بررسی کرده و ضریب‌های a و b اصلاح شده‌ای را معرفی کردند. محققان بسیاری از جمله (Ward, 1964; Ahmed and Sunada, 1969; Sedghi-Asl and Ansari, 2016; Norouzi et al., 2021) جریان غیرداری موازی را بررسی کرده و پژوهش‌های کمی در زمینه بررسی جریان‌های غیرداری شعاعی در حالت سطح آزاد انجام شده است.

حل معادله‌های حاکم بر جریان غیرداری شعاعی (ترکیب معادله‌ی پیوستگی در مختصات استوانه‌ای و رابطه‌ی نمایی بین گرادین هیدرولیکی و سرعت جریان) با استفاده از روش‌های عددی تفاضل‌های محدود، اجزاء محدود و حجم‌های محدود صورت می‌گیرد (Sadeghian, 2013). برای حل معادلات یاد شده، به شرایط مرزی و داده‌های فراوانی نیاز بوده و تا حدودی حجیم، وقت‌گیر و پرهزینه است. درحالی‌که، فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی به داده‌های بسیار کمتری نیاز داشته و آسان و کم هزینه‌تر است. پژوهش‌های انجام شده (Bazargan and Shoaee, 2006; Bazargan and Shoaee, 2010; Gudarzi et al., 2020) در جریان غیرداری موازی نیز بیانگر این است که حل معادله پارکین (تحلیل دوبعدی جریان ماندگار) نسبت به فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی (تحلیل یک بعدی جریان ماندگار) به‌داده‌های فراوانی نیاز دارد. به‌عبارت دیگر، محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب درون مصالح سنگریزه‌ای اهمیت فراوانی دارد و تحلیل یک بعدی جریان روش مناسبی برای محاسبه‌ی آن می‌باشد و نیمرخ محاسبه شده به‌عنوان اصلی‌ترین شرط مرزی در تحلیل دوبعدی جریان نیز استفاده می‌شود. به‌همین دلیل، در این پژوهش برای اولین بار با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ثبت شده در دستگاهی با مقیاس بزرگ (تقریباً واقعی)، کاربرد فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی در جریان‌های غیرداری شعاعی با سطح آزاد بررسی شده است. به‌عبارت دیگر، از آنجایی‌که محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب در محیط سنگریزه‌ای شعاعی از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در مقیاس بزرگ (تقریباً واقعی) و با

جدول ۱ مقادیر ضریب‌های m و n رابطه‌ی نمایی برای عمق‌های مختلف جریان آب (Sadeghian, 2013)

Table 1 The values of the coefficients m and n of the power equation for different heights of water flow (Sadeghian, 2013)

Height of pumped water (cm)	m (s/m)	n (-)
53	3.479	1.360
60	3.367	1.350
70	3.484	1.405
85	3.421	1.330
95	3.547	1.500
110	3.517	1.475
120	3.470	1.438
140	3.502	1.400
150	3.531	1.470
160	3.411	1.460

۲-۲- فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی

فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی در روش گام به گام استاندارد به صورت رابطه‌ی (۴) است.

$$\Delta x = \frac{\Delta E}{S_0 - \bar{S}_f} \quad (4)$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (5)$$

در رابطه‌های بالا، E انرژی مخصوص جریان (رابطه‌ی ۵)، y عمق جریان، V سرعت جریان، g شتاب ثقل، S_0 شیب کف، Δx گام مکانی و \bar{S}_f نیز شیب خط انرژی می‌باشد.

شیب خط انرژی، یکی از فراسنجه‌های اصلی در تحلیل جریان ماندگار با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی است که درون مصالح سنگریزه‌ای به صورت رابطه‌ی (۶) بیان می‌شود (Stephenson, 1969; Bari and Hansen, 2002; Bazargan and Shoaee, 2006):

$$S_f = \frac{d \left(y + z + \frac{V^2}{2gn^2} \right)}{dx} \quad (6)$$

در مصالح سنگریزه‌ای، سرعت جریان (V) و در پی آن بلندای سرعت $\frac{V^2}{2g}$ نسبت به دیگر فراسنجه‌های رابطه‌ی (۶) قابل صرف نظر کردن بوده و شیب خط انرژی (S_f) برابر با گرادیان هیدرولیکی (i) است (رابطه‌ی ۷) (Bari and Hansen, 2002; Bazargan and Shoaee, 2006; Stephenson, 1969).

$$i = S_f \quad (7)$$



A- Outline of experimental model



B- Front of experimental model



C- Placing parallel pumps on the model

Fig. 1 Different parts of the experimental device
شکل ۱ قسمت‌های مختلف دستگاه آزمایشگاهی

هیچ‌گونه اصلاح‌هایی نداشته و در هر دو حالت جریان موازی و شعاعی با همان شکل و با استفاده از بهینه‌یابی قابل استفاده بوده و کارایی بهتری در حالت غیرداری شعاعی دارد (Sadeghian et al. 2013). به همین دلیل، استفاده از رابطه‌ی نمایی نسبت به رابطه‌ی دوجمله‌ای دارای برتری بالاتری است. مقادیر ضرایب m و n برای عمق‌های مختلف جریان در جدول ۱ بیان شده است (Sadeghian, 2013). همچنین تغییرات گرادیان هیدرولیکی (i) بر حسب سرعت جریان (V) نیز در شکل ۳ آورده شده است.

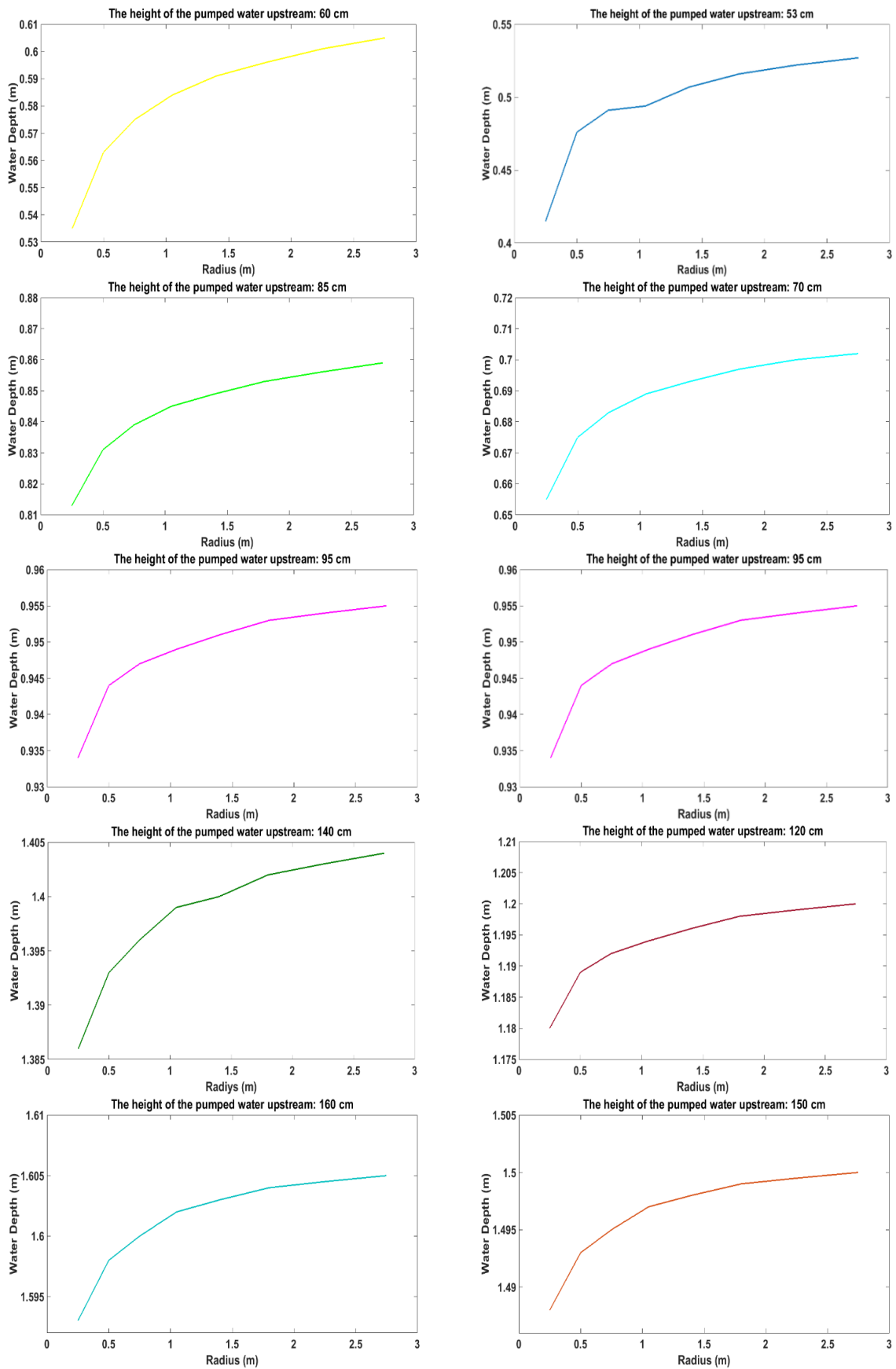


Fig. 2 Water surface profiles for different heights recorded in the laboratory

شکل ۲ نیمرخ سطح آب برای عمق‌های مختلف ثبت شده در آزمایشگاه

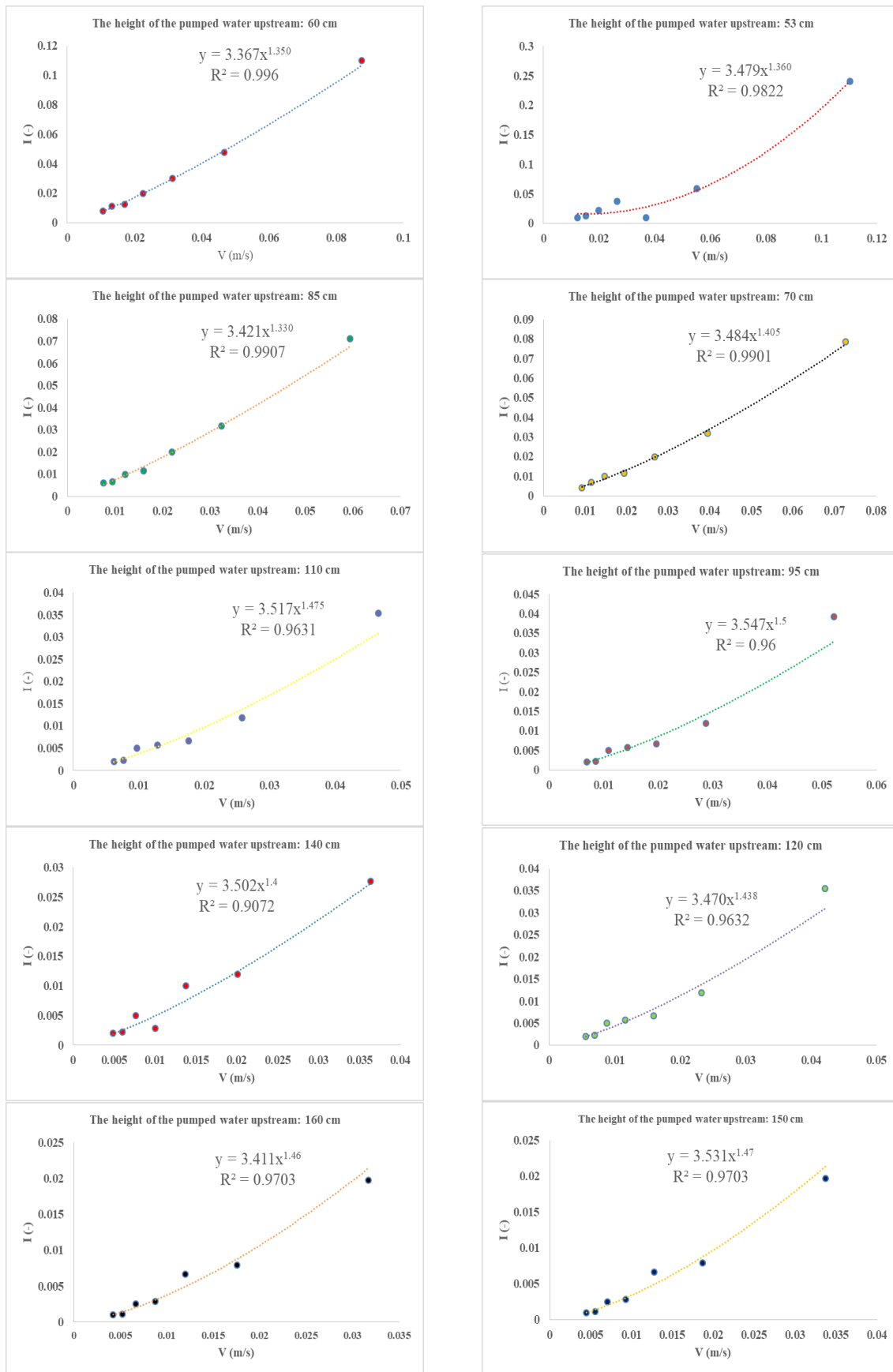


Fig. 3 Hydraulic gradient changes versus flow velocity

شکل ۳ تغییرات گرادیان هیدرولیکی بر اساس سرعت جریان

(حل معادله پارکین) بوده و با داشتن آن، شرایط مرزی بالادست و پایین‌دست نیز در عمل در دسترس خواهد بود. به‌همین دلیل در این پژوهش، با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی در مقیاس بزرگ (تقریباً واقعی) و فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی، نیمرخ سطح آب در حالت جریان غیرداری شعاعی محاسبه شده است. در پژوهش‌های پیشین از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی در محاسبه نیمرخ سطح آب جریان غیرداری موازی استفاده شده است.

به‌عبارت دیگر، مبنای فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی، رابطه انرژی و رابطه برنولی بوده و آن‌ها نیز مبنای علمی و تحلیلی دارند. همچنین رابطه دوجمله‌ای با استفاده از معادله‌های ناویر استوکس (Ahmed and Sunada, 1969) و رابطه نمایی با استفاده از آنالیز ابعادی (Ward, 1964) اثبات شده است. شایان یادآوری است، ضریب‌های a و b مقادیری وابسته به ویژگی‌های محیط متخلخل و سیال بوده و m و n ضریب‌هایی هستند که علاوه بر ویژگی‌های محیط متخلخل، تابعی از ویژگی‌های جریان نیز هستند. به‌همین دلیل، با تغییر ویژگی‌های یاد شده، ضرایب m و n تغییر کرده و می‌توان از راهکار ارائه شده در این پژوهش برای دیگر تحقیقات انجام شده در محیط متخلخل درشت‌دانه شعاعی نیز استفاده کرد.

با توجه به رابطه (۸)، برای محاسبه‌ی عمق جریان در نقطه‌های مختلف (نیمرخ سطح آب) با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی، باید مقدار عمق جریان در یک نقطه و ضرایب m و n در دسترس باشد. از آنجایی که اندازه‌گیری عمق جریان در چاه (پایین‌دست بازه‌ی مورد نظر) قابل اندازه‌گیری است، در این پژوهش، محاسبه‌ها از پایین‌دست (عمق جریان در چاه) آغاز شده است. همچنین مقادیر ضریب‌های m و n نیز برابر جدول ۱ می‌باشند.

چنانچه از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی (رابطه ۸) برای محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب استفاده شود، مقادیر میانگین خطای نسبی (MRE) در جدول ۲ آورده شده است. به‌عبارت دیگر، با استفاده از رابطه (۸)، نیمرخ سطح آب برای عمق‌های مختلف آب پمپاژ شده در بالادست محاسبه شده و با مقادیر ثبت شده در آزمایشگاه مقایسه شده و

در حالت غیرداری سطح آزاد شعاعی از رابطه‌های زیر برای تحلیل جریان ماندگار استفاده شده است.

$$R_2 - R_1 = \frac{\left(y_2 + \frac{Q^2}{2g(R_2 \theta y_2)^2} \right) - \left(y_1 + \frac{Q^2}{2g(R_1 \theta y_1)^2} \right)}{S_0 - 0.5 \left(m \left(\frac{Q}{R_2 \theta y_2} \right)^n + m \left(\frac{Q}{R_1 \theta y_1} \right)^n \right)} \quad (8)$$

در رابطه بالا، Q دبی جریان (m^3/s)، R شعاع جریان (m) (فاصله‌ی نقطه‌ی مورد نظر از مرکز چاه)، m (s/m) و n (-) ضریب‌های رابطه‌ی نمایی (برابر جدول ۱)، θ زاویه‌ی همگرایی جریان (rad) و $R\theta$ طول کمان است. شایان یادآوری است، مقدار θ از آنجایی که دستگاه نیمه استوانه‌ای است برابر با 180° درجه می‌باشد.

محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب در تحلیل جریان ماندگار در حالت غیرداری شعاعی کاربرد فراوانی داشته و به‌عنوان اصلی‌ترین شرط مرزی در تحلیل دو بعدی جریان نیز مورد نیاز است. در این پژوهش، برای نخستین بار با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی با مقیاس بزرگ (تقریباً واقعی) و فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی (رابطه ۸)، نیمرخ سطح آب جریان غیرداری شعاعی بررسی شده است. شایان یادآوری است، ویژگی‌های جریان در پایین‌دست مصالح سنگریزه‌ای در حالت شعاعی (جریان ورودی به چاه‌های حفر شده) قابل اندازه‌گیری بوده و به‌همین دلیل محاسبه‌های مربوط به نیمرخ سطح آب از پایین‌دست آغاز شده است.

۳- نتایج و بحث

تحلیل دوبعدی جریان ماندگار غیرداری (حل معادله پارکین) به داده‌های فراوانی مانند شرایط مرزی بالادست و پایین‌دست و شرط مرزی نیمرخ سطح آب نیاز دارد. با داشتن نیمرخ سطح آب، عمق جریان در بالادست و پایین‌دست و در پی آن با فرض هیدرواستاتیک بودن جریان، شرایط مرزی در بالادست و پایین‌دست در دسترس می‌باشد. به‌عبارت دیگر، محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب درون محیط سنگریزه‌ای شعاعی برای بررسی روند حرکت آب دارای اهمیت است. همچنین نیمرخ سطح آب به‌عنوان اصلی‌ترین شرط مرزی در تحلیل دو بعدی جریان ماندگار

مقادیر محاسبه شده و مشاهده شده و میانگین خطای نسبی برای عمق‌های مختلف در جدول (۲) بیان شده است. با توجه به مقادیر ارائه شده در جدول (۲)، فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی در تحلیل جریان ماندگار در حالت غیرداری شعاعی دقت بالایی داشته است.

برابر جدول (۲)، چنانچه از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی برای محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب در حالت جریان غیرداری شعاعی با سطح آزاد استفاده شود، میانگین خطای نسبی در حالت عمق‌های پمپاژ شده ۵۳، ۶۰، ۷۰، ۸۵، ۹۵، ۱۱۰، ۱۲۰، ۱۴۰، ۱۵۰ و ۱۶۰ سانتی‌متر به ترتیب برابر با ۰/۱۶، ۰/۱۱ و ۰/۰۵ درصد محاسبه شده است.

همچنین، نیمرخ سطح آب ثبت شده در آزمایشگاه و نیمرخ سطح آب محاسبه شده با استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی در شکل (۴) نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در جدول (۲) و شکل (۴) بیانگر دقت مناسب روش یاد شده در محاسبه نیمرخ سطح آب در حالت

۴- نتیجه‌گیری

مضامین سنگریزه‌ای درشت‌دانه که در آنها جریان از نوع غیرداری است، کاربرد فراوانی در رشته‌های مختلف مهندسی مانند نفت و گاز، آبیاری و زهکشی و عمران دارد. جریان غیرداری به دو حالت موازی و شعاعی تقسیم‌بندی می‌شود. جریان در نزدیکی چاه‌های حفر شده از نوع غیرداری شعاعی است. محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب در جریان ماندگار در حالت غیرداری شعاعی اهمیت بالایی دارد. حل معادله‌های حاکم بر جریان غیرداری شعاعی به شرایط مرزی و داده‌های فراوانی نیاز داشته و امری پرهزینه، حجیم و وقت‌گیر می‌باشد. درحالی‌که، استفاده از فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی برای محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب

جدول ۲ مقادیر نیمرخ سطح آب محاسبه شده و مشاهده شده (آزمایشگاهی)

Table 2 Computational and observational (experimental) water surface profile values

Radius (m)	depth (cm) Upstream water									
	53		60		70		85		95	
Discharge (L/s)										
50.03		49.94		50.38		50.95		51.24		
	Observed	Computed	Observed	Computed	Observed	Computed	Observed	Computed	Observed	Computed
0.25	0.415	0.415	0.535	0.535	0.655	0.655	0.813	0.813	0.934	0.934
0.5	0.476	0.461	0.563	0.568	0.675	0.678	0.831	0.834	0.944	0.945
0.75	0.491	0.479	0.575	0.581	0.683	0.687	0.839	0.843	0.947	0.949
1.05	0.494	0.492	0.584	0.591	0.689	0.694	0.845	0.849	0.949	0.952
1.4	0.494	0.500	0.591	0.598	0.693	0.698	0.849	0.854	0.951	0.954
1.8	0.507	0.507	0.596	0.603	0.697	0.702	0.853	0.858	0.953	0.956
2.25	0.516	0.513	0.601	0.608	0.700	0.705	0.856	0.861	0.954	0.958
2.75	0.522	0.517	0.605	0.611	0.702	0.708	0.859	0.864	0.955	0.959
MRE%	1.56		0.96		0.61		0.45		0.28	
Continued (Table 2)										
Radius (m)	depth (cm) Upstream water									
	110		120		140		150		160	
Discharge (L/s)										
53.16		52.22		52.80		52.68		52.95		
	Observed	Computed	Observed	Computed	Observed	Computed	Observed	Computed	Observed	Computed
0.25	1.085	1.085	1.18	1.18	1.386	1.386	1.488	1.488	1.593	1.593
0.5	1.094	1.095	1.189	1.189	1.393	1.395	1.493	1.494	1.598	1.599
0.75	1.097	1.099	1.192	1.193	1.396	1.398	1.495	1.496	1.600	1.601
1.05	1.099	1.102	1.194	1.196	1.399	1.401	1.497	1.498	1.602	1.603
1.4	1.101	1.104	1.196	1.198	1.400	1.403	1.498	1.500	1.603	1.604
1.8	1.103	1.105	1.198	1.199	1.402	1.405	1.499	1.501	1.604	1.605
2.25	1.104	1.106	1.199	1.201	1.403	1.406	1.499	1.502	1.604	1.606
2.75	1.105	1.108	1.200	1.202	1.404	1.407	1.500	1.502	1.605	1.606
MRE%	0.19		0.13		0.16		0.11		0.05	

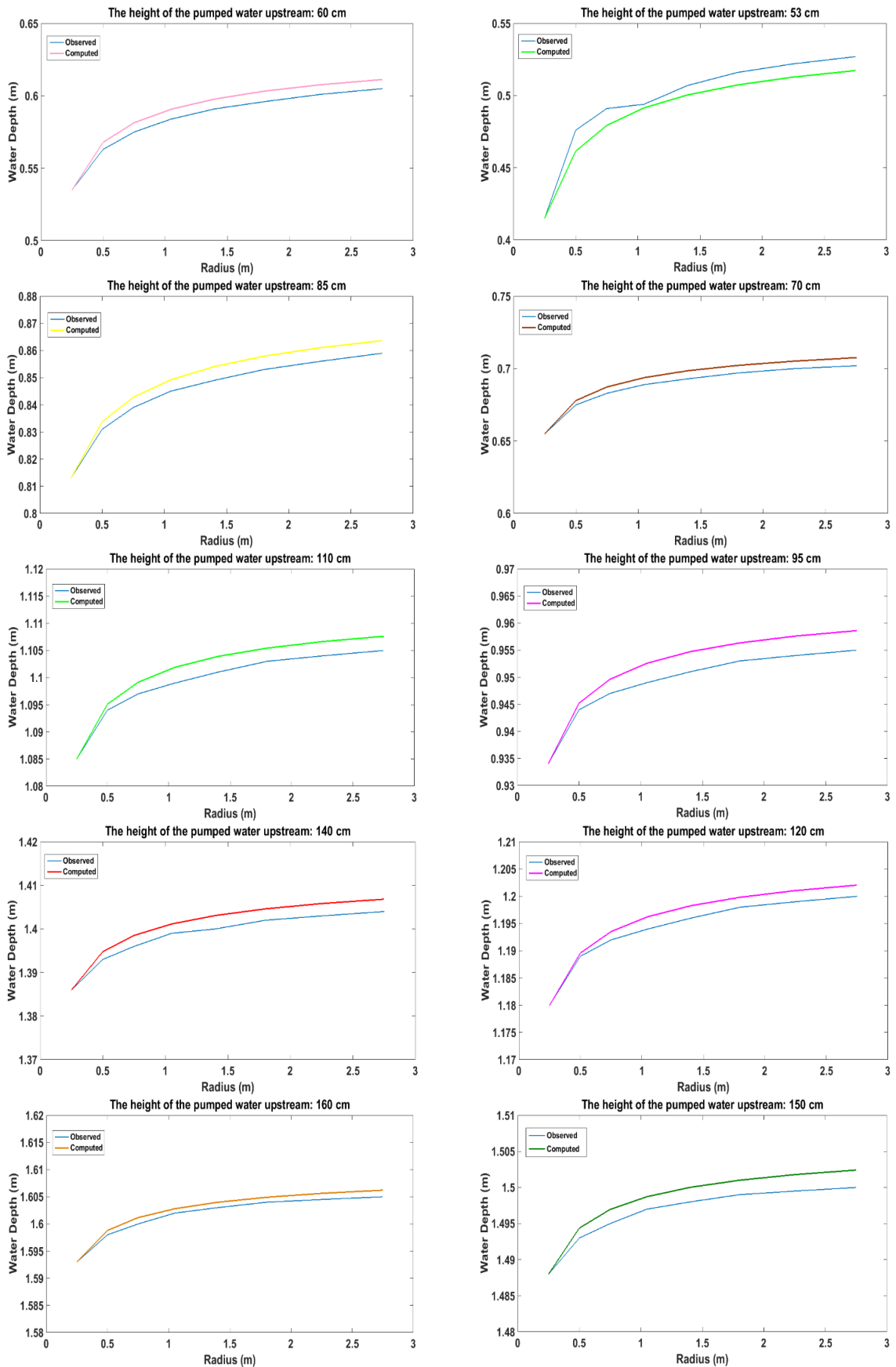


Fig. 3 Computational water surface profiles and data recorded in the laboratory (observational)

شکل ۴ نیمرخ سطح آب محاسبه شده و داده‌های ثبت شده در آزمایشگاه (مشاهده شده)

n	ضریب رابطه نمایی (-)
R	شعاع جریان (m)
Q	دبی جریان (m^3/s)
S_f	شیب خط انرژی (-)
V	سرعت جریان (m/s)
y	عمق جریان (m)
θ	زاویه همگرایی جریان (rad)
Δx	گام مکانی (m)

۶- منبع‌ها

Ahmed, N. and Sunada, D.K. (1969). Nonlinear flow in porous media. *Journal of the Hydraulics Division*, 95(6), 1847-1858.

Arbhabharama, A. and Dinoy, A.A. (1973). Friction factor and Reynolds number in porous media flow. *Journal of the Hydraulics Division*. ASCE, 99(6), 901-915.

Bari, R. and Hansen, D. (2002). Application of gradually-varied flow algorithms to simulate buried streams. *Journal of Hydraulic Research*, 40(6), 673-683.

Bazargan, J. and Shoaie, S.M. (2006). Application of gradually varied flow algorithms to simulate buried streams. *IAHR J. of Hydraulic Research*, 44(1), 138-141.

Bazargan, J. and Shoaie, S.M. (2010). Analysis of non-darcy flow in rock fill materials using gradually varied flow method. *Journal of Civil and Surveying Engineering*, 44(2), 131-139. (In Persian)

Forchheimer, P. (1901). *Wasserbewegung Drunch Boden*, Z.Ver, Deutsh. Ing., 45, 1782-1788.

Gudarzi, M., Bazargan, J. and Shoaie, S. (2020). Longitude Profile Analysis of Water Table in Rockfill Materials Using Gradually Varied Flow Theory with Consideration of Drag Force. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 51(2), 403-415. (In Persian)

Hansen, D., Garga, V.K. and Townsend, D.R. (1995). Selection and application of a one-dimensional non-Darcy flow equation for two-dimensional flow through rockfill embankments. *Canadian Geotechnical Journal*, 32(2), 223-232.

Jamie, M., Ahmadianfar, I. and Raeisi Isa Abadi, A. (2019). A Numerical IMPES Discontinuous Galerkin method for Immiscible Groundwater

در محیط سنگریزه‌ای، کم هزینه‌تر بوده و به داده‌های بسیار کمتری نیز نیاز دارد. در پژوهش‌های پیشین، با استفاده از فرضیه یاد شده، نیمرخ سطح آب در حالت جریان غیرداریسی موازی بررسی شده است. بررسی روند حرکت جریان در نزدیکی چاه‌ها (غیرداریسی شعاعی) از اهمیت بسزایی داشته است. همچنین محاسبه نیمرخ سطح آب به عنوان شرط مرزی در تحلیل معادله‌های حاکم بر جریان غیرداریسی شعاعی نیز کاربرد فراوانی دارد. به‌همین دلیل در این پژوهش با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی (داده‌های آزمایشگاهی ثبت شده برای عمق‌های مختلف پمپاژ آب در بالادست) در مقیاس بزرگ (تقریباً واقعی) و فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی، جریان ماندگار در حالت غیرداریسی شعاعی بررسی و تحلیل شده است. نتایج این پژوهش بیانگر آن است که فرضیه یاد شده از دقت بالایی در تحلیل جریان ماندگار در حالت غیرداریسی شعاعی برخوردار است. به‌طوریکه متوسط میانگین خطای نسبی (MRE) محاسبه‌ی نیمرخ سطح آب برای عمق‌های مختلف آب پمپاژ شده (میانگین مقادیر ارائه شده در جدول (۲) برابر با ۰/۴۵ درصد می‌باشد. همچنین با توجه به نتایج به‌دست آمده، هر چه عمق آب پمپاژ شده در بالادست بیشتر باشد، فرضیه جریان‌های متغیر تدریجی از دقت بالاتری برخوردار است. به‌عبارت دیگر، بیشترین دقت در عمق آب بالادست برابر با ۱۶۰ سانتی‌متر (میانگین خطای نسبی برابر با ۰/۰۵ درصد) و کمترین دقت در عمق آب بالادست برابر با ۵۳ سانتی‌متر (میانگین خطای نسبی برابر با ۱/۵۶ درصد) به‌دست آمده است.

۵- فهرست نشانه‌ها

a	ضریب رابطه دوجمله‌ای (s/m)
b	ضریب رابطه دوجمله‌ای (s^2/m^2)
E	انرژی مخصوص جریان (m)
g	شتاب ثقل (m/s^2)
i	گرادیان هیدرولیکی (-)
k	ضریب نفوذپذیری مصالح (m/s)
m	ضریب رابطه نمایی (s/m)
MRE	میان خطای نسبی (%)

- of Irrigation & Drainage, 13(6), 1580-1588. (In Persian)
- Stephenson, D.J. (1979). Rockfill in hydraulic engineering. Elsevier scientific publishing company. Distributors for the United States and Canada.
- Venkataraman, P. and Rao, P.R.M. (2000). Validation of Forchheimer's law for flow through porous media with converging boundaries. Journal of Hydraulic Engineering, 126(1), 63-71.
- Ward, J.C. (1964). Turbulent flow in porous media. Journal of the Hydraulics Division, 90(5), 1-12.
- Contaminations Flow Using Lax-Wendroff scheme. Journal of Water and Soil Conservation, 26(2), 1-27. (In Persian)
- Leps, T.M. (1973). Flow through rockfill, Embankment-dam Engineering: Casagrande volume edited by Hirschfeld, R.C. and Poulos, S.J., John Wiley and Sones, New York, pp. 87-107.
- McWhorter, D.B., Sunada, D.K. and Sunada, D.K. (1977). Ground-water Hydrology and Hydraulics. Water Resources Publication. LLC. U.S Library.
- Norouzi, H., Bazargan, J., Azhang, F. and Nasiri, R. (2022). Experimental study of drag coefficient in non-darcy steady and unsteady flow conditions in rockfill. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 36(2), 543-562.
- Pasupuleti, S., Kumar, P. and Jayachandra, K. (2014). Quantification of effect of convergence in porous media flow. 5th International Conference on Porous Media and Their Applications in Science, Engineering and Industry, pp. 1-7.
- Sadeghian, J. (2013). Analysis of radial flows in coarse alluvial beds. Ph.D. Thesis, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran. (In Persian)
- Sadeghian, J., Khayat Kholghi, M., Hoorfar, A. and Bazargan, J. (2013). Comparison of binomial and power equations in radial non-Darcy flows in coarse porous media. Journal of Water Sciences Research, 5(1), 65-75.
- Sadeghian, J., Khayat Kholghi, M., Hoorfar, A., bazargan, J. (2014). Experimental study of radial non-Darcy flows in coarse alluvial beds. Iranian Water Researches Journal, 8(2), 11-21. (In Persian)
- Saedi, H., Akbarpour, A., Baghvand, A., Niksokhan, M.H. and Sadeghi Tabas, S. (2016). Simulation-Optimization Quantitative and qualitative model operation of aquifer in order to adjust pollutant concentrations using Cuckoo algorithm. Journal of Water and Soil Conservation, 23(5), 87-103. (In Persian)
- Scheidegger, A.E. (1958). The physics of flow through porous media. Soil Science, 86(6), 355.
- Sedghi-Asl, M. and Ansari, I. (2016). Adoption of extended dupuit-Forchheimer assumptions to non-darcy flow problems. Transport in Porous Media, 113(3), 457-469.
- Shayannejad, M. and Ebrahimi, A. (2020). Hydraulic investigation of non Darcy radial flow in unconfined aquifers in steady state. Iranian Journal

