

# Application of Intelligent Algorithm to Model Head-Discharge Relationship for Submerged Labyrinth and Linear Weirs

Mehdi Fuladipanah <sup>1\*</sup>, Mehdi Majedi Asl <sup>2</sup>, Aida Haghooyi <sup>3</sup>

1- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Ramhormoz Branch, Islamic Azad University, Ramhormoz, Iran.

2- Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Maragheh University, Maragheh, Iran.

3- Undergraduate student, Department of Civil Engineering, Maragheh University, Maragheh, Iran.

\* [fuladipanah@gmail.com](mailto:fuladipanah@gmail.com)

Received: 22 May 2020, Accepted: 22 July 2020  J. Hydraul. Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

## Abstract

**Introduction:** Weirs are hydraulic structures with a various application as a flow measurement, flow diverting, and/or flow control. Weirs are designed under free-flow conditions meaning tailwater is lower than weir crest. In this state, flow passing the weir is governed by the weir geometry and the approaching flow condition. When the tail-water exceeds the crest elevation, the weir is submerged. Under submerged conditions for a certain discharge, a higher upstream head is required to pass the flow relative to the free flow state. Therefore, the submerged head-discharge relationship is different from free condition one. According to the literature, there are three main methods to extract the relationship between dependent and independent variables: experimental methods, classic regression equations, and intelligent algorithms. The previous researches showed that more studies have been performed experimentally to predict the head-discharge relationship for linear and labyrinth weirs while using artificial intelligence has been proved to include more accuracy to adapt complex hidden relationships among dependent and independent variables. In this paper, two intelligent algorithms namely *SVM* and *GEP* have been applied to extract the relationship between a submerged head-discharge function for linear and labyrinth weirs. The results of these two mentioned algorithms were compared with experimental and regression modeling.

**Methodology:** To simulate  $H^*/H_0$  using *SVM* and *GEP*, two scenarios were defined. At the first scenario, the amount of  $H^*/H_0$  for labyrinth submerged weir was modeled using five dimensionless parameters as  $Fr_1$ ,  $C_d$ ,  $H_d/H_0$ ,  $H_0/P$  and  $\alpha$ . For the *SVM* algorithm, the Nu-class classification method with Radial Basis Function as Kernel function were selected using setting parameters as  $\gamma$  and Nu. *GEP* was applied as another algorithm to model  $H^*/H_0$  for the labyrinth weir. In the second scenario, *SVM* and *GEP* were applied to predict  $H^*/H_0$  for the linear submerged weir. To compare the performance assessment of an intelligent algorithm, two types of equations were obtained using classic regression models. The first one was the extracted relationship of Tullis et al. (2007) and the second one was the SPSS regression equation. All simulations were compared with four assessment criteria as root mean square error (*RMSE*), determination coefficient ( $R^2$ ), relative error (*RE*), and standardized developed discrepancy ratio (*ZDDR*). Sensitivity analysis was the last step of the  $H^*/H_0$  prediction.

**Results and discussion:** Training and testing phases of *SVM* and *GEP* were assessed using the above four mentioned assessment criteria. The included dimensionless parameter for the

submerged labyrinth weir to predict  $H^*/H_0$  were  $Fr_1$ ,  $C_d$ ,  $H_d/H_0$ ,  $H_0/P$  and  $\alpha$  whereas for the second scenario only  $Fr_1$  and  $H_d/H_0$  were opted as the effective parameters. The amount of  $RMSE$ ,  $R^2$ ,  $MARE$  and  $ZDDR$  for  $SVM$  at the first scenario during training and testing phases were calculated as (0.0081, 0.9999, 3.34, 66.496) and (0.0104, 0.9996, 1.741, 45.267) respectively. Those of  $GEP$  were obtained as (0.2225, 0.9986, 4.42, 23.48) and (0.0157, 0.9992, 0.533, 19.73) respectively. According to these values,  $SVM$  was selected as the superior model than to  $GEP$ . A comparison was done between  $SVM$  and other regression simulations. The values of mentioned assessment criteria for Tullis et al.'s relationship and SPSS extracted equation were computed as (0.02855, 0.9990, 1.756, 19.115) and (0.0307, 0.9990, 8.503, 20.875) respectively. Therefore, among all the used predicting the head-discharge relationship of labyrinth submerged weir, the  $SVM$  model was selected as the best model. Sensitivity analysis was performed to determine which parameter has the most effect on the head-discharge relationship. This procedure was done with dropping each of five included parameters and computing four mentioned assessment criteria. According to the calculation, the most significant parameter based on the most decrease of  $SVM$  accuracy was  $Fr_1$ . In the second scenario, a similar calculation was done on the linear submerged weir. The best performance was accrued for the  $SVM$  algorithm for training and testing phases. The corresponding accuracy indices values during testing phase for  $SVM$  and  $GEP$  were (0.0066, 0.9996, 0.320, 67.91) and (0.0088, 0.9998, 0.5432, 63.73) respectively. The priority of  $SVM$  performance than to the classic regression equations namely Tullis et al.'s (2007) relationship and SPSS equation were proved with the accuracy indices. The amount of assessment criteria values for two above mentioned models were (0.0118, 0.9997, 0.653, 60.69) and (0.0507, 0.9965, 3.444, 8.76) respectively. According to the sensitivity analysis, the most effective parameters with the highest impact was  $H_d/H_0$  in the linear submerged weir.

**Conclusion:** The results showed that intelligent algorithms have the most performance than to the other classic and experimental relationships to extract the head-discharge relationship for the submerged labyrinth and linear weirs. Of two  $SVM$  and  $GEP$  models, the first one was the top model for the labyrinth and linear weirs head-discharge relationship prediction. It's recommended to use an intelligent algorithm to predict and extract the complicated and hidden relationship among dependent and independents variables.

**Keywords:**  $SVM$  algorithm,  $GEP$  algorithm, Assessment index, Sensitivity analysis.



© 2020 Iranian Hydraulic Association, Tehran, Iran.  
This is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0 license)

(<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

# کاربرد الگوریتم‌های هوشمند برای مدل‌سازی رابطه دبی-اشل در شرایط استغراق سرریزهای کنگره‌ای و خطی

مهدی فولادی‌پناه<sup>۱\*</sup>، مهدی ماجدی‌اصل<sup>۲</sup>، آیدا حق‌گویی<sup>۳</sup>

۱- استادیار، گروه عمران، واحد رامهرمز، دانشگاه آزاد اسلامی، رامهرمز، ایران.

۲- استادیار، گروه عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران

۳- دانشجوی کارشناسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران

\* fuladipناه@gmail.com

دریافت: ۱۳۹۹/۰۳/۰۲، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۰۱، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: www.jhyd.iha.ir

**چکیده:** استغراق سرریز با افزایش سطح آب پایین دست به تراز همسان یا بیش از تراز تاج سرریز، دبی عبوری از سرریز را کاهش می‌دهد. هدف این پژوهش استفاده از الگوریتم‌های *SVM* و *GEP* برای افزایش دقت پیش‌بینی رابطه‌ی دبی-اشل در سرریزهای کنگره‌ای و لبه تیز مستغرق است. از متغیرهای  $H_d$  (بار کل پایین دست جریان مستغرق)،  $H_o$  (بار کل بالادست جریان آزاد)،  $H^*$  (بار کل بالادست جریان مستغرق)،  $P$  (ارتفاع سرریز)،  $U$  (سرعت جریان آزاد بالادست)،  $\alpha$  (زاویه دیواره جانبی سرریز) و  $C_d$  (ضریب دبی جریان)، پنج فراسنجه بی بعد  $Fr_1$ ،  $C_d$ ،  $\frac{H_d}{H_o}$ ،  $\frac{H_o}{P}$  و  $\alpha$  برای پیش‌بینی  $\frac{H^*}{H_o}$  به منظور محاسبه نسبت دبی عبوری از پایین دست تحت شرایط استغراق،  $Q_s$ ، به دبی عبوری در شرایط آزاد،  $Q_1$ ، بر مبنای شاخص‌های عملکرد مجذور میانگین مربعات خطا ( $RMSE$ )، ضریب تبیین ( $R^2$ )، خطای نسبی ( $RE$ ) و نسبت تفاوت توسعه داده شده ( $DDR$ ) استفاده شدند. میزان شاخص‌های  $RMSE$ ،  $R^2$ ،  $RE$  و  $ZDDR(max)$  برای سرریز کنگره‌ای در دوره تست الگوریتم‌های *SVM* و *GEP* به ترتیب (۰/۱۰۴، ۰/۹۹۹۶، ۱/۷۴۱، ۴۵/۲۶۷) و (۰/۱۵۷، ۰/۹۹۹۲، ۰/۵۳۳، ۱۹/۷۳) و برای سرریز خطی به ترتیب (۰/۰۶۶، ۰/۹۹۹۶، ۰/۳۲۰، ۶۷/۹۱) و (۰/۰۸۸، ۰/۹۹۹۸، ۰/۵۴۳۲، ۶۳/۷۳) به دست آمدند. ترکیب نهایی فراسنجه‌های مستقل در سرریز کنگره‌ای و خطی به ترتیب شامل  $(Fr_1, C_d, \frac{H_d}{H_o}, \alpha)$  و  $(Fr_1, \frac{H_d}{H_o})$  شدند. نتایج نشان داد *SVM* در هر دو سرریز نسبت به *GEP* عملکرد بهتری در پیش‌بینی  $\frac{H^*}{H_o}$  دارد. دقت *SVM* در سرریز خطی از کنگره‌ای بیشتر بود. تجزیه و تحلیل حساسیت نشان دهنده‌ی بیشترین تاثیرگذاری  $Fr_1$  و  $\frac{H_d}{H_o}$  به ترتیب در سرریزهای کنگره‌ای و خطی بود.

**کلید واژگان:** الگوریتم *SVM*، الگوریتم *GEP*، شاخص ارزیابی، تجزیه و تحلیل حساسیت

## ۱- مقدمه

حالت مستغرق رخ می‌دهد. در شرایط استغراق، میزان بار بالادست بیشتری برای عبور دبی یکسان نسبت به حالت آزاد مورد نیاز خواهد بود. در شکل‌های (a-1) و (b-1) فراسنجه‌های جریان در شرایط جریان آزاد و مستغرق و همچنین وضعیت دبی عبوری از روی سرریز در حالت رخداد استغراق جریان نشان داده شده است (Tullis et al., 2007). در این شکل‌ها،  $H^*$  و  $h^*$  به ترتیب بار کل و بار پیژومتری روی تاج سرریز در بالادست در وضعیت مستغرق،  $H_o$  و  $h_o$  به ترتیب بار کل و بار پیژومتری در بالادست در

سرریزها، سازه‌های هستند که برای هدف‌های مختلفی مانند اندازه‌گیری جریان، انحراف جریان و یا مهار جریان استفاده می‌شوند. مبنای طراحی سرریزها، رخداد شرایط جریان آزاد یعنی پایین بودن عمق پایاب از تاج سرریز است که در چنین وضعیتی، دبی عبوری از روی سرریز تابعی از هندسه‌ی سرریز و ویژگی‌های جریان بالادست نزدیک شونده به سرریز می‌باشد. با افزایش تراز سطح آب پایین دست به میزانی همسان یا بیش از تراز تاج سرریز،

Tullis et al., Clemmens et al. (2001), USBR(1987) (2008)، Heidari et al. و Abbaspour et al. (2013) از شکل عمومی معادله ۲ برای بررسی تاثیر استغراق جریان روی کاهش دبی، نسبت  $\frac{Q_s}{Q_1}$  در سرریزهای خطی استفاده کرده‌اند. بررسی‌های آنان در این زمینه متکی بر داده‌های آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده است. از جمله رابطه‌های رگرسیونی که برای محاسبه نسبت  $\frac{H_d}{H_o}$  ارائه شده است معادله استخراج شده توسط Tullis et al. (2007) به قرار معادله‌های ۳ و ۴ می‌باشد:

$$\frac{H^*}{H_o} = 0.00817 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^6 - 0.07422 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^5 + 0.24135 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^4 - 0.37702 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^3 + 0.5243 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^2 + 0.00271 \left(\frac{H_d}{H_o}\right) + 0.98979 \quad (3)$$

$$\frac{H^*}{H_o} = \frac{H_d}{H_o} \quad (4)$$

که این معادله‌ها به ترتیب به ازای میزان‌های  $\frac{H_d}{H_o} \leq 3.0$  و  $\frac{H_d}{H_o} > 3.0$  برقرار هستند. بررسی‌هایی نیز در زمینه‌ی تاثیر استغراق روی ظرفیت گذردهی سرریزهای کنگره‌ای انجام شده است. در شکل ۲ نمایی از سرریز کنگره‌ای همراه با ویژگی‌های هندسی آن ارائه شده است (Tullis et al., 2007).

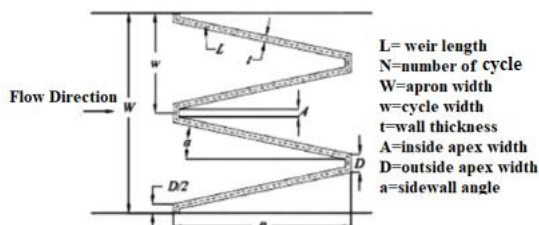


Fig. 2 Labyrinth weir geometric nomenclature

شکل ۲ نمادگذاری فراسنجه‌های هندسی سرریز کنگره‌ای

بررسی‌های اولیه در زمینه ویژگی‌های هندسی و عملکرد هیدرولیکی این سرریزها توسط Taylor (1968) و Hay (1970) and Taylor (1970) با مقطع‌های مستطیلی، مثلثی و دوزنقه‌ای لبه تیز انجام شده است. Taylor (1968) در پژوهشی، به بررسی ضریب بزرگنمایی جریان،  $\frac{Q_L}{Q_S}$ ، به ازای میزان معینی از  $\frac{H_d}{H_o}$  پرداخت که در آن  $Q_L$  و  $Q_S$  به ترتیب دبی جریان در وضعیت مستغرق برای سرریزهای کنگره‌ای و خطی هستند. او دریافت که ضریب بزرگنمایی جریان در وضعیت مستغرق بیشتر از ضریب بزرگنمایی در حالت آزاد

وضعیت جریان آزاد،  $H_d$  و  $h_d$  به ترتیب بار کل و بار پیژومتری روی تاج سرریز در پایین‌دست در وضعیت مستغرق،  $U$  سرعت جریان بالادست،  $P$  ارتفاع سرریز،  $Q_1$  دبی عبوری در شرایط جریان آزاد و  $Q_s$  دبی عبوری در شرایط مستغرق هستند (Tullis et al., 2007).

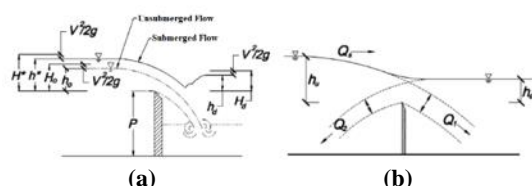


Fig. 1 (a) Submerged and free flow parameters, (b) Discharge passing under submerged condition

شکل ۱ (a) فراسنجه‌های جریان آزاد و مستغرق، (b) وضعیت دبی عبوری در حالت مستغرق

معادله‌ی دبی عبوری از روی سرریز مستطیلی در شرایط جریان آزاد به قرار زیر است (Falvey, 2003):

$$Q = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} L H_o^{1.5} \quad (1)$$

که در این معادله  $Q$  دبی جریان،  $C_d$  ضریب دبی،  $g$  شتاب ثقل،  $L$  طول تاج سرریز و  $H_o$  بار کل بالادست است. برابر معادله‌ی ۱، در صورت چشمپوشی کردن از میزان بار سرعت جریان بالادست نزدیک شونده به دلیل میزان کم آن در محدوده‌ی  $\frac{H}{P} < 0.3$ ، دبی عبوری از روی سرریز تابعی از عمق پیژومتری بالای تاج سرریز،  $h^*$  یا  $h_o$  خواهد بود. در شرایط مستغرق، دبی عبوری از روی سرریز برابر شکل (۱-ب) با استفاده از معادله‌ی (۱) به صورت معادله‌ی زیر خواهد بود:

$$Q_s = Q_1 - Q_2 \rightarrow \frac{Q_s}{Q_1} = \left[1 - \frac{H_d^{1.5}}{H^{*1.5}}\right]^n \rightarrow \frac{Q_s}{Q_1} = f\left(\frac{H_d}{H^*}\right) \quad (2)$$

که در این معادله  $n$  ضریب تجربی است که باید از طریق آزمایش تعیین شود. برای دستیابی به رابطه‌ای مستقیم بین دبی جریان مستغرق،  $Q_s$ ، و عمق جریان پایین‌دست،  $H_d$ ، کسر  $\frac{H_d}{H^*}$  را می‌توان به صورت  $\frac{H_d}{H^*} = \frac{H_d}{H_o} \frac{H_o}{H^*}$  نیز بازنویسی کرد که در آن  $H_o$  میزان بار کل اولیه به ازای دبی معین در شرایط جریان آزاد است. بنابراین، با دستیابی به رابطه‌ای بین  $\frac{H_d}{H_o}$  و  $\frac{H^*}{H_o}$  می‌توان معادله ۲ را به رابطه‌ای مستقیم بین  $H_d$  و  $Q_s$  تبدیل کرد. محققان مختلف مانند Francis (1884)، Vilemonte (1883)، Francis (1884)، Vilemonte (1947)،

$$\frac{H^*}{H_o} = \frac{H_d}{H_o} \quad (6)$$

که این معادله‌ها به ترتیب به ازای میزان‌های  $\frac{H_d}{H_o} \leq 3.0$  و  $\frac{H_d}{H_o} > 3.0$  برقرار هستند. از دیگر تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده روی عملکرد سرریز کنگره‌ای تحت شرایط آزاد و مستغرق می‌توان به (Nikpeik and Kashefipour (2014)، Roshangar et al. (2017)، Meshkavati Toroujeni et al. (2017) و Safarzadeh et al. (2019) (2018)، KarimiChahartaghi et al. (2019) اشاره نمود. در سال‌های اخیر استفاده از هوش مصنوعی مانند ANFIS، SVM، GEP و GP برای افزایش دقت پیش‌بینی خصوصیات هیدرولیکی سرریزها توسط محققان توصیه شده است که از جمله آن‌ان می‌توان به تحقیقات (Kumar et al. (2011)، Roushangar et al. (2017)، Riberio et al. (2012) و Roushangar et al. (2017)، Foroudi Khowret al. (2017) (2018)، Akbari et al. (2019) و Azimi et al. (2019) و Norouzi et al. (2019) اشاره نمود.

مطالعه‌ی پژوهش‌های پیشین گویای مطالعه‌ی آزمایشگاهی در زمینه‌ی بررسی وضعیت استغراق سرریزهای کنگره‌ای و خطی به منظور استخراج معادله‌ها و یا منحنی‌های کاربردی است که با توجه به محدودیت‌های فیزیکی و هیدرولیکی، امکان استفاده برای تمام محدوده‌ی متغیرهای مستقل را ندارد. به همین دلیل، در این پژوهش از قابلیت هوش مصنوعی در شبیه‌سازی و همچنین یافتن رابطه‌های مخفی و پیچیده بین متغیرهای وابسته و مستقل منحنی دبی-اشل سرریزهای خطی و کنگره‌ای مستغرق استفاده شده است. در این راستا، با کمک الگوریتم‌های هوشمند مبتنی بر داده‌های آزمایشگاهی، معادله‌ها و منحنی‌هایی برای پیش‌بینی  $\frac{H^*}{H_o}$  استخراج شده‌اند و در نهایت دقت نسبی نتایج در مقایسه با معادله‌های رگرسیونی تجربی و داده‌های آزمایشگاهی سنجیده شده است.

## ۲- مواد و روش‌ها

در این پژوهش برای استخراج معادله دبی-اشل در شرایط مستغرق،  $\frac{Q_s}{Q_1} - \frac{H^*}{H_o}$  در دو سرریز کنگره‌ای ذوزنقه‌ای و سرریز خطی از دو الگوریتم هوشمند پشتیبان بردار ماشین<sup>۱</sup>

است و تاثیر استغراق روی دبی جریان در سرریزهای کنگره‌ای کمتر از سرریزهای خطی است. در پژوهش آزمایشگاهی که Tullis et al. (1995) انجام دادند مشخص شد راندمان گذردهی سرریزهای کنگره‌ای نسبت به سرریزهای خطی به ازای بار بالادست یکسان سه تا چهار برابر افزایش پیدا می‌کند. برابر یافته‌های پژوهش‌های تجربی انجام شده توسط Zeirhun and Fenton (2007) و Kabiri-Samani et al. (2010) مشخص شد با افزایش استغراق، کارایی دماغه‌های بالادست به دلیل استغراق موضعی در بالادست دهانه‌های خروجی کاهش می‌یابد. استغراق محلی، شکل تاج سرریز، هندسه سرریز، تاثیرات لزوجت و فشار در زیر تیغه‌ی جریان سرریزهای کنگره‌ای از عوامل موثر در عملکرد هیدرولیکی سرریز کنگره‌ای هستند و سه بعدی بودن جریان منجر به کاهش دقت اندازه‌گیری‌ها در شرایط آزمایشگاهی می‌شود (Crookston, 2010). نتایج تحقیقات Dabling (2014) نشان داد با افزایش نسبت  $\frac{H_o}{p}$  در سرریزهای اصلاح شده و اصلاح نشده، نسبت استغراق افزایش پیدا می‌کند. نتایج پژوهش تجربی انجام شده توسط Seo et al. (2016) نشان داد دبی عبوری در سرریز کنگره‌ای حدود ۷۰٪ بیشتر از دبی عبوری از روی سرریز لبه تیز مستقیم در شرایط جریان آزاد است. آنان بیان داشتند با افزایش درجه استغراق سرریز، راندمان گذردهی سرریز کاهش می‌یابد که میزان آن متناسب با نسبت  $\frac{h_d}{h^*}$  است. Dizabadi et al. (2020) به بررسی آزمایشگاهی اثر حوضچه‌ی پایین‌دست سرریز کنگره‌ای روی میزان دبی عبوری از روی آن با زاویه دیواره جانبی ۴۵ درجه تحت شرایط آزاد و مستغرق با لحاظ اختلاط آشفستگی پرداختند. معادله‌ای توسط Tullis et al. (2007) در قالب معادله آزمایشگاهی رگرسیونی برای پیش‌بینی میزان  $\frac{H_d}{H_o}$  برای سرریزهای کنگره‌ای تحت شرایط استغراق به قرار معادله‌های ۵ و ۶ پیشنهاد شده است:

$$\begin{aligned} \frac{H^*}{H_o} = & -0.00594 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^6 - 0.07508 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^5 - \\ & 0.35338 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^4 + 0.70276 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^3 - 0.27824 \left(\frac{H_d}{H_o}\right)^2 \\ & + 0.10110 \left(\frac{H_d}{H_o}\right) + 0.99264 \end{aligned} \quad (5)$$

<sup>1</sup> Support Vector Machine

فاصله بین صفحه و نزدیک‌ترین نمونه‌های آموزشی تعیین می‌شود. کمترین فاصله از صفحه تا نمونه دارای برچسب +۱ معادل با کمترین فاصله از آن صفحه با برچسب -۱ است. در واقع حاشیه با دو برابر کردن این فاصله محاسبه می‌شود. معادله‌ی این صفحه به قرار زیر است:

$$W.X+b=0 \quad (7)$$

که در این معادله  $W=\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  برداری است که شمار مولفه‌های آن معادل با شمار ویژگی‌هاست و میزان آن ثابت است. در فضای دو بعدی که داده‌ها با دو ویژگی و یک برچسب کلاس تعریف می‌شوند معادله‌ی  $W$  همانند معادله‌ی ۸ با فرض  $w_0=b$  بازنویسی می‌شود:

$$w_0+w_1x_1+w_2x_2=0 \quad (8)$$

براین مینا، نمونه‌ها (نقطه‌ها) واقع در بالای صفحه در نامعادله‌ی ۹ و نقطه‌های زیر این صفحه در نامعادله‌ی ۱۰ صدق می‌کنند:

$$w_0+w_1x_1+w_2x_2>0 \quad (9)$$

$$w_0+w_1x_1+w_2x_2<0 \quad (10)$$

با تنظیم  $W$  و  $b$ ، می‌توان نوشت:

$$w_0+w_1x_1+w_2x_2 \geq +1 \quad \text{if} \quad y_i = +1 \quad (11)$$

$$w_0+w_1x_1+w_2x_2 \leq -1 \quad \text{if} \quad y_i = -1 \quad (12)$$

این بدین معناست که هر نمونه واقع شده روی صفحه‌ی  $H_1$  متعلق به کلاس +۱ و هر نمونه واقع شده زیر صفحه‌ی  $H_2$  متعلق به کلاس -۱ است. همه‌ی نمونه‌هایی که به درستی و با دقت روی صفحه‌های  $H_1$  و  $H_2$  قرار دارند پشتیبان بردار نامیده می‌شوند. یک روش معمول برای حل مسئله‌های غیرخطی استفاده از تابع‌های کرنل است. این تابع‌ها به صورت حاصل‌ضرب داخلی داده‌ها تعریف می‌شوند. در حقیقت، با انتقال غیرخطی از فضای داخلی به فضای ویژگی‌ها با ابعاد بزرگ‌تر، می‌توان مسئله‌ها را به صورت خطی جداسازی کرد. با انتقال نمونه‌ها از فضای داخلی به فضای ویژگی‌ها، جداکننده‌ی غیرخطی به صورت خطی تبدیل می‌شود (معادله ۱۳):

$$W^T \Phi(x_j) + b = 0 \quad (13)$$

که در آن  $W^T$  ترانهاده‌ی بردار  $W$  و  $\Phi(x_j)$  تابع کرنل هستند که انواع آن در جدول ۲ ارائه شده است. انتخاب نوع تابع کرنل بر مبنای آزمون و خطا انجام می‌شود (Majedi Asl

(SVM) و برنامه‌ریزی بیان ژن<sup>۱</sup> (GEP) استفاده شده است. همچنین، نتایج به دست آمده از این دو الگوریتم با خروجی معادله‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ و همچنین با معادله برازش یافته مستخرج از داده‌های ثبت شده مقایسه شده است. داده‌های آزمایشگاهی (Tullis et al. (2007) برای انجام پژوهش مورد استفاده قرار گرفت. سرریز خطی از نوع لبه تیز مستطیلی با ساخته شده از اکلیریک با ضخامت  $19 \text{ mm}$  بود که آزمایش‌ها در یک فلوم مستطیلی به عرض  $0.91 \text{ m}$ ، عمق  $0.61 \text{ m}$  و طول  $7/3 \text{ m}$  انجام شده‌اند. سه سرریز کنگره‌ای دارای تاج نیم‌دایره‌ای از جنس پلی‌اتیلن به ضخامت  $38 \text{ mm}$  ساخته شده‌اند که شعاع تاج همه‌ی آنان نصف ضخامت دیواره یعنی  $19 \text{ mm}$  می‌باشد. آزمایش‌ها در یک فلوم مستطیلی به عرض  $1.22 \text{ m}$ ، عمق  $0.91 \text{ m}$  و طول  $7/3 \text{ m}$  انجام شدند. محدوده متغیرهای آزمایشگاهی در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱ محدوده متغیرهای آزمایشگاهی

Table 1 Range of experimental variables

variable	symbol	unit	Labyrinth weir	Linear weir
			Range	Range
Froude No.	Fr	-	0.031-0.29	0.015-0.12
Sidewall angle	$\alpha$	deg	7, 8, 20	-
Height	P	m	0.304	319
Length	L	m	3.07, 7.03, 7.97	0.91
Discharge	Q	$\text{m}^3\text{s}^{-1}$	0.049-0.333	0.0093-0.1189
Cycle No.	w	-	2	-

## ۱-۲- الگوریتم SVM

الگوریتم SVM نوعی سیستم یادگیری به منظور طبقه‌بندی، پیش‌بینی و برآورد تابع برازش داده‌ها در مسئله‌ها به کار می‌رود تا کمترین خطا در گروه‌بندی داده‌ها یا تابع برازش حاصل شود. SVM روش و فن آموزشی تحت نظارت است که توسط Vapnik (1995) بر مبنای نظریه‌ی آموزشی آماری ارائه شده است. در برخی موارد، طبقه‌بندی داده‌ها نیازمند ساختار پیچیده و غیرخطی است. در چنین حالتی از تابع ریاضیاتی به نام کرنل برای بازسازی و چینش دوباره داده‌ها استفاده می‌شود. الگوریتم SVM به دنبال صفحه‌ای با بیشترین حاشیه است. از دیدگاه هندسی، حاشیه از طریق

<sup>1</sup> Gene Expression Programming

( and Fuladipannah, 2019

مشمول بر پنج مرحله به قرار زیر است: (۱) تعیین تابع برازش؛ (۲) انتخاب مجموعه‌ی پایانه‌ها و مجموعه‌ی تابع‌ها برای ایجاد کروموزوم‌ها؛ (۳) انتخاب ساختار کروموزوم‌ها؛ (۴) انتخاب تابع پیوند؛ (۵) انتخاب عملگرهای ژنتیکی و نرخ آنان (Roshangar et al., 2014). در شکل ۳ فرآیند الگوریتم *GEP* نشان داده شده است.

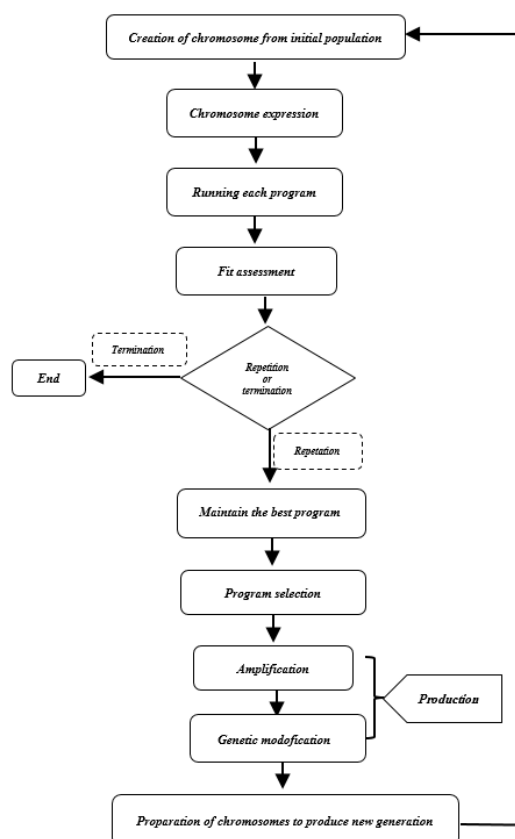


Fig. 3 *GEP* algorithm

شکل ۳ روندنمای الگوریتم *GEP*

### ۲-۳- شاخص‌های ارزیابی عملکرد

برای مقایسه‌ی عملکرد مدل‌ها، از شاخص‌های مجذور میانگین مربعات خطا (*RMSE*)، درصد میانگین قدرمطلق خطای نسبی (*MARE*)، شاخص تبیین ( $R^2$ ) به قرار زیر استفاده شده است:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_{oi} - x_{pi})^2}{N}} \quad (14)$$

$$RE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{x_{oi} - x_{pi}}{x_{oi}} \right| \quad (15)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_o^i - \bar{x}_o)(x_p^i - \bar{x}_p)}{\sqrt{[\sum_{i=1}^N (x_o^i - \bar{x}_o)^2][\sum_{i=1}^N (x_p^i - \bar{x}_p)^2]}} \quad (16)$$

### جدول ۲ انواع تابع کرنل

Kernell name	Function
Linear	$K(x_i, x_j) = (x_i, x_j)$
Polynomial	$K(x_i, x_j) = [(x_i, x_j) + 1]^d$
Redial Basis Function or RBF	$K(x_i, x_j) = \exp\left[-\frac{\ x_i - x_j\ ^2}{2\sigma^2}\right]$
Exponential Redial Basis Function or ERBF	$K(x_i, x_j) = \tanh[-\alpha(x_i, x_j) + c]$

### ۲-۲- الگوریتم *GEP*

برنامه‌ریزی بیان ژن، در زمره‌ی الگوریتم‌های گردشی مبتنی بر نظریه‌ی تکامل داروین است که در قالب معیارهای کیفی اقدام به تعریف تابع هدف می‌کند. سپس تابع هدف را برای مقایسه پاسخ‌های مختلف حل مسئله طی فرایندی گام به گام تصحیح ساختار داده‌ها به کار می‌گیرد تا در نهایت پاسخ مناسب را ارائه می‌دهد. در این الگوریتم، افراد به صورت رشته‌های خطی با طول ثابت (ژنگان یا کروموزوم) کدگذاری می‌شوند و پس از آن به صورت نهادهای غیرخطی با اندازه‌ها و شکل‌های مختلف (بیان درختی) نمایش داده می‌شوند. نخستین مرحله در الگوریتم *GEP*، تولید جمعیت اولیه از راه‌حل‌ها است که می‌تواند از طریق فرآیندی کاملا تصادفی و یا با استفاده از میزانی از اطلاعات درباره‌ی مسئله انجام شود. سپس کروموزوم‌ها به صورت بیان درختی نشان داده می‌شوند که این هم مطابق با یک تابع برازش ارزیابی می‌شود. تابع برازش به طور معمول به وسیله پردازش شماری از مسئله‌ی هدف که مورد برازش نیز نامیده می‌شود ارزیابی می‌شوند. اگر کیفیت رضایت‌بخش از یک راه‌حل پیدا شود و یا نسل‌ها به شمار معینی برسند تکامل متوقف می‌شود. در صورت به دست نیامدن شرایط توقف، بهترین راه‌حل از نسل حاضر نگهداشته می‌شود و نخبه‌گزینی انجام می‌شود. دیگر راه‌حل‌ها به فرآیند گزینشی واگذار می‌شوند. بر مبنای گزینش، بهترین افراد شانس بیشتری برای تولید فرزندان دارند. کل این روند برای چندین نسل تکرار می‌شود و با پیش رفتن نسل به جلو، انتظار می‌رود که کیفیت جمعیت نیز به طور متوسط بهبود یابد (Depnath and Chaudhuri, 2010). مرحله‌های انجام الگوریتم *GEP*

$$\frac{H^*}{H_o} = F(Fr_1, C_d, \frac{H_d}{H_o}, \frac{H_o}{P}, \alpha) \quad (18)$$

که در این معادله  $Fr = \frac{U}{\sqrt{g(P+h_o)}}$  است. میزان ضریب دبی جریان نیز از معادله‌ی ۱ قابل محاسبه می‌باشد. هر یک از متغیرهای یاد شده در معادله‌ی ۱۸ در شکل ۱ و شکل ۲ نشان داده شده‌اند. استقلال خطی متغیرهای معادله‌ی ۱۸ در شکل ۴ نشان داده شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود هیچ رابطه‌ی خطی بین متغیرهای مستقل و وابسته مشاهده نمی‌شود. نبود رابطه‌ی خطی بین متغیرهای مستقل، بیانگر استقلال خطی آنان از یکدیگر است.

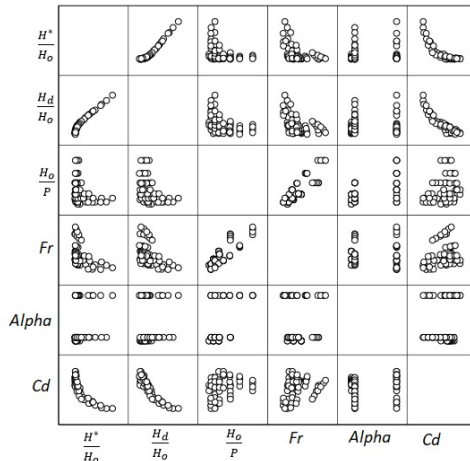


Fig. 4 Linear independence of dependent and independent variables

شکل ۴ استقلال خطی متغیرهای مستقل و وابسته

در ادامه در هر الگوریتم، ترکیب برتر از متغیرهای بی‌بعد بر مبنای بهترین میزان به دست آمده برای شاخص‌های ارزیابی تعیین و پیش‌بینی میزان  $\frac{H^*}{H_o}$  بر مبنای متغیرهای بی‌بعد مستقل انجام شد. در بخش بعدی به تفکیک نتیجه‌های مربوط به سرریز کنگره‌ای و خطی ارائه شده‌اند.

### ۳-۱- سرریز کنگره‌ای

برای اجرای الگوریتم *GEP* روی داده‌های مشاهده‌ای، ترکیب‌های مختلفی از عملگرها همراه با ویژگی‌های مختلفی از کروموزوم‌ها استفاده شدند.

جدول ۳ به ترتیب ترکیب مختلف عملگرها و ویژگی‌های نهایی کروموزوم‌ها را نشان می‌دهند. ترکیب نهایی

که در این رابطه‌ها  $x_p$  و  $x_o$  به ترتیب داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای،  $\bar{x}_p$  و  $\bar{x}_o$  به ترتیب میزان میانگین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای هستند. با توجه به اینکه شاخص‌های معادله‌های ۱۶ تا ۱۸ بیانگر میانگین خطا هستند و داوری درستی در مورد توزیع خطا ارائه نمی‌دهند برای رفع این محدودیت، (Noori et al. (2010) استفاده از آماره‌ی نسبت تفاوت توسعه داده شده<sup>۱</sup> (*DDR*) را پیشنهاد دادند:

$$DDR = \frac{x_p}{x_o} - 1 \quad (17)$$

برای مشاهده توزیع خطاها و داوری بهتر در زمینه‌ی عملکرد مدل پیش‌بینی کننده، محاسبه‌ی تابع گوسی میزان‌های *DDR* به صورت رسم توزیع نرمال استاندارد انجام می‌شود. گرایش بیشتر به سمت محور عمودی مرکزی همراه با میزان‌های بزرگ‌تر روی آن محور بیانگر دقت زیاد عملکرد مدل مورد نظر خواهد بود. برای رسم منحنی باید میزان‌های استاندارد شده *DDR* با استفاده از تابع گوسی میزان‌های نرمال شده *DDR* محاسبه شوند (Noori et al., 2010).

### ۳- یافته‌ها

به منظور تعیین فراسنجه‌های موثر در برآورد میزان  $\frac{H^*}{H_o}$  از نظریه پای-باکینگهام استفاده شد. متغیرهای تکراری شامل سرعت جریان بالادست،  $U$ ، عمق آب بالادست روی تاج سرریز در حالت آزاد،  $h_o$ ، عمق آب پایین‌دست روی تاج سرریز،  $h_d$ ، بار کل پایین‌دست روی تاج سرریز در حالت مستغرق،  $H_d$ ، ضریب دبی جریان،  $C_d$ ، ارتفاع سرریز،  $P$ ، بار کل جریان بالادست در حالت آزاد،  $H_o$ ، عمق جریان روی تاج سرریز در حالت مستغرق،  $h^*$ ، زاویه‌ی دیواره‌ی جانبی سرریز،  $\alpha$ ، شتاب ثقل،  $g$ ، جرم مخصوص آب،  $\rho$ ، لزوجت پویایی آب،  $\mu$ ، و کشش سطحی،  $\sigma$ ، در نظر گرفته شدند. با استفاده از تحلیل ابعادی و البته صرف‌نظر کردن از اثر کشش سطحی و لزوجت متغیرهای بی‌بعدی به عنوان ورودی الگوریتم‌های *GEP* و *SVM* به قرار معادله‌ی ۱۸ برای پیش‌بینی نسبت  $\frac{H^*}{H_o}$  استخراج شد:

<sup>1</sup> Developed Discrepancy Ratio



روش‌های اعتبارسنجی بهینه‌سازی کرد. میزان  $Nu$  به عنوان مرز بالایی از خطاها و حد پایین برای بردار پشتیبان عمل می‌کند. در نتیجه با افزایش  $Nu$ ، در زمان افزایش حاشیه جداسازی کلاس‌ها، خطاها افزایش می‌یابد (Fan et al., 2005). با توجه به محاسبه‌های انجام شده در این پژوهش، مشخص شد که مطلوب‌ترین پاسخ مربوط به کلاس‌بندی  $nu-SVM$  بود. در این الگوریتم، ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش و ۲۰ درصد داده‌ها برای آزمون استفاده شدند. بر مبنای بهینه‌ترین میزان‌های شاخص‌های ارزیابی، تابع کرنل از نوع  $RBF$  و میزان‌های  $\gamma$  و  $Nu$  به ترتیب ۱ و ۰/۶ به دست آمدند. ترکیب نهایی فراسنجه‌های بی‌بعد در مدل  $SVM$  شامل  $\alpha$ ،  $Fr_1$ ،  $C_d$  و  $\frac{H_d}{H_o}$  بود. توزیع خطای هر یک از الگوریتم‌های  $GEP$  و  $SVM$  طی فرآیندهای آموزش و آزمون در شکل ۶ نشان داده شده است. در جدول ۵ خلاصه‌ی نتیجه‌های به دست آمده از اجرای مدل‌های  $GEP$  و  $SVM$  طی فرآیندهای آموزش و آزمون ارائه شده است. میزان‌های

فراسنجه‌های مورد استفاده در  $GEP$  شامل  $\alpha$ ،  $Fr_1$ ،  $C_d$ ،  $\frac{H_d}{H_o}$  و  $\frac{H_o}{P}$  با ترکیب  $F4$  از عملگرهای یاد شده در جدول ۳ بودند.

جدول ۳ ترکیب عملگرها برای سرریز کنگره‌ای در الگوریتم  $GEP$

**Table 3** Functions of labyrinth weir for GEP algorithm

Function	Definition
F1	+, -, ×, ÷
F2	+, -, ×, ÷, sin, cos, tan, power, Ln, Log,
F3	+, -, ×, ÷, sinh, cosh, tanh, power
F4	+, -, ×, ÷, tanh, exp, Log, power

جدول ۴ فراسنجه‌های مورد استفاده در پیش‌بینی  $\frac{H^*}{H_o}$  در سرریز کنگره‌ای مدل  $GEP$

**Table 4** Parameters values used to predict  $\frac{H^*}{H_o}$  in labyrinth weir in  $GEP$  model

Parameters	value
Head size	7
Chromosomes numbers	30
Number of genes	3
Mutation rate	0.044
Inversion rate	0.1
One-point recombination rate	0.3
Two-point recombination rate	0.3
Gene recombination rate	0.1
Gene transposition rate	0.1
IS transposition rate	0.1
RIS transposition rate	0.1
Fitness function error type	RMSE
Linking function	+

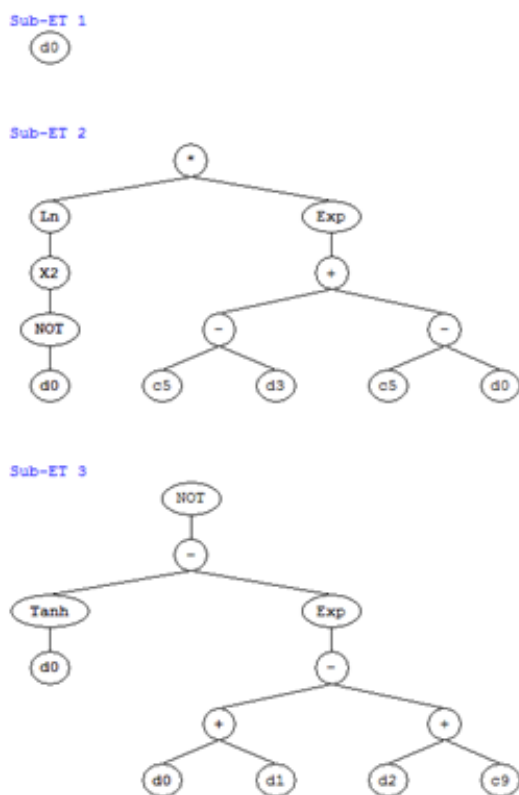


Fig. 5 Expression tree of labyrinth submerged weir regression equation

شکل ۵ بیان درختی معادله برازش سرریز کنگره‌ای مستغرق

در شکل ۵ بیان درختی الگوریتم  $GEP$  نشان داده شده است. معادله‌ی برازش یافته الگوریتم  $GEP$  با استفاده از بیان درختی ارائه شده در شکل ۵ به قرار معادله ۱۹ است:

$$\frac{H^*}{H_o} = \frac{H_d}{H_o} + \left[ \ln\left(1 - \frac{H_d}{H_o}\right) \right]^2 \times \exp(1.2821 - \alpha) + \left(1.2821 - \frac{H_d}{H_o}\right) + 1 - \left[ \tanh\left(\frac{H_d}{H_o} - \exp\left(\frac{H_d}{H_o} + \frac{H_o}{P}\right)\right) - (Fr_1 - 6.287) \right] \quad (19)$$

در اجرای مدل  $SVM$  نیز ترکیب‌های متفاوتی از متغیرهای مستقل به ازای میزان‌های مختلفی از فراسنجه تنظیمی  $\gamma$  مورد ارزیابی قرار گرفت و در نهایت بهترین ترکیب به ازای میزان‌های بهینه شاخص‌های ارزیابی مشخص شدند. در ماشین بردار پشتیبان برای طبقه‌بندی داده‌ها از دو روش  $C-SVM$  و  $Nu-SVM$  استفاده شد که مبتنی بر راه‌های متفاوت برای به کمینه رساندن تابع خطا هستند. فراسنجه  $C$  در طبقه‌بندی به روش  $C-SVM$  بر مبنای اطلاع از نویز موجود در داده‌ها انتخاب می‌شود. این میزان را می‌توان با

در شکل ۷ توزیع خطای استاندارد بر مبنای میزان  $Z_{DDR}$  برای پیش‌بینی‌کننده‌های مطرح شده در این پژوهش نشان داده شده است. برابر این شکل، میزان  $Z_{DDR(max)}$  برای مدل‌های  $SVM$ ،  $GEP$ ، معادله‌ی ۲۰ و معادله Tullis et al. به ترتیب ۴۵/۲۶۷، ۱۹/۷۳، ۲۰/۷۸۵ و ۱۹/۱۱۵ هستند. همچنین همان‌طور که مشخص است منحنی زنگوله‌ای مدل  $SVM$  نسبت به دیگر مدل‌ها به محور عمودی نزدیک‌تر است که نشان از برتری این مدل در پیش‌بینی میزان  $\frac{H^*}{H_0}$  دارد.

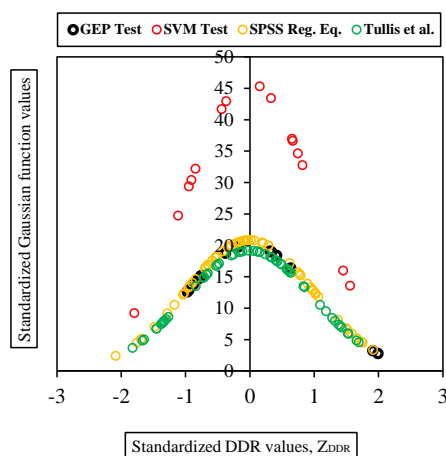


Fig. 7 Standardized normal distribution graph of DDR values for SVM, GEP, Eq. 20 and Eqs. (5 and 6)

شکل ۷ نمودار توزیع نرمال استاندارد شده  $Z_{DDR}$  برای  $SVM$ ،  $GEP$ ، معادله‌های (۵ و ۶) و معادله‌های (۲۰ و ۲۱).

خلاصه‌ی میزان شاخص‌های ارزیابی پیش‌بینی ناشی از الگوریتم‌های  $GEP$  و  $SVM$ ، معادله‌ی Tullis et al. (2007) و معادله‌ی ۲۰ در جدول ۶ ارائه شده‌اند.

جدول ۶ ارزیابی پیش‌بینی‌کننده‌های  $\frac{H^*}{H_0}$  سرریز کنگره‌ای

Table 6 Assessment of  $\frac{H^*}{H_0}$  predictors in labyrinth weir

Predictor	$R^2$	$RMSE$	$RE$	$Z_{DDR(max)}$
$SVM$	0.9996	0.0104	0.741	45.267
$GEP$	0.9992	0.0157	0.533	19.73
Eq. 20	0.9990	0.0307	8.503	20.785
Tullis et al.(2007)	0.9990	0.0285	1.756	19.115

اگرچه میزان‌های  $R^2$  و  $RMSE$  مدل‌ها تقریباً با یکدیگر برابر هستند اما خطای نسبی معادله‌ی رگرسیونی تفاوت چشمگیری نسبت به دیگر روش‌ها دارد. مهم‌ترین عامل برتری مدل  $SVM$  نسبت به دیگر پیش‌بینی‌کننده‌ها، میزان

$R^2$ ،  $RMSE$  و  $RE$  در مرحله‌های آموزش و آزمون برای هر دو الگوریتم تقریباً یکسان است. اما شاخصی که برتری مطلق مدل  $SVM$  را نسبت به  $GEP$  نشان می‌دهد  $Z_{DDR(max)}$  می‌باشد. میزان این شاخص در دوره‌ی آزمون برای مدل  $SVM$  و  $GEP$  به ترتیب ۴۵/۲۶۷ و ۱۹/۷۳ به دست آمده‌اند که گویای برتری و عملکرد بسیار مناسب الگوریتم  $SVM$  می‌باشد.

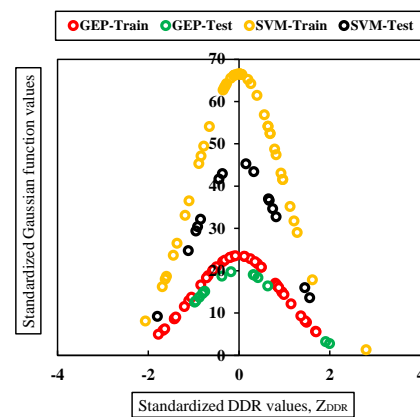


Fig. 6 Standardized normal distribution graph of DDR values for SVM and GEP algorithms in training and testing stages of labyrinth weir

شکل ۶ توزیع نرمال استاندارد شده  $Z_{DDR}$  برای الگوریتم‌های  $SVM$  و  $GEP$  طی مرحله‌های آموزش و آزمون سرریز کنگره‌ای

جدول ۵ خلاصه‌ی نتیجه‌های الگوریتم‌های  $SVM$  و  $GEP$  در مورد سرریز کنگره‌ای

Table 5 Summery results of SVM and GEP algorithm for labyrinth weir

Model name	Phase	$R^2$	$RE$	$RMSE$	$Z_{DDR(max)}$
$SVM$	Train	0.9999	3.34	0.0081	66.496
	Test	0.9996	1.741	0.0104	45.267
$GEP$	Train	0.9986	4.42	0.2225	23.48
	Test	0.9992	0.533	0.0157	19.73

همان‌طور که گفته شد برای مقایسه‌ی نتیجه‌های به دست آمده از الگوریتم‌های هوشمند با معادله‌های رگرسیونی کلاسیک، با استفاده از نرم‌افزار  $SPSS$  معادله‌ی برازش یافته‌ای به قرار معادله ۲۰ استخراج گردید:

$$\frac{H^*}{H_0} = Ln[0.648\left(\frac{H_d}{H_0}\right)^{3.09} + 0.0003\left(\frac{H_0}{P}\right)^{1.1031} + 0.4098(F_{T_1}^{1.441}) + 0.8079(\alpha^{0.0816}) + 0.4061(C_d^{0.2639}) + 1.2256] \quad (20)$$

۳-۲- سرریز خطی

در جدول ۷ به ترتیب ترکیب عملگرها و ویژگی‌های بهینه‌ترین کروموزوم برای الگوریتم *GEP* برای این سرریز ارائه شده است. ترکیب نهایی فراسنجه‌های مستقل شامل  $\frac{H_d}{H_o}$  و  $Fr_1$  بر مبنای ترکیب *F4* از عملگرهای یاد شده در جدول ۷ بود. بیان درختی الگوریتم *GEP* در زمینه سرریز خطی در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۷ ترکیب عملگرها برای سرریز خطی در الگوریتم *GEP*

Table 7 Combination of functions for linear weir for *GEP* algorithm

Number	Function	Definition
1	<i>F1</i>	+, -, *, /, ^
2	<i>F2</i>	+, -, *, /, sin, cos, tan, power
3	<i>F3</i>	+, -, *, /, power, log, exp, sin, cos
4	<i>F4</i>	+, -, *, /, exp, power, Arctg

جدول ۸ میزان‌های فراسنجه‌های مورد استفاده در برآورد  $\frac{H^*}{H_o}$

در سرریز خطی

Table 8 Parameters values used to predict  $\frac{H^*}{H_o}$  in linear weir

Parameters	value
Head size	8
Chromosomes numbers	30
Number of genes	4
Mutation rate	0.044
Inversion rate	0.1
One-point recombination rate	0.3
Two-point recombination rate	0.3
Gene recombination rate	0.1
Gene transposition rate	0.1
IS transposition rate	0.1
RIS transposition rate	0.1
Fitness function error type	RMSE
Linking function	+

معادله‌ی برازش *GEP* بر مبنای بیان درختی ارائه شده در

شکل ۱۰ به قرار معادله‌ی ۲۱ است:

$$\frac{H^*}{H_o} = [0.0044 + 0.048 \frac{H_d}{H_o}] + \exp(\arctan \frac{H_d}{H_o} - (\frac{H_d}{H_o} + Fr_1)) + (Fr_1 - \frac{H_d}{H_o}) + \frac{H_d}{H_o} \quad (21)$$

در زمینه‌ی الگوریتم *SVM* نیز با تعیین بهترین تابع کرنل و بهینه‌ترین میزان فراسنجه تنظیمی  $\gamma$  بر مبنای شاخص‌های ارزیابی، شبیه‌سازی فراسنجه  $\frac{H^*}{H_o}$  انجام شد. در خصوص این نوع سرریز نیز الگوریتم *Nu-Class* منجر به بهینه‌ترین پاسخ شد. در این سرریز نیز تابع کرنل از نوع *RBF* و میزان  $\gamma$

شاخص  $Z_{DDR(max)}$  با میزان ۴۵/۲۶۷ می‌باشد که اختلاف بسیار زیادی با میزان‌های متناظر دیگر مدل‌ها دارد. در شکل ۸ داده‌های مشاهده‌ای در برابر داده‌های محاسبه‌ای توسط مدل‌های یاد شده در جدول ۶ در سطح اطمینان ۹۵ درصد رسم شده است. مدل‌های *GEP*، *SVM* و *Tullis et al.* (2007) سازگاری مناسب‌تری نسبت به معادله ۲۰ دارند. با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی و به کمک مدل‌های پیش‌بینی ارائه در جدول ۶ منحنی دبی-اشل برای شرایط مستغرق سرریز کنگره‌ای در شکل ۹ ترسیم شده است.

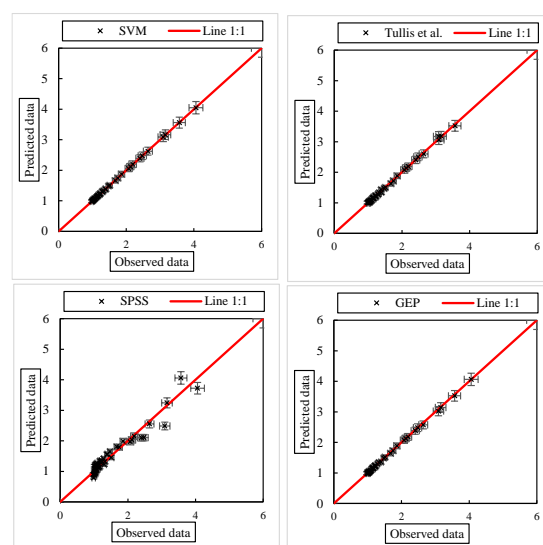


Fig. 8 Measured-Predicted values of  $\frac{H^*}{H_o}$  in confidence level 95 percent for labyrinth weir

شکل ۸ داده‌های مشاهده‌ای-محاسبه‌ای  $\frac{H^*}{H_o}$  در سطح اطمینان ۹۵ درصد سرریز کنگره‌ای

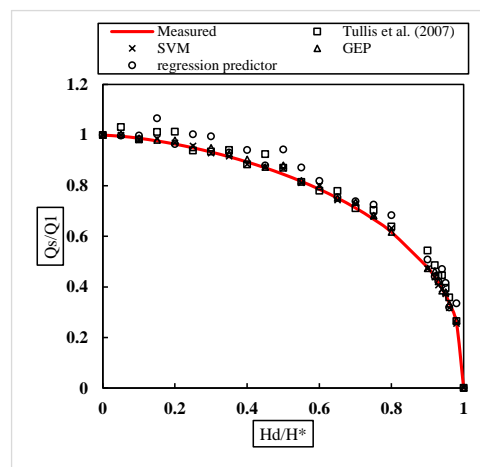


Fig. 9 Stage-discharge graph of labyrinth submerged weir extracted from predictors

شکل ۹ منحنی دبی-اشل سرریز کنگره‌ای مستغرق مستخرج از مدل‌های پیش‌بینی

برای  $Z_{DDR}$  پیش‌بینی کننده‌های میزان  $\frac{H}{H_0}$  در مورد سرریز خطی مستغرق ارائه شده است. میزان  $Z_{DDR(max)}$  برای SVM،  $GEP$ ، معادله‌ی ۲۲ و معادله‌ی Tullis et al. (2007) برای محاسبه‌ی  $\frac{H}{H_0}$  به ترتیب  $\frac{67}{91}$ ،  $\frac{63}{73}$ ،  $\frac{8}{76}$  و  $\frac{60}{69}$  است که نشان از عملکرد برتر مدل SVM نسبت به دیگر پیش‌بینی کننده‌ها دارد.

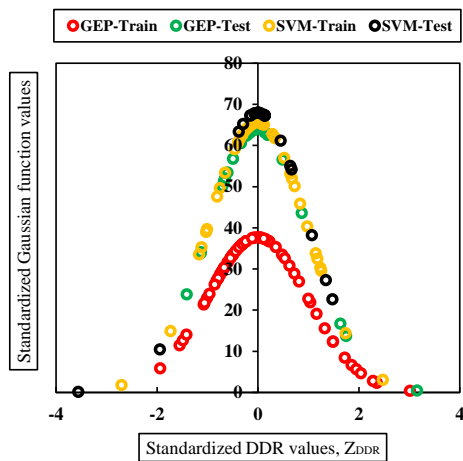


Fig. 11 Standardized normal distribution graph of  $DDR$  values for  $SVM$  and  $GEP$  algorithms in training and testing stages of linear weir

شکل ۱۱ نمودار توزیع نرمال استاندارد شده  $DDR$  برای  $SVM$  و  $GEP$  در مرحله‌های آموزش و آزمون سرریز خطی

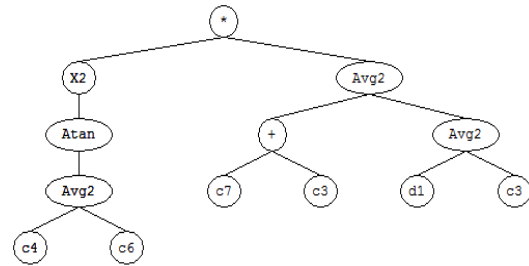
جدول ۹ خلاصه‌ی نتیجه‌های الگوریتم‌های  $SVM$  و  $GEP$  در مورد سرریز خطی

Table 9 Summery results of  $SVM$  and  $GEP$  algorithm for linear weir

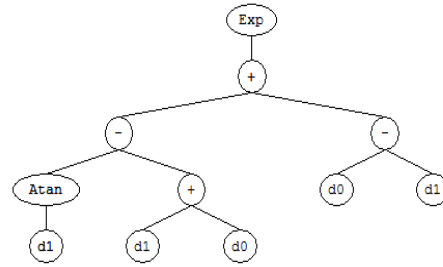
Model name	Phase	$R^2$	$RE$	$RMSE$	$Z_{DDR(max)}$
SVM	Train	0.9998	0.439	0.0077	52.764
	Test	0.9996	0.320	0.0066	67.91
GEP	Train	0.9996	0.785	0.0121	37.63
	Test	0.9998	0.5432	0.0088	63.73

میزان‌های عددی دیگر شاخص‌های ارزیابی عملکرد مدل‌ها، در جدول ۱۰ ارائه شده‌اند که گویای برتری مدل SVM هستند. نمودار داده‌های مشاهده‌ای در برابر داده‌های محاسبه‌ای در سطح اطمینان ۹۵ درصد در شکل ۱۳ رسم شده است.

Sub-ET 1



Sub-ET 2



Sub-ET 3



Fig. 10 Expression tree of linear submerged weir regression equation

شکل ۱۰ بیان درختی معادله‌ی برازش سرریز خطی مستغرق

و  $Nu$  به ترتیب  $0.5$  و  $0.5$  بر مبنای بهینه‌ترین میزان‌های شاخص‌های ارزیابی تعیین شدند. توزیع خطای هر یک از الگوریتم‌های  $GEP$  و  $SVM$  طی فرآیندهای آموزش و آزمون در شکل ۱۱ نشان داده شده است. میزان  $Z_{DDR(max)}$  در مرحله‌ی آموزش برای  $SVM$  و  $GEP$  به ترتیب  $\frac{52}{764}$  و  $\frac{37}{63}$  و برای مرحله‌ی آزمون به ترتیب  $\frac{67}{91}$  و  $\frac{63}{73}$  محاسبه شده‌اند. میزان‌های شاخص  $Z_{DDR(max)}$  حاکی از برتری مدل SVM نسبت به  $GEP$  می‌باشد. خلاصه‌ی نتیجه‌های دیگر میزان‌های شاخص‌های ارزیابی در جدول ۹ ارائه شده‌اند.

معادله‌ی رگرسیونی کلاسیک برازش داده شده روی داده‌های سرریز مستغرق خطی، با استفاده از نرم‌افزار SPSS، که منجر به بهینه‌ترین میزان‌های شاخص‌های ارزیابی آماری گردید به قرار معادله‌ی ۲۲ است:

$$\frac{H}{H_0} = [-3.78 Fr_1^{0.0285} + 3.74 (\frac{H_d}{H_0})^{-0.0807}] + Fr_1 + \frac{H_d}{H_0} \quad (22)$$

در شکل ۱۲ نمودار توزیع خطای استاندارد بر اساس میزان

۳-۳- تجزیه و تحلیل حساسیت

انجام تجزیه و تحلیل حساسیت در سرریزهای کنگره‌ای و خطی با حذف مرحله‌ای هر یک از فراسنجه‌های مستقل موجود در ترکیب نهایی آنان و تعیین میزان تغییرپذیری‌های شاخص‌های ارزیابی انجام شد. بهترین ترکیب در الگوریتم SVM برای سرریز کنگره‌ای مستغرق مشتمل بر فراسنجه‌های  $\alpha$ ,  $Fr_1$ ,  $Cd$ ,  $\frac{H_d}{H_o}$  و  $\frac{H_o}{P}$  با شاخص‌های ارزیابی محاسبه شده در جدول ۵ است. با حذف هر یک از فراسنجه‌های مستقل پنجگانه میزان شاخص‌های ارزیابی در سرریز کنگره‌ای دوباره محاسبه شد. نتایج محاسبه‌ها نشان داد بیشترین کاهش دقت الگوریتم SVM با حذف فراسنجه  $Fr_1$  رخ داد. میزان شاخص‌های مربوط به حذف  $Fr_1$  در جدول ۱۱ ارائه شده است. مقایسه بین میزان شاخص‌های ارزیابی پیش و پس از حذف  $Fr_1$  در شکل ۱۴ نشان داده شده است. بنابراین در سرریز کنگره‌ای مستغرق، عدد  $Fr_1$  بیشترین تاثیر را در رابطه‌ی-اشل دارد.

جدول ۱۱ تجزیه و تحلیل حساسیت سرریز کنگره‌ای مستغرق

با حذف  $Fr_1$

Table 11 Sensitivity analysis of labyrinth submerged weir with  $Fr_1$  dropping

Model name	Phase	$R^2$	RE	RMSE
SVM	Train	0.5248	10.25	0.5897
	Test	0.5472	9.875	0.6054

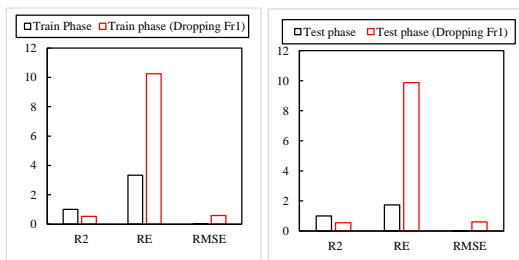


Fig. 14 Sensitivity analysis of submerged labyrinth weir

شکل ۱۴ تجزیه و تحلیل حساسیت سرریز کنگره‌ای مستغرق فراسنجه‌های مستقل مورد استفاده در الگوریتم SVM برای سرریز خطی لبه تیز شامل  $Fr_1$  و  $\frac{H_d}{H_o}$  با میزان شاخص‌های ارزیابی ارائه شده در جدول ۹ بودند. از بین این دو فراسنجه، بیشترین کاهش در میزان شاخص‌های ارزیابی برابر جدول ۱۲ با حذف  $\frac{H_d}{H_o}$  مشاهده شد. در شکل ۱۵ میزان شاخص‌های ارزیابی پیش و پس از حذف  $\frac{H_d}{H_o}$  در الگوریتم SVM نشان داده شده است.

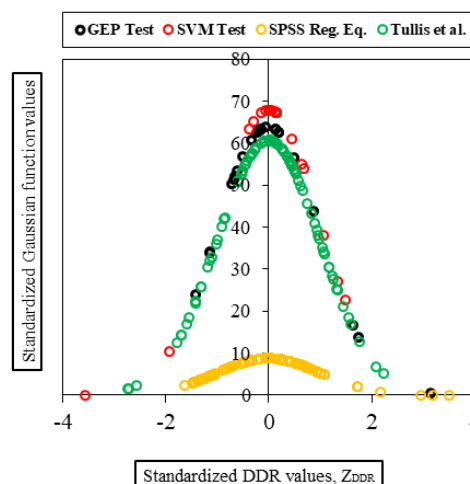


Fig. 12 Standardized normal distribution graph of DDR values for SVM, GEP, Eq. 22 and Eqs. (3 and 4)

شکل ۱۲ نمودار توزیع نرمال استاندارد شده  $DDR$  برای SVM، GEP، معادله ۲۲ و معادله‌های (۳ و ۴)

جدول ۱۰ ارزیابی پیش‌بینی کننده‌های  $\frac{H^*}{H_o}$  سرریز خطی مستغرق

Table 10 Assessment of  $\frac{H^*}{H_o}$  predictors in linear submerged weir

Predictor	$R^2$	RMSE	RE	$Z_{DDR(max)}$
SVM	0.9996	0.0066	0.320	67.91
GEP	0.9998	0.0088	0.5432	63.73
Eq. 22	0.9965	0.0507	3.444	8.76
Tullis et al. (2007)	0.9997	0.0118	0.6530	60.69

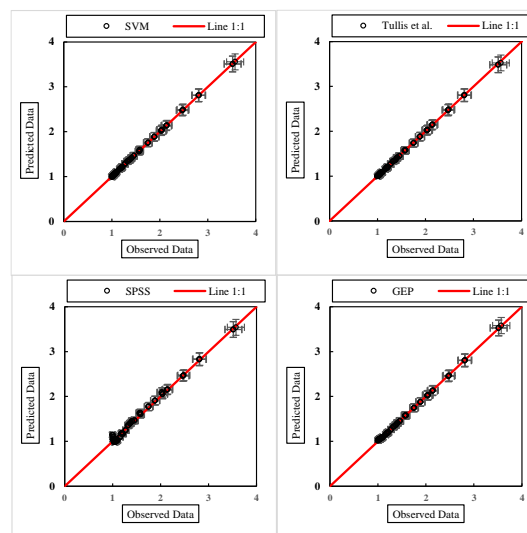


Fig. 13 Measured-Predicted values of  $\frac{H^*}{H_o}$  in confidence level 95 percent for linear weir

شکل ۱۳ داده‌های مشاهده‌ای-محاسبه‌ای  $\frac{H^*}{H_o}$  در سطح اطمینان ۹۵ درصد سرریز خطی

به طوری که با حذف این دو فراسنجه از ترکیب متغیرهای مستقل، بیشترین کاهش در میزان شاخص‌های ارزیابی به دست آمد.

### ۵- فهرست نشانه‌ها

$H_d$	بار کل جریان مستغرق پایین دست ( $m$ )
$H^*$	بار کل جریان مستغرق بالادست ( $m$ )
$H_o$	بار کل جریان آزاد بالادست ( $m$ )
$Fr$	عدد فرود (-)
$C_d$	ضریب دبی (-)
$Q_l$	دبی جریان آزاد ( $m^3.s^{-1}$ )
$Q_s$	دبی جریان مستغرق ( $m^3.s^{-1}$ )
$P$	ارتفاع سرریز ( $m$ )
$L$	طول سرریز ( $m$ )
$U$	سرعت جریان ( $m.s^{-1}$ )
$w$	شمار چرخه‌های سرریز (-)
	نشانه‌های یونانی:
$\alpha$	زاویه دیوار جانبی (-)
$\rho$	جرم مخصوص ( $kg.m^{-3}$ )
$\sigma$	کشش سطحی ( $N.m^{-1}$ )
$\mu$	لزوجت پویایی ( $N.s.m^{-2}$ )

### ۶- منبع‌ها

Abbaspour1, A., Abdolahpour, M. and Salmasi, F. (2013). Numerical Simulation of Flow over Rectangular Broad-crested weir with Upstream and Downstream Side Slopes Using Fluent Model. Journal of water and soil science, 23(4), 265-276. (In Persian)

Akbari, M., Salmasi, F., Arvanaghi, H., Karbasi, M. and Farsadizadeh, D. (2019). Application of Gaussian Process Regression Model to Predict Discharge Coefficient of Gated Piano Key Weir. Water Resources Management, 33, 3929-3947.

Azimi, H., Bonakdari, H. and Ebtehaj, I. (2019). Design of radial basis function-based support vector regression in predicting the discharge coefficient of a side weir in a trapezoidal channel, Applied Water Science, 9, 78-90.

Clemmens, A.J., Wahl, T.L., Bos, M.G. and Replogle, J.A. (2001). Water measurement with flumes and weirs. Rep. No. 58, International Institute for Land Reclamation and Improvement, Wageningen, The Netherlands.

جدول ۱۲ تجزیه و تحلیل حساسیت سرریز خطی مستغرق با

$$\frac{H_d}{H_o}$$

Table 12 Sensitivity analysis of linear submerged weir with  $\frac{H_d}{H_o}$  dropping

Model name	Phase	$R^2$	RE	RMSE
SVM	Train	0.1125	8.657	0.96587
	Test	0.13405	7.6598	0.85487

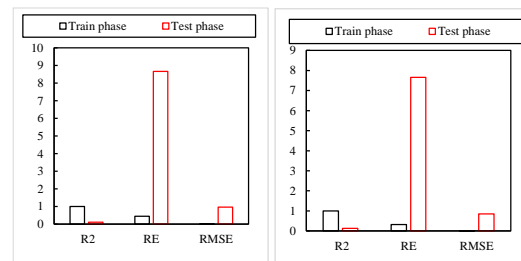


Fig. 15 Sensitivity analysis results of submerged linear weir

شکل ۱۵ تجزیه و تحلیل حساسیت سرریز خطی مستغرق

### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، افزایش دقت پیش‌بینی رابطه‌ی دبی-اشل برای سرریزهای کنگره‌ای و خطی مستغرق با استفاده از مدل‌های هوشمند SVM و GEP بر مبنای داده‌های آزمایشگاهی (Tullis et al. (2007) انجام گرفت. با استفاده از تحلیل ابعادی، پنج فراسنجه بی‌بعد  $\alpha$  و  $\frac{H_o}{P}$ ،  $\frac{H_d}{H_o}$ ،  $C_d$ ،  $Fr_l$  به عنوان متغیرهای مستقل برای پیش‌بینی میزان  $\frac{H^*}{H_o}$  استخراج شدند. ارزیابی عملکرد الگوریتم‌ها با چهار شاخص  $RE$ ،  $RMSE$  و  $R^2$  انجام شد. در زمینه‌ی سرریز کنگره‌ای مستغرق الگوریتم SVM کارکرد بهتری نسبت به الگوریتم GEP داشت. فراسنجه‌های مستقل مورد استفاده در مدل SVM شامل  $\alpha$  و  $\frac{H_d}{H_o}$ ،  $C_d$ ،  $Fr_l$  بودند. در سرریز خطی نیز الگوریتم SVM با دارا بودن بهینه‌ترین میزان شاخص‌های ارزیابی، به عنوان مدل برتر برای پیش‌بینی  $\frac{H^*}{H_o}$  مشخص شد. دو فراسنجه‌ی  $Fr_l$  و  $\frac{H_d}{H_o}$  به عنوان بهترین ترکیب متغیرهای بی‌بعد برای پیش‌بینی میزان  $\frac{H^*}{H_o}$  تعیین شدند. از بین متغیرهای به کار گرفته شده برای هر سرریز، با تجزیه و تحلیل حساسیت، تاثیرگذارترین فراسنجه تعیین شد. در سرریز کنگره‌ای فراسنجه  $Fr_l$  و در سرریز خطی فراسنجه  $\frac{H_d}{H_o}$  به عنوان اثرگذارترین فراسنجه شناسایی شدند

- key weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*, 68, 1-18.
- Kumar, S., Ahmad, Z. and Mansoor, T. (2011). A new approach to improve the discharging capacity of sharp-crested triangular plan form weirs, *Flow Measurement and Instrumentation*, 22, 175-180.
- Leite Ribeiro, M., Bieri, M., Boillat, J.L., Schleiss, A.J., Singhal, G. and Sharma, N. (2012). Discharge Capacity of Piano Key Weirs, *Journal of Hydraulic engineering*, 138, 199-203.
- Majedi Asl M. and Fuladipannah M. (2019). Application of the evolutionary methods in determining the discharge coefficient of triangular labyrinth weirs. *Journal of Water and Soil Science*, 22(4), 279-290.
- Meshkavati Toroujeni<sup>1</sup>, S.J., Emadi A.R., Dehghani, A.A. and Msoudian, M. (2017). Experimentally Investigation of Discharge Coefficient at Trapezoidal Labyrinth Weirs. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 5(11), 852-864. (In Persian)
- Nikpiek, P. and Kashefipour, S.M. (2014). Effect of the hydraulic conditions and structure geometry on mathematical modelling of discharge coefficient for duckbill and oblique weirs. *Journal of Irrigation Sciences and Engineering*, 39(1), 1-10. (In Persian)
- Noori, R. Khakpour, A., Omidvar, B. and Farokhnia, A. (2010). Comparison of ANN and principal component analysis-multivariate linear regression models for predicting the river flow based on developed discrepancy ratio statistic. *Expert Systems with Applications*, 37, 5856-5862.
- Norouzi, R., Daneshfaraz, R. and Ghaderi, A. (2019). Investigation of discharge coefficient of trapezoidal labyrinth weirs using artificial neural networks and support vector machines. *Applied Water Science*, 9, 148-158.
- Roshangar, K., Majedi, M., Aalami M.T. and Shiri, J. (2018). Experimental Evaluation of Free and Submerged Flow over Piano Key Weirs. *Irrigation and Drainage Structures Engineering Research*, 19(70), 113-126. (In Persian)
- Roushangar, K. Aalami, M.T. and Mirheidarian, S. (2014). The Efficiency of Gene Expression Programming Method to Estimate the Scour Depth in Cohesive and Non-Cohesive Soil Beds at the Bridge Piers. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 44(2), 21-33. (In Persian)
- Roushangar, K., Foroudi Khowr, A., and Saneie, M. (2017). Prediction of Discharge Coefficient for Ogee Spillway with Curve Axis Using Support Vector Machine by Comparison with Adaptive Neuro Crookston, B.M. (2010). Labyrinth weirs. Ph.D. thesis, Utah State University, Logan, UT.
- Dabling, M.R. (2014). Nonlinear weir hydraulics. M.Sc. Thesis. Utah State University, Logan, UT.
- Depnath, K. and Chaudhuri, S. (2010). *Laboratory Engineering*, ASCE, 121(3), 247-255.
- Dizabadi, Sh., Seyed Hakim, S. and Azimi A.H. (2020). Discharge characteristics and structure of flow in labyrinth weirs with a downstream pool. *Flow Measurement and Instrumentation*, 71, 1-16.
- Experimental on Local Scour around Cylinder for Clay-sand Mixed Beds. *Engineering Geology*, 51 (61), 1-11.
- Falvey, H. T. (2003). Hydraulic design of labyrinth weirs, ASCE, Reston, Va.
- Fan, R.E., Chen, P.H. and Lin, C.J. (2005). Working Set Selection Using Second Order Information for Training Support Vector Machines. *Journal of Machine Learning Research*, 6, 1889-1918.
- Foroudi Khowr, A., Saneie, M. and Azhdari Moghaddam, M. (2017). Comparison of Adaptive Neuro Fuzzy Inference System (ANFIS) and Support Vector Machines (SVM) for discharge capacity prediction of a sharp-crested Weirs. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*, 5(11), 772-784. (In Persian)
- Francis, J.B. (1884). Experiments on the flow of water over submerged weirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, ASCE, 13, 303-312.
- Fteley, A. and Stearns, F. P. (1883). Description of some experiments on flow of water made during the construction of works for conveying water of Sudbury River to Boston. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, ASCE, 12, 101-108.
- Hay, N. and Taylor, G. (1970). Performance and design of labyrinth weirs. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE. 96 (11), 2337-2357.
- Heydari, M., Ahmadi, M.M and Rahimpour, M. (2012). Experimental Investigation of Combined flow over weirs and below Gates. *Journal of Irrigation and Water Engineering*, 2(8), 66-77. (In Persian)
- Kabiri-Samani, A.R., Ansari, A., and Borghei, S.M. (2010). Hydraulic behaviour of flow over an oblique weir. *J. Hydraulic Research*. 48(5), 669-673.
- KarimiChahartaghi, M., Nazari, S., and Mahmoodian Shooshtari, M. (2019). Experimental and numerical simulation of arced trapezoidal piano

Fuzzy Inference System. Iranian Journal of Irrigation and Drainage, 4(11): 647-657. (In Persian)

Roushangar, K., Alami, M.T., Shiri, J. and Majedi Asl, M. (2018). Determining discharge coefficient of labyrinth and arced labyrinth weirs using support vector machine. Hydrology research, 49(3), 924-938.

Safarzadeh1, A., Khayat Rostami, S and Khayat Rostami, B. (2019). Study of water head effects on discharge distribution and streamlines pattern over the asymmetric rectangular piano key weirs. Journal of Hydraulics, 14(1), 1-17. (In Persian)

Seo, I.W., Do, K.Y., Park, Y.S. and Song, C.G. (2016). Spillway discharges by modification of weir shapes and overflow surroundings. Environmental Earth Science, 75(6), 496-509.

Taylor, G. (1968). The performance of labyrinth weirs. Ph.D. thesis, University of Nottingham, Nottingham, U.K.

Tullis B.P. and Neilson J. (2008). Performance of Submerged Ogee-Crest Weir Head-Discharge Relationships. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 134(4), 486-491.

Tullis J.P., Nosratollah A. and Waldron D. (1995). Design of Labyrinth Spillways. Journal of Hydraulic Eng., 121(3), 247-255.

Tullis, B.P., Young, J.C. and Chandler, M.A. (2007). Head-Discharge Relationships for Submerged Labyrinth Weirs. Journal of hydraulic engineering, ASCE, 133, 248-254.

U.S. Bureau of Reclamation (USBR). (1987). Design of small dams, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.

Vapnik. V. (1995). The Nature of Statistical Learning Theory. Springer-Verlag. New York. 187P.

Villemonte, J.R. (1947). Submerged weir discharge studies. Engineering News-Record, 139(26), 54-56.

Zerihun, Y.T. and Fenton, J.D. (2007). A Boussinesq-type model for flow over trapezoidal profile weirs. Journal of Hydraulic Research, 45(4), 519-528.