

استفاده از یک نیروی مانع ساده برای شبیه‌سازی عبور جریان از زیر یک دریچه هایپوالاستیک به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار

هوشنگ صباحی¹، امیر حسین نیک‌سرشت^{2*}، سید جعفر روزگار³

1- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

3- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

* شیراز، صندوق پستی 313-71555

nikser@sutech.ac.ir

چکیده - استفاده از روش‌های شبکه‌ای در مسائل با تغییر فرم زیاد به دلیل نیاز به تجدید شبکه، هزینه بالایی دارد، اما روش هیدرودینامیک ذرات هموار به دلیل بدون شبکه بودن در حل این گونه مسائل توانایی بالایی دارد. این روش یک روش کاملاً لاگرانژی و ذره‌ای است، لذا در حل مسائل سطح آزاد نیز توانایی خوبی دارد. در این مقاله ابتدا مسأله عبور جریان سیال از زیر یک دریچه به کمک این روش مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج به دست آمده با روش VOF مقایسه شده‌اند. سپس ارتعاش یک صفحه هایپوالاستیک با روش حاضر مدل‌سازی و نتایج حل با داده‌های تحقیقات قبلی مقایسه شده است. در نهایت مسأله عبور جریان از زیر یک دریچه‌ی هایپوالاستیک با در نظر گرفتن تعامل سیال - جامد، به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار و با استفاده از یک روش ساده و کارآمد در انتقال نیروها بین سیال و جامد شبیه‌سازی شده است. در این مقاله برای جلوگیری از نفوذ ذرات سیال به داخل جامد نیز یک نیروی دافع بسیار ساده که به فشار نیز وابسته نیست، معرفی می‌شود. در این شبیه‌سازی توانایی روش هیدرودینامیک ذرات هموار در دنبال کردن سطح مشترک سیال و جامد به خوبی دیده شده است و نتایج به دست آمده حاکی از دقت مناسب این شبیه‌سازی است.

کلیدواژه‌گان: هیدرودینامیک ذرات هموار، دریچه‌ی هایپوالاستیک، تعامل سیال - جامد.

1- مقدمه

آیرودینامیکی مثل بهبود ضرایب آیرودینامیکی در بالواره دارای پوسته ارتجاعی، مسائل صنعتی مثل لوله‌های انتقال نفت و گاز و کیسه هوای اتومبیل و نظایر این‌ها قابل مشاهده است. بیشتر مسائل حل شده در تعامل سیال - جامد به کمک روش‌های شبکه‌ای و با روش ALE² می‌باشد (Van Loon

تعامل سیال - جامد¹ در مسائلی مفهوم پیدا می‌کند که در آن سیال در تماس با یک سطح جامد متحرک یا تغییرشکل پذیر است. تعامل سیال - جامد به طور گسترده در علوم بیومکانیک مثل دریچه‌های قلب، حالب یا مجرای اتصال کلیه‌ها و مثانه، اعمال جراحی بای‌پس، مسائل

2. Arbitrary Lagrangian-Eulerian

1. Fluid- Solid Interaction

برگشت‌پذیر است، بدین معنا که پس از باربرداری، جسم به حالت اولیه خود باز می‌گردد و اگر جسم در یک چرخه بارگذاری و بار برداری قرار گیرد، انرژی تلف نخواهد شد. ساده‌ترین مدل الاستیک، مدل الاستیک خطی است که در آن تنش با کرنش رابطه خطی داشته که از قانون هوک تبعیت می‌کند. مدل هایپوالاستیک مدل الاستیک دیگری است که در آن نرخ کرنش با نرخ تنش ارتباط دارد. در این مدل رابطه کینماتیک تغییر مکان-کرنش خطی بوده و رابطه بین تنش و کرنش در حالت عمومی می‌تواند به صورت غیرخطی باشد. از آنجا که در این مدل (بر خلاف مدل الاستیک خطی) نرخ تنش با نرخ کرنش ارتباط دارد، می‌توان برای فرمول‌بندی جامد به راحتی از معادلات بقایی که برای سیال به کار گرفته می‌شود، استفاده نمود. عملاً همواره می‌توان مدل الاستیک خطی را با خطی فرض کردن رابطه تنش-کرنش از مدل هایپوالاستیک بدست آورد، اما عکس این موضوع صادق نیست. از طرفی نیز در این مقاله برای جلوگیری از نفوذ ذرات سیال به داخل جامد از یک نیروی مانع ساده که بر مبنای فاصله و سرعت ذرات سیال از ذرات جامد می‌باشد، استفاده شده است.

نیروی مانع معرفی شده توسط آنتوسی و همکاران (Antoci et al., 2007) برای جلوگیری از نفوذ ذرات سیال به داخل جامد، یک نیروی وابسته به فشار است که این باعث نفوذ خطای ناشی از یافتن فشار به محاسبات می‌شود، از طرفی نیز این نیرو یک بیان انتگرالی دارد و این باعث دشواری در به کارگیری این نیرو می‌شود. امینی و همکاران (Amini et al., 2011) نیز از یک نیروی مانع استفاده کردند که این نیرو پیچیده بوده و دارای چند پارامتر بوده که محاسبه آنها مشکل می‌باشد. امینی و همکاران همچنین از یک سری از ذرات میانی برای جلوگیری از نفوذ ذرات سیال به داخل میدان جامد استفاده کردند. نیروی مورد استفاده توسط سایر محققان

(Loon et al., 2007) این روش ترکیبی از روش‌های لاگرانژی و اویلری است. این ترکیب برای دستیابی به مزایا و دوری از معایب هر دو روش است و در جداسازی یا همپوشانی میدان به کار می‌آید. در این روش میدان اویلری سیال در سطح مشترک سیال-جامد تحت یک رفتار لاگرانژی سطح مشترک را دنبال می‌نماید. استفاده از این روش‌ها به دلیل نیاز به تجدید شبکه بسیار هزینه بر است. لذا استفاده از روش‌های شبکه‌ای در تغییر شکل‌های بزرگ توصیه نمی‌شود. یکی از روش‌های بدون شبکه که در حل مسائل تعامل سیال-جامد توانایی بالایی دارد روش هیدرودینامیک ذرات هموار¹ است (Lahooti et al., 2011).

روش هیدرودینامیک ذرات هموار اولین بار توسط لوسی و مناگان در سال 1977 در حل مسائل فیزیک نجوم مورد استفاده قرار گرفت (Gingold et al., 1977; Lucy, 1977). سپس این روش در مکانیک جامدات گسترش یافت (Libersky et al., 1993; Randles et al., 1996). توانایی فوق‌العاده این روش در حل مسائل با تغییر شکل زیاد باعث شد تا اولین بار در سال 1994 مناگان در مسأله شکست امواج نیز از این روش استفاده نماید.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار به دلیل لاگرانژی و بدون شبکه بودن در حل مسائل سطح آزاد (Ghadampour et al., 2012)، مدل کردن موج در سطح آزاد (Omidvar et al., 2012) و همچنین مسائل تعامل سیال-جامد (Omidvar et al., 2013; Yang et al., 2012) استفاده فراوانی دارد. در این مقاله از روش هیدرودینامیک ذرات هموار برای شبیه‌سازی جریان خروجی از زیر یک دریچه هایپوالاستیک، که حل آزمایشگاهی آن نیز وجود دارد، با استفاده از یک روش بسیار ساده و کارآمد در انتقال نیروها بین سیال و جامد استفاده شده است. به طور کلی در مواد الاستیک رابطه تنش و کرنش یک رابطه

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

در معادلات بالا i و j مؤلفه‌های جهتی می‌باشند.

3- گسسته‌سازی به روش هیدرودینامیک ذرات

هموار

ایده اصلی در گسسته‌سازی به این روش استفاده از بیان انتگرالی زیر است (Ghadampour et al., 2012):

$$f(x) = \int f(x') \delta(x-x') dx' \quad (9)$$

که در این رابطه δ تابع دلتا می‌باشد. در این روش دو تقریب انتگرالی و ذره‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. در تقریب انتگرالی به جای تابع دلتا از یک تابع موسوم به تابع هموار استفاده می‌شود (Ghadampour et al., 2012):

$$f(x) = \int f(x') w(x-x') dx' \quad (10)$$

در تقریب ذره‌ای نیز انتگرال روی یک محیط پیوسته، به مجموع روی ذرات همسایه تبدیل می‌شود (Ghadampour et al., 2012):

$$\langle f(x) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_b}{\rho_b} f(x_b) w(x-x_b, h) \quad (11)$$

که در آن اندیس b مربوط به ذرات همسایه و h طول هموار کننده می‌باشد. براساس این معادله مقدار هر تابع براساس مقدار همان تابع در ذرات همسایه‌اش و با کمک یک تابع هموار کننده به دست می‌آید.

تابع هموار کننده مورد استفاده در این مقاله تابع مکعبی اسپلاین است که توسط مناگان معرفی شده و مورد استفاده بسیاری از محققان بوده است (Monaghan., 1992; Rafiee et al., 2009; Amini et al., 2011)

$$w(r, h) = \begin{cases} \frac{10}{7\pi h^2} \left(1 - \frac{3}{2}R^2 + \frac{3}{4}R^3\right) & R < 1 \\ \frac{10}{28\pi h^2} (2-R)^3 & 1 \leq R \leq 2 \\ 0 & R > 2 \end{cases} \quad (12)$$

در این معادله h طول هموار کننده می‌باشد و مقداری بین 1/1 تا 2 برابر فاصله اولیه بین ذرات دارد (مقدار 1/3 در

نیز پیچیده می‌باشد، اما نیروی مورد استفاده در این مقاله به مراتب ساده‌تر است و در مقایسه نتایج با تحقیقات قبلی دقت قابل قبولی را نیز نشان می‌دهد.

2- معادلات حاکم بر جریان

معادلات پیوستگی و مومنت حاکم بر مسأله دو بعدی در دیدگاه لاگرانژی به صورت معادلات (1) و (2) می‌باشند (Amini et al., 2011).

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{v} \quad (1)$$

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (2)$$

که در آن‌ها f, σ, v, t و ρ به ترتیب زمان، بردار سرعت، تانسور تنش، نیروی خارجی و جرم مخصوص هستند؛ در سیال، تانسور تنش از فشار ایزوتروپیک و تنش برشی با رابطه (3) به دست می‌آید (Amini et al., 2011):

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (3)$$

تنش برشی نیز با فرض سیال نیوتنی از رابطه (4) به دست می‌آید (Ghadampour et al., 2012):

$$\left(\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \right)_i = \left(\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{v} \right)_i \quad (4)$$

معادلات (1) و (2) برای جامد نیز معتبر می‌باشند. تانسور تنش در یک جامد هاپپوالاستیک از فشار ایزوتروپیک و تنش برشی انحرافی از رابطه (5) به دست می‌آید (Amini et al., 2011):

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij} \quad (5)$$

که در آن تنش برشی انحرافی (S) با کمک رابطه (6) محاسبه می‌شود (Amini et al., 2011):

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} = 2\mu_s \left(D_{ij} - \frac{1}{3} D_{mm} \delta_{ij} \right) + S_{ik} W_{jk} + S_{kj} W_{ik} \quad (6)$$

μ_s مدول برشی، D تانسور نرخ تغییر فرم و W تانسور نرخ چرخش است و می‌توان آن‌ها را از روابط (7) و (8) به دست آورد (Amini et al., 2011):

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

(18) بدست می‌آید (Rafiee et al., 2009):

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \rho_a \sum_{b=1}^N \frac{m_b}{\rho_b} (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \cdot \nabla_a w_{ab} \quad (18)$$

برای گسسته‌سازی معادله مومنتم در سیال با توجه به روابط بیان شده، شکل نهایی این معادله به صورت معادله (19) به دست خواهد آمد (Ghadampour et al., 2012):

$$\frac{Dv_{ai}}{Dt} = -\sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \frac{\partial w_{ab}}{\partial_a x_i} + \sum_b \frac{4m_b(\mu_a + \mu_b) \vec{r}_{ab} \cdot \nabla_a w_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)^2 (|r_{ab}|^2 + \eta^2)} (\vec{v}_a - \vec{v}_b) + f_i \quad (19)$$

فشار در شکل استاندارد روش هیدرودینامیک ذرات هموار از یک معادله حالت به دست می‌آید، این شکل را هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم ناپذیری ضعیف¹ می‌نامند. این معادله برای سیال و جامد یک شکل کلی دارد (Amini et al., 2011):

$$P = c_0^2 (\rho - \rho_0) \quad (20)$$

برای جامد $c_0^2 = k/\rho_0$ که k مدول بالک می‌باشد و برای یک سیال نیز $c_0^2 = \zeta/\rho_0$ می‌باشد که ζ مدول تراکم‌پذیری است. شکل گسسته شده معادله مومنتم برای یک جامد به فرم معادله (21) خواهد بود (Amini et al., 2011):

$$\frac{Dv_{ai}}{Dt} = -\sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \frac{\partial w_{ab}}{\partial_a x_i} + \sum_b m_b \left(\frac{S_{ija}}{\rho_a^2} + \frac{S_{jib}}{\rho_b^2} + (R_{ija} + R_{jib}) f^n \right) \frac{\partial w_{ab}}{\partial_a x_j} + f_i \quad (21)$$

که در آن Π_{ab} لزجت مصنوعی است که از جفت شدن ذرات هنگامی که خیلی به هم نزدیک می‌شوند، جلوگیری می‌کند و با کمک معادله (22) محاسبه می‌شود (Monaghan et al., 1983):

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} -\frac{\alpha C_{ab} \mu_{ab}}{\rho_{ab}} & \vec{v}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab} < 0 \\ 0 & \vec{v}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab} > 0 \end{cases} \quad (22)$$

این مقاله در نظر گرفته شده است)، و $R=r/h$ که r فاصله بین ذرات است. تابع هموار کننده بایستی خواص تابع دلنا را داشته باشد (Ghadampour et al., 2012):

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x'} w(x-x') dx' = \delta(x-x') \\ w(x-x') = 0 \quad |x-x'| > kh \\ \int_{\Omega} w(x-x') dx' = 1 \end{cases} \quad (13)$$

که در آن kh مبین میدان تأثیر تابع هموار کننده است.

4- گسسته‌سازی مشتقات یک تابع

در ادامه روشی برای گسسته‌سازی گرادیان یک تابع بیان شده است (Ghadampour et al., 2012):

$$\langle \nabla f(x_a) \rangle = \rho_a \sum_{b=1}^N m_b \left[\frac{f(x_b)}{\rho_b^2} + \frac{f(x_a)}{\rho_a^2} \right] \nabla_a w_{ab} \quad (14)$$

با فرض سیال نیوتنی برای ترم لاپلاسین ایجاد شده در معادله مومنتم رابطه (15) بدست می‌آید (Ghadampour et al., 2012):

$$\left(\frac{\mu}{\rho} \nabla^2 v \right)_a = \sum_b \frac{4m_b(\mu_a + \mu_b) \vec{r}_{ab} \cdot \nabla_a w_{ab}}{(\rho_a + \rho_b)^2 (|r_{ab}|^2 + \eta^2)} (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \quad (15)$$

در معادلات فوق a ذره مرکزی و b ذره همسایه آن است، i و j نیز مؤلفه‌های جهتی هستند، μ لزجت دینامیکی سیال است و $\eta = 0.1h$ مقداری ثابت برای جلوگیری از صفر شدن مخرج می‌باشد. مشتق تابع w نیز برطبق قاعده زنجیره‌ای از رابطه (6) بدست می‌آید (Ghadampour et al., 2012):

$$\nabla_a w_{ab} = \left(\frac{\partial w}{\partial r_{ab}} \frac{x_a - x_b}{|r_{ab}|}, \frac{\partial w}{\partial r_{ab}} \frac{y_a - y_b}{|r_{ab}|} \right) \quad (16)$$

5- گسسته‌سازی معادلات پیوستگی و مومنتم

جرم مخصوص را به کمک معادله (17) می‌توان به دست آورد، این روش یافتن جرم مخصوص به روش جمع‌زنی موسوم است (Rafiee et al., 2009):

$$\rho_a = \sum_{b=1}^N \rho_b w \frac{m_b}{\rho_b} = \sum_{b=1}^N w m_b \quad (17)$$

روش دیگری که برای یافتن جرم مخصوص استفاده می‌شود، از گسسته‌سازی معادله پیوستگی مطابق رابطه

¹weakly compressible SPH (WCSPH)

جهت یافتن زاویه θ و تنش‌های مصنوعی متناظر با تنش‌های اصلی می‌توان از معادلات (31) تا (33) استفاده کرد (Gray et al., 2001):

$$\tan 2\theta_a = \frac{2\sigma_a^{xy}}{\sigma_a^{xx} - \sigma_a^{yy}} \quad (31)$$

$$\bar{R}_a^{xx} = \begin{cases} -e \frac{\bar{\sigma}_a^{xx}}{\rho_a^2} & \bar{\sigma}_a^{xx} > 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_a^{xx} < 0 \end{cases} \quad (32)$$

$$\bar{R}_a^{yy} = \begin{cases} -e \frac{\bar{\sigma}_a^{yy}}{\rho_a^2} & \bar{\sigma}_a^{yy} > 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_a^{yy} < 0 \end{cases} \quad (33)$$

e مقداری ثابت و برابر 0/3 در نظر گرفته می‌شود. در نهایت با کمک روابط (29) تا (33) مؤلفه‌های تنش مصنوعی به‌دست خواهند آمد (Gray et al., 2001):

$$R_a^{xx} = c^2 \bar{R}_a^{xx} + s^2 \bar{R}_a^{yy} \quad (34)$$

$$R_a^{yy} = s^2 \bar{R}_a^{xx} + c^2 \bar{R}_a^{yy} \quad (35)$$

$$R_a^{xy} = cs(\bar{R}_a^{xx} - \bar{R}_a^{yy}) \quad (36)$$

و $f = \frac{w_{ij}}{w(l_0, h)}$ که l_0 فاصله اولیه بین ذرات و n نیز در معادله (21) برابر 4 در نظر گرفته می‌شود.

6- سطح آزاد و اعمال شرط مرزی دیوار

سطح آزاد در روش هیدرودینامیک ذرات هموار با کمک چگالی ذرات تعیین می‌شود. از آن جا که مطابق شکل 1، تعداد ذرات در میدان تأثیر ذرات سطح آزاد کمتر است، چگالی آن‌ها افت خواهد کرد. لذا اگر مقدار چگالی یک ذره از یک مقدار خاص کمتر باشد، آن ذره سطح آزاد خواهد بود. این مقدار خاص را معمولاً 0/8 تا 0/99 برابر چگالی مرجع می‌گیرند (در این مقاله این مقدار 0/93 در نظر گرفته شده است). فشار این ذرات نیز صفر در نظر گرفته می‌شود. برای اعمال شرط مرزی دیوار برای دیوار-های ثابت و بدون حرکت در این مقاله از روش ذرات مجازی استفاده شده است.

در معادله فوق پارامترها به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\mu_{ab} = \frac{h(\bar{v}_{ab} \cdot \bar{r}_{ab})}{|\bar{r}_{ab}|^2 + 0.01h^2}, \quad \bar{v}_{ab} = \bar{v}_a - \bar{v}_b, \quad \bar{r}_{ab} = \bar{r}_a - \bar{r}_b$$

$\bar{c}_{ab} = \frac{1}{2}(c_a + c_b)$ و $\bar{\rho}_{ab} = \frac{1}{2}(\rho_a + \rho_b)$ سرعت صوت می‌باشد، α ضریب لزجت مصنوعی است و مقداری بین صفر و یک دارد. برای یافتن تانسور تنش انحرافی از معادله (6) بایستی ابتدا تانسور نرخ تغییر فرم و تانسور چرخش را گسسته‌سازی کرد، این تانسورها به صورت معادلات (23) تا (27) به‌دست می‌آیند (Amini et al., 2011):

$$D_{xx} = -\sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (u_a - u_b) \frac{\partial w}{\partial x} \quad (23)$$

$$D_{yy} = -\sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (v_a - v_b) \frac{\partial w}{\partial y} \quad (24)$$

$$D_{xy} = D_{yx} = -\frac{1}{2} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} [(u_a - u_b) \frac{\partial w}{\partial y} + (v_a - v_b) \frac{\partial w}{\partial x}] \quad (25)$$

$$W_{xy} = -\frac{1}{2} \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} [(u_a - u_b) \frac{\partial w}{\partial y} - (v_a - v_b) \frac{\partial w}{\partial x}] \quad (26)$$

$$W_{xx} = W_{yy} = 0 \quad (27)$$

در نهایت می‌توان مؤلفه‌های تنش برشی انحرافی را از معادله (28) بدست آورد (Amini et al., 2011):

$$\frac{S_{ij}^{n+1} - S_{ij}^n}{\Delta t} = 2\mu_s (D_{ij}^n - \frac{1}{3} D_{mm}^n \delta_{ij}) + S_{ik}^{n+1} W_{jk}^n + S_{kj}^{n+1} W_{ik}^n \quad (28)$$

R_{ij} نیز تنش مصنوعی است که در سال 2001 توسط گری و همکارانش (Gray et al., 2001) ارائه شده است، این تنش از ناپایداری کششی¹ جلوگیری می‌کند. برای یافتن این تنش بایستی ابتدا تنش‌های اصلی² را یافت (Gray et al., 2001):

$$\bar{\sigma}_a^{xx} = c^2 \sigma_a^{xx} + 2sc \sigma_a^{xy} + s^2 \sigma_a^{yy} \quad (29)$$

$$\bar{\sigma}_a^{yy} = s^2 \sigma_a^{xx} + 2sc \sigma_a^{xy} + c^2 \sigma_a^{yy} \quad (30)$$

که c و s نماد کسینوس و سینوس زاویه θ هستند.

1. Tensile instability
2. Principal stress

7- کوپل کردن سیال و جامد

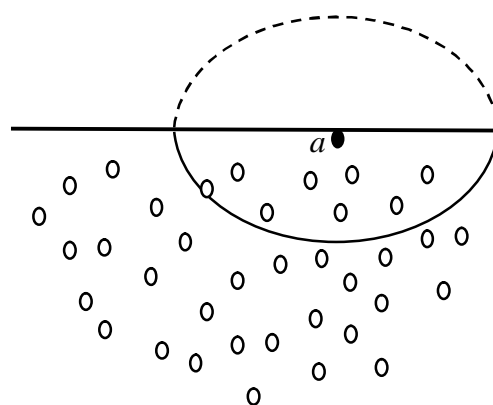
همان‌طور که از شکل 3، مشخص است در سطح مشترک سیال و جامد در میدان مؤثر یک ذره، هم ذرات سیال وجود دارند و هم ذرات جامد. اگر در معادلات پیوستگی و مومنتم سیال و جامد گستره ذرات محدود نشود و سیال و جامد بتوانند از یکدیگر تأثیر بگیرند، شرط سازگاری دینامیکی که برابری تنش‌ها در سطح مشترک است، به طور خود به خود ارضا می‌شود. بایستی به این نکته نیز توجه داشت که در هنگام گسترش میدان تأثیر یک ذره، همه ذرات، صرف نظر از ذاتشان، با خواص یکسان در نظر گرفته شوند و یا به عبارتی یعنی در هنگام حل معادله (19) ذرات جامد با خواص سیال و در هنگام حل معادله (21) ذرات سیال با خواص جامد در نظر گرفته می‌شوند (Amini et al., 2011; Antoci et al., 2007).

برای جلوگیری از نفوذ ذرات سیال به داخل میدان جامد در دیوارهای متحرک، از یک نیروی مانع¹ استفاده شده است. این نیرو بر واحد جرم بوده و مشابه یک نیروی خارجی عمل می‌نماید. این نیرو از طرف ذرات جامد به ذرات سیال وارد می‌شود. برای برقراری قانون سوم نیوتن بایستی این نیرو به ذرات جامد نیز در جهت مخالف وارد شود (Antoci et al., 2007; Yang et al., 2012). مزیت نیروی مورد استفاده در این مقاله سادگی آن است. از طرفی نیز این نیروی ارائه شده جدید به فشار وابسته نیست و با توجه به سرعت و فاصله ذرات سیال نسبت به ذرات جامد به دست می‌آید. نیروی مورد استفاده از معادله (37) محاسبه می‌شود (اسماعیلی، 1391):

$$f = \begin{cases} \frac{1}{3} \left(\frac{-\vec{v}'^{-1} \cdot \vec{n}}{dt} \right) \left(\frac{1-0.25R}{0.25R} \right) & \vec{v} \cdot \vec{n} < 0 \\ 0 & \vec{v} \cdot \vec{n} > 0 \end{cases} \quad (37)$$

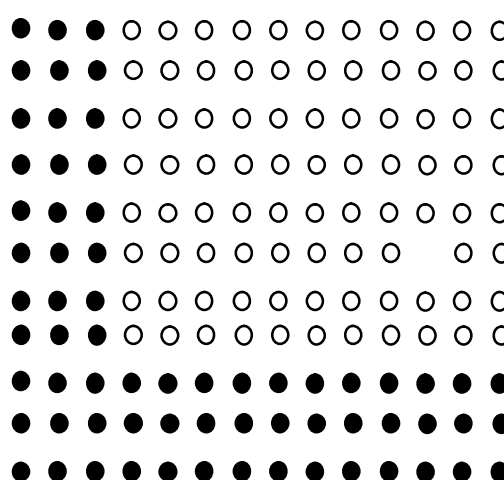
R طول بی‌بعد است و از رابطه (38) به دست می‌آید:

$$R = \frac{|r_{ab}|}{h} \quad 0 < R < 2 \quad (38)$$



شکل 1 بیان شماتیک افت چگالی در سطح آزاد

در این روش یک لایه از ذرات دقیقاً روی مرز گذاشته می‌شوند. سرعت این ذرات صفر بوده و فشارشان از حل معادله حالت به دست می‌آید. این ذرات به دلیل وجود ستون مایع بالای آن‌ها دارای فشار بالایی می‌باشند. هنگامی که ذرات سیال به دیوار نزدیک می‌شوند، از طرف دیوار نیرویی عمود بر دیوار به آن‌ها اعمال می‌شود و از نفوذ آن‌ها به دیوار جلوگیری می‌کند. برای همسان سازی چگالی این لایه، چند لایه دیگر در خارج از مرز گذاشته می‌شود که تعداد این لایه‌ها به شعاع تأثیر تابع هموار کننده بستگی دارد (شکل 2). فشار این ذرات برابر فشار لایه اول است (Koshizuka et al., 1998).



شکل 2 استفاده از سه لایه از ذرات در مرز

جریان‌های تراکم ناپذیر، از روش XSPH استفاده می‌شود. در این روش یک ترم که دربر دارنده سرعت ذرات همسایه است، به سرعت هر ذره افزوده می‌شود تا ذرات با یک سرعت نزدیک‌تر به سرعت میانگین حرکت کنند. در این روش جابجایی مطابق معادله‌ی (41) بدست می‌آید (Monaghan, 1989):

$$\frac{D\bar{v}_a}{Dt} = \bar{v}_a - \varepsilon \sum_b \frac{m_b}{\rho_{ab}} (\bar{v}_a - \bar{v}_b) w_{ab} \quad (41)$$

که $\bar{\rho}_{ab}$ میانگین چگالی ذرات a و b است و ε را معمولاً برابر 0/5 در نظر می‌گیرند.

9- الگوریتم حل در روش هیدرودینامیک ذرات هموار

برای حل از یک الگوریتم پیشگو-تصحیح کننده¹ استفاده شده است. برای سادگی، معادلات پیوستگی، مومنتم و جابجایی به صورت معادله (42) ارائه می‌شوند (Tayebi et al., 2013; Monaghan, 1989):

$$\begin{cases} \frac{d\bar{v}_a}{dt} = \bar{F}_a \\ \frac{d\rho_a}{dt} = D_a \\ \frac{d\bar{r}_a}{dt} = \bar{V}_a \\ P_a = f(\rho) \end{cases} \quad (42)$$

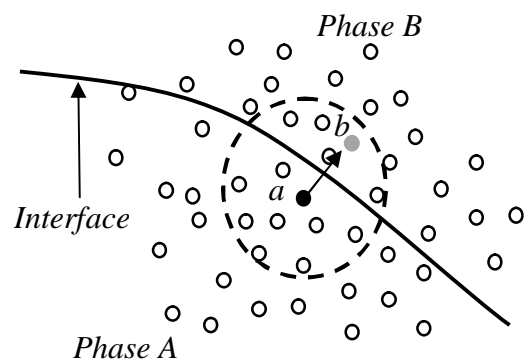
در گام میانی مقادیر هر پارامتر به صورت معادله (43) به دست می‌آیند (Tayebi et al., 2013; Monaghan, 1989):

$$\begin{cases} \bar{v}_a^{n+\frac{1}{2}} = \bar{v}_a^n + \frac{\Delta t}{2} \bar{F}_a^n \\ \rho_a^{n+\frac{1}{2}} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^n \\ \bar{r}_a^{n+\frac{1}{2}} = \bar{r}_a^n + \frac{\Delta t}{2} \bar{V}_a^n \\ P_a^{n+\frac{1}{2}} = f(\rho_a^n) \end{cases} \quad (43)$$

سپس در انتهای هر گام زمانی مقادیر هر پارامتر با کمک گام میانی محاسبه می‌شود (Tayebi et al., 2013; Monaghan, 1989):

صورت معادله (38) بیانگر فاصله دو ذره a و b می‌باشد که در آن ذره b در میدان تأثیر ذره a قرار گرفته است. به عبارت دیگر ذره a مرکزی و ذره b یکی از ذرات همسایه آن است. حال اگر میدان سیال در حال حل شدن باشد، ذره a یک ذره سیال و ذره b یک ذره جامد است که در همسایگی آن قرار دارد. برعکس اگر میدان جامد در حال حل شدن باشد، ذره a یک ذره جامد و ذره b ذره سیال موجود در همسایگی آن است. n نیز بردار یکه عمود بر سطح مشترک سیال با جامد است و جهتی رو به داخل میدان دارد. برای ذرات جامد موجود در سطح مشترک سیال- جامد بردار یکه مماس بر سطح مشترک را می‌توان به صورت معادله (39) تعریف کرد (Randles et al., 1996):

$$\hat{t}_a = (t_{ax}, t_{ay}) = \left(\frac{x_{a+1} - x_{a-1}}{|r_{a+1,a-1}|}, \frac{y_{a+1} - y_{a-1}}{|r_{a+1,a-1}|} \right) \quad (39)$$



شکل 3 نمایش شماتیک ذرات و بردار نرمال در سطح مشترک

که $a-1$ و $a+1$ نشان دهنده ذرات بعد و قبل ذره مرکزی a می‌باشند. بردار یکه نرمال به سطح مشترک مطابق معادله (40) به دست می‌آید (Randles et al., 1996):

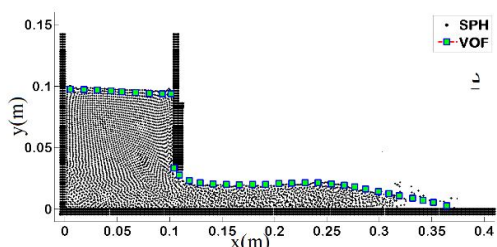
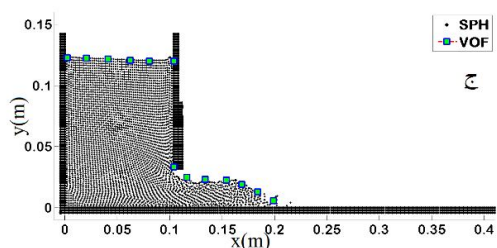
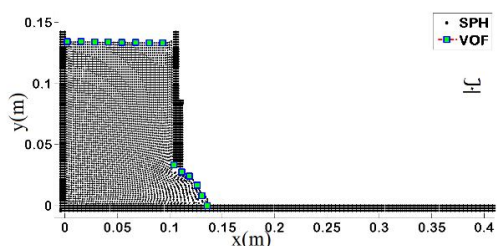
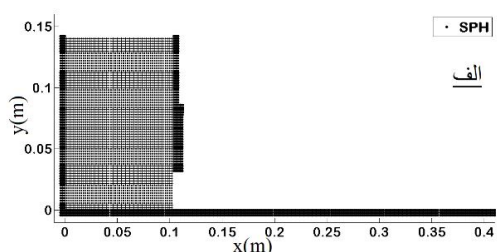
$$\bar{n}_a = (-t_{ay}, t_{ax}) \quad (40)$$

8- تصحیح سرعت با روش XSPH

برای تصحیح و هموار کردن حرکت ذرات، خصوصاً در

$$f(x) = (\cos(kL) + \cosh(kL))(\cosh(kx) - \cos(kx)) + (\sin(kL) - \sinh(kL))(\sinh(kx) - \sin(kx)) \quad (46)$$

مقدار (kL) برای فرکانس اصلی $kL = 1.875$ ، $f(L)$ مقدار تابع f در طول L و $v_{0L} = 0.01$ است. طول و عرض صفحه به ترتیب $L = 0.2\text{m}$ ، $H = 0.02\text{m}$ و خواص آن به صورت $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ ، $K = 3.25 \times 10^6\text{ N/m}^2$ و $\mu_s = 7.15 \times 10^6\text{ N/m}^2$ می‌باشند.



شکل 4 پروفیل سطح آزاد سیال در مخزن و خروجی دریاچه با روش SPH و VOF در زمان‌های الف) 0/0، ب) 0/05، ج) 0/1، د) 0/2 ثانیه

:Monaghan, 1989)

$$\begin{cases} v_a^{n+1} = v_a^n + \Delta t F_a^{n+\frac{1}{2}} \\ \rho_a^{n+1} = \rho_a^n + \Delta t D_a^{n+\frac{1}{2}} \\ r_a^{n+1} = r_a^n + \Delta t V_a^{n+\frac{1}{2}} \\ P_a^{n+1} = f(\rho_a^{n+\frac{1}{2}}) \end{cases} \quad (44)$$

10- نتایج

10-1- شبیه‌سازی جریان خروجی سیال از زیر دریاچه

در این تحقیق روش هیدرودینامیک ذرات هموار، برای بررسی جریان سیال از زیر دریاچه مورد استفاده قرار گرفته است، نتایج با حل مسأله به کمک روش VOF مقایسه شده است. هندسه اولیه یک مخزن با طول 0/1 متر، ارتفاع 0/14 متر و ارتفاع دریاچه نیز 0/03 متر می‌باشد. گام زمانی مورد استفاده 0/00002 ثانیه و فاصله اولیه ذرات 0/002 متر در نظر گرفته شده است. سیال مورد مطالعه آب با جرم مخصوص $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ و ضریب تراکم‌پذیری $\beta = 2 \times 10^6\text{ N/m}^2$ می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی در شکل 4 آمده‌اند. همان‌طور که از شکل 4 مشخص است روش هیدرودینامیک ذرات هموار توانایی خوبی در یافتن سطح آزاد دارد و مقایسه نتایج با روش VOF نیز دقت قابل قبولی را نشان می‌دهد.

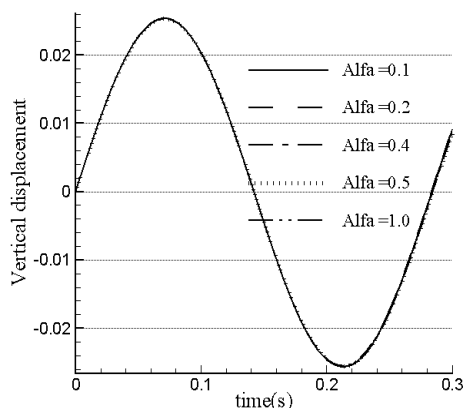
10-2- شبیه‌سازی ارتعاش صفحه هایپوالاستیک

برای اعتبارسنجی کد نوشته شده در قسمت جامد مسأله ارتعاش یک صفحه هایپوالاستیک شبیه‌سازی شده است. این صفحه با فرکانس اصلی حول وضعیت تعادل خود در حالت افقی با یک سرعت اولیه ارتعاش می‌کند (Gray et al., 2001):

$$v_y = c_0 v_{0L} \frac{f(x)}{f(L)} \quad (45)$$

که در آن:

به دست آمده است. البته برای α های کوچکتر مسأله می تواند ناپایدار شود. نتایج جابجایی عمودی نقطه انتهایی این صفحه در α های مختلف در شکل 6، نشان داده شده است و حاکی از غیر وابسته بودن نتایج به α و پایدارتر بودن کد حاضر می باشد.

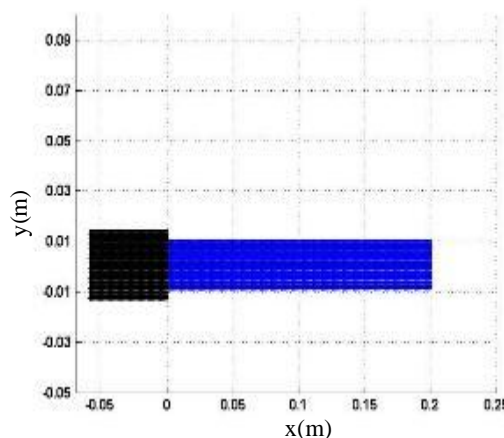


شکل 6 جابجایی عمودی نقطه انتهایی صفحه با α های مختلف

برای بررسی توانایی بیشتر این روش در شبیه سازی ارتعاش مواد، نتایج به دست آمده از ارتعاش یک صفحه به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار، با نتایج حاصل از ارتعاش این صفحه به کمک نرم افزار ANSYS مورد مقایسه قرار گرفته است. در شبیه سازی به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار از روابط صفحه هایپوالاستیک معرفی شده استفاده شده است و در نرم افزار ANSYS نیز ماده مورد نظر الاستیک خطی در نظر گرفته شده است. هندسه و خواص صفحه در این مسأله مطابق هندسه و خواص صفحه مثال قبل بوده، و ارتعاش با اعمال بار گسترده 100 نیوتن بر واحد جرم در جهت عمودی و رو به بالا صورت می گیرد. شکل 7، جابجایی عمودی نقطه انتهایی این صفحه را به کمک دو روش ذکر شده نشان می دهد.

نتایج به دست آمده دقت بالای کد حاضر را در تغییر شکل های بزرگ نشان می دهد.

در شکل 5، هندسه اولیه این صفحه نشان داده شده است. تعداد ذرات مورد استفاده در این مسأله 3195 ذره بوده و برای استقلال از ذرات این مسأله با 5560 ذره نیز حل شده و نتایج یکسانی به دست آمده است. برای مقایسه این شبیه سازی با تحقیقات قبلی و حل تحلیلی، نتایج حاصل از ارتعاش این صفحه در جدول 1، آمده اند. این مقایسه دقت قابل ملاحظه تحقیق حاضر را نشان می دهد.



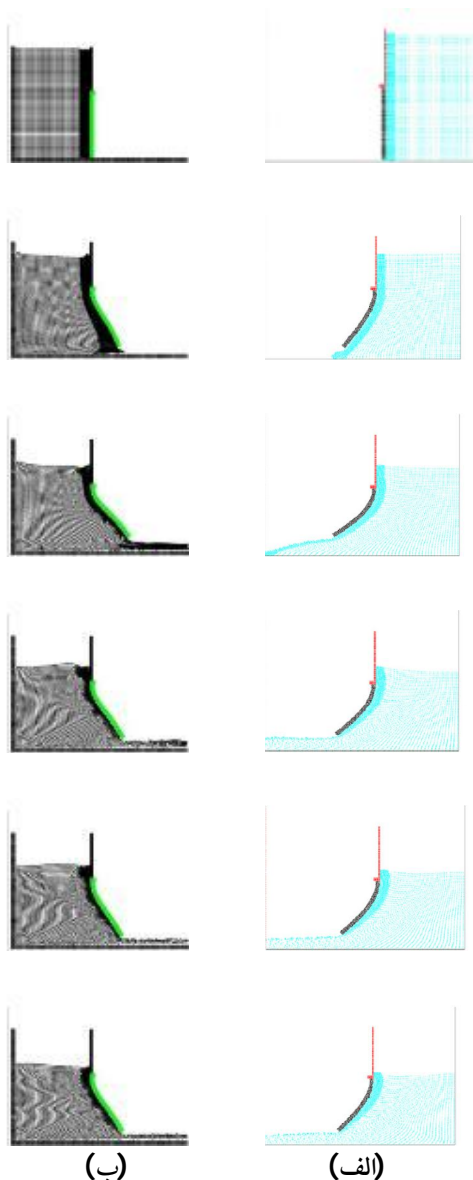
شکل 5 هندسه اولیه صفحه هایپوالاستیک

جدول 1 مقایسه پارامترهای بی بعد ارتعاش صفحه

$\frac{A}{L}$	دوره تناوب	
	دامنه بی بعد	بی بعد $\frac{Tc_0}{L}$
0/125	80/95	تحقیق حاضر
0/124	81/5	آنتوسی و همکاران (Antoci, 2007)
0/125	82	گری و همکاران (Gray, 2001)
0/115	72/39	حل تحلیلی

شایان توجه است که در تحقیقات گذشته (Amini et al., 2011) شبیه سازی این مسأله برای $\alpha \leq 0.8$ (معادله (22)) ناپایدار بیان شده است، اما در این تحقیق این مسأله که برای α های کمتر از این مقدار نیز حل شده است ($\alpha = 0.1$) نیز مسأله پایدار است و نتایج کاملاً یکسانی

مختلف با نتایج حاصل از تحقیق عددی آنتوسی و همکاران (Antoci et al., 2007) نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است روش هیدرودینامیک ذرات هموار در یافتن پروفیل سطح آزاد سیال و دنبال کردن سطح مشترک سیال با جامد توانایی بالایی دارد.



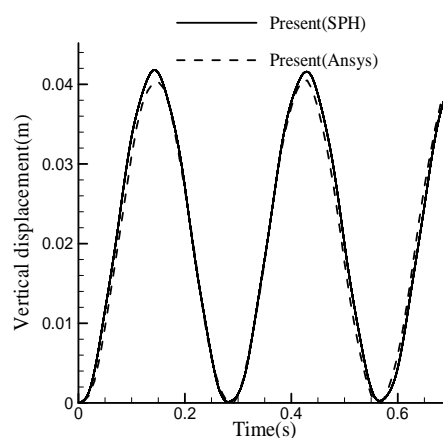
شکل 8 مقایسه شبیه‌سازی حاضر با نتایج عددی آنتوسی در هر 0/08 ثانیه (الف - آنتوسی و همکاران (Antoci, 2007)، ب - تحقیق حاضر)

تفاوت کیفی موجود در شکل 8، بین تحقیق حاضر و

10-3- شبیه‌سازی جریان خروجی سیال از زیر دریچه-

ی هایپوالاستیک یک سد

مسئله دیگری که در این مقاله شبیه‌سازی شده است جریان خروجی از زیر دریچه هایپوالاستیک یک سد می‌باشد. در این مثال سیال و دریچه هایپوالاستیک هر دو با روش هیدرودینامیک ذرات هموار مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.



شکل 7 مقایسه نتایج ارتعاش یک صفحه به کمک روش SPH و نرم افزار ANSYS

سیال مورد استفاده آب است که خواص آن در مسئله اول بیان شد و برای دریچه نیز $K = 2 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ ، $\mu_s = 4.27 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ و $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ می‌باشد. سد با طول 0/1، ارتفاع 0/14 و دریچه هایپوالاستیک با ارتفاع 0/08 و ضخامت 0/005 متر می‌باشد. در این مسئله تعداد ذرات مورد استفاده با احتساب ذرات جامد و سه لایه ذره مرزی، 6672 ذره می‌باشد. فاصله اولیه ذرات جامد هایپوالاستیک 0/001 متر و ذرات سیال در نزدیکی دریچه 0/001 متر و در نقاط دورتر از دریچه 0/002 متر می‌باشد (تراکم ذرات سیال در نزدیکی خروجی دریچه با پررنگ کردن ذرات به وضوح مشخص است). گام زمانی مورد استفاده نیز $\Delta t = 3 \times 10^{-6}$ ثانیه می‌باشد. شکل 8، مقایسه نتایج حاصل از این شبیه‌سازی را در زمان‌های

انتهایی در پیچه در تحقیق حاضر خصوصاً در زمان‌های کمتر از 0/1 ثانیه و بین 0/2 تا 0/3 ثانیه نسبت به تحقیق آنتوسی، تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. ولی نسبت به کار امینی و همکاران در جابجایی افقی در زمان‌های اولیه و همچنین در مراحل نهایی از دقت بهتری برخوردار است، ولی در نگاه کلی برتری محسوسی ندارد و حتی در جابجایی عمودی به غیر از زمان بیشینه بازشدگی و در زمانهای نهایی که تحقیق حاضر نتایج بهتری را نشان می‌دهد، در بقیه زمان‌ها کار امینی و همکاران دقت بهتری را نسبت به نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. اما برتری روش حاضر، همان طور که قبلاً نیز ذکر شد، استفاده از یک نیروی دافع ساده نسبت به دو تحقیق آنتوسی و امینی و همکاران است که این نیرو تنها به فاصله و سرعت ذرات سیال از ذرات جامد وابسته می‌باشد و نیازی به محاسبه هیچ پارامتر ثابتی ندارد و کاربرد آن بسیار ساده است. همچنین اعمال این نیرو در کنار دیواره باعث پایدارتر شدن روش حاضر شده است، به طوری که نتایج به طور محسوسی از کار آنتوسی بهتر می‌باشد، ولی نسبت به کار امینی و همکاران از نظر دقت تقریباً مشابه ولی از نظر اعمال شرط مرزی راحت تر و از نظر پایداری بهتر است.

برای نشان دادن استقلال از ذرات، شبیه‌سازی فوق با 9069 ذره نیز حل شده است و نتایج در شکل 11، آمده‌اند. نتایج نشان داده شده در شکل 11، حاکی از مناسب بودن تعداد 6667 ذره برای حل این مسأله می‌باشد.

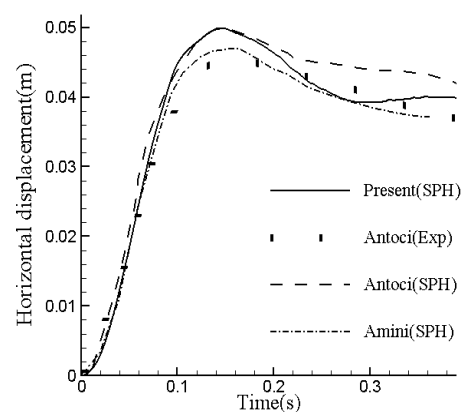
10-4- بررسی اثر تغییر خواص دریچه هایپوالاستیک

بر میزان باز شدگی دریچه

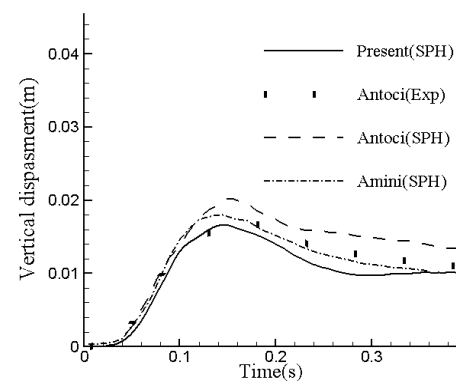
در این بخش تأثیر تغییرات خواص دریچه هایپوالاستیک بر مقدار باز شدگی دریچه بررسی شده است. تغییرات به این صورت است که با ثابت فرض کردن ضریب پواسون،

نتایج آنتوسی و همکاران می‌تواند دلایل مختلفی داشته باشد، از آن جمله می‌توان به تفاوت در اعمال شرط مرزی دیوار و یا تفاوت در مقدار ضریب مورد استفاده در یافتن سطح آزاد سیال اشاره نمود.

شکل 9، جابجایی افقی و شکل 10، جابجایی عمودی نقطه انتهایی در پیچه را در زمان‌های 0/0 تا 0/4 ثانیه نشان می‌دهد.



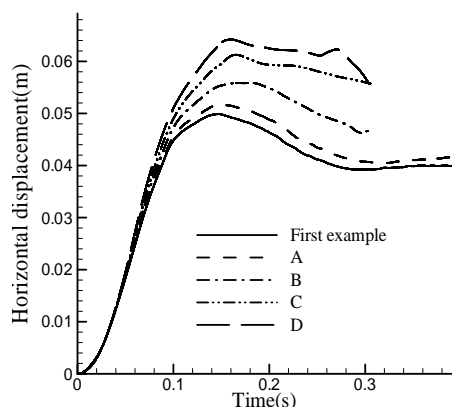
شکل 9 جابجایی افقی نقطه انتهایی در پیچه در تحقیق حاضر و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حل عددی سایر محققان



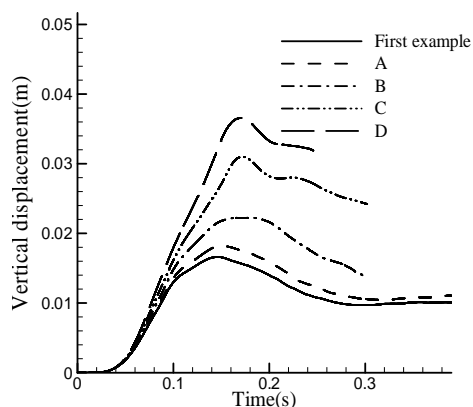
شکل 10 جابجایی عمودی نقطه انتهایی در پیچه در تحقیق حاضر و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و نتایج حل عددی سایر محققان

همان‌طور که از نمودارها مشخص است جابجایی نقطه

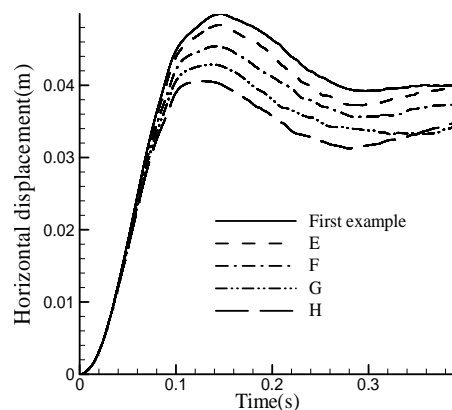
می‌یابد. همان‌طور که از شکل‌های 12 تا 15 مشخص است برای زمان‌های کمتر از 0/06 ثانیه، دریاچه با خواص مختلف مسیر یکسانی را طی می‌کند.



شکل 12 جابجایی افقی دریاچه با کاهش خواص دریاچه



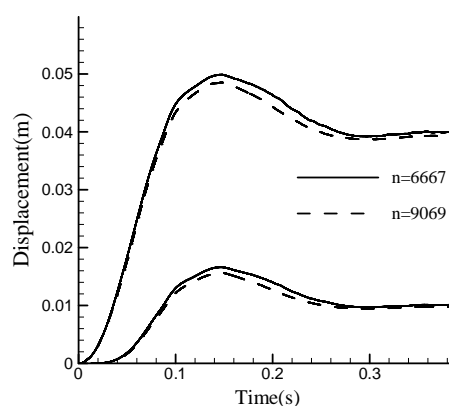
شکل 13 جابجایی عمودی دریاچه با کاهش خواص دریاچه



شکل 14 جابجایی افقی دریاچه با افزایش خواص دریاچه

مدول برشی نسبت به حالت اولیه به ترتیب 10، 30، 50 و 70 درصد افزایش و کاهش یافته است. جدول 2، این تغییرات را نشان می‌دهد.

شکل‌های 12 و 13، جابجایی افقی و عمودی نقطه انتهایی دریاچه را در حالت‌های مختلف با کاهش خواص دریاچه نشان می‌دهند.

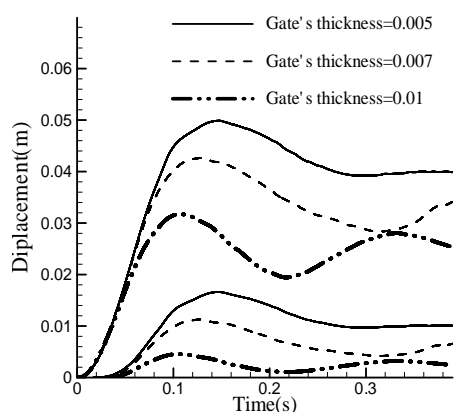


شکل 11 بررسی استقلال از تعداد ذرات

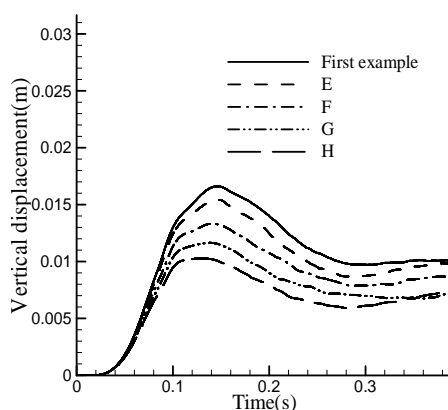
جدول 2 تغییرات خواص دریاچه هایپوالاستیک

حالت	مقدار تغییرات	ضریب پواسون	مدول برشی (MP)	مدول بالک (MP)
A	10 درصد کاهش	0/4	3/843	17/934
B	30 درصد کاهش	0/4	2/989	13/940
C	50 درصد کاهش	0/4	2/135	9/963
D	70 درصد کاهش	0/4	1/281	5/978
E	10 درصد افزایش	0/4	4/697	21/919
F	30 درصد افزایش	0/4	5/551	25/904
G	50 درصد افزایش	0/4	6/405	29/890
H	70 درصد افزایش	0/4	7/259	33/875

با کاهش خواص دریاچه، افزایش میزان بازشدگی دریاچه در هر دو جهت افقی و عمودی کاملاً مشهود است. شکل‌های 14 و 15، نتایج حاصل از افزایش خواص دریاچه را نشان می‌دهند. با توجه به دو شکل 14 و 15، با افزایش خواص دریاچه، مقاومت دریاچه در مقابل جریان سیال افزایش یافته و میزان باز شدگی دریاچه کاهش



شکل 16 جابجایی افقی و عمودی دریچه با افزایش ضخامت دریچه



شکل 15 جابجایی عمودی دریچه با افزایش خواص دریچه

از طرفی نیز این نمودارها نشان می‌دهند که با کاهش خواص دریچه بیشینه بازشدگی آن به تأخیر افتاده و با زیاد شدن خواص، این زمان زودتر اتفاق می‌افتد.

10-5- بررسی اثر تغییر ضخامت دریچه هایپوالاستیک

بر میزان باز شدگی دریچه

در این بخش با تغییر ضخامت دریچه اولیه از 0/005 متر به 0/007 متر و 0/01 متر نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند. شکل 16، این نتایج را نشان می‌دهد.

شکل 16، نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت دریچه مقاومت در مقابل جریان سیال بیشتر شده و تغییر رفتار دریچه کاملاً غیرخطی است و به خوبی حرکت نوسانی دریچه مشاهده می‌شود. رفتار نوسانی دریچه برای تمامی ضخامت‌ها اتفاق خواهد افتاد، اما برای مشاهده این رفتار در ضخامت‌های پایین‌تر بایستی زمان بیشتری سپری شود. هرچه که ضخامت دریچه افزایش یابد، عملاً سفتی¹ سازه افزایش یافته و در نتیجه فرکانس طبیعی نیز افزایش می‌یابد، بنابراین در زمان ثابت تعداد نوسان بیشتری در رفتار دریچه با ضخامت بیشتر مشاهده می‌شود. از طرفی همان‌طور که بیان شد، در تغییر خواص، مسیر حرکت دریچه در زمان‌های کمتر از 0/06 ثانیه بر روی هم منطبق می‌باشد، اما در تغییر ضخامت این مسیر کاملاً متفاوت است.

11- نتیجه گیری

در این مقاله روش هیدرودینامیک ذرات هموار با تراکم ناپذیری ضعیف ابتدا برای حل عددی یک مسأله سیال مورد استفاده قرار گرفت. نتایج به دست آمده حاکی از توانایی بالای این روش در حل مسائل با تغییر شکل بالا است. در ادامه شبیه‌سازی ارتعاش یک صفحه هایپوالاستیک نیز دقت این روش را در حل مسائل جامدات نشان داد. در نهایت این روش در حل یک مسأله تعامل سیال- جامد مورد استفاده قرار گرفت. در این شبیه‌سازی، گسسته‌سازی معادلات سیال و جامد هایپوالاستیک با روش هیدرودینامیک ذرات هموار انجام گرفت. برای کوپل کردن سیال با جامد یک روش بسیار ساده مورد استفاده قرار گرفت. در این راستا یک نیروی مانع ساده بین سیال و جامد مورد استفاده قرار گرفت و نتایج به دست آمده حاکی از توانایی بالای این روش در دنبال کردن سطح مشترک سیال- جامد می‌باشد و همچنین پایداری بهتری را نیز نسبت به تحقیقات گذشته نشان می‌دهد. برای بررسی مقاومت دریچه در مقابل جریان، مسأله ذکر شده با تغییر خواص دریچه و تغییر ضخامت آن نیز حل شده است و نتایج به دست آمده تأثیر این دو پارامتر را در میزان بازشدگی دریچه به خوبی نمایش می‌دهد.

1. Stiffness

12- منابع

- Lahooti M., Pischevar A., Saidi M. (2011), "A novel 2D algorithm for fluid solid interaction based on the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method", *Scientia Iranica*, Vol. 18, No. 3, pp. 358-367.
- Libersky L. D., Allahdadi F. A., Carney T. C., Hipp J. R., Petschek A. G. (1993), "High strain Lagrangian hydrodynamics: A three dimensional SPH code for dynamic material response", *J. Comp. Phys.*, Vol. 109, pp. 67-75.
- Lucy L. (1977), "A numerical approach to the testing of fusion processes", *The Astronomical J.*, Vol. 82, pp. 1013-1024.
- Monaghan J.J. (1989), "On the problem of penetration in particle methods", *J. Comput. Phys.*, Vol. 82, pp. 1-15.
- Monaghan J.J. (1992), "Smoothed particle hydrodynamics", *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, Vol. 30, pp. 543-574.
- Monaghan J.J., Gingold R. (1983), "Shock simulation by the particle method SPH", *Journal of Computational Physics*, Vol. 52, No. 2, pp. 374-389.
- Omidvar P., Stansby P. K. and Rogers B. D. (2013), "SPH for 3-D floating bodies using variable particle mass", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 72, No. 4, pp. 427-452.
- Omidvar P., Stansby P. K. and Rogers B. D. (2012), "Wave body interaction in 2D using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) including variable particle mass", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, No. 6, pp. 686-705.
- Rafiee A., Thiagarajan K. P. (2009), "An SPH projection method for simulating fluid-hypo elastic structure interaction", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 198, pp. 2785-2795.
- Randles P., Libersky L. (1996), "Smoothed particle hydrodynamics: some recent improvements and application", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 139, No. 1, pp. 375-408.
- Van Loon R., Anderson P., Van de Vosse F., Sherwin S. (2007), "Comparison of various fluid-structure interaction methods for deformable bodies", *Computers & Structures*, Vol. 85, No. 11, pp. 833-843.
- Yang Q., Jones V., McCue L. (2012), "Free-surface flow interactions with deformable structures using an SPH-FEM model", *Ocean Engineering*, Vol. 55, pp. 136-147.
- اسماعیلی سیکارودی، محمد امین؛ (1391). استفاده از پردازنده گرافیکی در حل عددی جریان‌های تراکم‌ناپذیر به روش ISPH. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شیراز.
- طیعی، علی؛ قدیری، بهزاد؛ و تقی‌زاده منظری، مهرداد؛ (1392). کنترل نوسانات فشار در روش SPH برای شبیه‌سازی جریان اطراف استوانه، دوماهنامه مهندسی مکانیک مدرس، سال سیزدهم، شماره 7، ص.ص. 32-44.
- قدم‌پور، زهرا؛ هاشمی، سید محمدرضا؛ طالب بیدختی، ناصر و نیک‌سرشت، امیرحسین (1391). مدل‌سازی عددی جریان به روش ISPH در مسائل شکست سد، جریان از روی سرریز و عملکرد همزمان دریچه و سرریز، مجله هیدرولیک، دوره 7، شماره 1، ص.ص. 29-47.
- Amini Y., Emdad H., Farid M. (2011), "A new model to solve fluid-hypo-elastic solid interaction using the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method", *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, Vol. 30, No. 2, pp. 184-194.
- Antoci C., Gallati M., Sibilla S. (2007), "Numerical simulation of fluid-structure interaction by SPH", *Computers & Structures*, Vol. 85, No. 11, pp. 879-890.
- Ghadampour Z., Hashemi M. R., Talebbeydokhti N., Nikseresht A. H., (2012), "Numerical modeling of dambreak, flow over sharp crested weir and simultaneous operation of gate and weir using ISPH", *Iranian Hydraulic Association*, Vol. 7, pp. 29-47, (In Persian).
- Gingold R. A., Monaghan J. J. (1977), "Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars", *Monthly Notices Of The Royal Astronomical Society*, Vol. 181, pp. 375-389.
- Gray J., Monaghan J., Swift R. (2001), "SPH elastic dynamics", *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering*, Vol. 190, No. 49, pp. 6641-6662.
- Koshizuka S., Nobe A., Oka Y. (1998), "Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 26, No. 7, pp. 751-769.