


# Developing a General Method for Analyzing Nonlinear Weirs Discharge (Case Study: Spillway of Millsite Dam)

Hamed Taghizadeh<sup>1</sup>, Mohammad Manafpour<sup>2\*</sup>

1- PhD of Hydraulic Structures, Department of Civil Engineering, Urmia University, Urmia, Iran.

2- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Urmia University, Urmia, Iran.

\* [m.manafpour@urmia.ac.ir](mailto:m.manafpour@urmia.ac.ir)

Received: 8 August 2021, Accepted: 21 November 2021  J. Hydraul. Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

## Abstract

**Introduction:** The safety of dams is directly related to the sufficiency of spillway capacity. Most dam failure occur due to overtopping when the discharge capacity of the spillway was not sufficient. The safe operation of the spillway, under abnormal conditions, is an essential factor in the safety of dams. According to reports released by the International Committee on Large Dams, about one-third of dam failures occur due to inadequate spillways. Owing to this sensitivity, the spillway must be designed and constructed as a strong, reliable, and highly productive structure that can be ready for operation at any time, especially flooding. Nonlinear weirs which can be seen in various forms in the plan are economical structures to increase the discharge capacity in a limited width. These weirs have a higher discharge capacity in the same hydraulic head and width. Due to the hydrodynamic complexities of the flow in nonlinear weirs, a general analytical method has not been developed to estimate the discharge capacity of this type of weirs. Usually, the discharge capacity of any nonlinear weir is obtained through various experimental studies. In this research, a general method is presented for estimating the discharge capacity of nonlinear spillways.

**Methodology:** The EDA method is based on nonlinear weir discharge analysis using energy and discharge equations for discrete elements of the solution domain (weir crest in the plan). Due to the specific behaviors that occurred in nonlinear weirs (disturbed zone) which have a tangible effect on their discharge capacity, these effects have been taken into account. The geometry of the weir in the plan is the desired solution domain, which is divided into small elements and the corresponding equations in each element have been analyzed. The disturbed zone may also form at the junction of the weir crest to the sidewalls. This phenomenon reduces the discharge capacity, especially at high hydraulic heads. To apply the impact of this phenomenon on the discharge capacity of the affected elements, the relationships and results of the past works could be used. The system of differential equations for each element is solved following the discretization of the solution domain. Thus, the flow discharge past each element is found. Thereafter, the disturbed zones are identified and their reduction effects on the flow discharge of the elements are considered estimating the reduction factors of elements. Finally, the total discharge of non-linear weir will be obtained by integrating over the entire solution domain. To achieve this goal, a computer program was developed using the MATLAB software.

**Results and Discussion:** This method is based on elementary analysis of nonlinear weirs, which calculates the discharge capacity of these weirs by solving energy and discharge equations for each element and correcting the effects of disturbed zones. For evaluating the

performance of the proposed method, laboratory results performed on oblique and trapezoidal labyrinth weir have been used. Results showed that the accuracy of the EDA model for calculating the discharge capacity had been in the error range of 12% and 20%. Also, the results of the laboratory model of the rehabilitation project of the Millsite dam spillway (arc labyrinth weir) have been used to analysis the performance of the proposed method in complex geometries. The EDA model with a maximum error of 15% had a satisfactory prediction of the discharge capacity of the Millsite dam weir.

**Conclusion:** Due to the unique characteristics and increasing application of nonlinear spillways in dams and other hydraulic structures, a general method for analyzing the discharge capacity of these structures can play an important role in the design phase. One of the most important applications of nonlinear weirs is in dams where they used in rehabilitation projects to increase the capacity of the spillway overpass or increase the volume of the dam reservoir. Due to the hydrodynamic complexity of the flow in nonlinear weirs, no general method had been proposed for their discharge analyses and had often been studied by laboratory models. In this research, a general method for analyzing nonlinear weirs discharge was presented. To ensure the performance of the EDA method, the laboratory model of oblique and trapezoidal labyrinth weir (at different scales) has been used. The results showed that the proposed method has good accuracy in estimating the discharge capacity of oblique and trapezoidal labyrinth weirs. The Millsite Dam spillway, which has one of the notable rehabilitation projects, was also considered. The results showed that the proposed method is relatively better in estimating the discharge capacity of the Millsite Dam spillway over other approaches.

**Keywords:** Nonlinear Weirs, Discharge Capacity, Elementary Discharge, Disturbed Zone, Millsite Dam.



© 2022 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.  
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)

(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

# ارائه‌ی روش تحلیل عمومی آبگذری سرریزهای غیرخطی (مطالعه موردی: سرریز سد میلسایت)

حامد تقی زاده<sup>۱</sup>، محمد مناف پور<sup>۲\*</sup>

۱- فارغ‌التحصیل دکتری سازه‌های هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه ارومیه.  
۲- استادیار سازه‌های هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه ارومیه.

\* [m.manafpour@urmia.ac.ir](mailto:m.manafpour@urmia.ac.ir)

دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۱۷، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۳۰، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

**چکیده:** سرریزهای غیرخطی، سازه‌های اقتصادی جهت بالا بردن توان خروجی سرریز در یک عرض محدود می‌باشند که در پلان به اشکال مختلفی دیده می‌شوند. این سرریزها در بار هیدرولیکی و عرض ثابت در مقایسه با سرریزهای خطی، دبی بیشتری را از خود عبور می‌دهند. با توجه به پیچیدگی‌های هیدرودینامیکی جریان در سرریزهای غیرخطی تاکنون روش عمومی برای تحلیل آبگذری آن‌ها ارائه نشده است و اغلب توسط مدل‌های آزمایشگاهی بررسی شده‌اند. در این تحقیق یک روش عمومی برای تحلیل آبگذری سرریزهای غیرخطی ارائه شده است. این روش بر مبنای تحلیل المانی آبگذری سرریزهای غیرخطی هست که با حل معادلات انرژی و آبگذری برای هر المان و تصحیح آثار نواحی تداخل، میزان آبگذری این نوع سرریزها را محاسبه می‌نماید. برای ارزیابی عملکرد روش ارائه شده، از نتایج آزمایشگاهی انجام شده بر روی سرریزهای مایل و کنگره‌ای دوزنقه‌ای استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که دقت مدل پیشنهادی برای محاسبه ظرفیت آبگذری سرریزهای مایل و کنگره‌ای دوزنقه‌ای به ترتیب در محدوده خطای ۱۲ و ۲۰ درصد بوده است. همچنین از نتایج مدل آزمایشگاهی پروژه توان بخشی سرریز کنگره‌ای قوسی سد میلسایت برای بررسی کارکرد مدل پیشنهادی در هندسه‌های پیچیده استفاده شد. مدل پیشنهادی با حداکثر خطای ۱۵ درصد برآورد مناسبی از ظرفیت آبگذری این سرریز داشته است.

**کلیدواژگان:** سرریزهای غیرخطی، ظرفیت آبگذری، آبگذری المانی، ناحیه تداخل، سرریز سد میلسایت

## ۱- مقدمه

آبگذری سرریز سدها، به‌ویژه سرریز سدهای احداث شده که با گذشت زمان از ساخت آن‌ها، به لحاظ آبگذری با کاستی‌هایی مواجه‌اند، استفاده از سرریزهای غیرخطی است. سرریزهای غیرخطی در این حالت یا بر روی تاج سرریز موجود جانمایی و یا به‌طور کامل جایگزین سرریز موجود می‌شود. ساده‌ترین شکل هندسی برای سرریز غیرخطی، سرریز مایل است که با زاویه انحراف نسبت به جهت جریان قرار می‌گیرد. سرریزهای غیرخطی در شکل‌های هندسی مختلفی چون دوزنقه‌ای، مستطیلی، مثلثی، قوسی و ... طراحی و ساخته می‌شوند (شکل ۱). سرریزهای غیرخطی از طریق افزایش طول تاج سرریز در عرض مشخص، دبی بیشتری را به ازای بار هیدرولیکی یکسان، در مقایسه با سرریزهای مستقیم (خطی) از خود

ایمنی سدها ارتباط تنگاتنگی با کفایت ظرفیت آبگذری سرریز دارد. شکست سدها بیشتر در اثر عبور آب از روی تاج آن‌ها به رخ می‌دهد و مهم‌ترین عامل آن کافی نبودن ظرفیت تخلیه سرریز است (Hay and Taylor, 1970). عملکرد ایمن سرریزها در شرایط غیرعادی، عامل مهمی در ایمنی سدها به شمار می‌آید. برابر گزارش‌های منتشرشده توسط کمیته بین‌المللی سدهای بزرگ (ICOLD, 1999) حدود یک‌سوم شکست سدها از عدم کفایت آبگذری سرریز نشئت گرفته است. در نتیجه سرریز باید سازه‌ای قوی، مطمئن و با بهره‌وری بالا انتخاب شود که در هر لحظه بتواند برای بهره‌برداری آمادگی داشته باشد. یکی از راهکارهای بسیار مؤثر در افزایش ظرفیت

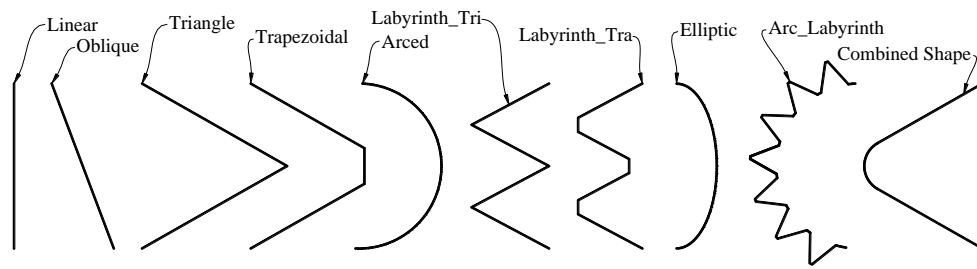


Fig. 1 Various forms of nonlinear weirs

شکل ۱ شکل‌های مختلفی از سرریزهای غیرخطی

این دیدگاه در همه‌ی بررسی‌های گذشته مشاهده شده و تنها در موارد بسیار ساده‌شده‌ای مانند سرریز مایل رابطه‌هایی با مبنای تحلیلی ارائه شده است. محاسبه‌ی آبگذری سرریزهای غیرخطی به صورت تحلیلی موضوعی پیچیده است، لذا تغییر رویکرد پیشین و نگاه متفاوت می‌تواند امکان بررسی بازه‌ی گسترده از این نوع سرریزها را فراهم سازد. به‌رغم خلأ تحلیلی ذکر شده، محققان زیادی سعی در تحلیل و ارائه‌ی رابطه‌هایی برای طراحی سرریزهای غیرخطی کرده‌اند. با بررسی نتایج بررسی‌های صورت گرفته مشاهده می‌شود که تحقیقات بیشتر متمرکز بر کارهای آزمایشگاهی بوده است. در آن‌ها فرض شده که جریان عبوری از روی سرریز غیرخطی، از رابطه‌های مبنایی سرریزهای خطی پیروی می‌کند. در ادامه با انجام چندین آزمایش برای هر خانواده‌ی هندسی (دارای ویژگی‌های مشترک هندسی) از سرریزهای غیرخطی، رابطه‌ای برای ضریب آبگذری ( $C_d$ ) ارائه کرده‌اند. لذا می‌توان بیان کرد که بسیاری از عامل‌های تأثیرگذاری که باعث تفاوت سرریزهای غیرخطی با سرریزهای خطی می‌شود در ضریب آبگذری پنهان شده است. ضریب آبگذری تنها با استفاده از نتایج آزمایشگاهی قابل استحصال بوده و تنها برای یک خانواده‌ی هندسی قابل استفاده است و برای دستیابی به رابطه‌ی آبگذری خانواده هندسی دیگر، بررسی‌های آزمایشگاهی جدیدی نیاز است. با بررسی منابع و نتایج بررسی‌های پیشین، مشخص شده است که تاکنون روش عمومی برای تحلیل آبگذری سرریزهای غیرخطی ارائه نشده است. هدف مبنایی از این تحقیق، ارائه‌ی روش (EDA) حل عمومی

عبور می‌دهند (Crookston, 2010).

در طول ۶۰ سال گذشته، جنبه‌های مختلف سرریزهای غیرخطی از جمله هندسه‌های مختلف (Tullis et al., 2012; Taylor, 1968; Magalhães et al., 1989; Erpicum et al., 2011) اثر مقیاس (Erpicum et al., 2016) استهلاک انرژی (Lopes et al., 2008)، تأثیر اجسام شناور (Pfister et al., 2013; Crookston et al., 2015) و ... بررسی شده است. در برخی موارد سرریزهای کنگره‌ای دوزنقه‌ای در پلان بر روی قوس (مانند سرریز سد ایزابل) نیز مورد بررسی آزمایشگاهی قرار گرفته‌اند (Christensen, 2012; Crookston et al., 2016; Thompson et al., 2012). در ارتباط با طرح هندسی و ضریب آبگذری سرریزهای کنگره‌ای بررسی‌های گسترده‌ای به وسیله مدل‌های عددی (Carrillo et al., 2020; Shafiei et al., 2020; Torres et al., 2021) و هوش مصنوعی (Majedi Asl et al., 2021; Zounemat et al., 2019; Ohadi and Jafari, 2021) نیز انجام شده است. سرریزهای کلیدپیانویی نیز به‌عنوان یکی از سرریزهای مدرن غیرخطی توسط محققان مختلف بررسی شده است (Safarzadeh and Noroozi, 2017). برخلاف سرریزهای خطی که فرض دوبعدی بودن جریان منجر به ارائه‌ی رابطه‌های تحلیلی از میزان ظرفیت آبگذری آن‌ها شده در سرریزهای غیرخطی جریان به‌طور کامل سه‌بعدی بوده و پیچیدگی‌های هیدرودینامیکی جریان در مجاورت سرریز باعث شده دستیابی به یک رابطه‌ی تحلیلی، پیچیده و دشوار شود.

یکی از چالش‌های بنیادی در تحلیل و طراحی سرریزهای غیرخطی، استفاده مستقیم از رابطه‌ی سرریز خطی است.

با توجه به دیدگاه تحلیل المانی در روش ارائه شده، هندسه پلان سرریز به المان‌های کوچک تقسیم‌بندی شده و پس از استخراج ویژگی‌های هندسی آن‌ها (شکل ۳)، معادله‌های مربوطه در هر المان حل می‌شوند.

سرریز مایل رفتاری همانند یک المان از سرریز غیرخطی را دارد (المانی با اندازه بزرگ). با توجه به شکل ۴ معادله انرژی کل برای مقطع ۱-۱ به صورت رابطه ۱ نوشته شده است (Swamme et al., 2011):

$$H = Z + y + \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

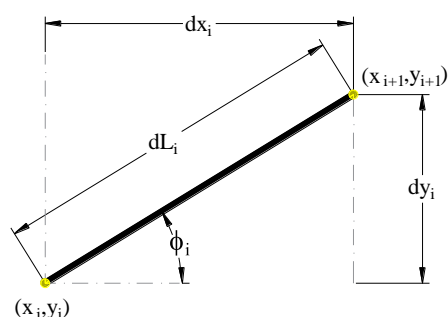


Fig. 3 Geometrical Definition of weir elements

شکل ۳ ویژگی‌های هندسی المان‌های سرریز

که در این رابطه  $Z$  تراز کف بستر آبراهه رسش،  $y$  عمق جریان و  $V$  سرعت متوسط جریان در مقطع ۱-۱ است. با مشتق‌گیری از معادله بالا، معادله انرژی به صورت رابطه ۲ به دست آمده است (Swamme et al., 2015).

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - \frac{n^2 Q^2 (B - x \tan \phi + 2y)^{4/3}}{(y(B - x \tan \phi))^{10/3}} - \frac{Q}{g(B - x \tan \phi)^2 y^2} \left( \frac{Q \tan \phi}{(B - x \tan \phi)} - \frac{dQ}{dx} \right)}{1 - \frac{Q^2}{gy^3 (B - x \tan \phi)^2}} \quad (2)$$

$$\frac{dQ}{dx} = -\frac{2}{3} C_{el} \sqrt{2g} (y - P)^{3/2} \sec \phi \quad (3)$$

در رابطه ۳،  $C_{el}$  ضریب آبگذری المانی از سرریز مایل است که تابعی از  $H_0/P$  (ارتفاع سرریز و  $H_0$  بار آبی روی تاج سرریز است) و زاویه المان بوده و بر مبنای معادله ۴ بیان شده است (Swamme et al., 2011).

آبگذری سرریزهای غیرخطی در شرایط جریان آزاد و برای هر نوع از خانواده‌های هندسی در پلان است.

## ۲- مواد و روش تحقیق

روش پیشنهادی (EDA) بر مبنای تحلیل آبگذری سرریزهای غیرخطی با استفاده از معادله‌های انرژی و آبگذری، برای المان‌های گسسته سازی شده از میدان حل (هندسه سرریز در پلان) استوار است. از طرفی با توجه به رفتارهای خاص رخ داده در سرریزهای غیرخطی (ناحیه تداخل و ...) که تأثیر ملموسی بر ظرفیت آبگذری آن‌ها دارد، نسبت به تصحیح این اثرات پرداخته شده است. در شکل ۲ کلیات روندنمای حل بر مبنای روش آبگذری المانی نشان داده شده است. در ادامه به جزئیات روش پیشنهادی پرداخته شده است.

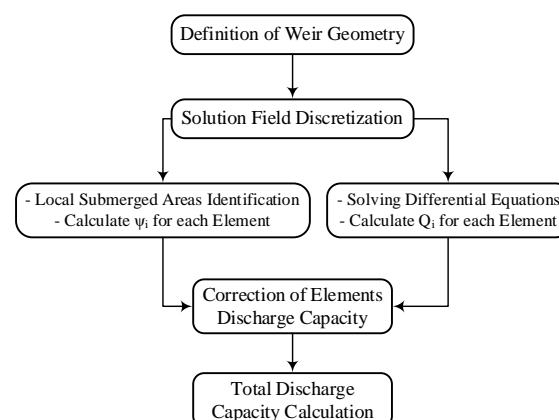


Fig. 2 EDA method flowchart

شکل ۲ روندنمای روش تحلیل المانی آبگذری

در رابطه ۲،  $S_0$  شیب کف آبراهه تقریب،  $n$  ضریب زبری آبراهه تقریب،  $B$  عرض آبراهه تقریب و  $\phi$  زاویه‌ی سرریز مایل است. با توجه به شکل ۴، المانی از سرریز  $(dL)$  روی محور  $OA$  در فاصله  $x$  در نظر گرفته شده است. تغییرات دبی بر روی این المان بر مبنای رابطه آبگذری سرریز مستطیلی به صورت معادله ۳ نشان داده شده است (Swamme et al., 2011).

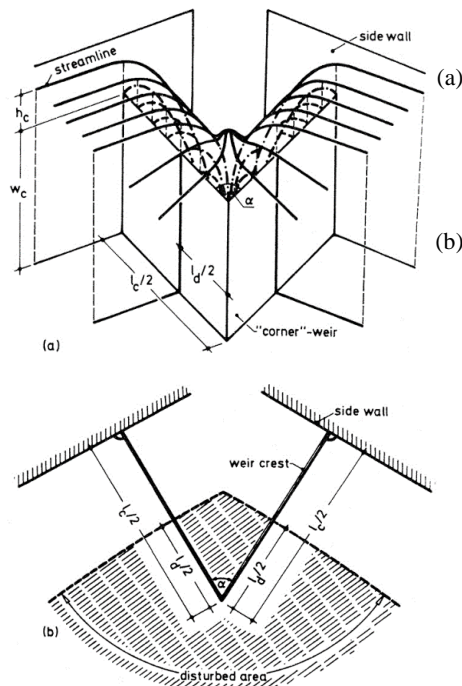


Fig. 5 a) 3D view and b) plan of disturbed zone in triangle weir (Tullis et al., 1995)

شکل ۵ (a) نمای سه‌بعدی و (b) پلان ناحیه تداخل در سرریز مثلثی (Tullis et al., 1995)

(Tullis, 2012).

ناحیه تداخل در محل اتصال تاج سرریز به دیواره‌های جانبی سرریز نیز ممکن است تشکیل شود. این موضوع به‌ویژه در بارهای آبی بالا باعث کاهش ظرفیت آبگذری سرریز می‌شود (Crookston & Tullis, 2013). استغراق موضعی باعث کاهش آبگذری المان‌های متأثر می‌شود و برای اعمال تأثیر این پدیده بر آبگذری المان‌های متأثر، از رابطه‌ها و بررسی‌های صورت گرفته در زمینه تأثیر استغراق سرریزها بر آبگذری آن‌ها استفاده شده است. در حالت کلی رابطه بین آبگذری سرریز در حالت آزاد ( $Q_f$ ) و مستغرق ( $Q_s$ )، تحت شرایط همانند هیدرولیکی و هندسی به صورت رابطه ۵ قابل بیان است (Azimi et al., 2014):

$$Q_s = \psi Q_f \quad (5)$$

در این رابطه  $\psi$ ، عامل کاهش است. این عامل به‌وسیله بار آبی روی تاج سرریز ( $H_0$ ) و عمق استغراق روی تاج سرریز ( $t$ ) قابل بیان است. بر مبنای نتایج آزمایشگاهی انجام شده توسط Azimi et al. (2014)، رابطه ۶ به‌عنوان رابطه عمومی برای عامل کاهش به‌دست‌آمده است (Azimi et al., 2014).

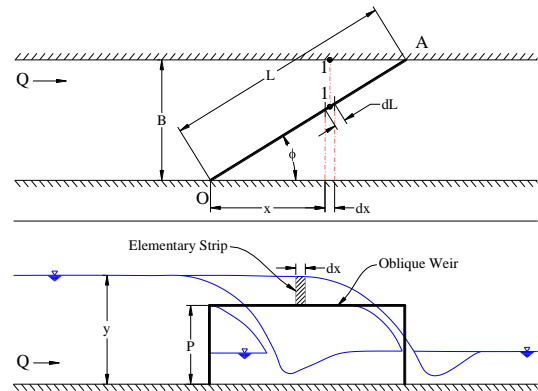


Fig. 4 Oblique weir a) plan and b) profile  
شکل ۴ (a) پلان و (b) نمای طولی سرریز مایل

$$C_{el} = K_0 \left[ \left( \frac{K_1}{K_2 + \eta_w} \right)^{10} + \left( \frac{\eta_w}{\eta_w + 1} \right)^{K_3} \right]^{-0.1} \quad (4)$$

در رابطه ۴،  $\eta_w = (H_0 - P)/P$ ،  $K_0$ ،  $K_1$ ،  $K_2$  و  $K_3$  اعداد مثبت هستند که به ثابت‌های سرریز معروف بوده و به‌صورت آزمایشگاهی استخراج شده است (Swamme et al., 2011).

معادله‌های دیفرانسیل خطی مرتبه اول ۲ و ۳ برای هر المان، با توجه به شرایط مرزی و مشخصات هندسی و هیدرولیکی تعریف شده، پس از گسسته‌سازی با استفاده از یکی از روش‌های متعارف محاسبات عددی حل می‌شوند. تا این مرحله از روش تحلیل عمومی، آبگذری تک‌تک المان‌های سرریز به‌دست‌آمده است. ولی هنوز تأثیر استغراق موضعی<sup>۱</sup> تاج سرریز و همچنین شکل‌گیری ناحیه‌های تداخل در پایین دست تاج که در بخش‌هایی از سرریز رخ می‌دهد و اثر چشمگیری در کاهش آبگذری سرریزهای غیرخطی، به‌ویژه در بار آبی بالا دارند در محاسبات لحاظ نشده است. در ادامه به چگونگی تشخیص این ناحیه‌ها و اعمال تأثیر آن‌ها بر روی میدان حل پرداخته می‌شود.

در بخش‌هایی از سرریز که هندسه پلان به شکل ناگهانی تغییر می‌کند، جت جریان پرتابی از روی سرریز باهم تداخل پیدا کرده و آن بخش از سرریز دچار استغراق موضعی می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۵ نیز نشان داده شده است این ناحیه به اصطلاح ناحیه تداخل و یا استغراق موضعی نامیده شده است (Crookston and

1 Local submergence

کاربردی طراحی شده‌اند، بررسی‌های گسترده توسط مدل‌های آزمایشگاهی صورت گرفته است. از این‌رو در گام نخست به بررسی عملکرد مدل در تحلیل آگذری سرریزهای غیرخطی مایل و کنگره‌ای دوزنقه‌ای پرداخته شده است. در گام بعدی مدل پیشنهادی برای سرریز سد میل‌سایت (کنگره‌ای-دوزنقه‌ای بر روی قوس) که یکی از پیچیده‌ترین شکل‌های هندسی از سرریزهای غیرخطی بوده به کار گرفته شده است. نتایج بدست‌آمده با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در ادامه نتایج به‌طور جداگانه ارائه شده است.

### ۳-۱- سرریز مایل

سرریز مایل ساده‌ترین نوع از هندسه سرریزهای غیرخطی در پلان است. Borghei et al. (2003) بررسی‌های آزمایشگاهی گسترده‌ای را بر روی سرریزهای مایل لبه تیز انجام داده‌اند. مدل‌های موردبررسی برای زوایه‌های  $26/3^\circ$  تا  $60/9^\circ$  (درجه  $\phi$ ) و محدوده  $H_0/P < 0.2$  بررسی شده است. در این تحقیق، مدل EDA برای تمامی اطلاعات آزمایشگاهی بیان شده تهیه و تحلیل شده است. در شکل ۶ نمونه‌ای از نتایج خروجی مدل EDA برای سرریز مایل نشان داده شده است. قابل پیش‌بینی بوده است که ناحیه‌های تداخل در پائین‌دست دیوار جانبی جناح راست رخ بدهد که این موضوع در مدل EDA به‌خوبی نمایش داده شده است.

پس از بررسی مدل‌های مختلف، برای اندازه‌های کمتر از ۱ سانتی‌متر، نتایج مدل مستقل از طول المان گردیده است. با توجه به شکل ۷، مدل EDA عملکرد مناسبی در برآورد میزان آگذری سرریز مایل داشته است و غالب نتایج در محدوده خطای کمتر از ۱۲ درصد بوده است. با توجه به اینکه داده‌های ارائه شده از مدل‌های آزمایشگاهی به‌صورت بار هیدرولیکی در برابر ظرفیت آگذری بوده است، فراسنجه بار سرعت در دسترس نبوده است. از این‌رو در مدل EDA، تنها بار هیدرولیکی قابل‌تعریف بوده و بار کل لحاظ نشده است. این موضوع یکی از منبغ‌های اصلی خطا بوده و منجر به برآورد کمتر مدل EDA از میزان آگذری نسبت به مدل‌های آزمایشگاهی شده است.

$$\psi = \left[ 1 - \left( \frac{t}{H_0} \right)^m \right]^n \quad (6)$$

در این رابطه  $m$  و  $n$  تابعی از شکل تاج سرریز است. به‌عنوان نمونه برای سرریز لبه تیز  $m=5$  و  $n=0.75$  است (Azimi et al., 2014). با توجه به رابطه ۵، می‌توان اثر کاهش آگذری را برای المان‌های متأثر، به‌وسیله عامل کاهش اعمال کرد. اما باید پیش از تصحیح ظرفیت آگذری هر المان، ناحیه‌های تداخل و تعداد المان‌های متأثر شناسایی شوند. برای شناسایی ناحیه تداخل لایه‌های ریزشی جریان از معادله‌های حرکت پرتابی آزاد جریان از روی تاج سرریز استفاده شده است. با توجه به اینکه در بخش‌هایی از سرریز، تاج سرریز در حالتی قرار می‌گیرد که جت پرتابی جریان از یک بخش از سرریز، به جت پرتابی جریان از بخش دیگر برخورد می‌کند، این ناحیه‌ها دچار استغراق موضعی می‌شود. ایده دستیابی به این ناحیه‌ها، استفاده از حرکت پرتابی جریان بوده است. این معادله‌های با توجه به پایه ریاضی روش حل، تدوین شده و محل تلاقی جت‌های جریان به‌عنوان ناحیه‌های استغراق موضعی شناسایی شده است. فراسنجه  $t$  بر مبنای بار آبی روی تاج سرریز، ارتفاع سرریز و فاصله المان سرریز از المان روبه‌رو و یا دیوار محاسبه می‌گردد. با توجه به مطالب بیان‌شده، پس از گسسته‌سازی میدان حل، سیستم معادله‌های دیفرانسیل برای هر المان حل شده و پس از شناسایی ناحیه‌های تداخل و استغراق و اعمال عامل کاهش آگذری ناشی از آن‌ها، با انتگرال‌گیری بر روی کل میدان حل، آگذری سرریز غیرخطی به دست می‌آید. برای دستیابی به این هدف، همه‌ی مرحله‌های یادشده، با استفاده از زبان برنامه‌نویسی MATLAB کد نویسی و اجرا شده است.

### ۳- نتایج و بحث

روش عمومی تحلیل آگذری سرریزهای غیرخطی بیان شده، باید توانایی تحلیل آگذری انواع مختلف شکل‌های هندسی کاربرد این نوع سرریزها را در شرایط هیدرولیکی مختلف داشته باشد. لذا لازم است تا مدل‌های تهیه‌شده در محدوده‌ی گسترده‌ای بررسی و ارزیابی شوند. بررسی پیشینه‌ی مطالعه‌های انجام‌شده نشان می‌دهد که بر روی همه‌ی خانواده‌های هندسی سرریزهای غیرخطی، که با دیدگاه



### ۲-۳- سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای

سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای یکی از پرکاربردترین خانواده‌های هندسی سرریزهای غیرخطی است که بررسی‌های گسترده‌ای در ارتباط با آن انجام شده است. Khode et al. (2012) به بررسی آزمایشگاهی ضریب آنگذری سرریزهای کنگره‌ای دوزنقه‌ای با استفاده از مدل‌های آزمایشگاهی پرداخته است. طرح هندسی سرریز کنگره‌ای مدل‌های آزمایشگاهی در شکل ۸ نشان داده شده است که برای ۲ سیکل ( $N=2$ ) از سرریز طرح شده است. همچنین در جدول ۱ ویژگی‌های هندسی و هیدرولیکی مدل‌های آزمایشگاهی بررسی شده ارائه شده است.

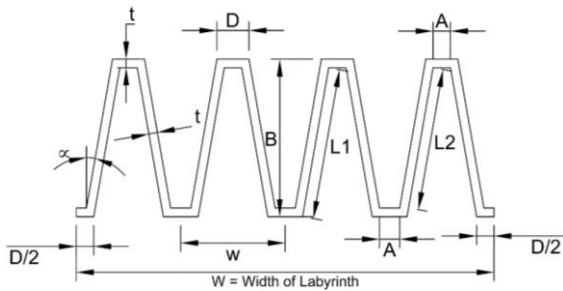


Fig. 8 Geometric characteristics of labyrinth weir (Khode et al., 1995)

شکل ۸ ویژگی‌های هندسی سرریز کنگره‌ای (Khode et al., 1995)

جدول ۱ متغیرهای هندسی و هیدرولیکی سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای در مدل آزمایشگاهی

Table 1 Geometric and hydraulic variables of trapezoidal labyrinth weir in laboratory model

$\alpha^\circ$	P (m)	H <sub>0</sub> /P	N	A (mm)	L <sub>1</sub> (m)
8	0.1	0-0.7	2	0.03	0.286
10	0.1	0-0.7	2	0.03	0.225
20	0.1	0-0.7	2	0.03	0.115
30	0.1	0-0.7	2	0.03	0.079

در این برآورد با به‌کارگیری مدل EDA سرریزهای کنگره‌ای بررسی شده است. به‌عنوان نمونه در شکل ۹ میدان حل در تحلیل مدل EDA به ازای زوایه‌های مختلف بازوهای کناری به‌کاررفته در مدل‌های آزمایشگاهی (Khode et al., 2012). برای بار آبی ۱۵ سانتی‌متر نشان

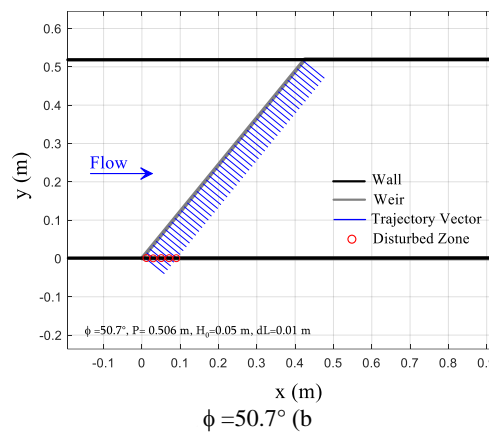
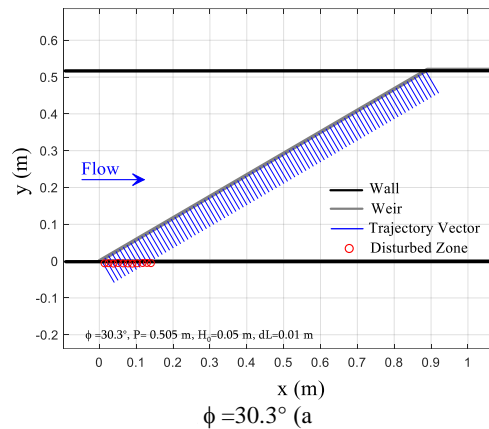


Fig. 6 Sample analysis of oblique weir using EDA method

شکل ۶ تحلیل نمونه‌ای از سرریز مایل با استفاده از روش EDA

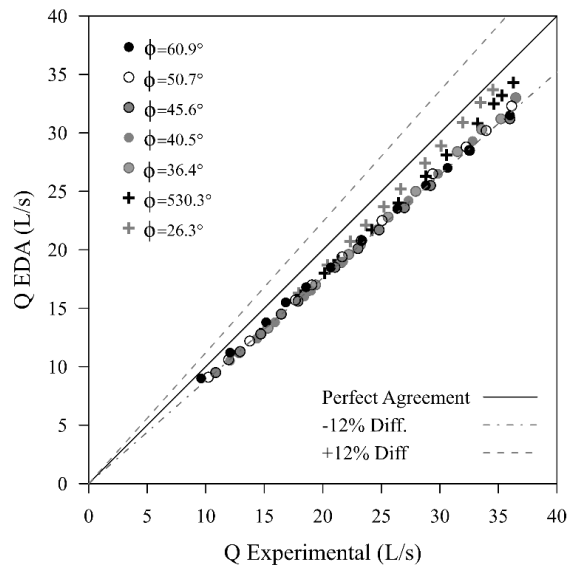


Fig. 7 Comparison of EDA with Experimental result of oblique weir

شکل ۷ مقایسه نتایج مدل EDA با نتایج نظیر آزمایشگاهی سرریز مایل



از تحلیل روش EDA بوده و مطابق روش‌های بیان شده، شناسایی می‌شود.

داده شده است. لازم به یادآوری است که ناحیه‌های آشفستگی شناسایی شده توسط مدل EDA (دایره‌های قرمز رنگ)، مانند آنچه در شکل ۹ مشاهده می‌شود، حاصل

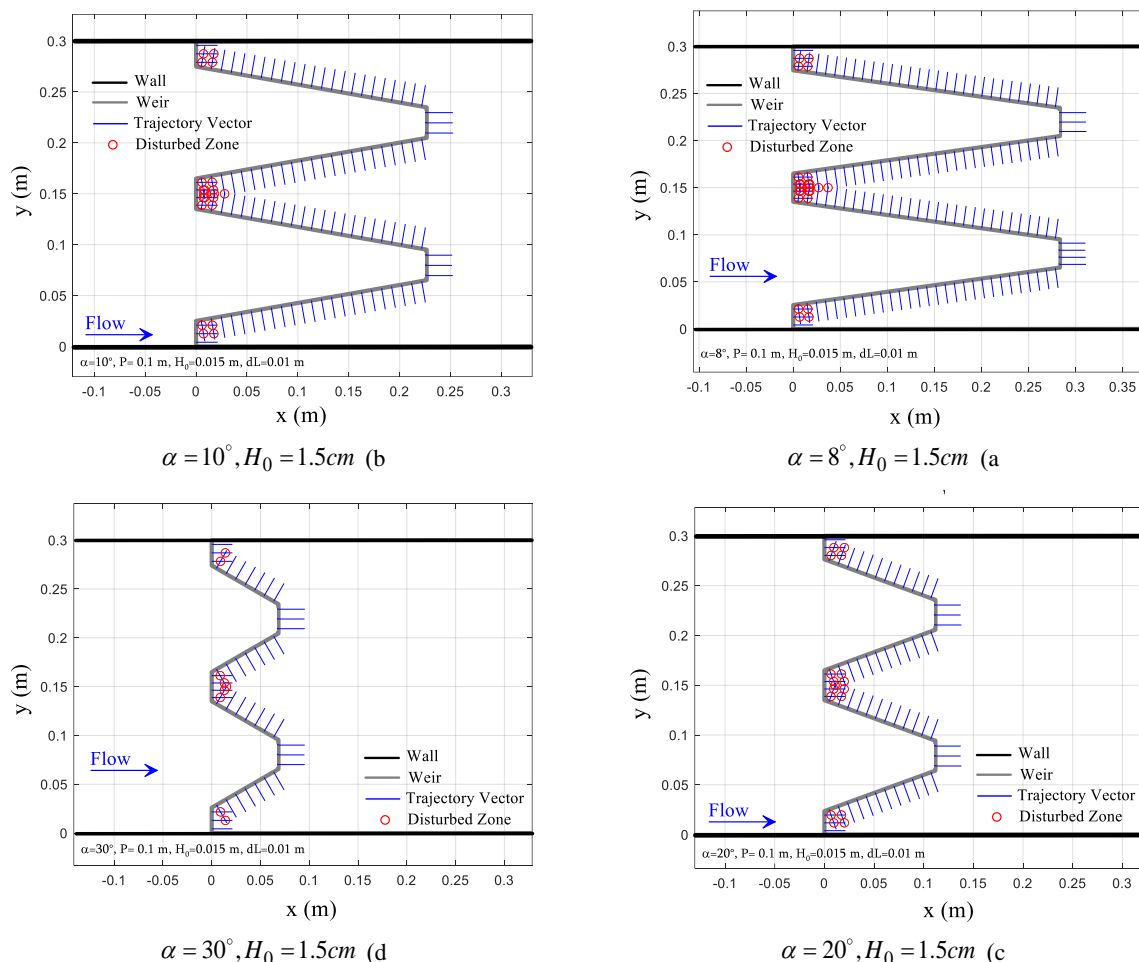


Fig. 9 Sample analysis of trapezoidal labyrinth weir using EDA method

شکل ۹ نمونه نتایج تحلیل سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای با استفاده از روش EDA

پیدا کرده و شرایط جریان پیچیده‌تر شده است. در بارهای هیدرولیکی کم، ناحیه‌های تداخل به‌صورت جزئی شکل گرفته و تأثیر چندانی بر میزان آبگذری نخواهد داشت. از سویی با توجه به اینکه ثابت‌های سرریز نسبت به بارهای هیدرولیکی کم، حساسیت بیشتری دارد، از علت‌های اصلی خطا ثابت‌های سرریز است.

### ۳-۳- سرریز کنگره‌ای قوسی سد میل‌سایت

یکی از کارکردهای بسیار مهم سرریزهای غیرخطی در توان‌بخشی سدهای موجود است. کاربرد اصلی سرریزهای غیرخطی در طرح‌های توان‌بخشی سدها به‌طور عمده

با بررسی نتایج مدل EDA برای سرریزهای کنگره‌ای یادشده، این مدل افزون بر شناسایی ناحیه‌های تداخل و اعمال اثرگذاری‌های آن بر ظرفیت آبگذری سرریزها، برآورد مناسبی در محدوده خطای ۲۰ درصد داشته است (شکل ۱۰). همان‌گونه که از شکل ۹ مشخص است، با افزایش زاویه‌ی بازوهای کناری، از میزان استغراق موضعی در نزدیکی سرریز کاسته شده که سازگاری منطقی با شرایط هیدرولیکی حاکم بر جریان در این سرریزها داشته است. همچنین در دبی‌های پائین و بالا خطای روش ارائه شده افزایش یافته است. با افزایش بار هیدرولیکی، ناحیه‌های تداخل گسترش

افزایش ظرفیت آگذری سرریز تا ۸۷۸ مترمکعب بر ثانیه بوده است (Spencer and Tullis, 2017). در شکل ۱۱ موقعیت سرریز سد میلسایت نشان داده شده است. برای افزایش ظرفیت آگذری سرریز موجود گزینه‌های مختلفی مدنظر قرار گرفته که با توجه به محدودیت عرض سرریز و تنداب موجود، استفاده از یک سرریز غیرخطی (کنگره‌ای قوسی) به‌عنوان بهترین گزینه مطرح شد. لذا برای دستیابی به طرح نهایی، طرح پیشنهادی توسط مدل آزمایشگاهی در بخش منابع آب ایالت یوتا در مقیاس ۱:۳۰ بررسی شد (Spencer and Tullis, 2017). در شکل ۱۲ ویژگی‌های هندسی سرریز و مدل آزمایشگاهی در طرح توان‌بخشی سد میلسایت نشان داده شده است. سرریز پیشنهادی برای توان‌بخشی سد میلسایت یکی از سازه‌های هیدرولیکی پیچیده است که در پلان دارای سیکل‌های دوزنقه‌ای با عملکرد غیرخطی است و از سویی این سیکل‌ها نیز به‌صورت غیرخطی بر روی قوس جانمایی شده است. لذا به‌عنوان یک گزینه بسیار مناسب برای ارزیابی عملکرد روش EDA ارائه شده در این تحقیق، در تعیین ظرفیت آگذری سرریز به کار رود. در جدول ۲ مشخصات هندسی سرریز سد میلسایت نشان داده شده است.

جدول ۲ متغیرهای هندسی سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای قوسی در مدل آزمایشگاهی

Table 2 Geometric variables of arc trapezoidal labyrinth weir in laboratory model

Geometric Definition	Parameters	Values
Weir Height	P	5.94 m
Weir Wall Thickness	$t_w$	0.38 m
Cycle Sidewall Length	$L_1$	23.93 m
Total Weir Length	L	150.3 m
Sidewall Angle	$\alpha$	12.16°

برای بررسی عملکرد مدل EDA در سرریز سد میلسایت، ۱۶ بار آبی تحلیل شده است. به‌عنوان مثال در شکل ۱۳ خروجی مدل برای بارهای آبی ۰/۵ و ۱/۵ متر نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل ۱۳ مشخص است ناحیه‌های تداخل در ۳ ناحیه شناسایی شده است و با افزایش بار آبی این ناحیه‌ها گسترش یافته است.

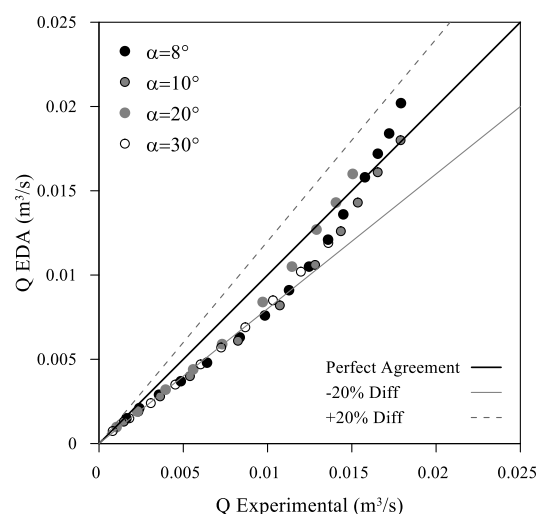


Fig. 10 Comparison of EDA outputs with Experimental result of trapezoidal labyrinth weir

شکل ۱۰ مقایسه نتایج مدل EDA با نتایج نظیر آزمایشگاهی سرریز کنگره‌ای دوزنقه‌ای

به‌منظور افزایش ظرفیت تخلیه سرریز (به دلیل تغییرهای هیدرولوژیکی و میزان سیلاب طراحی) و یا افزایش تراز نرمال سد برای افزایش حجم مخزن بوده است (Spencer & Tullis, 2017). تاکنون چندین پروژه در سطح جهان برای توان‌بخشی سدها توسط سرریزهای غیرخطی اجرا شده است که از آن جمله می‌توان به توان‌بخشی سدهای ایزابلا، یوتا، ریچارد، دریاچه لیسر و ... اشاره کرد (Spencer & Tullis, 2017). یکی از این پروژه‌های پروژه توان‌بخشی سد میلسایت بوده است. سرویس حفاظت از منابع طبیعی ایالات متحده آمریکا<sup>۳</sup> به تجزیه و تحلیل جایگزین‌هایی برای احیای سد میلسایت واقع در نزدیکی شهرستان امری ایالت یوتا پرداخته و به این نتیجه رسید که این سد الزام‌های آیین‌نامه مقررات فعلی سرویس یادشده و مقررات ایمنی سدهای ایالت یوتا و همچنین استانداردهای مهندسی برای سدهای با پتانسیل خطر بالا را ارضا نمی‌کند. بنابراین این پروژه باهدف برآورده کردن استانداردهای مذکور و تمدید عمر سد به مدت دست‌کم ۵۰ سال و بیشینه‌ی ۱۰۰ سال تعریف شد. این سد با هدف اولیه آبیاری و ثانویه پیشگیری از سیل و گردشگری ساخته شده بود. پروژه توان‌بخشی سد میلسایت شامل بخش‌های پرشماری بوده که یکی از مهم‌ترین آن‌ها

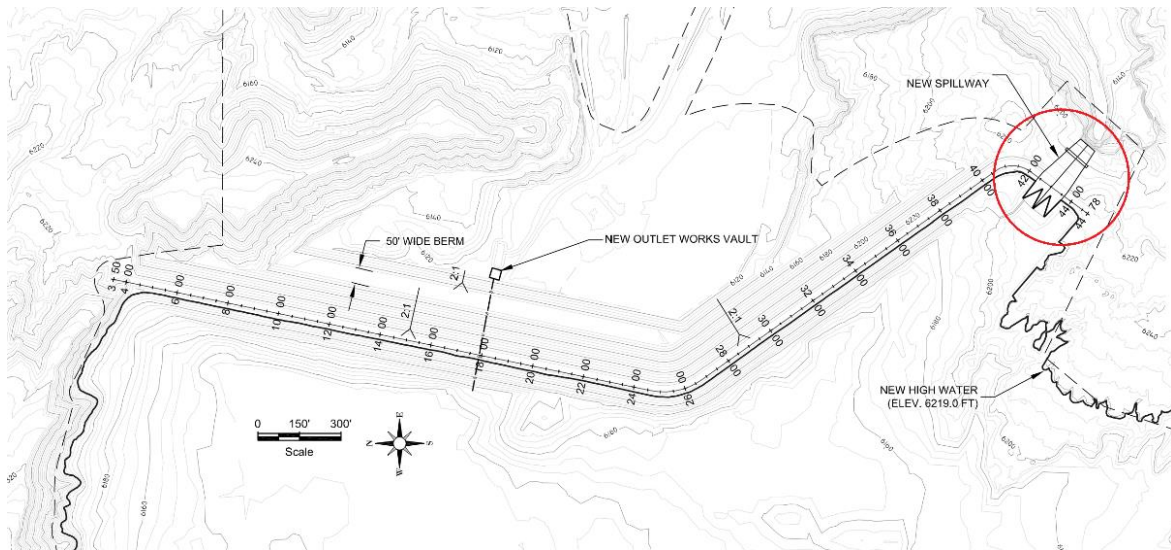
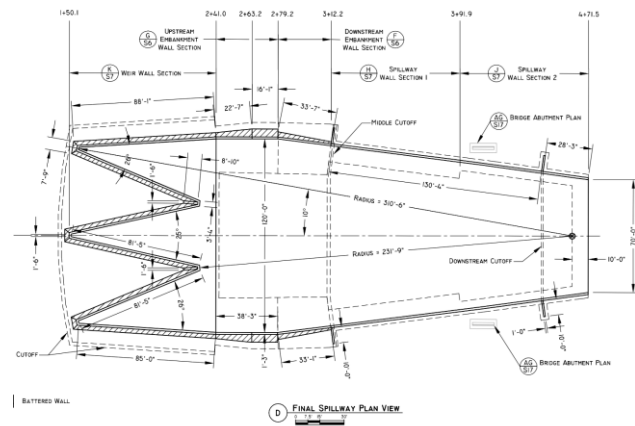


Fig. 11 Millsite Dam spillway location (Spencer and Tullis, 2017)

شکل ۱۱ موقعیت سرریز غیرخطی سد میلسایت (Spencer and Tullis , 2017)



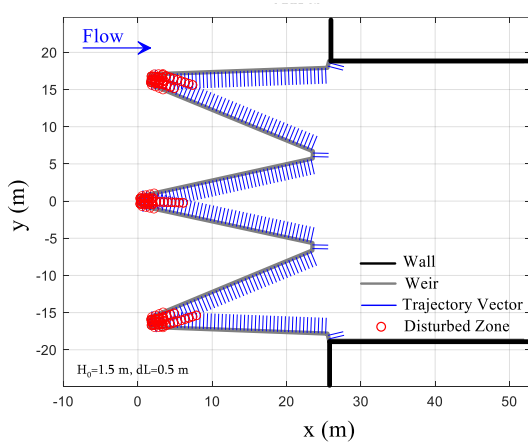
b) Laboratory model of Millsite Dam



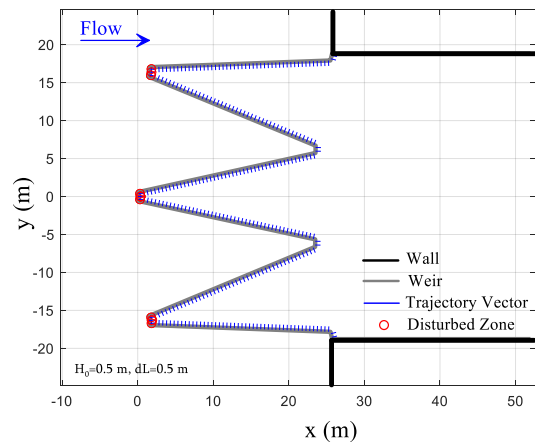
a) Geometric specifications of proposed weir of Millsite Dam

شکل ۱۲ ویژگی‌های هندسی سرریز و مدل آزمایشگاهی در طرح توانبخشی سد میلسایت (Spencer and Tullis, 2017)

Fig. 12 Weir specifications and laboratory model in Millsite Dam rehabilitation project (Spencer and Tullis, 2017)



b)  $H_0 = 1.5\text{cm}$



a)  $H_0 = 0.5\text{cm}$

شکل ۱۳ نتایج تحلیل سرریز قوسی کنگره‌ای دوزنقه‌ای سد میلسایت با استفاده از روش EDA

Fig. 13 Results of Millsite arc trapezoidal labyrinth weir analysis using EDA method

در شکل ۱۵، مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی سرریز سد میلسایت با نتایج مانند مدل EDA نشان داده شده است. همه‌ی نتایج به دست آمده در محدوده خطای کمتر از ۱۵ درصد بوده است. با توجه به شکل ۱۴، مدل EDA در بارهای آبی تا ۱/۲۵ متر که معادل  $H_o/P=0.21$  است برآورد بسیار خوبی از آگذری سرریز مورد بررسی داشته و دقیق‌تر از نتایج (Crookston and Tullis (2012) است. با افزایش بار آبی تا ۲ متر، مدل EDA نتایج همانندی با روش (Crookston and Tullis (2012) داشته و در بارهای آبی بالای ۲ متر برآورد بیشتری نسبت به نتایج مدل آزمایشگاهی و روش (Crookston and Tullis (2012) داشته است. همچنین مدل EDA در بارهای آبی پائین برآورد کمتر و در بارهای آبی بالا برآورد بیشتری نسبت به نتایج آزمایشگاهی داشته است (شکل ۱۵).

#### ۴- نتیجه‌گیری

با توجه به ویژگی‌های منحصر به فرد و کاربرد روزافزون سرریزهای غیرخطی در سدها و سایر سازه‌های هیدرولیکی، توسعه یک مدل عمومی برای تحلیل ظرفیت آگذری این سازه‌ها می‌تواند در مرحله‌های برنامه‌ریزی و بررسی‌های اجرایی نقش بسیار مهمی را ایفا کند. از جمله کاربردهای بسیار مهم سرریزهای غیرخطی، در طرح‌های توان‌بخشی سدهای ساخته شده است که به منظور افزایش ظرفیت آگذری سرریز و یا افزایش حجم مخزن بازبینی شد. با توجه به پیچیدگی‌های هیدرودینامیکی جریان در سرریزهای غیرخطی تاکنون یک روش عمومی برای تحلیل آگذری آن‌ها ارائه نشده است و اغلب توسط مدل‌های آزمایشگاهی بررسی شده‌اند. در این تحقیق، یک روش عمومی برای تحلیل آگذری سرریزهای غیرخطی ارائه شده است. این روش بر مبنای تحلیل المانی آگذری سرریزهای غیرخطی است که با حل معادله‌های انرژی و آگذری برای هر المان و تصحیح اثرگذاری‌های ناحیه‌های تداخل، میزان آگذری این نوع سرریزها را محاسبه می‌کند. برای ارزیابی روش ارائه شده، از نتایج آزمایشگاهی مربوط به سرریزهای مایل و کنگره‌ای دوزنقه‌ای استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که دقت مدل

(Crookston and Tullis (2012) با بررسی گسترده سرریزهای کنگره‌ای قوسی، روشی برای طراحی این‌گونه سرریزها ارائه داده‌اند. لازم به یادآوری است که این روش طراحی بر مبنای نتایج آزمایشگاهی بوده است و سرریز سد میلسایت نیز بر این مبنای طراحی و مورد بررسی آزمایشگاهی قرار گرفته است. در شکل ۱۴ نتایج مدل آزمایشگاهی، روش طراحی (Crookston and Tullis (2012) و مدل EDA را به نمایش گذاشته است.

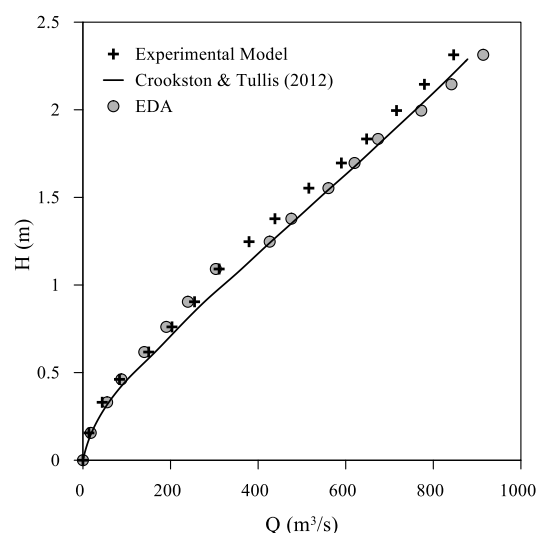


Fig. 14 H-Q graph of Millsite dam weir, Experimental, Crookstone and Tullis (2012), EDA results  
شکل ۱۴ نمودار آگذری سرریز سد میلسایت در مدل آزمایشگاهی، روش (Crookstone and Tullis (2012) و مدل EDA

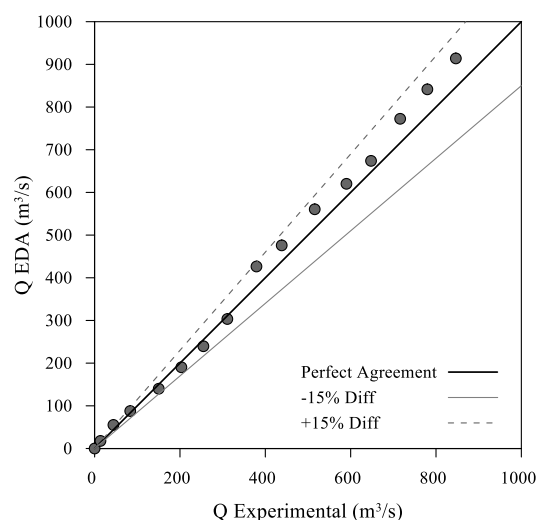


Fig. 15 Error estimation of EDA model with laboratory result of Millsite dam weir

شکل ۱۵ برآورد خطای مدل EDA با مدل آزمایشگاهی سرریز سد میلسایت

$\alpha$  زاویه بازوی سرریز کنگره‌ای (Degree)  
 $\psi$  عامل کاهش (-)  
 زیرنویس‌ها:  
 $i$  شماره المان (-)

### ۶- منابع

Azimi, A.H., Rajaratnam, N. and Zhu, D.Z. (2014). Submerged flows over rectangular weirs of finite crest length. *Journal of irrigation and drainage Engineering*, 140(5), 06014001.

Borghai, S.M., Vatannia, Z., Ghodsian, M. and Jalili, M.R. (2003). Oblique rectangular sharp-crested weir. In: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water and Maritime Engineering*, 156(2), 185-191.

Carrillo, J.M., Matos, J. and Lopes, R. (2020). Numerical modeling of free and submerged labyrinth weir flow for a large sidewall angle. *Environmental Fluid Mechanics*, 20(2), 357-374.

Christensen, N.A. (2012). Flow characteristics of arced labyrinth weirs, MSc Thesis, Utah State University, Utah, 107p.

Crookston, B.M. (2010). Labyrinth weirs, PhD Thesis, Utah State University, Utah, 223p.

Crookston, B.M. and Tullis, B. P. (2012). Arced labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Eng.*, 138(6), 555-562.

Crookston, B.M. and Tullis, B.P. (2012). Labyrinth weirs: Nappe interference and local submergence. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 138(8), 757-765.

Crookston, B.M. and Tullis, B. P. (2013). Hydraulic design and analysis of labyrinth weirs. I: Discharge relationships. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(5), 363-370.

Crookston, B.M., Mortensen, D., Stanard, T., Tullis, B.P. and Vasquez, V. (2015, April). Debris and maintenance of labyrinth spillways. In: *Proceedings of the 35th Annual USSD Conference*, Louisville, KY, USA, 13-17.

Erpicum, S., Laugier, F., Boillat, J.L., Piroton, M., Reverchon, B. and Schleiss, A.J. (2011). Labyrinth and piano key weirs. CRC Press.

Erpicum, S., Tullis, B.P., Lodomez, M., Archambeau, P., Dewals, B.J. and Piroton, M.

EDA برای محاسبه ظرفیت آبگذری سرریزهای مایل و کنگره‌ای دوزنقه‌ای به ترتیب در محدوده خطای ۱۲ و ۲۰ درصد بوده است. همچنین از نتایج مدل آزمایشگاهی پروژه توان بخشی سرریز کنگره‌ای قوسی سد میلسایت برای بررسی کارکرد مدل پیشنهادی در هندسه‌های پیچیده استفاده شد که مدل EDA با بیشترین خطای ۱۵ درصد برآورد مناسبی از ظرفیت آبگذری این سرریز داشته است. نتایج به دست آمده از مدل EDA همخوانی مناسبی با نتایج مدل آزمایشگاهی داشته است به طوری که در اغلب بارهای آبی از روش طراحی Crookston and Tullis (2012) نیز دقت بیشتری داشته است.

### ۵- فهرست نشانه‌ها

$C_d$  ضریب آبگذری (-)  
 $x_i, y_i$  مختصات نقطه‌های المان‌ها (m)  
 $dL_i$  طول المان (m)  
 $B$  عرض آبراهه تقرب (m)  
 $Q$  دبی ( $m^3/s$ )  
 $P$  ارتفاع سرریز (m)  
 $H$  انرژی کل جریان در بالادست (m)  
 $Z$  تراز بستر کف آبراهه تقرب (m)  
 $y$  عمق جریان (m)  
 $S_0$  شیب کف آبراهه تقرب (m/m)  
 $n$  ضریب زبری کف آبراهه تقرب (-)  
 $C_{el}$  ضریب آبگذری المانی (-)  
 $k_0 - k_3$  ثابت‌های سرریز (-)  
 $Q_s$  آبگذری سرریز در حالت مستغرق ( $m^3/s$ )  
 $Q_f$  آبگذری سرریز در حالت آزاد ( $m^3/s$ )  
 $H_0$  بار آبی رو تاج سرریز (m)  
 $t$  عمق استغراق روی تاج سرریز (m)  
 $N$  شماره‌ی چرخه‌های سرریز کنگره‌ای (-)  
 $A$  عرض دماغه‌ی سرریز کنگره‌ای (m)  
 $L_1$  طول بازوی سرریز کنگره‌ای (m)  
 $t_w$  ضخامت تاج سرریز (m)  
 $L$  طول کل تاج سرریز (m)  
 نشانه‌های یونانی:  
 $\phi$  زاویه المان سرریز مایل (Degree)

- and response surface methodologies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(11), 04017048.
- Shafiei, S., Najarchi, M. and Shabanlou, S. (2020). A novel approach using CFD and neuro-fuzzy-firefly algorithm in predicting labyrinth weir discharge coefficient. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 42(1), 1-19.
- Spencer, A.C. and Tullis, B. (2017). Millsite dam arced labyrinth weir design, United States Department of Agriculture Natural Resources Conservation Service.
- Swamee, P.K., Ojha, C.S.P. and Mansoor, T. (2011). Discharge characteristics of skew weirs. *Journal of hydraulic research*, 49(6), 818-820.
- Taylor, G. (1968). The performance of labyrinth weirs, PhD Thesis, University of Nottingham, Nottingham, 410p.
- Thompson, E.A., Cox, N.C., Ebner, L. and Tullis, B. (2016). The hydraulic design of an arced labyrinth weir at Isabella Dam, 6<sup>th</sup> International Symposium on Hydraulic Structures, Hydraulic Structures and Water System Management, Utah State University, Portland, Oregon, USA, 27-30 June 2016.
- Torres, C., Borman, D., Sleigh, A. and Neeve, D. (2021). Application of Three-Dimensional CFD VOF to Characterize Free-Surface Flow over Trapezoidal Labyrinth Weir and Spillway. *Journal of Hydraulic Engineering*, 147(3), 04021002.
- Tullis, J.P., Amanian, N. and Waldron, D. (1995). Design of labyrinth spillways. *Journal of hydraulic engineering*, 121(3), 247-255.
- Zounemat-Kermani, M., Kermani, S.G., Kiyanejad, M. and Kisi, O. (2019). Evaluating the application of data-driven intelligent methods to estimate discharge over triangular arced labyrinth weir. *Flow Measurement and Instrumentation*, 68, 101573.
- (2016). Scale effects in physical piano key weirs models. *Journal of Hydraulic Research*, 54(6), 692-698.
- Hay, N. and Taylor, G. (1970). Performance and design of labyrinth weirs. *Journal of the Hydraulics Division*, 96(11), 2337-2357.
- ICOLD. (1999). Bulletin on Risk Assessment: Risk Assessment as an Aid to Dam Safety Management, Draft, International Commission of Large Dams, Draft 24.08.99, 102 p.
- Khode, B.V., Tembhurkar, A.R., Porey, P.D. and Ingle, R.N. (2012). Experimental studies on flow over labyrinth weir. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 138(6), 548-552.
- Lopes, R., Melo, J.F. and Matos, J. (2008). Characteristic Depths and Energy Dissipation Downstream of a Labyrinth Weir, 51-58.
- Magalhães, A. and Lorena, M. (1989) Hydraulic design of labyrinth weirs, Rep. No. 736, Lisbon, Portugal: National Laboratory of Civil Engineering.
- Majedi Asl, M., Fuladipanah, M., Daneshfaraz, R. and Jannat, K. (2021). Modeling and assessment of discharge coefficient of arc labyrinth weir using experimental and meta-model methods. *Iranian Journal of Soil and Water Research*, 52(7), 1987-2000. (in Persian)
- Ohadi, S. and Jafari-Asl, J. (2021). Multi-objective reliability-based optimization for design of trapezoidal labyrinth weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*, 77, 101787.
- Pfister, M., Battisacco, E., De Cesare, G. and Schleiss, A.J. (2013). Scale effects related to the rating curve of cylindrically crested Piano Key weirs, Intl. Conf. on Labyrinth and Piano Key Weirs II, 73–82, CRC Press, London.
- Pfister, M., Capobianco, D., Tullis, B. and Schleiss, A.J. (2013). Debris-blocking sensitivity of piano key weirs under reservoir-type approach flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(11), 1134-1141.
- Safarzadeh, A. and Noroozi, B. (2017). 3D hydrodynamics of trapezoidal piano key spillways. *International Journal of Civil Engineering*, 15(1), 89-101.
- Sangsefidi, Y., Mehraein, M., Ghodsian, M. and Motalebizadeh, M.R. (2017). Evaluation and analysis of flow over arced weirs using traditional