


# Study on stability and sensitivity analysis of protective riprap layer placed around bridge pier by using reliability analysis theory

Mojtaba Karimaei Tabarestani \*

Assistant Professor of Water and Hydraulic Structure Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Lavizan, Tehran, Iran.

\*[karimaei@sru.ac.ir](mailto:karimaei@sru.ac.ir)

Received: 31 August 2019, Accepted: 15 February 2020  J. Hydraul. Homepage: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

## Abstract

**Introduction:** The formation of scour hole around bridge pier is recognized as the number one cause of bridge failure. This phenomenon results from a complex flow field with large-scale turbulence structures generated by flow around the pier. On the other hand, predicting the stability of the scour countermeasure around bridge pier such as riprap layer is one of the main challenges in hydraulic engineering. However, the damage mechanism of the riprap layer is a very complicated phenomena and many uncertainties affect the exact estimation of different effective parameters in riprap stone design. Therefore, quantifying these uncertainties by using reliability analysis to ensure the stability of the bridge is necessary. Recently, reliability analysis methods have been highly considered due to their high ability to optimize engineering designs and improve project exploitation. Reliability analysis provides a systematic and organized framework to minimize model uncertainties. In addition, it allows the designer to determine the role of each of the effective parameters in the uncertainty of model output. This is essential for identifying important parameters in order to pay more attention to them to achieve their exact value and effect, and ultimately reduce the uncertainty of the model output.

**Methodology:** In the present study, the stability of riprap layer was considered by using a reliability-based framework. Monte Carlo Simulation Technique (MCST) and First Order Reliability Method (FORM) were established to determine the stability of riprap layer against shear failure. In FORM, the reliability is measured in terms of a reliability index,  $\beta$ , and it is related to the probability of failure or probability of limit state violation for any limit state. In addition, MCST consists of drawing samples of the basic variables according to their probabilistic characteristics and then feeding them into the limit state function and therefore the probability of failure,  $P_f$ , can be found. MCST is considered in principle an exact method, and, FORM as an approximate method. However, FORM is computationally fast and inexpensive as compared to MCST. The first stage in reliability analysis or evaluation of the probability of a system failure is to determine a limit state or performance function between the basic random variables. The equation presented by Karimaei and Zarrati (2013) and Karimaei et al. (2015) is used here as limit state equation. The advantage of this equation is that it can be used for unprotected and protected piers with a collar and circular as well as rectangular piers, and aligned or skewed piers corresponding to the flow direction. The

application of the present method was illustrated in an applied example which is a bridge with two piers located in the main channel and flood plain. The data for this case study was extracted from different previous studies.

**Results and discussion:** At first, results showed that  $\beta$  values and  $P_f$  obtained using FORM are having close proximity with MCST results. Therefore, it is also appropriate to use FORM for reliability assessment of riprap layer around bridge pier. In addition, it was found that due to existing uncertainties, the stability of designed riprap size which was calculated from deterministic method was low and equal to 44% for the pier placed in the main channel and 28% for the pier in the flood plain. In addition, two equations between safety factor and reliability index was determined for riprap size design placed around bridge pier in the main channel or flood plain. Results showed that by increasing the reliability index parameter, the safety factor should be increased. Using these equations one can find out an appropriate value of safety factor for desired riprap layer reliability. For example, these equations give the safety factor corresponding to target reliability index ( $\beta_T = 3$ ) as 2.93 and 1.46 for the riprap layer size placed around bridge pier located in the main and flood channels, respectively. Next, sensitivity analysis was performed to examine the impact of each random variable on the probability of riprap layer stability in the reliability method. Results showed that the most critical parameter affecting the reliability of riprap size was the mean flow velocity, so that by decreasing the amount of this parameter for about 75% from the Mean value, the amount of parameter  $\beta$  increased for more than 16 times. Therefore, this parameter needs to be determined more accurately in riprap design to decrease the failure probability of riprap layer, efficiently. Finally, the effect of parameters' uncertainties on reliability analysis of riprap layer was investigated. Results showed that for all of the effective parameters by increasing the parameters' uncertainties, the stability of riprap layer decreases.

**Conclusion:** Present reliability assessment methodology showed that due to existing uncertainties, the stability of designed riprap size which was calculated from deterministic method was not reliable as desired. In addition, an overall influence of various random variables on riprap layer's reliability was assessed through sensitivity analysis. It was shown that if through better quality control; regular maintenance and proper care uncertainties can be minimized, reliability of riprap layer could be improved.

**Keywords:** Bridge pier, Protective riprap layer, Monte Carlo Simulation Technique, First Order Reliability Method, Reliability index parameter, Sensitivity analysis.

# ارزیابی پایداری و تحلیل حساسیت لایه سنگچین محافظ در اطراف پایه‌های پل بر مبنای تحلیل قابلیت اطمینان

مجتبی کریمائی طبرستانی\*

استادیار گروه مهندسی ژئوتکنیک و آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

\*karimaei@sru.ac.ir

دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۰۹، پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۲۶، وب‌گاه نشریه هیدرولیک: [www.jhyd.iha.ir](http://www.jhyd.iha.ir)

**چکیده:** شکست و آسیب‌های وارد بر سازه‌های محافظت از آبشستگی مانند سنگچین بسیار پیچیده بوده و موارد عدم قطعیت مختلفی در برآورد فراسنجه‌های موثر در تعیین اندازه پایدار آن وجود دارند. در نتیجه استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان برای کمی‌سازی این عدم قطعیت‌ها و تعیین احتمال پایداری لایه سنگچین بسیار موثر و سودمند خواهد بود. در تحقیق حاضر با استفاده از دو روش تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول و روش شبیه‌سازی مونت کارلو، اقدام به بررسی پایداری لایه محافظ سنگچین در اطراف پایه پل شد. یک مثال کاربردی با دو پایه مستقر در آبراهه اصلی و دشت سیلابی بررسی شد. نتایج تحلیل نشان داد که عدم قطعیت‌های موجود در فراسنجه‌های موثر مانند سرعت و عمق جریان می‌تواند قابلیت اطمینان لایه سنگچین را به شدت کاهش دهد به گونه‌ای که احتمال شکست لایه سنگچین در حالتی که از روش قطعی برای طراحی اندازه سنگ استفاده شد، در حدود ۴۴ درصد برای پایه مستقر در آبراهه اصلی و ۲۸ درصد برای پایه مستقر در دشت سیلابی می‌باشند. در ادامه بررسی ارتباط مابین ضریب ایمنی در طراحی کلاسیک قطعی و ضریب قابلیت اطمینان نشان داد که یک رابطه خطی مستقیم بین آنها برقرار است. همچنین تحلیل حساسیت فراسنجه‌های موثر شامل مشخصات جریان، پایه پل و بستر نشان داد که مهم‌ترین فراسنجه در قابلیت اطمینان لایه سنگچین، سرعت میانگین جریان می‌باشد که نیاز به تمهیدهای ویژه برای برآورد دقیق‌تر آن وجود دارد.

**کلیدواژه‌ها:** پایه پل، لایه سنگچین محافظ، تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول، شبیه‌سازی مونت کارلو، ضریب قابلیت اطمینان، تحلیل حساسیت.

## ۱- مقدمه

اطراف پایه و رویارویی با آبشستگی می‌باشد. استفاده از سنگچین یکی از معمول‌ترین روش‌های مدیریت و مهار آبشستگی در اطراف پایه‌های پل می‌باشد که از دیرباز مورد توجه محققان و طراحان بوده است. نتایج بررسی‌های محققان نشان می‌دهد که این روش حفاظت از آبشستگی در صورتیکه سنگ در دسترس باشد و اندازه سنگ‌ها و محدوده پوشش سنگچین کافی و مناسب طرح شده باشد، روشی بسیار اقتصادی و مقرون به صرفه است (Richardson and Davis, 1995). نکته مهم دیگر در مورد سنگچین آنکه این روش حفاظت برای حل مشکل آبشستگی پل‌های ساخته شده نیز قابل استفاده می‌باشد. با توجه به پیچیدگی‌های حاکم بر پدیده شکست سنگچین در

پدیده آبشستگی موضعی در اطراف پایه پل به عنوان یکی از اصلی‌ترین عامل‌های شکست پل‌ها، از دیرباز مورد توجه بسیاری قرار داشته است. این پدیده به علت تغییر شدید الگوی جریان در اطراف پایه‌های پل مستقر در یک آبراهه رسوبی بوجود می‌آید. در واقع پایه پل با تولید یک گردایان فشار معکوس، موجب جداشدگی سه‌بعدی لایه مرزی در بالادست خود شده و ضمن تغییر شدید توزیع تنش برشی در بستر اطراف پایه، موجب شکل‌گیری حفره آبشستگی می‌شود.

بیشتر بررسی‌هایی که در زمینه پدیده آبشستگی انجام شده است، شامل بررسی روش‌های مختلف محافظت از بستر

اطراف پایه‌های پل، بررسی‌ها در زمینه پایداری سنگچین و ارائه روش‌های طراحی مناسب (به طور عمده آزمایشگاهی) و با استفاده از مدل‌های فیزیکی انجام شده است. بیشتر محققان تلاش در ارائه رابطه‌هایی برای برآورد اندازه پایدار سنگچین داشته‌اند (Richardson and Davis, 1995; Lauchlan and Melville, 2001; Karimaei and Zarrati, 2013). همان‌گونه که در شکل ۱ مشخص است نتایج بررسی‌های Chiew (1995) در زمینه چگونگی خرابی سنگچین در اطراف پایه پل نشان می‌دهد که علت خرابی در شرایط آب زلال بدون حمل رسوب از بالادست می‌تواند ناشی از سه عامل باشد: (۱) شکست برشی سنگچین<sup>۱</sup> که ناشی از اعمال نیروهای ناشی از جریان روی دانه‌های سنگچین دور پایه تا حدی که این دانه‌ها توانایی مقاومت در برابر آنرا نداشته و حرکت کنند، می‌باشد. در واقع به علت وجود پایه تنش برشی و نیروی مماسی جریان بر روی سنگچین به صورت موضعی در فضای اطراف پایه افزایش می‌یابد. مقاومت دانه‌های سنگچین در برابر این نوع خرابی وابسته به فراسنجه‌های مختلف دانه‌ها مانند اندازه، شکل، وزن مخصوص و انحراف از معیار توزیع دانه‌ها و همچنین تراز قرارگیری سنگچین نسبت به بستر جریان می‌باشد. (۲) شکست غربالی<sup>۲</sup> که در آن به علت ضخامت ناکافی لایه سنگچین، مصالح ریز بستر به درون حفره‌های مابین دانه‌های سنگچین نفوذ کرده و ناپایداری آنرا موجب می‌شوند. چپو پیشنهاد می‌کند که اگر ضخامت لایه سنگچین حداقل سه برابر اندازه میانگین سنگ‌ها باشد این نوع شکست رخ نمی‌دهد. (۳) شکست لبه‌ای<sup>۳</sup> که به علت ناپایداری و حرکت دانه‌های سنگ در لبه لایه سنگچین در مرز با مصالح بستر شکل می‌دهد (شکل ۱-b). اگر ابعاد محدوده پوشش سنگچین دور پایه کافی نباشد به طوری که جریان‌ها و گرداب‌های موضعی بوجود آمده توسط پایه بتوانند روی بستر ریزدانه تاثیر بگذارند در نقاطی از بستر کناره سنگچین آب شستگی رخ می‌دهد. با بزرگتر شدن این حفره‌ها و تشکیل گودال دور سنگچین، سنگ‌های لبه یکی پس از دیگری به درون گودال سقوط می‌کنند و به این صورت لایه

غربالی و لبه‌ای در نظر گرفته شده است. یکی از مهم‌ترین موضوع‌هایی که در سال‌های اخیر در مباحث مهندسی مورد توجه قرار گرفته است، بررسی پایداری و احتمال شکست سازه‌های مهندسی با توجه به ماهیت غیرقطعی بارهای اعمالی به سازه‌ها می‌باشد. موضوعی که در تحلیل‌های قطعی کمتر توجه می‌شود و مهندسان با اعمال یک ضریب اطمینان در طراحی سعی در اعمال تاثیرگذاری‌های عدم قطعیت فراسنجه‌ها و مدل در طراحی سازه دارند. به این ترتیب در طراحی به روش قطعی، داده‌هایی در مورد میزان پایداری و ایمنی سازه‌ها در دسترس نخواهد بود. در علم هیدرولیک این موضوع اهمیت دوچندان دارد چراکه ماهیت بارهای اعمالی بر سازه مانند سیلاب و باد و یا پدیده‌های موثر بر عملکرد سازه مانند حمل رسوب بسیار غیر قطعی می‌باشند و در صورت طراحی سازه بر مبنای معیارهای روش‌های قطعی (استفاده از ضریب اطمینان)، این امکان وجود دارد که به طرحی با ایمنی بیش از حد بالا و یا پایین دست یافت. به این ترتیب ارائه رهیافت‌های جدید در علوم مهندسی برای اعمال عدم قطعیت‌ها در طراحی‌ها پرهیزناپذیر است. تلاشی که در سال‌های اخیر به شدت مورد توجه محققان قرار گرفته است و نتیجه آن ارائه روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان و خطرپذیری-پایه می‌باشد که مبنای آنها به کارگیری علم احتمالات در طراحی می‌باشد.

بررسی مراجع نشان می‌دهد که در سال‌های اخیر استفاده از این روش‌ها با توجه به قابلیت بالای آنها در بهینه کردن طرح‌های مهندسی و بالابردن توان مدیریتی پروژه‌ها مورد

<sup>3</sup> Edge failure<sup>1</sup> Riprap shear failure<sup>2</sup> Winnowing failure

شد و از روش شبکه بیزین<sup>۲</sup> برای محاسبه خطرپذیری شکست پل استفاده شد. بررسی‌های دیگری که در زمینه تحلیل قابلیت اطمینان پدیده آبشستگی موضعی در اطراف پایه پل ارائه شده است عبارت‌اند از: Johnson (1992)، Yanmaz and Ustun, Yanmaz and Cizekdag (2001)، Johnson and Niezgoda, Yanmaz (2003)، (2001) و (2004) و Salamatian and Zarrati (2019).

Karimaei and Zarrati (2019) اقدام به ارائه یک روش احتمالاتی برای محاسبه اندازه سنگچین پایدار در اطراف پایه پل کردند. در این تحقیق که از روش شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۳</sup> (MCST) استفاده شد اقدام به ارزیابی تاثیر عمر مفید سازه و احتمال شکست قابل قبول بر روی اندازه سنگچین پایدار شد. با توجه به نتایج این تحلیل، این امکان برای طراح وجود دارد که با استفاده از سطح خطرپذیری قابل قبول اقدام به طراحی اندازه سنگچین پایدار کند. همچنین ضمن تعریف پیش‌فرض‌های مختلف طراحی، اقدام به برآورد احتمالاتی سنگچین در اطراف دو نمونه پل واقعی شد.

بررسی نتایج تحقیقات به نسبت محدود گذشته نشان می‌دهد که کمبودها و کاستی‌های چندی در زمینه تحلیل قابلیت اطمینان پدیده آبشستگی و به ویژه عملکرد سازه‌های محافظ در برابر آبشستگی وجود دارد. برای نمونه تاثیر فراسنجه‌های مختلف بر پایداری سازه‌های محافظ مورد ارزیابی قرار نگرفته است. بر این اساس در تحقیق حاضر اقدام به بررسی پایداری لایه سنگچین محافظ در اطراف پایه پل با استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان می‌شود. در این راستا از روش‌های FORM و MCST استفاده می‌شود. همچنین ارتباط بین شاخص اعتمادپذیری و ضریب اطمینان در روش قطعی نیز مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. همچنین تاثیر فراسنجه‌های مختلف و عدم قطعیت‌های موجود در آن بر احتمال شکست لایه سنگچین با استفاده از تحلیل حساسیت فراسنجه‌ها بررسی شد.

توجه قرار گرفته است. به نظر می‌رسد این رهیافت جدید مسیر طراحی‌ها در مهندسی آینده باشد و به مرور جایگزین روش‌های قطعی کلاسیک موجود در آیین‌نامه‌های کنونی شود. در موضوع‌های مهندسی هیدرولیک عدم قطعیت‌های موجود در داده‌ها و نظریه‌ها، هم در مرحله تحلیل و هم طراحی، منجر به لزوم استفاده از روش‌های احتمالاتی می‌شود. تحلیل‌های قابلیت اطمینان یک چهارچوب منظم و سازماندهی شده را برای کمی کردن عدم قطعیت‌های فراسنجه‌ها و مدل فراهم می‌کند (Nowak and Collins, 2000). علاوه بر این به طراح اجازه می‌دهد تا نقش هر کدام از فراسنجه‌های ورودی مسئله را در عدم قطعیت خروجی مدل با انجام تحلیل حساسیت مشخص کند. این آگاهی برای تشخیص فراسنجه‌های مهم به منظور توجه بیشتر به آنها برای دستیابی دقیق‌تر به اندازه و تاثیر آنها و در نهایت کاهش عدم قطعیت‌های خروجی بسیار مهم است. Barbe et al. (1992) یک روش احتمالاتی برای برآورد عمق آبشستگی در جلوی پایه پل ارائه کردند. Johnson and Duck (1998) یک روش احتمالاتی برای برآورد عمق آبشستگی را با استفاده از معادله تجربی HEC-18 کردند. آنان در تحقیق خود تاثیر عمق قرارگیری پی و همچنین عمر مفید سازه را بر قابلیت اطمینان پایداری یک نمونه پل واقعی ارزیابی کردند. Muzzammil et al., (2008) یک مدل احتمالاتی بر اساس تحلیل قابلیت اطمینان و ارزیابی خطرپذیری برای محاسبه عمق آبشستگی در اطراف پایه‌های پل ارائه کردند. در این تحقیق که تاثیر غیر یکنواختی دانه‌های رسوب نیز در نظر گرفته شده است از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول<sup>۱</sup> (FORM) استفاده شد. همچنین این محققان با انجام تحلیل حساسیت نشان دادند که در بین فراسنجه‌های مختلف موثر بر عمق آبشستگی، عدد فرود جریان بیشترین تاثیر را بر روی مقدار عمق آبشستگی و همچنین سطح ایمنی پایه پل دارد. Salamatian et al. (2013) نیز یک مدل احتمالاتی برای محاسبه سطح ایمنی پل‌ها ناشی از پدیده آبشستگی ارائه کردند. در این تحقیق تاثیر توام پایه و کوله در نظر گرفته

<sup>3</sup> Monte Carlo Simulation Techniques

<sup>1</sup> First Order Reliability Method

<sup>2</sup> Bayesian Network

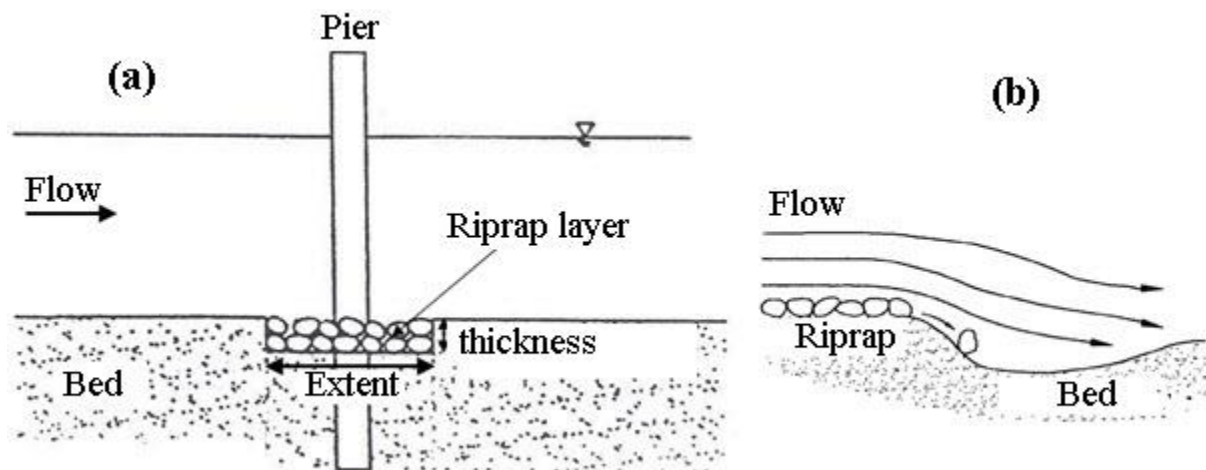


Fig. 1 Riprap layer around bridge pier (Chiew, 1995): (a) Riprap layer characteristics, (b) Winnowing failure of riprap layer  
 شکل ۱ لایه سنگچین در اطراف پایه پل (چيو ۱۹۹۵): (الف) مشخصات لایه سنگچین، (ب) شکست لایه سنگچین

فراسنجه‌ها منظور شود. نتایج تحقیق Karimaei and Zarrati (2019) نشان می‌دهد که می‌توان یک توزیع نرمال با مقدار میانگین و انحراف از معیار برابر با  $3/8$  و  $0/1$  را بر داده‌های آزمایشگاهی برازش داد. دیگر فراسنجه‌های معادله (۱) شامل ضریب تصحیح عمق جریان  $K_y = (y/d_{50})^{0.25}$  و ضریب تصحیح اندازه سنگچین  $K_d = (B/d_{50})^{-0.5}$  و ضریب اصلاح زاویه برخورد جریان به پایه پل  $K_b = (B_{eff}/B)^{-1.5}$ ، که در آن  $y$  عمق جریان و  $B_{eff}$  عرض موثر پایه (تصویر پایه در راستای عمود بر برای جریان) بوده (شکل ۱) و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$B_{eff} = B \times (1 - \sin \theta) + L \times \sin \theta \quad (3)$$

در این رابطه  $\theta$  زاویه برخورد جریان به پایه پل می‌باشند. لازم به یادآوری است در شرایطی که پایه دایره‌ای باشد،  $B_{eff} = B$  است. در نهایت ضریب اصلاح تاثیر قرارگیری طوق در تراز بستر است که مقدار آن برای حالتی که نسبت عرض طوق به عرض پایه ۳ باشد و همچنین طوق در تراز بستر قرار گیرد، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K_c = \begin{cases} \text{with collar} & \begin{cases} 1.6 & \text{for } \frac{B_{eff}}{B} < 1.7 \\ 1.0 & \text{for } \frac{B_{eff}}{B} \geq 1.7 \end{cases} \\ \text{without collar} & \rightarrow 1.0 \end{cases} \quad (4)$$

## ۲- معادله طراحی سنگچین

Karimaei et al. (2015) و Karimaei and Zarrati (2013) با انجام تحقیقات آزمایشگاهی، معادله‌ای تجربی برای طراحی اندازه پایدار دانه‌های سنگچین در اطراف پایه‌های پل با مقطع دایره‌ای و یا مستطیلی با دماغه گرد به صورت مستقیم و یا تحت زاویه با راستای جریان ارائه کردند. در شکل ۲ نمایی از فلوم مورد آزمایش این محققان به همراه فراسنجه‌های موثر بر پایداری سنگچین نشان داده شده است. در معادله این محققان، فراسنجه‌های موثر بر طراحی سنگچین به صورت ضریب‌های اصلاحی معرفی شده است. این معادله عبارت است از:

$$N_c = \lambda \times K_y \times K_d \times K_b \times K_c \quad (1)$$

که در آن  $N_c$  فراسنجه بی‌بعد پایداری سنگچین می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_c = \rho \cdot U^2 / (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot d_{50} \quad (2)$$

در این معادله  $d_{50}$  میانگین اندازه پایدار سنگچین،  $\rho_s$  و  $\rho$  به ترتیب چگالی سیال و چگالی دانه‌های سنگچین و  $U$  سرعت جریان در بالادست محل پایه پل می‌باشند.

ضریب  $\lambda$  ضریب اصلاح مدل رگرسیون می‌باشد. این ضریب در تحلیل قطعی بر کل داده‌های آزمایشگاهی پوش شده و مقدار آن برابر با  $2/85$  ارائه شد. برای تحلیل پایداری سنگچین در شرایط احتمالاتی نیاز است توزیع

سامانه) و  $d_{50R}$  اندازه سنگ موجود طراحی شده (ظرفیت سامانه) باشند، تابع حالت حدی را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$g(X) = d_{50R} - d_{50S} \quad (6)$$

همان‌گونه که از این رابطه مشخص است شکست لایه سنگچین و در ادامه شکست پایه پل هنگامی رخ می‌دهد که  $d_{50S}$  بزرگتر یا برابر  $d_{50R}$  باشد که مقدار تابع  $g(X)$  صفر و یا منفی شود.

با توجه به معادله (۶) نیاز به در اختیار بودن رابطه‌ای برای تعیین اندازه لازم برای لایه سنگچین در اطراف پایه پل با توجه به فراسنجه‌های موثر ورودی ( $d_{50R}$ ) می‌باشد. در تحقیق حاضر از معادله (۱) برای طراحی سنگچین مورد نیاز استفاده می‌شود. با قرار دادن ضریب‌های اصلاحی مختلف در معادله (۱)، می‌توان معادله (۶) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$g(X) = d_{50R} - \lambda^{-0.8} \times \left( \frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right)^{-0.8} \times U^{1.6} \times g^{-0.8} \times y^{-0.2} \times B^{-0.8} \times [B \times (1 - \sin\theta) + L \times \sin\theta]^2 \times K_c^{-0.8} \quad (7)$$

که در آن فراسنجه  $X$  نشان دهنده بردار فراسنجه‌های تصادفی پایه شامل همه‌ی فراسنجه‌های سمت راست معادله (۷) می‌باشد. با داشتن تابع حالت حدی، مرحله بعدی تحلیل قابلیت اطمینان اندازه پایدار لایه سنگچین است. از آنجا که عدم قطعیت فراسنجه‌های تقاضا و ظرفیت سامانه به صورت تابع چگالی احتمال<sup>۱</sup> نشان داده می‌شود، بر این مبنا احتمال شکست به صورت زیر محاسبه می‌شود: (Halder and Mahadevan, 2000)

$$P_f = \iiint_{g(X) < 0} f_X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3 \dots dx_n \quad (8)$$

که در آن  $f_X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  تابع چگالی احتمال ترکیبی برای متغیرهای تصادفی پایه  $X_1, X_2, \dots, X_n$  است و انتگرال‌گیری روی همه سطح شکست انجام می‌شود. اگر متغیرهای تصادفی ناهمبسته باشند، تابع چگالی احتمال ترکیبی به دست آمده به صورت حاصل ضرب تابع‌های

در پژوهش حاضر از معادله (۱) برای تحلیل پایداری سنگچین در اطراف پایه پل بر مبنای تحلیل قابلیت اطمینان استفاده می‌شود. به جای این معادله، می‌توان از هر رابطه دیگری در مرجع‌ها استفاده کرد.

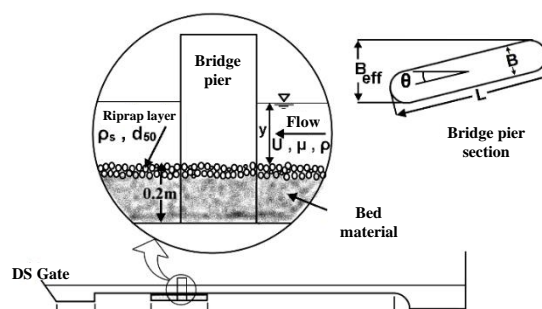


Fig. 2. Experimental flume with effective parameters on riprap layer failure (Karimaei and Zarrait, 2013)  
 شکل ۲ نمایی از فلوم انجام آزمایش‌ها به همراه فراسنجه‌های موثر بر شکست سنگچین (Karimaei and Zarrait, 2013)

### ۳- ترکیب‌بندی مسئله بر مبنای تحلیل قابلیت اطمینان

مسئله اصلی در تحلیل قابلیت اطمینان لایه محافظ سنگچین در اطراف پایه پل مربوط به تعیین و پیش‌بینی احتمال شکست هدف یا حالت حدی در مرحله‌های مختلف ساخت و بهره‌برداری از سازه می‌باشد. در این بررسی، شکست حالت حدی، بیشتر شدن اندازه پایدار سنگ لازم با توجه به شرایط بارهای ورودی نسبت به اندازه طراحی می‌باشد. یک تابع حالت حدی، نماینده‌ی ریاضی از یک شکست حالت حدی خاص می‌باشد. این تابع در شرایط حالت حدی شکست مقادیر صفر و منفی به خود می‌گیرد و در شرایط ایمنی مقادیر تابع مثبت خواهد بود. در نتیجه احتمال شکست تابع حالت حدی یا به عبارت دیگر احتمال شکست لایه سنگچین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_f = P[g(X) \leq 0] \quad (5)$$

که در آن  $g(X)$  تابع حالت حدی و  $X$  بردار فراسنجه‌های تصادفی پایه مربوط به فراسنجه‌های موثر بر طراحی سنگچین می‌باشد. بر این مبنا، در صورتی که  $d_{50S}$  اندازه سنگچین مورد نیاز با توجه به بارهای ورودی (تقاضای

<sup>1</sup> Probability Density Function

در تحقیق حاضر از دو روش معمول تعیین قابلیت اطمینان یعنی FORM و همچنین روش MCST استفاده شده است. در ادامه به اختصار به این دو روش اشاره می‌شود.

### ۳-۱- تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM)

به طور خلاصه در این روش، تحلیل قابلیت اطمینان بر مبنای برآورد فراسنجه قابلیت اطمینان  $\beta$  انجام می‌گیرد. این فراسنجه نیز به صورت زیر با احتمال شکست یا احتمال فراگذشت از حالت حدی ارتباط دارد:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (9)$$

که در آن  $P_f$  احتمال شکست و  $\Phi^{-1}(\cdot)$  تابع تجمعی معکوس توزیع نرمال استاندارد می‌باشد. فراسنجه  $\beta$  که به صورت حداقل فاصله از مبدا مختصات تا سطح شکست در فضای نرمال استاندارد تعریف می‌شود، از طریق یک مسئله بهینه‌سازی با قید محدودیت برای فراسنجه‌های مستقل نسبت به هم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \beta(z) &= (X'^T X')^{1/2} \\ \text{Subject to } g(X') &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن  $g(X')$  تابع حالت حدی در فضای نرمال استاندارد است. همچنین  $X'_i$  بردار فراسنجه‌های تصادفی پایه در فضای استاندارد نرمال (فراسنجه تصادفی کاهش یافته) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (11)$$

که در آن فراسنجه  $X'_i$  فراسنجه نرمال استاندارد با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ می‌باشد.  $X_i$  نیز فراسنجه تصادفی در فضای معمولی با میانگین  $\mu_{X_i}$  و انحراف از معیار  $\sigma_{X_i}$  می‌باشد. حل مسئله بهینه‌سازی بالا به صورت سعی و خطا انجام می‌گیرد که امکان دارد در بعضی از مواقع همگرایی به پاسخ بهینه نیانجامد.

### ۳-۲- روش MCST

روش MCST به صورت برآورد نمونه‌های مختلفی از فراسنجه‌های تصادفی پایه با توجه به ویژگی‌های احتمالاتی

چگالی احتمال به وجود آمده از تک‌تک متغیرها تبدیل می‌شود. معادله (۸) یک معادله عمومی برای حل همه‌ی مسئله‌های قابلیت اطمینان می‌باشد و به نام معادله اساسی قابلیت اطمینان شناخته می‌شود. در عمل به دست آوردن تابع چگالی احتمال ترکیبی ناممکن است. همچنین انتگرال‌گیری مورد نظر نیز چندان ساده نخواهد بود. برای رفع این مشکل، از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود. این روش‌ها به دو نوع کلی روش‌های تحلیلی تقریبی به عنوان نمونه روش FORM و روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم ( $SORM^1$ ) و همچنین روش‌های شبیه‌سازی مانند روش MCST تقسیم می‌شوند. (Nowak and Collins, 2000)

در حالت کلی معادله سطح شکست ممکن است تابعی خطی یا غیرخطی از متغیرهای پایه باشد. اگر سطح شکست تابع خطی از متغیرهای ناهمبسته نرمال و یا یک تابع غیرخطی ولی با تقریب خطی (درجه اول) قابل قبول از متغیرهایی شبیه نرمال باشد، روش FORM در محاسبه انتگرال اساسی قابلیت اطمینان مناسب خواهد بود. در این روش ضمن استفاده از تقریب مرتبه اول سری تیلور برای تابع سطح شکست، از اطلاعات لنگرهای اول و دوم آمار (میانگین و واریانس) استفاده می‌شود. نسل اول این روش تنها با در نظر گرفتن لنگرهای آماری و بدون توجه به توزیع متغیرها تنها از توزیع نرمال برای هر فراسنجه استفاده می‌نمود. درحالی‌که در روش‌های پیشرفته‌تر با به‌کارگیری توزیع فراسنجه‌ها به صورت تبدیل توزیع هر متغیر تصادفی به توزیع نرمال معادل به حل مسئله می‌پردازد. روش  $SORM$  احتمال شکست را با تقریب مرتبه دوم بسط تیلور برای تابع سطح شکست محاسبه می‌کند. در این روش تابع سطح شکست می‌تواند غیرخطی باشد و همچنین توزیع فراسنجه‌ها در محاسبات به صورت دلخواه در نظر گرفته شود. البته این روش تحلیل افزون بر محاسبات ریاضی پیچیده و گسترده، نیاز به اطلاعات زیادی در مورد پدیده دارد. درحالی‌که در روش‌های شبیه‌سازی مانند روش MCST، احتمال شکست، با در دسترس داشتن اطلاعات اندکی از آمار و احتمال، می‌توان احتمال شکست را برآورد کرد.

<sup>1</sup> Second Order Reliability Method



#### ۴- مثال کاربردی

در انجام تحلیل قابلیت اطمینان برآورد اندازه سنگچین برای حفاظت از بستر رودخانه در اطراف پایه پل داده‌های قطعی و احتمالاتی مختلف شامل مشخصات آب و جریان، فراسنجه‌های هندسی آبراهه و پایه و ویژگی‌های دانه‌های رسوب مورد نیاز است. Melville (1997) مثال‌های کاربردی مختلفی از پایه‌های پلی که در آبراهه اصلی و یا دشت سیلابی قرار دارند، برای محاسبات عمق آبستگي ارائه نمود. در شکل ۳ نمایي از دو پایه که یکی از آنها در داخل آبراهه اصلی و دیگری در دشت سیلابی قرار دارند نشان داده شده است. در تحقیق حاضر اقدام به طراحی و ارزیابی پایداری سنگچین در اطراف این پایه‌ها می‌شود. جدول ۱ داده‌های احتمالاتی مختلفی را که برای برآورد اندازه سنگچین لازم در محل این پایه‌ها، مورد نیاز است را به همراه اندازه سنگچین موجود نشان می‌دهد. مقادیر میانگین این فراسنجه‌ها همسان با مقادیر اسمی آنها توسط Melville (1997) ارائه شد. بقیه فراسنجه‌های احتمالاتی مانند نوع توزیع فراسنجه‌ها و ضریب تغییرات آنها توسط مرجع‌های مختلف انتخاب شد و یا در صورت نبود مرجعی قابل استناد فرض شد.

نکته مهم اینکه برای تعیین اندازه سنگچین موجود از مقادیر اسمی فراسنجه‌ها استفاده شده است. همچنین با توجه به تحقیق Karimaei and Zarrati (2013) نیاز به اعمال یک ضریب اطمینان ۰/۷۵ به سمت راست معادله (۱) می‌باشد تا نتایج به دست آمده از معادله به همی داده‌های آزمایشگاهی به دست آمده پوش شوند. آنان این ضریب را به عنوان ضریب اطمینان در طراحی معرفی کردند. با اعمال این ضریب به سمت راست معادله (۱)، نتایج نشان داد که مقدار اندازه سنگچین موجود ( $d_{50R}$ ) برابر با ۰/۲ و ۰/۱۰۸ متر به ترتیب برای آبراهه اصلی و دشت سیلابی به دست می‌آیند. برای اعمال اثرگذاری‌های عدم قطعیت، ضریب تغییراتی برابر با ۰/۱ برای این فراسنجه‌ها در نظر گرفته می‌شود.

هر یک و قرار دادن این نمونه‌ها در تابع حالت حدی انجام می‌گیرد. همان‌گونه که پیشتر بیان شد شکست هنگامی رخ می‌دهد که  $g(X) < 0$  (معادله ۶) باشد، در نتیجه یک برآورد از احتمال شکست  $P_f$  می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (12)$$

که در آن  $N_f$  شمار چرخه‌های شبیه‌سازی است که  $g(X) < 0$  و  $N$  شمار کل چرخه‌های شبیه‌سازی است. اگر  $N$  به سمت بی‌نهایت میل کند،  $P_f$  به سمت احتمال شکست واقعی میل خواهد کرد. دقت معادله (۱۲) را می‌توان با توجه واریانس آن تعیین نمود. برای یک شمار کم از چرخه‌های شبیه‌سازی، واریانس می‌تواند به نسبت بزرگ باشد. در نتیجه امکان دارد برای رسیدن به یک دقت قابل قبول نیاز به شمار زیادی چرخه شبیه‌سازی باشد. واریانس احتمال شکست برآوردی را می‌توان در صورت فرض هر چرخه شبیه‌سازی همسان با یک آزمایش برنولی تعیین کرد. بنابراین شمار شکست در  $N$  آزمایش را می‌توان به صورت یک توزیع دوجمله‌ای در نظر گرفت. آنگاه واریانس احتمال شکست به طور تقریبی برابر است با (Halder and Mahadevan, 2000):

$$\text{Var}(P_f) = \frac{(1 - P_f)P_f}{N} \quad (13)$$

بر این مبنا دقت برآورد احتمالاتی فراسنجه  $P_f$  را می‌توان بر اساس ضریب تغییرات ( $\text{COV}^1$ ) که به صورت نسبت انحراف از معیار به میانگین تعریف می‌شود، به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\text{COV}(P_f) \cong \sqrt{\frac{(1 - P_f)P_f}{N}} / P_f \quad (14)$$

هر چه ضریب تغییرات کوچکتر باشد، دقت احتمال شکست تخمینی بیشتر است. از معادله‌های (۱۳) و (۱۴) مشخص است در صورتی که  $N$  به سمت بی‌نهایت میل کند،  $\text{Var}(P_f)$  و  $\text{COV}(P_f)$  به سمت صفر میل می‌کنند. پیشنهاد می‌شود که برای کاربردی کردن موضوع، شمار چرخه شبیه‌سازی به گونه‌ای انتخاب شود که  $\text{COV}(P_f)$  کوچکتر از ۵٪ باشد. (Muzzammil et al., 2008)

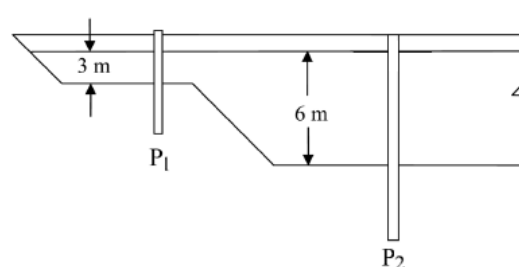
<sup>1</sup> Coefficient of Variation

جدول ۱ محدوده فراسنجه‌های موثر بر اندازه سنگچین محافظ در اطراف پایه پل مربوط به مثال کاربردی

**Table 1** The value range of effective parameters on protective riprap size around bridge pier for applied example

Parameter	Distribution	Reference	Mean ( $\mu$ )		COV
			Main channel	Flood plain	
$\rho_w$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Uniform	Assumed	1002.5	1002.5	0.0043
$\rho_s$ (Kg/m <sup>3</sup> )	Uniform	Assumed	2700	2700	0.022
$y$ (m)	Normal	Johnson (1992)	6.0	3.0	0.23
$U$ (m/s)	Normal	Muzzammil et al., (2008)	2.0	1.2	0.329
$B$ (m)	Normal	Muzzammil et al., (2008)	2.0	0.2	0.05
$L$ (m)	Normal	Assumed	8.0	8.0	0.05
$\theta$ (°)	Normal	Karimaei and Zarrati (2019)	8.7	8.7	0.05
$\lambda$	Normal	Karimaei and Zarrati (2019)	3.8	3.8	0.1
$d_{50R}$ (m)	Normal	Assumed	0.200	0.108	0.1

برابر با ۱۰۰۰۰۰ در نظر گرفته شد. همان‌گونه که قبلاً بیان شد در صورتیکه شمار چرخه‌های شبیه‌سازی در روش MCST کافی باشد این روش نتایج دقیق را به دست می‌دهد و می‌توان از آن برای بررسی دقت روش‌های دیگر استفاده کرد در حالی که روش FORM یک روش تقریبی است که از تقریب مرتبه اول بسط تیلور استفاده می‌کند. از سویی دیگر روش FORM یک روش سریع است و حجم محاسبات به مراتب کمتری نسبت به روش MCST دارد. همان‌گونه که در جدول ۲ مشخص است نتایج به دست آمده از روش FORM بسیار نزدیک به نتایج به دست آمده از روش MCST است که این موضوع صحت نتایج FORM را نشان می‌دهد. در نتیجه می‌توان از این روش برای تحلیل اندازه پایدار سنگچین در اطراف پایه پل استفاده کرد. از آنجا که مبنای روش FORM سعی و خطا و شیب-پایه<sup>۳</sup> می‌باشد به گونه‌ای که نیاز است یک مسئله بهینه‌سازی برای رسیدن به کمترین فاصله تا تابع هدف حل شود، در نتیجه امکان دارد در بعضی مواقع مسئله دچار واگرایی شده و پاسخی به دست ندهد. در نتیجه در تحقیق حاضر هر جا که روش FORM برای تعیین ضریب قابلیت اطمینان دچار واگرایی شد از نتایج روش MCST با شرایط  $COV(P_f) = 0.05$  برای تحلیل قابلیت اطمینان استفاده شد. با توجه به نتایج جدول ۲، احتمال شکست لایه سنگچین محاسبه شده با استفاده از معادله (۱) و به کارگیری ضریب اصلاح مدل ۲/۷۵ برای آبراهه اصلی در حدود ۴۴ درصد و برای دشت سیلابی در حدود ۲۸ درصد می‌باشد که به طور



**Fig. 3** Schematic view of applied example in present study (Melville, 1997)

شکل ۳ تصویری از مثال کاربردی در تحقیق حاضر به نقل از (Melville, 1997)

## ۵- تحلیل نتایج

### ۵-۱- بررسی ضریب قابلیت اطمینان و احتمال

#### شکست لایه سنگچین

با استفاده از داده‌های نشان داده شده در جدول ۱ اقدام به محاسبه فراسنجه قابلیت اطمینان و احتمال شکست لایه سنگچین محافظ در اطراف پایه پل می‌شود. برای انجام این کار، یک برنامه به زبان ویژوال بیسیک<sup>۱</sup> در محیط نرم‌افزار اکسل<sup>۲</sup> نوشته شد. در جدول ۲ مقدار فراسنجه  $\beta$  و  $P_f$  مربوط به روش‌های FORM و MCST برای پایه پل واقع در آبراهه اصلی و دشت سیلابی رودخانه ارائه شده است. در این جدول، برای تعیین شمار چرخه شبیه‌سازی در روش MCST از معادله (۱۴) و احتمال شکستی که با استفاده از روش FORM محاسبه شده بود، استفاده شد. با در نظر گرفتن ضریب  $COV(P_f) = 0.05$  حداقل شمار چرخه شبیه‌سازی نزدیک به ۱۰۰۰ محاسبه می‌شود. برای اطمینان از نتایج به دست آمده، شمار چرخه شبیه‌سازی در تحقیق حاضر

<sup>3</sup> Gradient-Based

<sup>1</sup> Visual Basic

<sup>2</sup> EXCEL

کمی سازی عدم قطعیت‌ها را بدست می‌دهد که می‌توان این مفهوم را در انتخاب ضریب ایمنی مناسب به کار برد. برای انجام این کار لازم است یک ارتباطی مابین ضریب قابلیت اطمینان و ضریب ایمنی به دست آید. از آنجا که به طور معمول در روش‌های قطعی از میانگین داده‌ها استفاده می‌شود با اعمال میانگین داده‌ها در جدول ۱ مقدار اندازه سنگچین به دست می‌آید. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که ضریب ایمنی مربوط به اندازه برآوردی لایه سنگچین با استفاده از معادله (۱) یعنی  $d_{50R} = 0.2$  m برای آبراهه اصلی و  $d_{50R} = 0.108$  برای دشت سیلابی برابر با  $SF = 1.0$  است. در ادامه اقدام به افزایش فراسنجه  $d_{50R}$  در تحلیل قابلیت اطمینان می‌شود به گونه‌ای که با استفاده از نسبت مقدار جدید آن به مقدار  $0.7$  متر (برای آبراهه اصلی) و  $0.108$  متر (برای دشت سیلابی) می‌توان به مقدار ضریب ایمنی ( $SF$ ) جدید دست یافت. در نهایت با انجام تحلیل قابلیت اطمینان، ضریب قابلیت اطمینان هدف  $\beta_T$  محاسبه می‌شود. پس از انجام این کار، نموداری مابین ضریب  $SF$  و ضریب  $\beta_T$  رسم شده و ارتباط مابین این دو فراسنجه برآورد می‌شود. شکل ۴ این نمودار را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است با افزایش ضریب  $\beta_T$  مقدار ضریب  $SF$  نیز افزایش می‌یابد. پس از انجام تحلیل رگرسیون، رابطه‌های زیر مابین ضرایب  $SF$  و  $\beta_T$  برای پایه مستقر در آبراهه اصلی (معادله ۱۵) و دشت سیلابی (معادله ۱۶) به دست می‌آید:

$$SF = 0.848 \beta_T + 0.382 \quad (15)$$

$$SF = 0.436 \beta_T + 0.156 \quad (16)$$

به کمک معادله‌های (۱۵) و (۱۶) می‌توان مقدار مناسب ضریب ایمنی را با توجه به ضریب قابلیت اطمینان هدف محاسبه نمود. برای مثال این معادله‌های مقدار ضریب ایمنی متناظر با ضریب قابلیت اطمینان هدف  $\beta_T = 3$  را برابر با  $2/93$  برای پایه مستقر در آبراهه اصلی و  $1/46$  برای پایه مستقر در دشت سیلابی به دست می‌دهند. این مقدار ضریب اطمینان نسبتاً زیاد به ویژه برای پایه مستقر در آبراهه اصلی به دلیل تغییرات به نسبت زیاد فراسنجه‌هایی

معمول در طرح‌های مهندسی قابل پذیرش نیست. همچنین مقدار ضریب قابلیت اطمینان سنگچین محافظ به کار رفته برابر با  $\beta = 0.428$  برای آبراهه اصلی و  $\beta = 0.551$  برای دشت سیلابی به دست می‌آید که بسیار کم می‌باشند. از آنجا که برابر نظر کمیته ایمنی سازه<sup>۱</sup> ضریب قابلیت اطمینان هدف یا مورد قبول در اعضای سازه‌ای باید نزدیک به ۳ باشد، در نتیجه مقادیر بالا بسیار کم بوده و اندازه سنگچین به کار رفته نیاز به اصلاح دارند. در واقع با اینکه در محاسبه اندازه سنگچین از مقادیر میانگین فراسنجه‌های موثر استفاده شده است که روشی معمول در تحلیل‌های قطعی است ولی قابلیت اطمینان پایداری آن در محدوده مطلوب قرار ندارد. در واقع در صورتی که همه فراسنجه‌های موثر ثابت بمانند، اندازه سنگچین طرح شده نیاز به افزایش دارد تا ضریب قابلیت اطمینان در محدوده قابل قبول (نزدیک به ۳) قرار گیرد. نکته دیگر اینکه با توجه به اینکه مقدار فراسنجه  $B_{eff}/B$  در محل این پل برابر با  $1/53$  بدست می‌آید در نتیجه با اعمال ضریب اصلاح طوق در معادله حالت حدی، به همراه اندازه سنگچین کنونی می‌توان به ضریب قابلیت اطمینان  $\beta = 1.31$  برای پایه مستقر در آبراهه اصلی و  $\beta = 1.46$  برای پایه مستقر در دشت سیلابی دست یافت که این مقادیر بیشتر از دو برابر حالت بدون طوق می‌باشند. از این نکته می‌توان برای افزایش قابلیت اعتماد سامانه بدون تغییر در اندازه سنگچین استفاده کرد.

#### ۵-۲- ارائه ضریب ایمنی بر مبنای قابلیت اطمینان

در یک روش سنتی قطعی به طور معمول برای طراحی هیدرولیکی لایه سنگچین، یک ضریب ایمنی مناسب با توجه به دآوری مهندسی و آموزه‌های گذشته انتخاب می‌شود. در واقع این ضریب ایمنی برای اعمال اثرگذاری‌های عدم قطعیت در طراحی سازه مورد نظر است. در نتیجه بدون شناسایی و کمی‌سازی معقول عدم قطعیت‌ها، می‌توان انتظار داشت که انتخاب بیش از حد ضریب ایمنی منجر به طرحی غیر اقتصادی شود و مقدار کم آن کاهش ایمنی سازه را به دنبال داشته باشد. از سوی دیگر تحلیل قابلیت اطمینان، چارچوبی مهندسی برای

<sup>1</sup> Joint Committee on Structural Safety (JCSS)

مشتق‌های  $\partial g / \partial X'_i$  در معادله (۱۷) مولفه‌های بردار شیب تابع هدف در فضای نرمال استاندارد و علامت \* نشان‌دهنده نقطه با بیشترین احتمال رخداد و یا نقطه طراحی روی تابع هدف می‌باشند. این مشتقات با استفاده از قانون زنجیره‌ای مشتق و انتقال به فضای معمولی به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$\frac{\partial g}{\partial X'_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \times \frac{\partial X'_i}{\partial X_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \times \sigma_{X_i}^N \quad (18)$$

که در آن مشتق‌های  $\partial g / \partial X_i$  در فضای معمولی تعریف می‌شوند. با قرار دادن معادله (۱۸) در معادله (۱۷) می‌توان نوشت:

$$\alpha_{X_i} = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right) \sigma_{X_i}^N}{\left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \sigma_{X_i}^N \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (19)$$

که در آن  $\sigma_{X_i}^N$  انحراف از معیار فراسنجه نرمال معادل می‌باشد. در این معادله اگر فراسنجه تصادفی  $X_i$  خود نرمال باشد،  $\sigma_{X_i}^N$  برابر با همان انحراف معیار این فراسنجه خواهد بود. در غیر این صورت با استفاده از نظریه انتقال نرمال معادل<sup>۱</sup> که توسط Rackwitz and Fiessler (1976) ارائه شد، فراسنجه  $\sigma_{X_i}^N$  عبارت خواهد بود از:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} \left[ F_{X_i} \left( x_i^* \right) \right] \right\}}{f_{X_i} \left( x_i^* \right)} \quad (20)$$

که در آن  $\phi$  و  $\Phi^{-1}$  تابع چگالی احتمال و تابع معکوس چگالی تجمعی برای فراسنجه استاندارد نرمال معادل و  $f_{X_i}$  و  $F_{X_i}$  تابع چگالی احتمال و تابع چگالی تجمعی برای فراسنجه غیر نرمال اولیه می‌باشد.

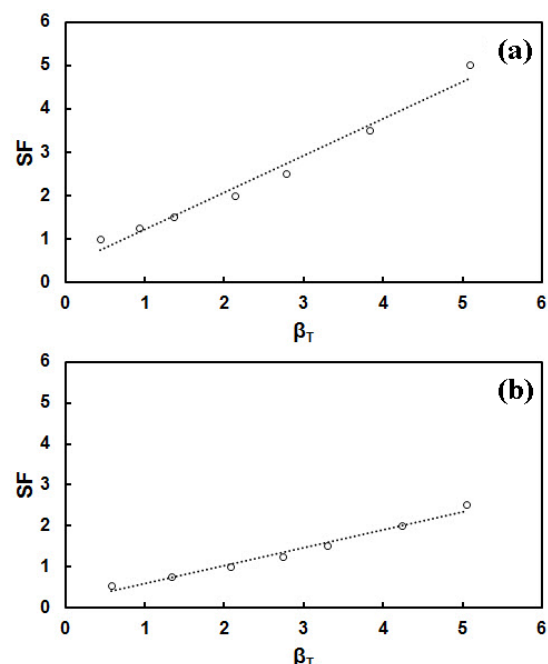


Fig. 4 Variation of safety factor with reliability index for riprap size around bridge pier located in (a) Main channel and (b) Flood plain

شکل ۴ تغییرهای ضریب ایمنی نسبت به ضریب قابلیت

اطمینان برای اندازه سنگچین در اطراف پایه پل مستقر در: (a) آبراهه اصلی و (b) دشت سیلابی

مانند  $U$  نسبت به مقدار میانگین می‌باشد.

### ۵-۳- تحلیل حساسیت فراسنجه‌های موثر بر قابلیت اطمینان پایداری سنگچین

در این بخش اقدام به بررسی میزان تاثیر فراسنجه‌های تصادفی مختلف بر روی قابلیت اطمینان اندازه سنگچین می‌شود. در تحلیل کیفی میزان تاثیر فراسنجه‌های موثر، می‌توان از ضریب حساسیت  $\alpha_{X_i}$  که در آن اندیس  $X_i$  مربوط به فراسنجه تصادفی ۱-ام است، به صورت زیر استفاده کرد (Nowak and Collins, 2000):

$$\alpha_{X_i} = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n=10} \left( \frac{\partial g}{\partial X'_i} \right)^{2*}}} \quad (17)$$

جدول ۲ نتایج تحلیل قابلیت اطمینان لایه سنگچین در اطراف پایه پل با روش‌های مختلف

Table 2 The result of reliability analysis for riprap layer around bridge pier by using different methods

Flood plain				Main Channel			
MCST		FORM		MCST		FORM	
$P_f$	$\beta$	$P_f$	$\beta$	$P_f$	$\beta$	$P_f$	$\beta$
0.291	0.551	0.281	0.578	0.324	0.428	0.337	0.447

<sup>1</sup> Equivalent Normal Transformation Theorem

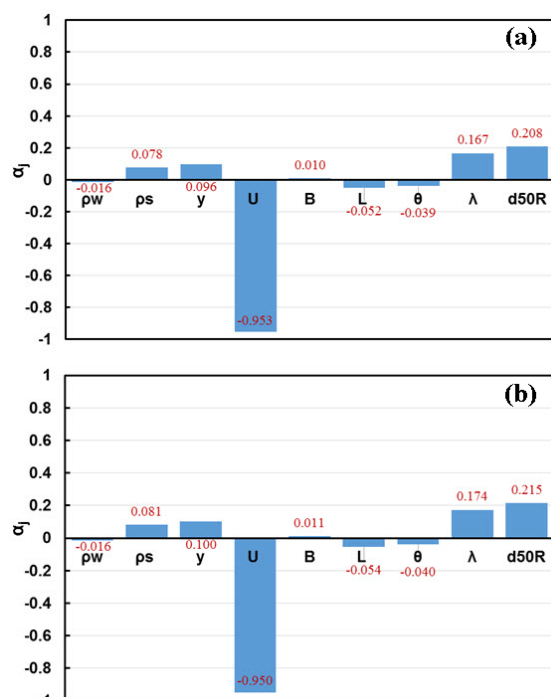


Fig. 5 Sensitivity factors of effective parameters on riprap size around bridge pier located in (a) Main channel and (b) Flood plain.

شکل ۵ ضریب حساسیت فراسنجه‌های موثر بر اندازه سنگچین در اطراف پایه پل مستقر در (الف) آبراهه اصلی و (ب) دشت سیلابی.

همان‌گونه که در شکل ۵ مشخص است ضریب حساسیت  $\alpha_{X_i}$  برای هر دو پایه به نسبت نزدیک به هم می‌باشند. مقدار ضریب حساسیت مربوط به فراسنجه‌های اندازه سنگچین موجود  $d_{50R}$  به همراه بعضی از فراسنجه‌های موثر بر اندازه سنگ مورد نیاز شامل چگالی سنگ  $\rho_s$ ، ضریب اصلاح مدل  $\lambda$ ، عرض پایه  $B$  و عمق آب  $y$  مثبت هستند و مربوط به بخش مقاومت مدل طراحی اندازه سنگچین می‌باشند و فراسنجه‌های چگالی آب  $\rho_w$ ، سرعت میانگین جریان  $U$ ، طول پایه  $L$  و زاویه قرارگیری پایه با راستای جریان  $\theta$  دارای ضریب حساسیت  $\alpha_{X_i}$  منفی بوده و مربوط به بخش بار معادله حالت حدی می‌باشند. همچنین اندازه ضریب حساسیت  $\alpha_{X_i}$  نشان می‌دهد که فراسنجه  $U$  با فاصله زیادی بیشترین تاثیر را بر تغییرات قابلیت اطمینان اندازه سنگچین محافظ دارد و پس از آن فراسنجه‌های  $d_{50R}$ ،  $\lambda$  و  $y$  به ترتیب بیشترین تاثیر را بر قابلیت اطمینان لایه سنگچین دارند. همچنین کمترین تاثیر نیز مربوط به فراسنجه‌های  $B$ ،  $\rho_w$  و  $\theta$  می‌باشد.

$X_i^*$  در معادله (۲۰) همان کمترین فاصله از نقطه مبدا تا تابع هدف یا همان نقطه طراحی می‌باشد که با روش FORM محاسبه می‌شود. در غیاب وجود فرضی بهتر، نقطه‌ای که شامل همه میانگین‌های فراسنجه‌های تصادفی باشد را می‌توان به عنوان فرض اولیه برای نقطه طراحی پذیرفت (Halder and Mahadevan, 2000). بدیهی است نقطه طراحی نهایی با استفاده از روش سعی و خطا و همان مسیری که در روش FORM دنبال شد، به دست می‌آید. فراسنجه‌های موجود در جدول ۱ به عنوان فراسنجه‌های تصادفی در تحلیل حساسیت مشارکت داده شدند. افزون بر آن فراسنجه  $d_{50R}$  با مقادیر میانگین  $0/2$  و  $0/108$  متر به ترتیب برای آبراهه اصلی و دشت سیلابی، ضریب تغییرات  $0/1$  و توزیع نرمال در محاسبات تحلیل حساسیت مشارکت داده شد.

ضریب حساسیت  $\alpha_{X_i}$  که در معادله (۱۷) تعریف شده است دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد: (Muzzammil et al., 2008)

(۱) هر چه مقدار  $\alpha_{X_i}$  کوچکتر باشد، تاثیر آن فراسنجه بر روی قابلیت اطمینان لایه سنگچین کمتر است.

(۲) مقدار مثبت فراسنجه  $\alpha_{X_i}$  مربوط به فراسنجه‌های مقاومت و مقدار منفی آن مربوط به فراسنجه‌های بار می‌باشند. فراسنجه‌های مقاومت شامل فراسنجه‌هایی هستند که افزایش آنها موجب بهبود قابلیت اطمینان لایه سنگچین می‌شوند و برعکس این تعریف برای فراسنجه‌های بار صادق است.

(۳) جذر مجموع توان دوم ضرایب حساسیت فراسنجه‌های تصادفی برابر با واحد می‌باشد.

در تحقیق حاضر از روش بالا برای تحلیل حساسیت کیفی فراسنجه‌های تصادفی موثر بر اندازه سنگچین محافظ استفاده شد. یکی از قابلیت‌های روش بالا این است که بدون نیاز به یک تحلیل دیگر و تنها با انجام همان مسیر انجام روش FORM و تعیین فراسنجه‌های  $\alpha_{X_i}$  می‌توان به تاثیر هر فراسنجه بر روی قابلیت اطمینان لایه سنگچین دست یافت. شکل ۵ نتایج تحلیل حساسیت فراسنجه‌های تصادفی موثر بر لایه سنگچین در اطراف پایه‌های پل موجود در آبراهه اصلی و دشت سیلابی را نشان می‌دهد.

همان گونه که پیشتر بیان شد در تحلیل قابلیت اطمینان، از ویژگی‌های احتمالاتی فراسنجه‌های موثر شامل مقدار میانگین و کوواریانس استفاده می‌شود. بر این اساس در ادامه اقدام به بررسی کمی تاثیر فراسنجه‌های موثر در قابلیت اطمینان پایداری سنگچین با توجه به ویژگی‌های احتمالاتی آنها می‌شود.

۵-۳-۱- بررسی تاثیر میانگین فراسنجه‌های موثر

در این قسمت اقدام به بررسی کمی تاثیر اندازه فراسنجه‌های موثر (مقدار میانگین) بر قابلیت اطمینان پایداری سنگچین می‌شود. فراسنجه‌های موثر در تحلیل شامل سرعت میانگین جریان، عمق جریان، عرض و طول پایه پل، زاویه برخورد پایه با راستای جریان و چگالی دانه‌های سنگ می‌باشند.

شکل ۶ تغییرات ضریب قابلیت اطمینان نسبت به تغییر مقدار میانگین فراسنجه‌های موثر را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که به طور کلی روند تاثیر اندازه فراسنجه‌ها بر قابلیت اطمینان پایداری سنگچین در پایه‌های مستقر در آبراهه اصلی و دشت سیلابی همسان هم می‌باشند. با توجه به شکل ۶-۸ تغییرات سرعت در برای عکس تغییرات قابلیت اطمینان است به این معنا که با کاهش سرعت مقدار ضریب قابلیت اطمینان افزایش می‌یابد. میزان تغییر در این حالت از دیگر فراسنجه‌های موثر بیشتر است به گونه‌ای که برای پایه مستقر در آبراهه اصلی با کاهش سرعت به میزان ۷۵٪ از مقدار میانگین ارائه شده در جدول ۱، ضریب  $\beta$  به میزان بیش از ۱۶ برابر افزایش می‌یابد. دومین فراسنجه مورد بررسی عمق جریان است که روند تغییرات آن هم برای با تغییر قابلیت اطمینان اندازه سنگچین می‌باشد (شکل ۶-۸) به گونه‌ای که برای پایه مستقر در آبراهه اصلی با افزایش در حدود ۶۵ درصدی این فراسنجه نسبت به مقدار میانگین (جدول ۱)، مقدار ضریب  $\beta$  به میزان ۴۵ درصد افزایش می‌یابد. مطابق با شکل ۶-۸ تاثیر مربوط به فراسنجه عرض پایه بر قابلیت اطمینان سنگچین به این گونه است که در آغاز با افزایش عرض پایه تا مقدار  $B=3m$ ،  $\beta$  افزایش یافته و پس از آن اندکی کاهش می‌یابد که علت این موضوع اختلاف علامت توان‌های فراسنجه  $B$  در

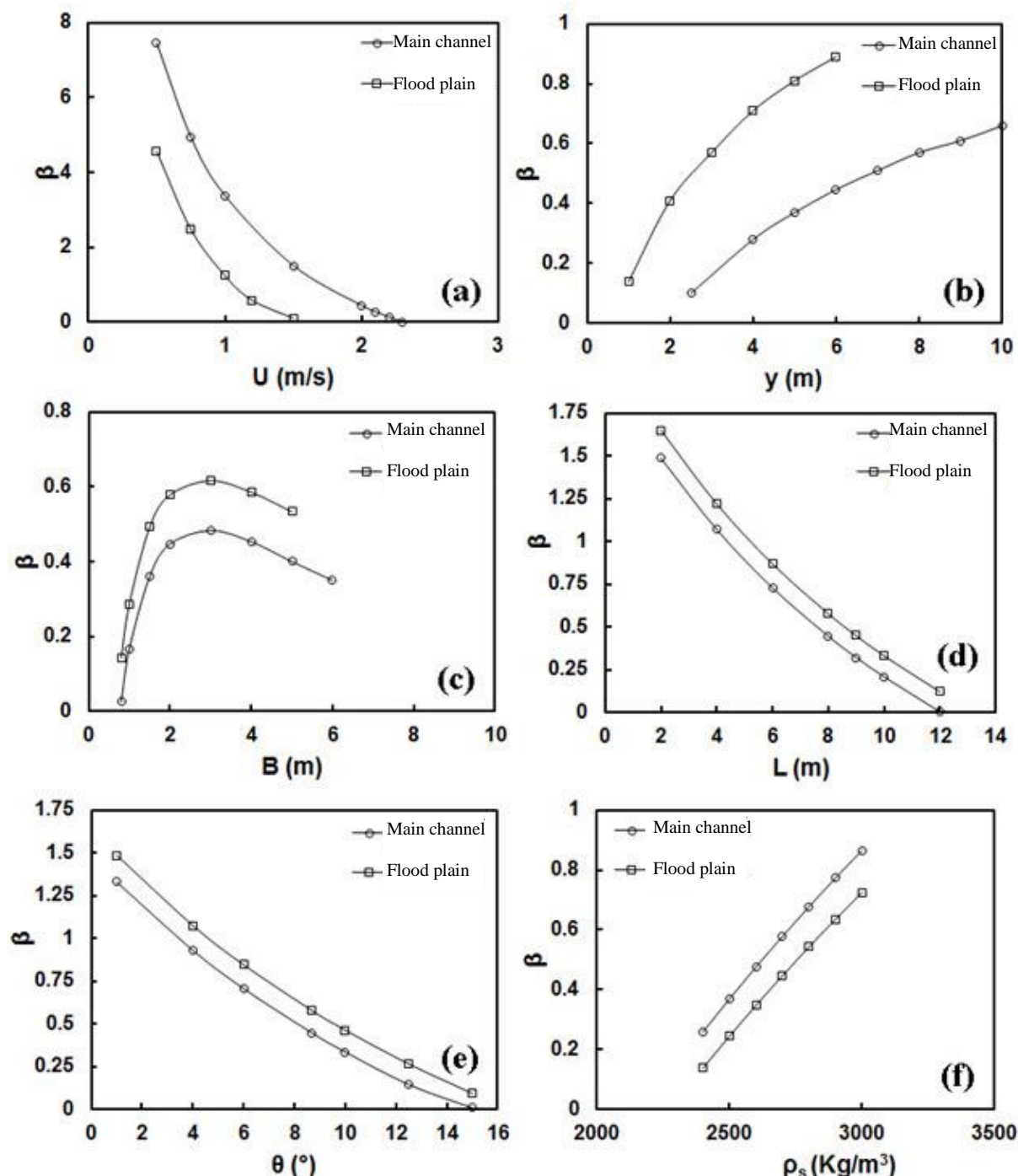
ضریب‌های تصحیح اندازه سنگچین و زاویه برخورد جریان به پایه پل می‌باشد. در ادامه بررسی شکل‌های ۶-۸ و ۶-۹ به ترتیب مربوط به تاثیرگذاری‌های طول پایه و زاویه برخورد جریان با راستای پایه بر قابلیت اطمینان لایه سنگچین نشان می‌دهد که با افزایش این فراسنجه‌ها، قابلیت اطمینان سنگچین کاهش می‌یابد به گونه‌ای که با افزایش این فراسنجه‌ها از مقدار میانگین موجود در جدول ۱ به میزان ۵۰٪، ضریب  $\beta$  به میزان ۹۸٪ و ۶۸٪ کاهش می‌یابد که این موضوع تاثیر بیشتر طول پایه بر قابلیت اطمینان سنگچین نسبت به زاویه قرارگیری پایه را نشان می‌دهد. در نهایت بررسی تاثیر فراسنجه چگالی دانه‌های سنگ ( $\rho_s$ ) بر قابلیت اطمینان سنگچین در شکل ۶-۸ نشان می‌دهد که افزایش مقدار این فراسنجه می‌تواند موجب بهبود قابلیت اطمینان سنگچین شود به گونه‌ای که با افزایش آن به میزان ۱۱٪ از  $2700 \text{ kg/m}^3$  تا  $3000 \text{ kg/m}^3$ ، ضریب  $\beta$  به میزان ۶۲٪ افزایش می‌یابد.

۵-۳-۲- بررسی تاثیر ضریب تغییرات فراسنجه‌های موثر

در این قسمت تغییرات ضریب قابلیت اطمینان نسبت به تغییر در میزان عدم قطعیت یک فراسنجه تصادفی که با ضریب تغییرات فراسنجه بیان می‌شود، مورد بررسی قرار می‌گیرد. همانگونه که در شکل ۷ مشخص است فراسنجه‌هایی مانند سرعت میانگین جریان  $U$ ، عمق جریان  $y$ ، عرض پایه  $B$ ، طول پایه  $L$  و زاویه قرارگیری پایه نسبت به راستای جریان  $\theta$  برای هر دو حالت پایه مستقر در آبراهه اصلی و دشت سیلابی در این تحلیل مشارکت داده شدند. در تحلیل حاضر ضریب تغییرات  $COV$  فراسنجه‌های تصادفی از ۰.۰۲ تا ۰.۵ افزایش داده شد و در هر مرحله مقدار ضریب قابلیت اطمینان اندازه سنگچین محاسبه شد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش  $COV$  هر یک از فراسنجه‌های تصادفی موجب کاهش ضریب  $\beta$  می‌شود به گونه‌ای که میزان تاثیر  $COV$  تایی از شدت نقش آن فراسنجه در تغییر قابلیت اطمینان سازه که در تحلیل حساسیت بیان شد، می‌باشد. با توجه به شکل ۷، ضریب تغییرات فراسنجه تصادفی  $U$  نقش بسیار مهمی را در میزان قابلیت اطمینان لایه سنگچین ایفا می‌کند به طوریکه با

قابلیت اطمینان نهایی سازه را افزایش داد. همچنین با توجه به شکل ۷، ضریب تغییرات دیگر فراسنجه‌ها تاثیر ناچیزی بر قابلیت اطمینان لایه سنگچین دارد.

افزایش میزان  $COV$  این فراسنجه از ۰/۰۲ تا ۰/۵، ضریب  $\beta$  به میزان حدوداً ۸۰ درصد کاهش می‌یابد. در نتیجه اگر بتوان با مراقبت‌های بیشتر به همراه مدیریت کیفیت این داده ورودی، ضریب تغییرات آنرا کاهش داد، می‌توان میزان



**Fig. 6** Variation of reliability index with the mean value of the effective parameters on riprap size around bridge pier located in the main channel and flood plain where effective parameters are: (a) Mean flow velocity, (b) Flow depth, (c) Bridge width, (d) Bridge length, (e) Flow attack angle, and (f) Rock density

شکل ۶ تغییرهای ضریب قابلیت اطمینان نسبت به مقدار فراسنجه‌های موثر بر پایداری سنگچین در اطراف پایه‌های پل مستقر در آبراهه اصلی و دشت سیلابی که فراسنجه‌های موثر عبارتند از: (a) سرعت میانگین جریان، (b) عمق جریان، (c) عرض پایه، (d) طول پایه، (e) زاویه پایه نسبت به راستای جریان و (f) چگالی دانه‌های سنگ

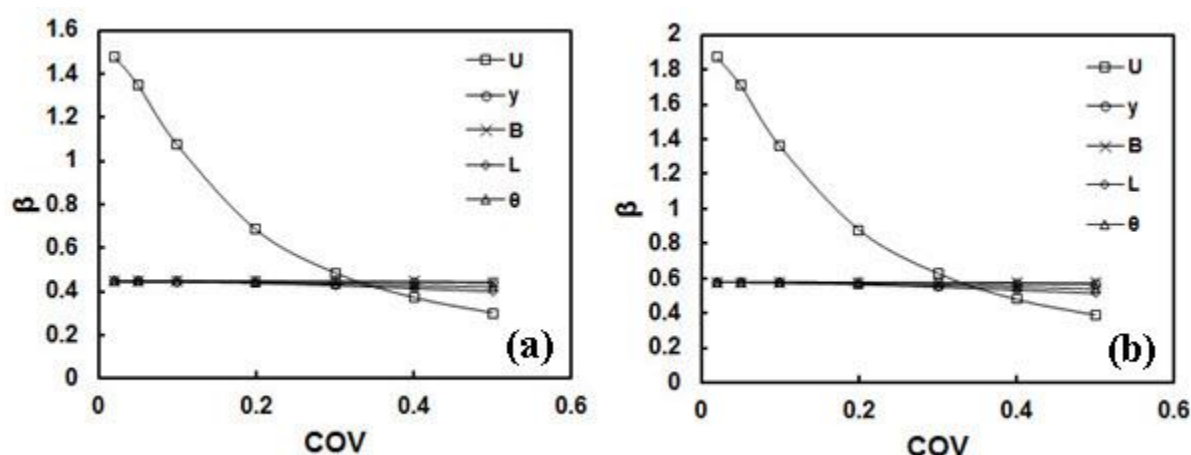


Fig. 7 Variation of reliability index with COV of different effective parameters on riprap size around bridge pier located in (a) Main channel and (b) Flood plain.

شکل ۷ تغییرات ضریب قابلیت اطمینان نسبت به ضریب تغییرات فراسنجه‌های موثر بر پایداری سنگچین در اطراف پایه پل مستقر در (الف) آبراهه اصلی و (ب) دشت سیلابی.

به هم است. همچنین در مثال کاربردی مشخص شد که با توجه به عدم قطعیت‌های انتخابی، سنگچین مستقر در آبراهه اصلی احتمال شکست بالاتری نسبت به سنگچین مستقر در دشت سیلابی دارد. نتایج نشان داد که اعمال عدم قطعیت‌های موجود در فراسنجه‌های موثر بر طراحی سنگچین می‌تواند احتمال شکست آنرا به شدت افزایش دهد. آنگاه به منظور کمی‌سازی عدم قطعیت‌های موجود در فراسنجه‌های موثر بر ضریب ایمنی طراحی به روش قطعی، تغییرات ضریب ایمنی طراحی لایه سنگچین نسبت به ضریب قابلیت اطمینان مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که یک رابطه خطی بین این دو فراسنجه در آبراهه اصلی و دشت سیلابی رودخانه برقرار است. در نتیجه می‌توان با انتخاب ضریب قابلیت اطمینان مناسب که به طور معمول در مرجع‌ها برابر با ۳ تعریف می‌شود، اقدام به تعیین ضریب ایمنی در طراحی قطعی کرد. در ادامه تحلیل حساسیت فراسنجه‌های تصادفی نشان داد که فراسنجه‌های سرعت میانگین جریان، اندازه سنگچین انتخابی، ضریب اصلاح مدل و عمق جریان به ترتیب بیشترین تاثیر و فراسنجه‌های عرض پایه، چگالی آب و زاویه برخورد جریان با راستای پایه همچنین کمترین تاثیر را بر قابلیت اطمینان لایه سنگچین دارند. که نیاز به اعمال تمهیدهای بیشتری برای تعیین دقیق‌تر این فراسنجه‌ها به خصوص سرعت میانگین جریان وجود دارد. در ادامه اقدام به بررسی تاثیر میانگین

## ۶- نتیجه‌گیری

استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان به عنوان یکی از روش‌های نوین طراحی و تحلیل سازه‌های مهندسی روز به روز بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد. در این روش با استفاده از نظریه احتمالات اقدام به کمی‌سازی عدم قطعیت‌های موجود در یک مسئله مهندسی می‌شود و به این ترتیب اطلاعات سودمندی در مورد پایداری و یا شکست سازه مهندسی طرح شده بدست می‌آید. در پژوهش حاضر اقدام به ارزیابی قابلیت اطمینان لایه سنگچین برای حفاظت از آبشستگی در اطراف پایه پل شد. برای این کار از دو روش تحلیل قابلیت اطمینان یکی روش تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول FORM و دومی روش شبیه‌سازی MCST استفاده شد. علت انتخاب این دو روش همپوشانی برتری‌ها و کاستی‌های آنها بود تا به این ترتیب نتایج در زمان کوتاه‌تر و با دقت بیشتری در دسترس قرار گیرد. همچنین از معادله طراحی (Karimaei and Zarrati (2013) و Karimaei et al. (2015) به عنوان تابع حالت حدی در تحلیل قابلیت اطمینان استفاده شد. برای نشان دادن برتری‌های تحلیل حاضر از یک مثال کاربردی که شامل یک پایه مستقر در آبراهه اصلی و یک پایه مستقر در دشت سیلابی رودخانه بود استفاده شد. بررسی دقت نتایج تحلیل حاضر نشان داد که ضریب قابلیت اطمینان و احتمال شکست لایه سنگچین در دو روش تحلیل قابلیت اطمینان انتخابی بسیار نزدیک



g	شتاب ثقل ( $m.s^{-2}$ )	فراسنجه‌های موثر بر تعیین اندازه پایدار سنگ بر قابلیت
g(O)	تابع حالت حدی	اطمینان لایه سنگچین شد. نتایج نشان داد که تغییر بعضی
K <sub>b</sub>	ضریب اصلاح عرض پایه	از فراسنجه‌ها مانند سرعت میانگین جریان ارتباطی عکس
K <sub>c</sub>	ضریب اصلاح طوق	و بعضی دیگر مانند چگالی دانه‌های سنگ ارتباطی مستقیم
K <sub>d</sub>	ضریب اصلاح اندازه سنگچین	با ضریب قابلیت اطمینان دارند، به گونه‌ای در شرایط
K <sub>y</sub>	ضریب اصلاح عمق جریان	بیشترین تاثیر فراسنجه‌های موثر که مربوط به سرعت
L	طول پایه (m)	میانگین جریان است. همچنین نتایج نشان داد که با کاهش
N <sub>c</sub>	فراسنجه پایداری سنگچین	سرعت میانگین به میزان ۷۵٪ از مقدار میانگین انتخابی،
P <sub>f</sub>	احتمال شکست	ضریب قابلیت اطمینان به میزان بیش از ۱۶ برابر افزایش
SF	ضریب ایمنی	می‌یابد. در نهایت اقدام به ارزیابی تاثیر عدم قطعیت
V	سرعت میانگین جریان ( $m.s^{-1}$ )	فراسنجه‌های موثر که با ضریب تغییرات هر فراسنجه تعریف
X	بردار فراسنجه‌های موثر در فضای معمولی	می‌شود بر قابلیت اطمینان لایه سنگچین شد. نتایج نشان
X'	بردار فراسنجه‌های موثر در فضای نرمال استاندارد	داد که در همه موارد با افزایش ضریب تغییرات هر یک از
y	عمق جریان (m)	فراسنجه‌های تصادفی، میزان قابلیت اطمینان لایه سنگچین
α	ضریب تحلیل حساسیت	کاهش می‌یابد به طوری که در بدترین حالت با افزایش
β	ضریب قابلیت اطمینان	ضریب تغییرات سرعت میانگین جریان از ۰/۰۲ تا ۰/۵،
β <sub>T</sub>	ضریب قابلیت اطمینان هدف	ضریب قابلیت اطمینان لایه سنگچین به میزان در حدود
θ	زاویه برخورد جریان با پایه (°)	۸۰ درصد کاهش می‌یابد.
ρ <sub>w</sub>	چگالی جریان ( $Kg.m^{-3}$ )	
ρ <sub>s</sub>	چگالی دانه‌های سنگچین ( $Kg.m^{-3}$ )	
λ	ضریب اصلاح مدل	
φ	تابع چگالی احتمال برای فراسنجه نرمال استاندارد	
Φ <sup>-1</sup>	تابع معکوس چگالی تجمعی برای فراسنجه نرمال استاندارد	

## ۷- سپاسگزاری

این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی طبق قرارداد شماره ۲۸۱۵۵ مورخ ۱۳۹۸/۱۱/۲۱ انجام گردیده است. به این وسیله نویسنده کمال تشکر خود را از معاونت پژوهشی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی اعلام می‌دارد.

## ۹- منابع

- Barbe, D. E., Cruise, J. F. and Singh, V. P. (1992). Probabilistic approach to local bridge pier scour. Transport Research Record 1350, pp. 28-33, (Transportation Research Board: Washington).
- Chiew Y. M. (1995). Mechanics of riprap failure at bridge piers. J. Hydraulic Eng. 121(2), 635-643.
- Coleman, S. E. and Melville, B. W. (2001). Case study: New Zealand bridge scour experiences. J. Hydraulic Eng., 127(7), 535-546.
- Halder, A. and Mahadevan, S. (2000). Probability, reliability and statistical methods in engineering design. John Wiley & Son, 161, New York.
- Johnson, P. A. (1992). Reliability-based pier scour engineering. J. Hydraulic Eng., 118(10), 1344-1358.

## ۸- فهرست علائم

B	عرض پایه (m)
B <sub>eff</sub>	عرض موثر پایه (m)
d <sub>50</sub>	اندازه پایدار سنگچین (m)
d <sub>50s</sub>	اندازه سنگچین مورد نیاز (m)
d <sub>50r</sub>	اندازه سنگچین موجود (m)
f <sub>X<sub>i</sub></sub>	تابع چگالی احتمال برای فراسنجه غیر نرمال اولیه
F <sub>X<sub>i</sub></sub>	تابع چگالی تجمعی برای فراسنجه غیر نرمال اولیه

- Muzzammil, M., Siddiqui, N. A. and Siddiqui A. F. (2008). Reliability considerations in bridge pier scouring. *J. Structural Eng. and Mechanics*, 28(1), 1-18.
- Nowak, A.S. and Collins, K.R. (2000). Reliability of structures. McGraw Hill, Singapore.
- Rackwitz, R. and Fiessler, B. (1976). Note on Discrete Safety Checking When Using Non-Normal Stochastic Models for Basic Variables. Load Project Working Session. Cambridge, MA: MIT.
- Richardson, E. V. and Davis, S. R. (1995). Evaluating scour at bridges, *Hydraulic Engineering Circular*, No. 18, FHWA-IP-90-017, Fairbank Turner Hwy. Res. Ctr., McLean, Va.
- Salamatian, S.A., Zarrati, A.R. and Banazadeh, M. (2013). Assessment of bridge safety due to scour by Bayesian network. *J. Water Management*. 166(6), 341-350.
- Salamatian, S.A., and Zarrati, A.R. (2019). Reliability study on uncertainty parameters and flood duration on scouring around unprotected and protected bridge piers. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*. <https://doi.org/10.1080/09715010.2019.1570360>.
- Yanmaz, A.M. (2003). Reliability based assessment of erodible channel capacity. *Turkish J. Eng. and Environmental Sciences*, 27(4), 265-273.
- Yanmaz, A.M. and Ustun, I. (2001). Generalized reliability model for local scour around bridge piers of various shapes. *J. Eng. and Environmental Sciences*, 25(6), 687-698.
- Yanmaz, A.M. and Cicekdag, O. (2001). Composite reliability model for local scour around cylindrical bridge piers. *Canadian J. Civil Eng.*, 28(3), 520-535.
- Johnson, P. A. and Dock, D. A. (1998). Probabilistic bridge scour estimates. *J. Hydraulic Eng.*, 124(7), 750-754.
- Johnson, P. A. and Niezgoda, S. L. (2004). Risk-Based method for selecting bridge scour countermeasures. *J. Hydraulic Eng.* 130(2), 121-128.
- Joint Committee on Structural Safety (JCSS). <http://www.jcss.ethz.ch/>.
- Karimaei Tabarestani, M. K. and Zarrati, A. R. (2013). Design of stable riprap around aligned and skewed rectangular bridge piers. *J. Hydraulic Eng.*, 139(8), 911-916.
- Karimaei Tabarestani, M. K., Zarrati, A. R., Mashahir, M. B. and Mokallaf, E. (2015). Extent of riprap layer with different stone sizes around rectangular bridge piers with or without an attached collar, *International J. Science and Technology (Scientia Iranica)*, 22(3), 709-716.
- Karimaei Tabarestani, M. K. and Zarrati, A. R. (2019). Reliability analysis of riprap stability around bridge piers. *J. Applied Water Eng. and Res.* 7 (1), 79-88.
- Lauchlan, C. S. and Melville, B. W. (2001). Riprap protection at bridge piers. *J. Hydraulic Eng.*, 127(5), 412-418.
- Melville, B.W. (1997). Pier and abutment scour: integrated approach. *J. Hydraulic Eng.*, 123(2), 125-136.
- Mashahir, M., Zarrati, A. and Mokallaf, E. (2009). Application of Riprap and Collar to Prevent Scouring around Rectangular Bridge Piers. *J. Hydraulic Eng.* 136(3), 183-187.